

【分享】60道数学运算题目的分析（第一部分1~10道）

29

【分享汇总】所发帖子汇总方便查找！（08-7-19 :10:50 update）

1. 在乘积 $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 698 \times 699 \times 700$ 中, 末尾只有()个零。

A. 172 B. 174 C. 176 D. 179

5 和0归结为 5倍数
25 00 归结为25倍数
125 000 归结为125倍数

【天字一号解析】

此题我们现需要了解0是怎么形成的, 情况只有1种, 那就是5跟一个偶数相乘就可以构成一个0, 但是还要注意25算几个5呢? 50算几个5呢? 125算几个5呢, 具有几个5 主要是看他能否被几个5的乘积整除,

例如

$$25 = 5 \times 5$$

所以具有2个5,

$$50 = 2 \times 5 \times 5 \text{ 也是2个5}$$

$$125 = 5 \times 5 \times 5$$

具有3个5

方法一:

我们只要看 700个数字里面有多少个5的倍数

$$700/5=140$$

还不行 我们还要看有多少25的倍数

$$700/25=28$$

还要看有多少125的倍数

$$700/125=5$$

$$625 \text{的倍数: } 700/625=1$$

其实就是看 700里有多少的 $5^1, 5^2, 5^3, 5^4, \dots, 5^n$

5^n 必须小于700

所以答案就是 $140+28+5+1=174$

方法二：

原理是一样的，但是我们可以通过连除的方式不断的提取5的倍数 直到商小于5

$$700/5=140$$

$$140/5=28$$

$$28/5=5$$

$$5/5=1$$

答案就是这些商的总和即174

140 是计算含1个5的 但是里面的25的倍数只被算了一次，所以我们还需要将140个5的倍数再次挑出含5的数字，以此类推，就可以将所有含5的个数数清！

2. 王先生在编一本书，其页数需要用6869个字，问这本书具体是多少页？

A. 1999 B. 9999 C. 1994 D. 1995

【天字一号解析】

这个题目是计算有多少页。

首先要理解题目

这里的字是指数字个数，比如 123这个页码就有3个数字

我们通常有这样一种方法。

方法一：

1~9 是只有9个数字，

10~99 是 $2 \times 90 = 180$ 个数字

100~999 是 $3 \times 900 = 2700$ 个 数字

那么我们看剩下的是多少

$$6869 - 9 - 180 - 2700 = 3980$$

剩下3980个数字都是4位数的个数

则四位数有 $3980/4 = 995$ 个

则这本书是 $1000 + 995 - 1 = 1994$ 页

为什么减去1

是因为四位数是从1000开始算的！

方法二：

我们可以假设这个页数是 A 页

那么我们知道，

每个页码都有个位数则有 A 个个位数，

每个页码出了1~9，其他都有十位数，则有 A-9个十位数

同理：有 A-99个百位数, 有 A-999个千位数

则： $A + (A-9) + (A-99) + (A-999) = 6869$

$4A - 1110 + 3 = 6869$

$4A = 7976$

$A = 1994$

3. 在一个两位数之间插入一个数字，就变成一个三位数。例如：在72中间插入数字6，就变成了762。有些两位数中间插入数字后所得到的三位数是原来两位数的9倍，求出所有这样的两位数有多少个？

A、 4 B、 5 C、 3 D、 6

【天字一号解析】

我们先进行简单的判断，首先什么数字个位数 $\times 9$ 得到的数个位数还是原来的

乘法口诀 稍微默念一下就知道是 5×9

或者 0×9 （个位数是0的2位数 $\times 9$ 百位数肯定不等于原来的十位数 所以排除）

好我们假设这个2位数是 $10m+5$ ，m 是十位上数字，我们在这个数字中间插入 c 这个数字

那么变成的三位数就是 $100m+10c+5$

根据关系建立等式：

$100m+10c+5=9 \times (10m+5)$

化简得到： $10m+10c=40$

$m+c=4$

注意条件 m 不等于0，

则有如下结果 (1, 3), (2, 2), (3, 1), (4, 0) 四组， 答案是选 A

4. 有300张多米诺骨牌，从1——300编号，每次抽取偶数位置上的牌，问最后剩下的一张牌是多少号？

A、1 B、16 C、128 D、256

【天字一号解析】

这个题目本身并不难，但是一定要看清楚题目，题目是抽取偶数位置上的牌，1是奇数位置上的，这个位置从未发生变化，所以1始终不可能被拿走，即最后剩下的就是编号1的骨牌。

当然如果每次是拿走奇数位置上的，最后剩下的是编号几呢？

我们做一个试验，将1到100按次序排开。每轮都拿掉奇数位置上的骨牌。我们发现，骨牌数目基本上是呈现倍数缩小。同时我们有一个更重要的发现，那就是什么样的数字才能确保它的 $1/2$ 仍然是偶数。这个自然我们知道是 2^n ，但是当 $2^n=2$ 时它的一半就是1，在接下来的一轮中就会被拿走。因此我们发现每一轮操作 2^n 位置上的数都会变为 $2^{(n-1)}$ 当 $2^n=1$ 时被拿走。按照这样的操作，100个多米诺骨牌每次少 $1/2$ ，当操作6次即剩下的数目小于2个（ $100 \div 2^6 < 2$ ）。根据上面我们发现的规律，必然是最后留下了 $2^6=64$ 移动到了第1位也就是仅剩下的1位。所以答案是100内最大的 $2^n=64$

总结：大家记住这样一个规律 直线排列最后剩下的是总数目里面最大的 2^n 次方

此题300内最大的 2^n 次方就是256

所以如果每次拿走奇数位置上的骨牌，那么最后剩下的就是编号256

5. 两人和养一群羊，共 n 只。到一定时间后，全部卖出，平均每只羊恰好卖了 n 元。两人商定平分这些钱。由甲先拿10元，再由乙拿10元，甲再拿10元，乙再拿10元，最后，甲拿过之后，剩余不足10元，由乙拿去。那么甲应该给以多少钱？

A. 8 B. 2 C. 4 D. 6

$(10a+b)^2 = 20ab + b^2$
决定权在 b^2

【天字一号解析】

这个题目就是一个常识的题目没有什么可以延伸的空间，所以我就主要介绍一下解答方法。

X^2 是总钱数，分配的时候10元，2次一轮，最后单下一次，说明总钱数是10的奇数倍数根据常识，只有个位数是4，或者6才是十位数是奇数，那么个位数都是6

说明 最后剩下6元 乙应该给甲 $10 - (10 + 6) / 2 = 2$ 元

6. 自然数 A、B、C、D 的和为90，已知 A 加上2、B 减去2、C 乘以2、D 除以2之后所得的结果相同。则 B 等于：

A. 26 B. 24 C. 28 D. 22

【天字一号解析】

结果相同，我们可以逆推出 A，B，C，D

假设这个变化之后四个数都是 M

那么

$$A=M-2$$

$$B=M+2$$

$$C=M/2$$

$$D=2M$$

$$A+B+C+D=90=4.5M$$

$$M=20, \text{ 则 } B=20+2=22$$

7. 自然数 P 满足下列条件：P 除以10的余数为9，P 除以9的余数为8，P 除以8的余数为7。

如果：100<P<1000，则这样的 P 有几个？

A、不存在 B、1个 C、2个 D、3个

【天字一号解析】

根据题目的条件我们看

$$P=10X+9=10(X+1)-1$$

$$P=9Y+8=9(Y+1)-1$$

$$P=8Z+7=8(Z+1)-1$$

这样我们就发现了 P+1 就是 8，9，10的公倍数

我们知道 8，9，10的最小公倍数是360

则100~1000内有 2个这样的公倍数。

所以满足条件的 P 就是 $360-1=359$,

或者 $720-1=719$

8. 三个连续的自然数的乘积比 M 的立方少 M, 则这三个自然数的和比 M 大多少 ()

A 2M B 4M C 6M D 8M

【天字一号解析】

方法一：特例法你可以随便找3个连续自然数试试看，

例如 $1 \times 2 \times 3 = 6$

比6稍大的立方数是8 即 $2^3=8$

$8-6$ 刚好是2

所以说明 $M=2$, 那么你看 $1+2+3=6$

$6-M=4$

可见是2M

方法二：

平方差公式： 我们假设这三个连续自然数中间的数字是 a, 那么 这三个数字分别是,
 $a-1, a, a+1$

乘积是 $a \times (a-1) \times (a+1) = a \times (a^2-1) = a^3-a$

跟题目说的比 M^3 少 M 条件对比 我们发现 M 就是 a

再看 $(a-1) + a + (a+1) = 3a = 3M$

可见 答案就是2M

9. 一个 7×7 共计49个小正方形组成的大正方形中, 分别填上1~49这49个自然数。每个数字只能填1次。使得横向7条线, 纵向7条线, 两个对角线的共计16条线上的数字和相等! 则其中一个对角线的7个数字之和是 ()

A 175 B 180 C 195 D 210

【天字一号解析】

这个题目猛一看好复杂，其实仔细看看就会发现端倪。虽然看上去像是一个幻方问题 或者类似于九宫图，但是这里并不是让你关注这个。

49个数字全部填入， 满足条件后，我们发现横向有7条线 产生7个结果 并且相等。那么这个7个结果的和 就是这7条线上的所有数字之和，很明显就发现了 就是1~49个数字之和了，根据等差数列求和公式：（首项+尾项）×项数/2=总和

$$(1+49) \times 49 / 2 = 25 \times 49$$

则每条线的和是 $25 \times 49 / 7 = 175$

因为对角线和横线7条线的任意一条的和相同所以答案就是175.

