No.08

（　）組（　）番（　　　　　　　）

問 1

a を定数とするとき，以下の不等式を解け．

(1) $ax+3<2x-5$

(2) $ax>x+a^2-1$

(3) $a^2x<-3x+4$

(1) $(a-2)x<-8$

・$a>2$ のとき　$x<\dfrac{-8}{a-2}$

・$a=2$ のとき　解なし

・$a<2$ のとき　$x>\dfrac{-8}{a-2}$

(2) $(a-1)x>a^2-1$

$a>1$ のとき　$x>a+1$

$a=1$ のとき　解なし

$a<1$ のとき　$x<a+1$

(3) $(a^2+3)x<4$

$a^2+3>0$ なので

$$x<\frac{4}{a^2+3}$$

問 2

つぎの条件をみたす定数 a, b の値を求めよ．

(1) 関数 $y=ax+b$ が $x=-2$ のとき 3，$x=1$ のとき 5 である．

(2) 関数 $y=-2x+a \quad (-1<x<b)$ の値域が $3<y<5$ である．

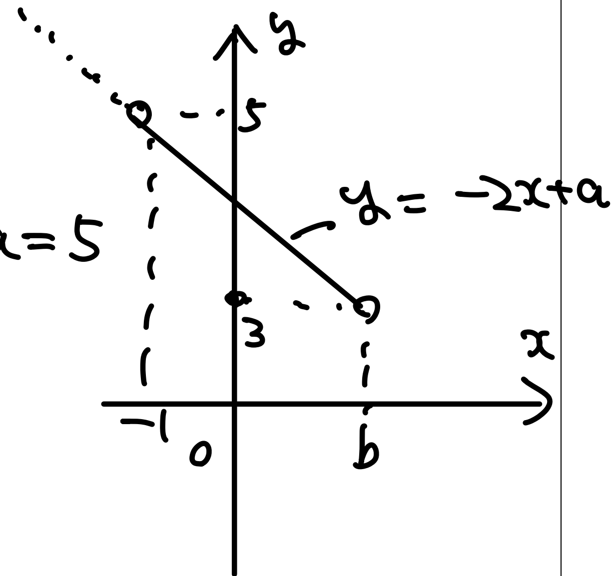
(1) $y=f(x)=ax+b$ とする

$$\begin{cases} f(-2)=-2a+b=3 \\ f(1)=a+b=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2a+b=3 \\ a+b=5 \end{cases}$$

$$a=\frac{2}{3} \quad b=\frac{13}{3}$$

(2)



$-2\times(-1)+a=5$

$a=3$

$b=0$

$a=3,\ b=0$

問 3

ある放物線を原点に関して対称移動し，x 軸方向に-2，y 軸方向に 1 平行移動させたとき $y=-x^2+7x-5$ になる．もとの放物線の方程式を求めよ．[a]

[a] もとの放物線を $y=ax^2+bx+c$ などとおいてみよ

もとの方程式

$y=f(x)=(x-p)^2+q$

原点対称移動 ↓

$y=-f(-x)=-(-x-p)^2-q$

$=-(x+p)^2-q$

↓ x 軸に -2，y 軸に $+1$

$y=-f(-(x+2))+1$

$=-(x+p+2)^2-q+1$

$=-x^2-2(p+2)x-(p+2)^2-q+1$

$-2(p+2)=7$，係数比較

$p=-\dfrac{11}{2}$　$q=-\dfrac{25}{4}$

$y=\left(x+\dfrac{11}{2}\right)^2-\dfrac{25}{4}$

$=x^2+11x+24$

$y=-x^2+7x-5$ の頂点 ↓ $\left(\dfrac{7}{2},\dfrac{29}{4}\right)$

$y=x^2+11x+24$

頂点だけでもOK

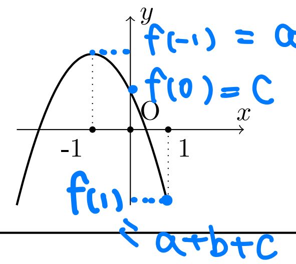
$(p,q) \xrightarrow[\text{原点対称}]{} (-p,-q) \xrightarrow[\text{平行移動}]{} (-p-2,-q+1)$