10. 把1~100这100个自然数，按顺时针方向依次排列在一个圆圈上，从1开始，顺时针方向，留1，擦去2, 3, 4，留5，擦去6, 7, 8……（每擦去3个数，留一个数）。直到最后剩下的一个数是多少？

A、47 B、48 C、49 D、64

4的n倍+1

【天字一号解析】

考察点：周期循环等比数列的问题

这个题目考到的可能性不是特别大，但是不排除。就只介绍规律吧。

主要是看间隔编号的个数。 如该题 间隔编号就是1个。例如 留1拿走2，留3拿走4，间隔是1：

以下公式是按照从去1开始的。

那么 公式是： $2/1 \times (A - 2^n)$ 这是最后剩下的数字 2^n 表示 A 内最大的值 A 表示原始的编号总数。

间隔是2： $3/2 \times (A - 3^n)$

间隔是3： $4/3 \times (A - 4^n)$

间隔是4： $5/4 \times (A - 5^n)$

特别注意的是：此题的 A 值不是随便定的 必须满足 $A-1$ 要能够除以间隔编号数目。否则最后的结果就是全部被拿走。

该题答案是：按照公式 $\frac{4}{3} \times (100 - 4^3) = 48$ 但是这是按照去1开始得如果是留1 那么答案是 $48 + 1 = 49$

分享】60道数学运算题目的分析（第二部分11~20道）

10

【分享汇总】所发帖子汇总方便查找！（08-7-19 :10:50 update）

11. 下列哪项能被11整除？

A. 937845678 B. 235789453 C. 436728839 D. 867392267

【天字一号解析】

$$9 + 7 + 4 + 6 + 8 = 34$$

$$3 + 8 + 5 + 7 = 23$$

$$34 - 23 = 11$$

所以 答案是 A

所有的奇数位置上的数之和 - 所有偶数位置上数字之和 = 11的倍数 那么这个数就能被11整除。

这类题目属于数字整除特性题目我们这里就顺便介绍几个这样的规律：

(1)

1与0的特性：

1是任何整数的约数，即对于任何整数 a ，总有 $1 \mid a$ 。

0是任何非零整数的倍数， $a \neq 0$, a 为整数，则 $a \mid 0$ 。

(2)

若一个整数的末位是0、2、4、6或8，则这个数能被2整除。

(3)

若一个整数的数字和能被3整除，则这个整数能被3整除。

(4) 若一个整数的末尾两位数能被4整除，则这个数能被4整除。

(5) 若一个整数的末位是0或5，则这个数能被5整除。

(6) 若一个整数能被2和3整除，则这个数能被6整除。

(7) 若一个整数的个位数字截去，再从余下的数中，减去个位数的2倍，如果差是7的倍数，则原数能被7整除。如果差太大或心算不易看出是否7的倍数，就需要继续上述「截尾、倍大、相减、验差」的过程，直到能清楚判断为止。例如，判断133是否7的倍数的过程如下： $13-3\times 2=7$ ，所以133是7的倍数；又例如判断6139是否7的倍数的过程如下： $613-9\times 2=595$ ， $59-5\times 2=49$ ，所以6139是7的倍数，余类推。

(8) 若一个整数的末尾三位数能被8整除，则这个数能被8整除。

(9) 若一个整数的数字和能被9整除，则这个整数能被9整除。

(10) 若一个整数的末位是0，则这个数能被10整除。

(11) 若一个整数的奇位数字之和与偶位数字之和的差能被11整除，则这个数能被11整除。11的倍数检验法也可用上述检查7的「割尾法」处理！过程唯一不同的是：倍数不是2而是1！

(12) 若一个整数能被3和4整除，则这个数能被12整除。

(13) 若一个整数的个位数字截去，再从余下的数中，加上个位数的4倍，如果差是13的倍数，则原数能被13整除。如果差太大或心算不易看出是否13的倍数，就需要继续上述「截尾、倍大、相加、验差」的过程，直到能清楚判断为止。

(14) 若一个整数的个位数字截去，再从余下的数中，减去个位数的5倍，如果差是17的倍数，则原数能被17整除。如果差太大或心算不易看出是否17的倍数，就需要继续上述「截尾、倍大、相减、验差」的过程，直到能清楚判断为止。

(15) 若一个整数的个位数字截去，再从余下的数中，加上个位数的2倍，如果差是19的倍数，则原数能被19整除。如果差太大或心算不易看出是否19的倍数，就需要继续上述「截尾、倍大、相加、验差」的过程，直到能清楚判断为止。

(16) 若一个整数的末三位与3倍的前面的隔出数的差能被17整除，则这个数能被17整除。

(17) 若一个整数的末三位与7倍的前面的隔出数的差能被19整除，则这个数能被19整除。

(18) 若一个整数的末四位与前面5倍的隔出数的差能被23(或29)整除，则这个数能被23整除

12. 甲乙二人分别从相距若干公里的 A、B 两地同时出发相向而行，相遇后各自继续前进，甲又经1小时到达 B 地，乙又经4小时到达 A 地，甲走完全程用了几小时

A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

【天字一号解析】

这个题目只要抓住固定不变的部分，不管他的时间怎么边速度比是不变的。

假设相遇时用了 a 小时

那么甲走了 a 小时的路程 乙需要4小时

根据速度比=时间的反比

则 $V_{甲} : V_{乙} = 4 : a$

那么乙走了 a 小时的路程 甲走了1小时

还是根据速度比=时间的反比

则 $V_{甲} : V_{乙} = a : 1$

即得到 $4 : a = a : 1$

$a=2$

所以答案是甲需要 $1+2=3$ 小时走完全程！

13. 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4八个数字做成的八位数，共可做成_____个。

A 2940 B 3040 C 3142 D 3144

【天字一号解析】

这个题目 我在另外一个排列组合的帖子曾经讲过！

我们不妨先把这8个数字看作互不相同的数字，0暂时也不考虑是否能够放在最高位

那么这组数字的排列就是 $P(8, 8)$ ，但是，事实上里面有3个1，和2个2，我们知道3个1我们在 $P(8, 8)$ 中是把它作为不同的数字排列的，现在相同了，那我们就必须从 $P(8, 8)$ 中扣除3个1的全排列 $P(3, 3)$ 关键这里是怎么扣除呢？ 记住因为全排列是分步完成的，我们知道在排列组合中，分步相乘，分类相加。 可见必须通过除掉 $P(3, 3)$ 才能去掉这部分重复的数字形成的重复排列。 2个2当然也是如此

所以不考虑0作为首位的情况是 $P88 / (P33 \times P22)$

现在我们来单独考虑0作为最高位的情况有多少种： $P77 / (P33 \times P22)$

最后结果就是： $P88 / (P33 \times P22) - P77 / (P33 \times P22) = 2940$

14. A、B、C 三本书，至少读过其中一本的有20人，读过A书的有10人，读过B书的有12人，读过C书的有15人，读过A、B两书的有8人，读过B、C两书的有9人，读过A、C两书的有7

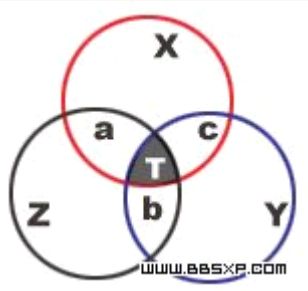
人。三本书全读过的有多少人？（）

A. 5 B. 7 C. 9 D. 无法计算

【天字一号解析】

这个题目我是借鉴的“天使在唱歌”总结的公式组来解答。根据题目的不同可以挑选其中的任意2组或者3组公式答题。

先来介绍一下公式：



首先这里不考虑都不参与的元素

(1)

$A+B+T$ =总人数

(2)

$A+2B+3T$ =至少包含1种的总人数

(3)

$B+3T$ =至少包含2种的总人数

这里介绍一下 A、B、T 分别是什么

看图 $A=x+y+z$ ； $B=a+b+c$ ； T =三种都会或者都参加的人数

看这个题目我们要求的是看三本书全部读过的是多少人？实际上是求 T

根据公式：

(1)

$A+B+T=20$

(2)

$$A+2B+3T=10+12+15=37$$

(3)

$$B+3T=8+9+7=24$$

$$(2) - (1) = B+2T=17$$

结合 (3)

$$\text{得到 } T=24-17=7 \text{ 人}$$

15. 一个 9×11 个小矩形组成的大矩形一共有多少个矩形？

A. 2376 B. 1188 C. 2970 D. 3200

【天字一号解析】

这个题目其实很简单，主要是善于抓住题目的关键。这个题目我们看 问有多少个矩形。并不是我们认为的就是 $9 \times 11 = 99$ 个。事实上上上下下，左左右右可以由很多小的矩形组成新的大一点的矩形。所以。这个题目看上去比较棘手。那么我们为何不从矩形的概念入手呢。

矩形是由横向2条平行线。纵向2条平行线相互垂直构成的。

知道这个我们就发现了解题的方法了， 9×11 的格子 说明是 10×12 条线。

所以我们任意在横向和纵向上各取2条线 就能构成一个矩形。

所以答案就是 $C_{10}^2 \times C_{12}^2 = 2970$

16. 一个布袋中有35个大小相同的球，其中白、红、黄三中颜色的球各10个，另有蓝、绿两种颜色的球分别是3个、2个，试问一次至少取出多少个球才能保证取出的球中至少有4个是同一颜色？

A、15 B、 16 C、 17 D、 14

【天字一号解析】

这个题目是抽屉原理题目，我们在解答抽屉原理题目的时候要学会先找到什么是抽屉。抽屉有几个？然后还得注意在给抽屉平均分配的时候，会不会出现抽屉个数减少等问题。

这个题目我们先找什么是抽屉。很明显 颜色就是抽屉。 共计5种颜色，我们就确定了5个抽屉。 每种颜色的抽屉容量是各不相同的，这就导致后面有可能出现抽屉减少的现象。

要求是至少保证取出的球是4个同一颜色的。

我们最接近的是给每个抽屉放3个。 $3 \times 5 = 15$

但是请注意，绿色的抽屉容量只有2，所以我们只能放 $15 - 1 = 14$ 个。再放就必然导致前面的3个抽屉的某一个达到4个同色了。

此题答案选 A

17. 22头牛吃33公亩牧场的草，54天可以吃尽，17头牛吃同样牧场28公亩的草，84天可以吃尽。请问几头牛吃同样牧场40公亩的草，24天吃尽？（ ）

A. 50 B. 46 C. 38 D. 35

【天字一号解析】

“牛吃草”的问题 主要抓住草每天的增长速度这个变量。至于其原始草量有多少？不是我们关心的内容，为什么这么说，因为在我们计算的时候，实际上是根据差值求草长速度，那么原有的草量在2种情况中都是一样，差值的时候被相减抵消了。有些题目可能面积不一样，但是每亩地的原始草量确实一样的。

再看这个有面积的题目，其实道理是一样的。我们只要将不同的转化为相同的，面积不一样，但是没公亩的原有量和每天每亩草长的量是相同的。

根据这个

条件1:

$(22 \times 54) / 33$ 这是每公亩的情况

条件2:

$(17 \times 84) / 28$ 这是每公亩的情况

相减 $(17 \times 84) / 28 - (22 \times 54) / 33 = (84 - 54) \times a$ a 表示每亩草长速度

解得 $a = 0.5$ 单位依旧是没头牛每公亩吃草的单位作为标准单位

最后我们假设 x 头牛24天可以吃完40公亩草

那么挑选上面的一个情况拿过来做对比:

$(22 \times 54) / 33 - 24x / 40 = (54 - 24) \times 0.5$

即可解得 $x = 35$ 头牛

18. 甲、乙二人以均匀的速度分别从 A、B 两地同时出发，相向而行，他们第一次相遇地点

离 A 地4千米，相遇后二人继续前进，走到对方出发点后立即返回，在距 B 地3千米处第二次相遇，求两次相遇地点之间的距离

A、2 B、3 C、4 D、5

【天字一号解析】

这个题目是关于多次相遇问题的类型。我先介绍一下多次相遇问题的模型。

例如：有这样一个多次相遇问题的模型图

S.....M.....N.....E

SE 这段路程，甲从 S 出发，乙从 E 出发，甲乙两个人在 M 处第一次相遇了，相遇的时候我们知道 甲行驶了 SM 的长度。甲乙路程之和是 SE 一个完整的路程。

N 点是第2次相遇的地点。我们发现 此时从第一次相遇的点 M 开始到第2次相遇的点 N。

甲走了 ME+EN，而乙在跟甲相同的时间下走了 MS+SN

我们再次发现：甲乙两者路程之和是 $ME+EN+MS+SN=2SE$

是2倍的全程。 你可以继续研究第3次相遇的情况。或者更多次。我们发现：

第一次相遇时，甲的路程或者乙的路程是1份的话。第2次相遇时 甲或者乙又行驶了2倍的第一次的路程。

看上述题目：我们发现 第一次相遇距离 A 点4千米。那么我们知道 从 A 出发的甲是走了4千米， 相遇后2人继续行驶，在距离 B 点3千米处相遇。说明甲又走了 $2\times 4=8$ 千米
画个图：

A. 4. 3. B

我们发现甲从开始到最后的总路程就是 $AB+3$

也就是3倍的第一次的距离。

所以 $AB=3\times 4-3=9$ 千米

那么两个相遇点之间的距离就是 $9-4-3=2$ 千米。 选 A

19. 在一条马路上，小明骑车与小光同向而行，小明骑车速度是小光速度的3倍，每隔10分有一辆公共汽车超过小光，每隔20分有一辆公共汽车超过小明，如果公共汽车从始发站每次间隔同样的时间发一辆车，那么相邻两车间隔多少分钟？

A. 45 B.50 C. 60 D. 80

【天字一号解析】

我们知道 间隔一项的时间就有一辆公交车超过小光或者小明。说明他们之间构成了追击问题。追击问题就是时间=路程差/速度差。

再看，当汽车追上小光或者小明的时候，下一辆公交车在哪里呢就是公交车发车间隔时间的汽车距离。即发车间隔时间×汽车的速度。这就是汽车跟小光或者小明的路程差。

所以我们发现

小光被超过是10分钟，说明 $V_{\text{车}} - V_{\text{小光}} = 1/10$

(1)

小明被超过是20分钟

说明 $V_{\text{车}} - V_{\text{小明}} = 1/20$

(2)

我们要求间隔发车时间，只要知道汽车的速度就可以知道间隔发车时间了因为我们这里的汽车发车间隔距离都是单位1.

上面得到了 (1), (2) 两个推断。 同时我们知道小明的速度是小光的3倍

那么 $(1) \times 3 - (2) = 2$ 倍的汽车速度了

则汽车速度就是 $(3/10 - 1/20) / 2 = 1/8$

则答案是 $1 / (1/8) = 8$ 分钟。

20. 一只船从甲码头到乙码头往返一次共用4小时，回来时顺水比去时每小时多行12千米，因此后2小时比前2小时多行18千米。那么甲乙两个码头距离是多少千米？

A、36 B、45 C、54 D、60

【天字一号解析】

前2小时是逆水，后2小时是部分逆水+顺水

如图：

0.....逆水.....2（小时）

2....逆水...X.....顺水.....4（小时）

我们知道后2小时比前2小时多行18千米

我们看，把部分逆水的跟前2个小时相互抵消，其实后2个小时就是顺水部分比逆水多出来的18，我们知道顺水速度每小时比逆水速度多12千米。那么18千米需要多少小时？

所以 $18/12 = 1.5$ 小时 就是顺水时间。即 X 到4小时之间的时间间隔。从而知道逆水时间是2.

5小时。时间比是 3: 5 可见速度比是 5: 3 差2个比例点 对应12千米 则顺水速度是 $12 / 2 \times 5 = 30$

答案是 $30 \times 1.5 = 45$

【分享】60道数学运算题目的分析（第三部分21~30道）

10

【分享汇总】所发帖子汇总方便查找！（08-7-19 :10:50 update）

21. 某团体从甲地到乙地，甲、乙两地相距100千米，团体中一部分人乘车先行，余下的人步行，先坐车的人到途中某处下车步行，汽车返回接先步行的那部分人，全部人员同时到达。已知步行速度为8千米/小时，汽车速度为40千米/小时。问使团体全部成员同时到达乙地需要多少时间？

A、5.5 小时 B、 5 小时 C、4.5小时 D、4 小时

【天字一号解析】

这个题目已经成为典型的形成模型问题了，这个团的人分2部分步行，要得同时到达 那么必然是步行的路程都相同，乘车的路程也相同。抓住这个我们就好办了！

根据题目条件，我先给大家画个图

甲.....P.....Q.....乙

图中：P 是汽车回来接先步行的人的地点

Q 是汽车把先乘车的人放下的地点。

那么我们可以看出，甲~P 是先步行的人步行的举例。Q~乙是先乘车的人步行的举例

甲~P=Q~乙

在根据相同时间内 路程之比=速度比=40:8=5:1

假设先步行的人步行的举例为1份，

那么汽车的行驶距离就是5份，我们发现 汽车走得路程是 甲~Q~P 这段距离是5份，

已知，甲~p=1份， Q~乙=甲~P=1份

那么全程就是 甲乙路程=(5+1+2) /2=4份

则总路程分成4个单位

每个单位是 $100 / 4 = 25$

则以先乘车的人为例 计算时间是 $75/40+25/8=5$ 小时

【总结】这类汽车接送的问题 主要是抓住速度之比转换成路程之比，进而将问题大大简化。

下面提供3道练习题目！

例一：100名学生要到离校33千米处的少年宫活动。只有一辆能载25人的汽车，为了使全体学生尽快地到达目的地，他们决定采取步行与乘车相结合的办法。已知学生步行速度为每小时5千米，汽车速度为每小时55千米。要保证全体学生都尽快到达目的地，所需时间最少是？

例二：有两个班的小学生要到少年宫参加活动，但只有一辆车接送。第一班的学生坐车从学校出发的同时，第二班学生开始步行；车到途中某处，让第一班学生下车步行，车立刻返回接第二班学生上车并直接开往少年宫，最终两个班的学生同时到达少年宫。已知学生步行速度为每小时4公里，载学生时车速每小时40公里，空车是50公里/小时，问第一班的学生步行了全程的几分之几？

A. $1/7$ B. $1/6$ C. $3/4$ D. $2/5$

例三：甲乙两班同时从学校去公园，甲步行每小时4千米，乙步行每小时3千米，学校有一辆汽车，它的速度是每小时48千米，这辆汽车恰好只能做一个班的学生，为了使这两个班学生在最短的时间内到达，那么甲与乙学生需要步行的距离之比是（）。