No.08　$y=f(x)=ax^2+bx+c$

問 4

2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフが以下の図で与えられるとき，次の値の符号を求めよ．

(1) a (2) b (3) c (4) $a+b+c$ (5) $-a+b-c$



(1) 上に凸なので

$a<0$

(2) 軸 $x=-\frac{b}{2a}<0$

$-2a(>0)$を両辺にかけて

$b<0$

(3) $y=f(x)=ax^2+bx+c$とする

$y=f(0)=c>0$

グラフの0でのy座標が正

(4) $y=f(1)=a+b+c<0$

(5) $y=f(-1)=a-b+c>0$

∴ $-a+b-c<0$

問 5

$y=x^2-3x+2$ をどのように平行移動すると，$y=x^2+7x-5$ に移るか．

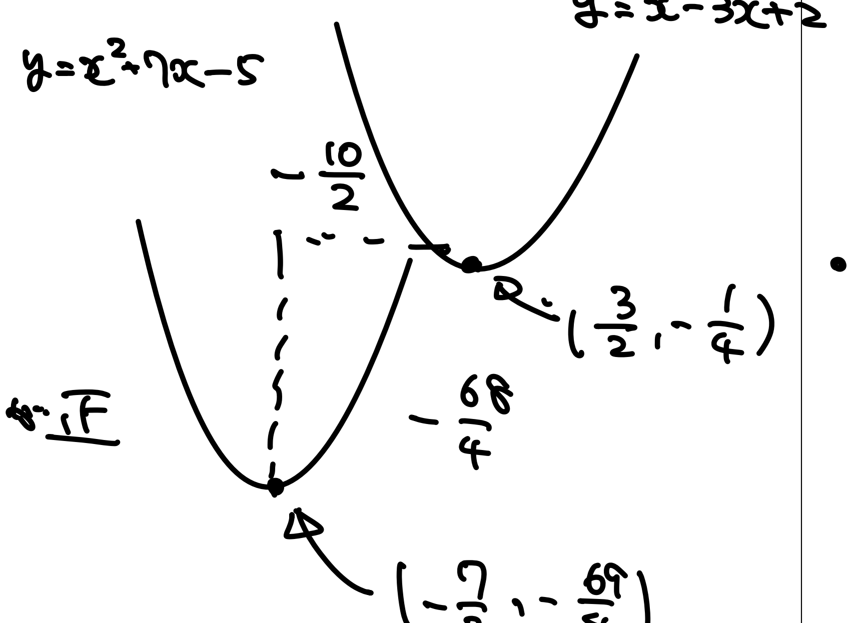
・$y=x^2-3x+2$

$=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$

頂点 $\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}\right)$

・$y=\left(x+\frac{7}{2}\right)^2-\frac{69}{4}$

頂点 $\left(-\frac{7}{2}, -\frac{69}{4}\right)$



x軸方向に -5

y軸方向に -17

問 6

a を定数とする．

(1) 不等式 $-2<ax\leq 3$ を解け．

(2) $-2<ax\leq 3$ を満たす x のうちで最大の整数が 6 のとき，定数 a の範囲をもとめよ．

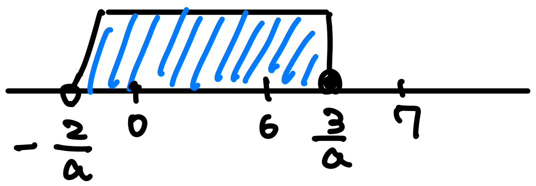
(1) $a>0$のとき $-\frac{2}{a}<x\leq\frac{3}{a}$

$a=0$のとき 全ての実数

$a<0$のとき $\frac{3}{a}\leq x<-\frac{2}{a}$

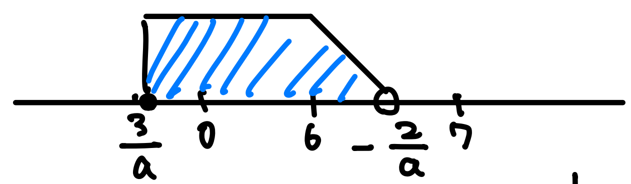
(2) $a=0$のとき最大値なしなので×

・$a>0$のとき



$6\leq\frac{3}{a}<7 \to \frac{3}{7}<a\leq\frac{1}{2}$

・$a<0$のとき



$6<-\frac{2}{a}\leq 7$　$-\frac{1}{3}<a\leq-\frac{2}{7}$

$\frac{3}{7}<a\leq\frac{1}{2}$ または $-\frac{1}{3}<a\leq-\frac{2}{7}$