A、15：11 B、17：22 C、19：24 D、21：27

22. 从360到630的自然数中有奇数个约数的数有（）个？

A. 25 B. 23 C. 17 D. 7

【天字一号解析】

这个题目我一般都是从问题提到的对象入手，自然数的约数？我们知道，求自然数约数无非就是将这个自然数分解因式然后看构成的数字形成多少个不同的乘积。

那么这个自然数就可以表示为自然数 $=A \times B$

A 和 B 都是这个自然数的因数，也就是约数。

很明显一般情况下自然数的约数都是成对出现的，如 $12=2\times 6$ ， $12=3\times 4$ ， $12=1\times 12$ ，2和6是一对，3和4是一对，1和12是一对。既然是成对出现，那么这个自然数理论上说它的约数应该是偶数个才对。现在是奇数个。 什么样的情况会导致它是奇数个约数呢？

我们发现只有当这个自然数种一对约数相等的时候，就会少了1个约数，即 $A=B$ ， 那么我们就看出这个自然数是一个平方数！

360~630 之间的平方数可以这样确定， 我们知道19的平方是361，25的平方是625，那么这样的自然数就是 19~25 共计7个自然数的平方值。

23. 王师傅加工一批零件，每天加工20个，可以提前1天完成。工作4天后，由于技术改进，每天可多加工5个，结果提前3天完成，问，：这批零件有多少个？

A 300 B280 C360 D270

【天字一号解析】

这个题目我们可以通过比例法来解决。我们知道当 $A=m\times n$ 的时候

当 A 固定，m 和 n 就是成反比，

当 m 固定 A 和 n 就是成正比，

当 n 固定，A 和 m 也成正比

看这个题目，注意比较前后2种情况，

情况（1）：每天加工 20个 提前1天

情况（2）：先工作4天（每天20个），以后每天是加工25个，可以前3天

我们发现两种情况对比

实际上情况（2）比情况（1）提前了 $3-1=2$ 天

这2天是怎么节约出来的呢？ 很明显是因为后面有部分工作每日工作效率提高了，所以那部分所用时间缩短了

根据4天后剩下的总工作量固定。 时间之比=每日效率的反比= $20:25=4:5$

$5-4=1$ 个比例点。即所提前的时间2天，1个比例点是2天。说明每日工作20个所需时间是对应的5个比例点就是 $2\times 5=10$ 天， 意思就很清楚了，当工作4天后，如果不提高效率，还是每天20个，那么需要10天时间

所以这个题目的总工作量是 $20\times (10+4)=280$ 个

此题描述比较烦琐，但是比例法确实是一种快速解答问题的方法，希望大家能够花点时间去

研究一下。

24. 某工作组有12名外国人, 其中6人会英语, 5人会说法语, 5人会西班牙语; 有3人即会英语又会说法, 有2人既会说法又会说西; 有2人既会说西又会说英; 有1人这三种语言都会说. 则只会说一种语言的人比一种语言都不会说的人多:

A1 B2 C3 D5

【天字一号解析】

在前面的有道题目种我们总结了几个公式:

(1) $A+B+T$ =总人数

(2) $A+2B+3T$ =至少包含1种的总人数

(3) $B+3T$ =至少包含2种的总人数

(4) T 是三者都会的

这里介绍一下 A 、 B 、 T 分别是什么

看图 A =只会1种的总人数; B =只会2种的总人数; T =三种都会或者都参加的人数

根据题目我们得到如下计算:

(1) $A+B+T+P=12$

(P 表示一种都不会说的)

(2) $A+2B+3T=6+5+5=16$

(3) $B+3T=3+2+2=7$

(4) $T=1$

我们可以很轻松的得到 $B=4$, $A=5$

$T=1$

那么 $P=2$

答案就是 $A-P=5-2=3$

25. 为了把2008年北京奥运会办成绿色奥运, 全国各地都在加强环保, 植树造林. 某单位计划在通往两个比赛场馆的两条路(不相交)两旁栽上树, 现运回一批树苗, 已知一条路的长度是另一条路长度的两倍还多6000米, 若每隔4米栽一棵, 则少2754棵; 若每隔5米栽一棵,

则多396棵，则共有树苗：（ ）

A. 8500棵 B. 12500棵 C. 12596棵 D. 13000棵

【天字一号解析】

这个题目是2006年的一道国考试题，题目看上去非常的烦琐复杂，还加上了植树问题。其实这就考验我们如何能够化繁为简的能力，甚至有些数字更本可以不用。

我们先对题目进行分析。他提供给我们2种情况：

情况（1）：每隔4米栽1棵，则少2754棵

情况（2）：每隔5米栽1棵，则多396 棵

我们知道这2条马路的总长度是固定不变的，我们可以通过这2种情况先求出总长度。

4和5的最小公倍数是20米 也就是说 每20米情况（1）就要比情况（2）多栽1棵树。

那么这2种情况相差多少颗树

就说明有多少个20米。

据题意得

情况（1）跟情况（2）相差 $2754+396=3150$ 棵树

说明总距离是 $3150 \times 20 = 63000$ 米

我们在回头拿出其中一种情况来分析，就选情况（2）

每隔5米栽1棵，还多出396棵，不考虑植树问题，我们先理论的计算一下。

$63000/5+396=12996$ 棵

这个时候还需要小心我们必须注意2条马路是4个边，根据植树原理，每个边要多出1棵 所以答案应该是 $12996+4=13000$ 棵

26. 一辆车从甲地开往乙地，如果提速20%，可以比原定时间提前一小时到达。如果以原速走120千米后，再将速度提高25%，则可提前40分钟到。那么甲、乙两地相距多少千米？

A、240 B、270 C、250 D、300

【天字一号解析】这个题目依然可以采用比例法来计算：

从第一句话我们看到

提速之后的速度比是

5：6

那么时间比就是 6：5

差1个比例点对应的是1小时。

所以可见原速度行驶的话就是 $1 \times 6 = 6$ 个小时了

再看原速度走了120千米。剩下的路程 速度提高25%，那么提高后的速度比是4：5，那么剩下部分路程所需时间之比是 5：4 差1个比例点对应的就是40分钟（ $\frac{2}{3}$ 小时）那么可以得到如果是原始速度行驶 所需时间就是 $5 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$ 小时。

前面我们知道原始速度行驶需要6小时。后面部分需要 $\frac{10}{3}$ 小时 则120千米需要 $6 - \frac{10}{3} = \frac{8}{3}$ 小时

这个时候我们再看： $\frac{8}{3}$ 走120千米，6小时走多少千米呢

$\frac{8}{3} : 120 = 6 : x$ $x = 270$ 千米。

27. 有一个四位数，它的4个数字相乘的积是质数，这样的四位数有多少个？

A 4个， B 8个 C 16个 D 32个

【天字一号解析】

这个题目主要是抓住数字的特殊性质

结合其概念来作出有利于解答的判断。

我们发现四个数字之和是质数，从质数的概念除法，质数的约数只有1和它本身

由此我们可以肯定这四个数字中只出现2个不同的数字 就是1和一个质数。就是乘积。

可见这四个数字中有3个1，另外一个质数 个位数是质数的有，2，3，5，7这四个。

根据排列组合从四个质数里面选出1个， 放入四位数种的任意一个位置。

可见答案是 C4， $1 \times C_4$ ， $1 = 16$ 个

28. 一队法国旅客乘坐汽车去旅游中国长城，要求每辆汽车的旅客人数相等。起初每辆汽车乘了22人，结果剩下1人未上车；如果有一辆汽车空着开走，那么所有旅客正好能平均分乘到其他各车上。已知每辆汽车最多只能容纳32人，求起初有（ ）名旅客

A、507 B、497人 C、529人 D、485人

【天字一号解析】

这个题目我觉得就是一个数字游戏，还是考察的质数概念问题。

还是看情况

情况（1）： 每辆车子22人，多出1人

情况（2）： 开出1辆车子，刚好平均。

我们看 如果开出1辆车子 我们还是按照每辆车子22人，那么就多出 $22+1=23$ 人

注意：23人是质数

不能分解因式，所以 所以23人如果要能被平均分配到剩下的车子上，说明每辆车子只能再添1人。不能添23人因为车子的最大容量是32人 如果再添23人那就是45人超出容量了。

好，分析到这里我们就知道 开走1辆车子 还剩下23辆 刚好每辆1人。 所以原来是24辆车子。 那么总人数就是 $22 \times 24 + 1 = 529$ 人

29. 如果2斤油可换5斤肉，7斤肉可换12斤鱼，10斤鱼可换21斤豆，那么27斤豆可换（ ）油。
A. 3斤 B. 4斤 C. 5斤 D. 6斤

【天字一号解析】

这个题目看上去很好玩，就好像古代尚未有钱币的时候商品的流通就是通过这样的等价交换。

我们发现起始的油换肉。最重又回来了豆换油。形成了一个循环。

我们可以将兑换左边的物品放在一起，兑换右边的物品放在一起就构成了一个等式关系。

如： $2 \times 7 \times 10 \times 27 = 5 \times 12 \times 21 \times A$ ，这样很容易解答出 $A=3$

答案就是 A 了

30. 若干名家长（爸爸或妈妈，他们都不是老师）和老师陪同一些小学生参加某次数学竞赛，已知家长和老师共有22人，家长比老师多，妈妈比爸爸多，女老师比妈妈多2人，至少有1名男老师，那么在这22人中，爸爸有多少人？

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【天字一号解析】

这个题目除了总人数没有一个准确的数值，而问题确实要求一个确切的数值，由此我们可以肯定这是一个完全符合极限法的题目，所以的数值只能有一个数值满足。

那么我们就开始按照极限法来假设。

总人数22，

(1) 家长比老师多，那么家长至少12人 老师最多10人

(2) 妈妈比爸爸多，那么说明妈妈至少7人，爸爸最多5人

(3) 女老师比妈妈多2人 那么女老师至少 $7+2=9$ 人, 因为老师最多10人。说明男老师最多就是1人,

(4) 至少有1名男老师。 跟(3)得出的结论形成交集 就是男老师就是1名。

以上情况完全符合假设推断。 所以爸爸就是5人

【分享】60道数学运算题目的分析（第四部分31~40道）

9

【分享汇总】所发帖子汇总方便查找！（08-7-19 :10:50 update）

31. 某路公共汽车, 包括起点和终点共有15个车站, 有一辆车除终点外, 每一站上车的乘客中, 恰好有一位乘客到以后的每一站下车, 为了使每位乘客都有座位, 问这辆公共汽车最少要有多少各座位?

A53 B54 C55 D56

【天字一号解析】

这个题目实际上是寻找何时是峰值, 我们按照题目的要求, 所有的条件都是选择最小数字完成, 那么就符合题目的要最少需要安排多少个座位。

题目要求: 汽车驶出起始站 在后面的每站都有人下车, 一直到最后一站。那说明起始站上车的最少人数应该是14人（确保每站都有一个人下车）

同理要的前面上车的人 后面每站都有1人下车, 说明第1站上车的人 至少是13人。以此类推。第2站是需要12人 , 第3站需要11人。。。

我们看车子上面什么时候人数最多。当上车人数 \geq 下车人数的时候 车子上的人一直在增加。知道相等 达到饱和 。

我们看到上车的人数从起始站开始, 下车的人数也是从起始站开始。列举一下

起始站（上车）: 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0

起始站（下车）: 0 , 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ……………..

我们发现当上车人数 $=$ 7的时候下车人数也是7

达到最大值

所以答案是

$$14 + (13-1) + (12-2) + (11-3) + (10-4) + (9-5) + (8-6) = 56 \text{人}$$

32. 自然数乘1999，末尾6位数都是9，是哪个数？（ ）

A . 2001 B. 2011 C. 2111 D. 20001

【天字一号解析】

此题看上去貌似很复杂，其实还是我们常见的考察知识点

我们知道这个数末尾6个数字全是9，如果这个数字+1，那么末尾6个数字应该都是0了

我们根据平方差公式 这个数的开方应该是3个0

$$A^2 - 1 = (A+1) * (A-1)$$

因为一个数字是1999

$$\text{只能是 } A-1=1999$$

$$A=2000$$

$$\text{那么另外一个数字就是 } A+1=2001$$

选 A

33. 参加会议的人两两都彼此握手，有人统计共握手36次，到会共有（ ）人。

A. 9 B. 10 C. 11 D. 12

【天字一号解析】

每个人握手的次数是 $N-1$ 次， N 人就握手了 $N \times (N-1)$ 次 但是每2个人之间按照上述方法计算重复了一次。 所以要除以2， 即公式是 $N \times (N-1) \div 2 = 36$ 这样 $N=9$

如果不理解。我们还可以这样考虑

假设这些人排成一排。 第一个人依次向排尾走去。一个一个的握手。第2个人跟着第一个人也是这样。第一个人是 $N-1$ 次。第2个人是 $N-2$ 次 第3个人是 $N-3$ 次

、、、、、、最后第2人是1次，最后一个人不动，所以他主动握手的次数是0次。

这样我们就看出这些人握手的次数是一个线段法则规则 我在我的45题练习里面解析了关于线段法则的运用情况

即总握手次数就是 $1+2+3+4+5+\dots+N-1$ 计算公式 就是 (首项+尾项) \times 项数 $\div 2$

当然如果是这样的题目 你还可以通过排列组合计算 这么多人中 任意挑出2人即多少种就有多少次握手: $C_n^2=36$ 也就是 $N \times (N-1) \div 2! = 36$ 解得 $N=9$ 这个只适用于比较简单的握手游戏 取2 如果 C 取值大于2 则就不要用排列组合了,

例如这样一道例题:

某个班的同学体育课上玩游戏,大家围成一个圈,每个人都不能跟相邻的2个人握手,整个游戏一共握手152次, 请问这个班的学生有 () 人

A、16 B、17 C、18 D、19

【天使在唱歌解析】此题看上去是一个排列组合题,但是却是使用的对角线的原理在解决此题。按照排列组合假设总数为 X 人则 $C_x^2=152$ 但是在计算 X 时却是相当的麻烦。我们仔细来分析该题目。以某个人为研究对象。则这个人需要握 $x-3$ 次手。每个人都是这样。则总共握了 $x \times (x-3)$ 次手。但是没2个人之间的握手都重复计算了1次。则实际的握手次数是 $x \times (x-3) \div 2 = 152$ 计算的 $x=19$ 人

34. 商场的自动扶梯匀速自下而上行驶,两个孩子嫌扶梯走得太慢,于是在行驶的扶梯上,男孩每秒向上行走2个阶梯,女孩每2秒向上走3个阶梯。如果男孩用40秒到达,女孩用50秒到达,则当电梯停止时,可看到的扶梯级有:

A 80 B 100 C 120 D 140

【天字一号解析】

关于电梯问题实际上也是一种行程问题,而不是我们所理解的“牛吃草”问题;但跟行程问题却又很大的不同!下面就来说说其不同之处!

行程问题里面我们常见的有2种

一种是相遇问题:同时想向而行! 何时相遇的行程问题。

一种是追击问题:是一个人在另外一个人的前面,两个人同方向走。后面的人速度快,前面人速度慢,什么时候能追上的问题。

我们先分析2种模型：

(1)： 人的方向跟电梯方向同向

，当人在扶梯的底端开始往上走。而扶梯也是自动往上走，方向相同，我们发现虽然方向相同，但是扶梯是帮助人往同一个方向走的。并且共同走过了扶梯的总级数，说明（人的速度+扶梯的速度）×时间=扶梯级数，这就好比行程问题里面的相遇问题。这不过这里的方向是同向。

(2)：人的方向跟电梯方向反向，人本来是向上走的，但是扶梯的速度是向下的。行程了反向，人走的路程往往被扶梯同时间内出来的级数抵消一部分。所以人的速度一定要大于扶梯的速度才能到达顶部。当到达顶部的时候，我们不难发现。其实就是（人的速度-扶梯的速度）×时间=扶梯级数。这就好比行程问题里面的追击问题，只不过这里的方向是相反！

我们再来分析例题：首先确定是同向。确定为相遇问题

速度和×时间=电梯级数

对于男生： $(2+V_{\text{电梯}}) \times 40$

对于女生： $(1.5+V_{\text{电梯}}) \times 50$

建立等式关系： $(2+V_{\text{电梯}}) \times 40 = (1.5+V_{\text{电梯}}) \times 50$

解得 $V_{\text{电梯}}=0.5$ 则电梯级数= $2.5 \times 40=100$ 或者 $2 \times 50=100$

例如我们在举例一个反向的例子：

【例题练习】：商场的自动扶梯匀速自上而下行驶，两个孩子从下往上走，于是在行驶的扶梯上，男孩每秒向上行走2个阶梯，女孩每2秒向上走3个阶梯。如果男孩用50秒到达，女孩用40秒到达，则当电梯停止时，可看到的扶梯级有：

A 80 B 100 C 120 D 140

35. 有甲乙两杯含盐率不同的盐水，甲杯盐水重120克，乙杯盐水重80克。现在从两杯倒出等量的盐水，分别交换倒入两杯中。这样两杯新盐水的含盐率相同。从每杯中倒出的盐

水是多少克？

- A 24
- B 48
- C 32
- D 16

【天字一号解析】

公式： $mn/(m+n)=120*80/(120+80)=48$

公式的由来是通过2个十字交叉法得到的

你假设交换的部分是 a 克盐水

假设120克的盐水浓度是 P1， 80克的盐水浓度是 P2，

交换混合后相同的浓度是 P

那么对于120克的盐水来讲建立十字交叉法

120-a (P1)		P-P2
	P	
a (P2)		P1-P

我们得到 $(120-a):a=(P-P2):(P1-P)$

那么对于80克的盐水来讲建立十字交叉法

80-a (P2)		P1-P
	P	
a (P1)		P-P2

我们得到

$(80-a):a=(P1-P):(P-P2)$

根据这2个比例的右边部分我们可以得到

$(120-a):a=a:(80-a)$

化简得到 $a=120\times 80/(120+80)$ 说明跟各自的浓度无关！

补充方法：

因为2种溶液的混合浓度相等。其实可以看作是先将2种溶液直接混合，在按照比例分开成2

部分。所以我们假设交换了 a 克

a 克相对于120克的溶液剩下部分的比例也就是满足浓度之间的差值比例

跟原始的参照质量也是同一比例。即

$$(120-a)/a=120/80 \quad a=48\text{克}$$

$$\text{或者 } (80-a)/a=80/120 \quad a=48\text{克}$$

36. 甲乙两人各坐一游艇在湖中划行, 甲摇桨10次时乙摇桨8次, 而乙摇桨70次, 所走的路程等于甲摇桨90次所走的路程, 现甲先摇桨4次, 则乙摇桨多少次才能追上?

- A. 14 B. 16 C. 112 D. 124

【天字一号解析】

这种类型的题目我们首先求出其速度!

甲摇桨10次时乙摇桨8次 知道甲乙频率之比=5: 4

而乙摇桨70次, 所走的路程等于甲摇桨90次所走的路程 则可以得到每浆得距离之比是甲:
乙=7: 9

所以, 我们来看 相同时间内甲乙得速度之比, $5 \times 7: 4 \times 9 = 35: 36$

说明, 乙比甲多出1个比例单位

现在甲先划桨4次, 每浆距离是7个单位, 乙每浆就是9个单位, 所以甲领先乙是 $4 \times 7 = 28$ 个单位

而事实上乙每4浆才能追上 $36 - 35 = 1$ 个单位, 说明28个单位需要 $28 \times 4 = 112$ 浆次追上! 选C

37.

一个游泳者逆流游泳, 在A桥遗失一只空水壶, 水壶浮在水面, 随水漂流. 游泳者继续逆游了1小时到达D桥, 发觉水壶遗失, 休息了12分钟再游回去找寻水壶, 又游了1.05小时后, 在B桥找到了水壶. 求A, D两桥的距离是A, B两桥距离的几倍.

- A. 1.5倍 B. $4/3$ 倍 C. 2倍 D. 2.5倍

【天字一号解析】

B. A. D

从 A 掉下是逆水行使到 D 跟水壶的速度差都是静水速度。时间1小时，从 D 到 B 是顺水行使，跟水壶的速度差也是静水速度。所以追上水壶用时也应该是1小时。但是因为中间休息了12分钟，水壶还在飘向 B 所以才会延长了追上的时间延长了 $1.05-1=0.05$ 小时

说明：

水壶速度：游泳者的静水速度=时间的反比= 0.05 小时： 12 分钟= $1:4$

$AD=1$ 小时的逆水= $(4-1)$ 的水流速度

$AB=(1+1.05+0.2)$ 小时的水流速度= 2.25

$AD:AB=3/2.25=4/3$

38.

机场上停着10架飞机，第一架起飞后，每隔4分钟就有一架飞机接着起飞，而在第一架飞机起飞后2分钟，又有一架飞机在机场上降落，以后每隔6分钟就有一架飞机在机场上降落，降落在飞机场上的飞机，又依次隔4分钟在原10架之后起飞。那么，从第一架飞机起飞之后，经过多少分钟，机场上第一次没有飞机停留？

A 104 B 108 C 112 D 116

【天字一号解析】

这个题目类似于“青蛙跳井”问题，我们不能直接求最终结果，否则我们会忽略在临界点状态的一些变化。

碰到这种问题 首先就是求临界点是在什么时候发生，发生时的状况怎么样。这样才好判断。例如“青蛙跳井”问题，10米深的井，青蛙每次跳5米 就会下滑4米。问几次能够跳上来。这个题目的临界点就是当青蛙最后一次跳5米的时候刚好到井口！也就是说我们只需研究到青蛙跳到 $10-5=5$ 米的地方，这里都是常规计算 $(10-5)/(5-4)=5$ 次。最后一次的时候我们就无需考虑下滑了 因为已经到顶了。

同样这个题目很多人做出116分钟，其原因就是犯了这个错误。我们必须先求临界点。所谓的临界点就是

当机场剩下1架飞机的时候

假设是 N 分钟剩下一架飞机！

$N/4 + 1 = (N-2)/6 + 1 + (10-1)$

为什么两边都+1 那是因为这是植树问题。从0分钟开始计算的 所以要多加1次

解得 $N=104$ 分钟

所以我们知道104分钟的时候是临界点 飞机场只有1架飞机没有起飞。

当108分钟的时候，飞机起飞了。而下一架飞机到机场则是在110分钟的时候，
所以从108~110这段时间是机场首次出现没有飞机的现象！

答案应该选 B

39. 某校参加“祖冲之杯”数学邀请赛的选手平均分是75，其中男选手比女选手人数多百分之八十，而女选手比男选手的平均分高百分之二十，则女选手平均分是多少？

A75 B 90 C70 D84

【天字一号解析】

方法一：

就这个题目你可以建立十字交叉法来解答

假设男生平均成绩是 a, 女生 就是1.2a

男生人数跟女生人数之比就是最终之比 1.8:1=9:5

男生: a	1.2a-75	(9)
-------	---------	-----

全班平均成绩 (75)		
-------------	--	--

女生:1.2a	75-a	(5)
---------	------	-----

根据交叉法得到的比例 $(1.2a-75):(75-a)=9:5$

解得 $a=70$ 。女生就是 $1.2a=84$

方法二：

根据十字交叉法的公式我们发现， $0.2a$

是多出来的平均值, 这就是两者的差值.

根据我们上面衍生出来的公式 应该=最重比例之和 $9+5=14$ 再乘以系数 M

$0.2a=14M$ 得 $a=70M$

因为分数不可能超过100 所以 M 只能=1, 即 $a=70$, 女生就是 $1.2a=84$

40. 甲车以每小时160千米的速度，乙车以每小时20千米的速度，在长为210千米的环形公路上同时、同地、同向出发。每当甲车追上乙车一次，甲车减速 $1/3$ ，而乙车则增速 $1/3$ 。问：

要购物 就到“淘宝网购物推荐网” <http://www.66gw.com.cn>

在两车的速度刚好相等的时刻，它们共行驶了多少千米？（
）

A. 1250 B. 940 C. 760 D. 1310

【天字一号解析】

像这样的行程问题，比例法是最佳的解答方法。 首先我们确定需要几次相遇速度相等
我们先来看 需要多少次相遇才能速度相等

$160 \times (2/3) \text{ 的 } N \text{ 次方} = 20 \times (4/3) \text{ 的 } N \text{ 次方}$

N 代表了次数 解得 $N=3$ 说明第三次相遇即达到速度相等

第一次相遇前：

开始时 速度是 $160:20=8:1$ 用时都一样， 则路程之比=速度之比 $=8:1$

所以 $8-1=7$ 圈对应的比例即210 所以2人路程之和是 $210 \div 7 \times (8+1) = 270$

第二次相遇前：

速度比是 甲：乙 $=4:1$ 用时都一样， 则路程之比=速度之比 $=4:1$

所以 $4-1=3$ 等于1圈的距离对应的比例 即210 所以 这个阶段2人路程之和是 $210 \div 3 \times (4+1) = 350$

第三次相遇前：

速度比是 甲：乙 $=2:1$ 用时都一样， 则路程之比=速度之比 $=2:1$

所以 $2-1=1$ 对应的是1圈的比例 即210 所以第3阶段2人路程之和 是 $210 \div 1 \times (2+1) = 630$

则总路程是 $270+350+630=1250$

【分享】60道数学运算题目的分析（第五部分41～50道）

12

【分享汇总】所发帖子汇总方便查找！（08-7-19 :10:50 update）

41. 有一辆自行车，前轮和后轮都是新的，并且可以互换，轮胎在前轮位置可以行驶5000千米，在后轮位置可以行驶3000千米，问使用两个新轮胎，这辆自行车最多可以行多远？

A 4250 B 3000 C 4000 D 3750

【天字一号解析】

这个题目主要是看单位内（1千米）的消耗率，前轮是 $1/5000$ ，后轮是 $1/3000$ 单位内消耗的总和是 $1/5000+1/3000=4/7500$ ，因为两个轮子的消耗总量是 $1+1=2$ ，所以可以行使 $2\div 4/7500=3750$ 千米

42. 有一类自然数，从第三个数字开始，每个数字都恰好是它前面两个数字的和，直到不能写为止，如257，1459等等，这类数字有（）个
A、45， B、60， C120， D、无数

【天字一号解析】

此题主要把题目理解清楚，“直到不能为止”这个是关键

例如：123，1235，12358，这算一个数字，就是12358，，123和1235还能继续往下写题目要求不能写为止，所以不符合题目要求，

不过我们也发现其实我们只要去看前2位就可以，就能区别于其他数字因为前2位决定后面的数字。

看看前2位的组合

10， 11， 12， 13，..... 17， 18，

.....

60， 61， 62， 63

70， 71， 72

80， 81

90，

可见这是呈现一个等差数列规律

个数为 $(1+9) \times 9 \div 2 = 45$

43. 有一水池，单开 A 管 10 小时可注满，单开 B 管 12 小时可注满，开了两管 5 小时后，A 管坏了，只有 B 管继续工作，则注满一池水共用了多少小时？（ ）

A.8 B.9 C.6 D.10

【天字一号解析】

这个题目我拿出来，是要引起大家重视的，主要是学会识别题目设置的障眼法，

如果我们按部就班的来做，恐怕需要多费些时间。所以我们在看完题目可以迅速的做一个思考。

什么思考？

题目问：则注满一池的水共用多少小时？我们知道乙全程都在参与。所以实际上乙工作了多少小时，就是我们最终要求的结果。

从工作的情况看，A 参与了 5 小时 则相当于 $5/10=1/2$ 还剩下 $1/2$ 这部分都是乙做的。乙做 $1/2$ 需要多少时间呢 $12 \times 1/2=6$ 小时 答案就是 6 小时

44. 五个人的体重之和是 423 斤，他们的体重都是整数，并且各不相同。则体重最轻的人最重可能是（ ）

A.80 B.82 C.84 D.86

【天字一号解析】

这个题目跟一道分花的题目是“姊妹”题型！我把这个题目作为例题给大家练习

就本题来看。题目要求最轻的人最重是多少？而且5个人的体重各不相同。也就是说，总体重一定的情况下。数字大的尽可能和数字小的靠近 那样数字小的才会相对最重。

只有连续自然数满足这个条件。

我们看，5个人的总重量是 423斤，根据连续自然数的特征， $423/5=$ 中间数（平均数） $=84$ 余数是3

那么我们知道这5个自然数的序列是 82，83，84，85，86 还剩下3斤不可能分配给最小的几个人 否则他们就会跟后面的数字重复了 所以这3斤应该是分配给最重的几个人，对轻者无影响。答案就是82 选 B

例题：现有鲜花21朵分给5人，若每个人分得的鲜花数目各不相同，则分得鲜花最多的人至少分得（ ）朵鲜花。

A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

45. 有一项工程，甲、乙、丙三个工程队每天轮做。原计划按甲、乙、丙次序轮做，恰好甲用整数天完成；如果按乙、丙、甲次序轮做，比原计划多用 $1/2$ 天完成；如果按丙、甲、乙次序轮做，也比原计划多用 $1/2$ 天完成。已知甲单独做用10天完成，且三个工程队的工作效率各不相同，那么这项工程由甲、乙、丙三队合作要多少天可以完成？

A. 7 B. $19/3$ C. $209/40$ D. $40/9$

【天字一号解析】

我们先把题目告诉我们的条件分类

(1) 甲, 乙, 丙 甲整数天 (注意, 甲收尾刚好完成)

(2) 乙, 丙, 甲, 多用0.5天 (剩余的部分给乙做, 也是需要多做0.5天, 即丙做.)

(3) 丙, 甲, 乙, 多用0.5天。(剩余的部分给丙做, 也是需要多做0.5天, 即甲做)

甲单独做10天完成, 甲的工作效率是 $1/10$

看(3) 甲的 $1/10$ 给丙做, 丙需要1天还得让甲做半天。所以丙的效率是甲的一半。即为 $1/20$

再看(2), $1/10 = \text{乙} + 1/20 \times 0.5$ 得到乙的效率是 $3/40$

合作需要 $1/(1/10 + 3/40 + 1/20) = 40/9$ 选 D

46. 某服装厂有甲、乙、丙、丁四个生产组,

甲组每天能缝制8件上衣或10条裤子;

乙组每天能缝制9件上衣或12条裤子;

丙组每天能缝制7件上衣或11条裤子;

丁组每天能缝制6件上衣或7条裤子。

现在上衣和裤子要配套缝制 (每套为一件上衣和一条裤子), 则7天内这四个组最多可以缝制衣服多少套)

A 110 B 115 C 120 D125

【天字一号解析】

主要我们采用的主要思路是: 让善于做裤子的人做裤子, 善于做上衣的人做上衣。这样才能发挥各自的长处, 保证最后的总数最大。相等的可以做机动的补差! 进行微调!

综合系数是 $(8+9+7+6):(10+12+11+7) = 3:4$

单独看4个人的系数是

4:5 大于综合系数

3:4 等于综合系数

7: 11 小于综合系数

6: 7 大于综合系数

则 甲, 丁做衣服。 丙做裤子。 乙机动

$$7 \times (8+6) = 98$$

$$11 \times 7 = 77$$

多出 $98 - 77 = 21$ 套衣服

机动乙根据自己的情况 需要一天12+9套裤子才能补上 $9/(12-9)=3$ 需要各自3天的生产 (3天衣服+3天裤子) +1天裤子

则答案是 衣服 $98 + 3 \times 9 = 125$ 裤子是 $77 + 4 \times 12 = 125$

47. 五个瓶子都贴了标签，全部贴错的可能性有多少种？

A.6

B.12

C.26

D.44

【天字一号解析】

首先我们从简单的1封信开始

1封： 不可能贴错 0种

2封： 贴错的情况是相互交换 1种

3封： 贴错的情况是2种

4封： 贴错的情况是9种

5封： 贴错的情况是44种

大家就像记住平方数一样记住就可以了，一般如果考试考到 也就是查不到在5以内的情况。

好 我们接着对这些数字形成的数列进行归纳： 0， 1， 2， 9， 44

得到了这样一个递归公式：

$$S_n = n \times S_{(n-1)} + (-1)^n$$

S_n 表示 n 个贴错的情况种数

如 $S_1 = 0$

$$S_2 = 2 \times S_1 + (-1)^2 = 1$$

$$S_3 = 3 \times S_2 + (-1)^3 = 2$$

$$S_4 = 4 \times S_3 + (-1)^4 = 9$$

$$S_5 = 5 \times S_4 + (-1)^5 = 44$$

48. 某书店得优惠政策, 每次买书200元至499. 99元优惠5%，每次买书500元以上（含500元）优惠10%，某顾客买了3次书，如果第一次于第二次合并买比分开买便宜13. 5元，如果三次合并买比三次分开买便宜39. 4。已知第一次付款是第三次付款得5/8，求第二次买了多少钱书？

A115 B120 C125 D130

【天字一号解析】

第一次与第二次购书的合价= $13.5/5\%=270$

第三次购书优惠= $39.4-270*10\%=12.4$

如果第三次购书原价= $12.4/10\%=124$

则三次购书款= $270+124=394$,

不符合题意

所以第三次购书款应该是200以上的,即已经享受优惠。

则第三次购书原价= $12.4/(10\%-5\%)=248$

第一次书价= $248*5/8=155$

第二次书价= $270-155=115$

49. 电车公司维修站有7辆电车需要进行维修。如果用一名工人维修着7辆车的修复时间分别为12, 17, 8, 18, 23, 30, 14分钟。每辆电车每停开一分钟经济损失为11元。现在由3名工人效率相等的维修电车,各自独立工作。要使经济损失减少到最小程度,最少损失多少钱?

A 2321 B 2156 C 1991 D 1859

【天字一号解析】

这是一道统筹问题,抓住题目的关键:耗时多的放到最后 这样大家等待时间就少

A: 8 17 30 耗时= $8\times3+17\times2+30=88$

B: 12 18 耗时 $12\times2+18=42$

C: 14 23 耗时 $14\times2+23=51$

总耗时= $88+42+51=181$

则费用是 $181\times11=1991$

50. $1^{2007}+3^{2007}+5^{2007}+7^{2007}+9^{2007}$ 的值的个位数是 ()

A、2 B、3 C、5 D、7

【天字一号解析】

这里不再多说 给大家介绍一下我总结的规律

当某2个数的个位数之和是10的时候这2个数字的相同奇数次方的个位数和还是10, 相同的偶数次方的个位数相同。

举例: 4^4 跟 6^4 : $4+6=10$ 那么他们的偶数次方个位数相同 $4^4=256$ 6^6 个位数也是6

4^5 和 6^5 次方 其个位数之和是 $4+6=10$

此题我们先分组 (1, 9) (3, 7) (5) 根据上述规律

其次方数是2007 奇数次方。 那么其个位数之和是 $10+10+5=25$ 则答案是选 C

【分享】60道数学运算题目的分析（第六部分51~60道）Finish!

【分享汇总】所发帖子汇总方便查找！（08-7-19 :10:50 update）

51. 甲,乙,丙三个人共解出20道数学题,每人都解出了其中的12道题,每道题都有人解出.只有一人解出的题叫做难题,只有两人解出的题叫做中等题,三人解出的题叫做容易题,难题比容易题多（ ）题？

A、6 B、5 C、4 D、3

【天使在唱歌解析】

第三题需要结合文氏图来理解了，画图会很清楚的

<http://bbs.qzqn.com/read-htm-tid-9818850.html> 第14题

我们设 A 表示难题，B 表示中档题目，T 表示简单题目

$$(1): A+B+T=20$$

$$(2): A+2B+3T=12\times 3 \text{ 这个式子文氏图中必须要记住和理解的}$$

$$\text{将 } (1)\times 2-(2)=A-T=4$$

这就是我们要求的难题比简单题目多出4

可能很多人都说这个方法太耗时了，的确。在开始使用这样方法的时候费时不少。当你完全了解和熟练运用： $A+2B+3T$ 这个公式的时候，这个题目我在第一部分就有说明！

52. 甲夫妇邀请 乙丙两对夫妇来家做客，大家随意围坐在一个圆桌上用餐。请问每对夫妇相邻而坐的概率是多大？

A. 1/15 B.2/15 C.1/5 D.4/15

【天字一号解析】

这个题目我们必须先掌握一个基础知识

环形排列跟直线排列的区别。我们知道直线排列 例如 5个人站成一排 有多少种方法 $P_5^5=120$,

但是如果问 5个人围成一圈有多少种方法呢？我们必须注意环形排列的特别之处，环形的开始也就是结束。首尾相连的。所以没有绝对位置之分，只有相对位置。所以第一个人一般是作为参照物。不参与全排列。所以5个人围成一圈是 $P_4^4=24$ 种方法

再看这个题目。

先看 三对夫妇六个人全排列应该是 $P_{55}=120$ 种

满足条件的情况：我们我可以先将这三对夫妇捆绑 视为3个人 那么围成一桌的全排列是

$P_{22}=2$ 种，然后我们再对每对夫妇进行调换位置 那就是 $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

所以满足情况的方法有 $2 \times 8 = 16$ 种

答案是 $16/120 = 2/15$

53. 一个袋里有四种不同颜色的小球，每次摸出两个，要保证有10次所摸的结果是一样的，至少要摸多少次？

A 55 B 87 C 41 D 91

【天字一号解析】

这个题目是一个典型的“抽屉原理”题目！

碰到抽屉原理类型的题目，我们首先需要去寻找什么是抽屉。其次是抽屉的个数。当这些都确定以后。我们可以根据题目提供的条件 对抽屉进行极限化分配。

什么是抽屉，题目中告诉我们 四种不同颜色的小球任意取2个小球组成的不同组合，这里就是指不同颜色的搭配形成的组合

那么我们看 有多少个抽屉（组合）呢

4种颜色的搭配应该是 分两种情况

（1）不同颜色的组合： $C(4, 2) = 6$

（2）相同颜色的组合： $C(4, 1) = 4$

很明显了 抽屉（组合）的种数就是 $6 + 4 = 10$ 种

要的10次所摸的结果一样。最坏的情况就是每种组合都会摸到最大限度

最大限度就是 $10 - 1 = 9$ 种

所以答案是 $9 \times 10 + 1 = 91$ 选 D

54. 已知连续四个自然数的积是1680,这四个数的和是（ ）

A、 22 B、 24 C、 26 D、 28

【天字一号解析】

此题是个不错的题目，属于比较简单的题目。方法有3种。

方法一：分解因式法

$1680=2\times2\times2\times5\times6\times7$ 一目了然 这四个数是5, 6, 7, 8 和为26。这个方法对于比较小的数字适合。如果数字比较大的话。分解因式是个耗时的做法。另外当四个连续自然数全是合数的情况，那么分解因式来解决此类型题目就更加困难。

方法二：数字特性法

这里告诉大家一个数字规律常识：连续四个自然数的乘积必是一个数的平方-1

数字概念特性 N 的平方 $= (N+1) \times (N-1) + 1$ 也就是说 一个数的平方=这个数的两边数字乘积+1。根据这个我们可以确定1681是某个数字的平方=41的平方 可以直接估算出来。根据上述特性 $1680=40\times42$ 则结果出来了 $42=6\times7$ $40=5\times8$

方法三：排除法

根据选项我们发现最小的是22，最大的是28 连续四个自然数之和。大概是在4~9这个范围内的某四个连续自然数，稍微试一试就出来了

55. 甲乙丙三人共同进货回来，在平均分配的时候，甲比丙多了3吨，丙比乙少了3吨，为了公平起见，甲乙各自给了丙12000元。 则每吨货值（ ）元

A、4000元 B、8000元 C、16000元 D、12000元

【天字一号解析】

此题非常的好，这是一个参照物选择的问题。从题目表面看似乎就是甲乙跟丙的比较。其实是三者跟平均数的比较。平均数才是这个题目的参照标准。如此题：

我们知道，甲乙比丙都多了3吨，则总共多了 $3\times2=6$ 吨。平均分给3个人。则每个人是2吨。相比原先多出3吨的情况，甲乙其实都是只比平均数多了1吨。公平起见。每个人都应该分得平均数。现在甲乙都是多拿了1吨，则 每个人付出的12000元就是1吨货物的钱。此题选D

56.有8件产品，其中有3件是次品，能够恰好在第5次找出3件次品的概率是（ ）

A 3/28 B 1/8 C 1/7 D 3/56

【天字一号解析】

这个题目我们先看8件产品里面任意去3种次品的情况是多少种 $C(8, 3) = 56$

再看恰好是第5次找到 注意这句话的“恰好”这个词

一般情况是 第5次肯定就是最后第3个次品被找到

前面4种情况就出现了2个次品，所以是 $C(4, 2) = 6$ 种

注意，这里还隐藏了一种情况，那就是前面5次都是好成品，没有次品。那么就可以确定剩下的3个都是次品。

则第5次能够恰好找到次品的种数是 $6 + 1 = 7$ 种

则概率是 $7/56 = 1/8$

57.某食堂有大、中、小三种碗共计1060只、按照规定，2人一个小碗，3人2个中碗，5人3个大碗。某日中午该食堂开饭。所有碗都被用光。问此时来进餐的有（ ）人

A、480 B、600 C、640 D、720

【天字一号解析】

这个题目相对比较简单，我们先来介绍基础的方法

解法一：

根据食堂规定：2人一个小碗，3人2个中碗，5人3个大碗 则表示1个人占用了 $1/2$ 个小碗， $2/3$ 个中碗， $3/5$ 个大碗 则一个人需要 $(1/2 + 2/3 + 3/5) = 53/30$ 个碗。1060个碗中有 $1060 \div 53/30 = 600$ 个 说明就有600个人

解法二：

我们看2，3，5的最小公倍数是30，那么我们看30人需要 $30 \div 2 = 15$ 个小碗， $30 \div 3 \times 2 = 20$ 个中碗， $30 \div 5 \times 3 = 18$ 个大碗。则30个人总共需要 $15 + 20 + 18 = 53$ 个碗，1060中有多少53个碗 就有多少个30人， $1060 \div 53 = 20$ 则总人数是 $20 \times 30 = 600$ 人

58—1. 某品牌啤酒可以用3个空瓶再换回1瓶啤酒，某人买回10瓶啤酒，则他最多可以喝到（ ）瓶啤酒？
2个空瓶喝一瓶酒 买10瓶 多5

A 13 B 14 C 15 D 16

58—2. 5个空瓶可以换1瓶汽水，某班同学喝了161瓶汽水，其中有一些是用喝剩下来的空瓶换的，那么他们至少要买汽水多少瓶？ **方程**

【天字一号解析】

这2道题目是同属姐妹题。

58-1这道题目 是通过3个空瓶去换1瓶啤酒。这里需要了解的是 存在酒瓶相差1个的情况下可以借空瓶的说法。3空瓶=1瓶酒 我们发现这换来的1瓶酒 也有一个酒瓶 实际上我们发现是2个空瓶换了一瓶酒（不含瓶子） 而最重的结果也是不留任何空瓶全部兑换出去了 所以我们实际上就是看10个空瓶可以换多少酒瓶里面的酒 $10/2=5$ 瓶

答案就是 $10+5=15$

再看58-2,

我们先知道了 总共喝了161瓶。 还知道空瓶换酒是 4个空瓶换1瓶酒。假设原来是购买了a瓶酒。根据上述推理 我们可以得到 $a+a/(5-1)=161$ 解得 $a=644/5=128.8$ 这里注意 因为存在借酒瓶的问题。所以碰到小数不管是多少 直接进一 所以答案是129

或者你可以采用“求余反商”的方法

我们知道5个空瓶换一个。 那么实际上这个同学是喝掉了161个空瓶的汽水。 应该说 5个空瓶跟换来的1瓶看作一组 就是 $5+1=6$ 个瓶子。

我们看看这161里面有多少个

$161/6=26$ 余数是5

$(26+5)/6=5$ 余数是 1

$(5+1)/6=1$

实际上就是多喝了 $26+5+1=32$ 瓶

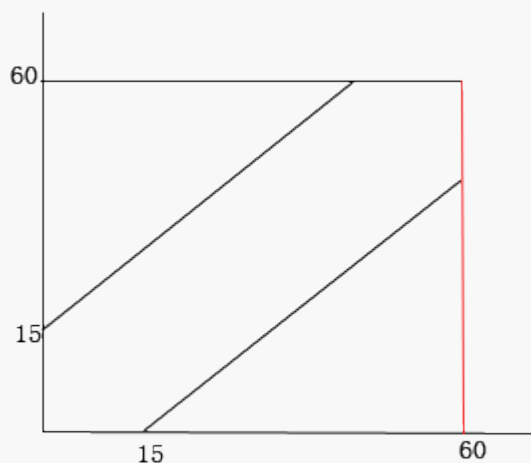
原来购买的就是 $161-32=129$ 瓶！

59. 甲乙2人相约中午12点至1点钟见面，并约定“第一人到达后可以在等第二人15分钟后不见人来就可离去。”假设他们都以各自设想的时间来到见面地点，则他们2人能见上面的机率有多大？

- A.1/16; B.1/4; C.3/8; D.以上三者均不对
- 图形太负杂，直线上看，固定甲，移动乙，略小于1/2。选c
出题一般不可能D
选的题过分bt 不用考虑。

【天字一号解析】

我们先看这个图形：



我们可以将概率问题转换为计算图形面积问题。

x, y 坐标表示2个人等待的时间时刻。

中间部分构成的就是其相交的面积

真个面积 我们把一个单位看作15分钟， 那么整个面积就是 $4 \times 4 = 16$ 个单位。 其中相交的部分就是中间斜着的部分

面积是 $1 \times 1 + \text{根号}2 \times 3 \times \text{根号}2 = 1 + 6 = 7$ 所以 概率是 $7/16$

60. 将50个苹果分成相同的3堆，每堆至少1个，有多少种分法？

A 200 B 208 C 216 D 243

【天字一号解析】



这个题目 我们可以先将其看作插孔法来研究

那么就是 $C_{49}^2 = 1176$ 事实上插孔法是针对的不同组不同分类的情况来做的，这里是相同的堆。所以计算重复了我们按照三个堆各不相同为标准，如果三个各不相同，那么插孔法得到的结果就是 $P_{33} = 6$ 种，但是这个题目里面插孔法得到的情况有些不是6种的，下面我们就对这些不是6种的情况进行研究。 努力把这些情况恢复到6种， 事实上因为不去分组，所以的6种情况都是一样的，所以除以6就是我们需要的结果

1, 1, 48

2, 2, 46,

3, 3, 44

4, 4, 42

..o o o o o

$50/2=25$

所以直到

24, 24, 2

这样的情况少算了 $P_{33}-P_{33}/P_{22}=3$ 次

所以一共少算了 $24 \times 3 = 72$

按照标准情况来看应该是 $1176 + 72 = 1248$ 种

所以我们每组都需要扣除6种情况变为1种 因为不区分组

所以答案是

$1248/P_{33}=208$ 种