

展開せよ.

(1)  $(2x - 3)^3$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$a = 2x, b = -3$$

$$= 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$$

(2)  $(a + 3b)(a - 3b)(a^2 + ab + 9b^2)$

$$= (\underline{a^2 - 9b^2}) (\underline{a^2 + 9b^2} + ab)$$

$$= (a^2 - 9b^2)(a^2 + 9b^2) + (a^2 - 9b^2) \cdot ab$$

$$= a^4 - 81b^4 + a^3b - 9ab^3$$

(3)  $(5t + 3)^2(5t - 3)^2$

$$= \{(5t + 3)(5t - 3)\}^2$$

$$= (25t^2 - 9)^2$$

$$= 625t^4 - 450t^2 + 81$$

(4)  $\underline{(a + b)(a^2 + b^2)} \underline{(a - b)}$

$$= (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$$

$$= a^4 - b^4$$

因数分解せよ.

$$(5) \quad 3y(x-3) - 2(x-3) \quad \text{公式}$$
$$= (3y-2)(x-3)$$

$$(6) \quad (x-y)^2 + 7(x-y) + 12$$
$$= (x-y+3)(x-y+4)$$

$$(7) \quad (x+2)^3 - (2x-1)^3 \quad A^3 - B^3$$
$$= \{(x+2) - (2x-1)\} \{(x+2)^2 + (x+2)(2x-1) + (2x-1)^2\}$$
$$= (-x+3)(7x^2+3x+3)$$

$$(8) \quad x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$= (x+1)^3$$

$$= x^3 + 1 + 3x(x+1)$$

$$= (x+1)(x^2-x+1) + 3x(x+1)$$

$$= (x+1)(x^2+2x+1) = (x+1)^3$$

$$(9) \quad y^2 + (2a+3)y + (a^2+3a+2)$$

$$= y^2 + (2a+3)y + (a+1)(a+2)$$

$$= (y+a+1)(y+a+2)$$

$$\begin{array}{c} | \quad a+1 \\ \times \\ | \quad a+2 \end{array}$$

$$(10) \quad {}^{*1}10000x^2 - 9y^2$$

$$= (100x+3y)(100x-3y)$$

\*1  $x=y=1$  を代入して 9991 の素因数分解を与えよ.

$$(11) x^4 + 2x^2 + 1$$

$$= (x^2 + 1)^2$$

$$A = x^2 + 2x + 3$$

Eisenstein

$$(12) x^{100} + 3x^{50} + 2$$

$$= (x^{50} + 2)(x^{50} + 1)$$

$$\downarrow \Phi_{20}(x)$$

$$\downarrow \Phi_{40}(x)$$

$$(x^{50} + 2)(x^2 + 1)(x^8 - x^6 + x^4 - x^2 + 1)(x^{40} - x^{30} + x^{20} - x^{10} + 1)$$

$$(13) x^3 - 3x^2 - x + 3$$

$$= x^2(x - 3) - (x - 3)$$

$$= (x^2 - 1)(x - 3)$$

$$= (x + 1)(x - 1)(x - 3)$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 1 - (-x^2)^5 \\ \hline 1 - (-x^2) \end{array}$$

定数項の約数

最高次の係数の約数

$$= \pm 1, \pm 3 \Rightarrow \text{代入してみる}$$

$$(14) x^6 - 1$$

$$= (x^3 + 1)(x^3 - 1)$$

$$= (x + 1)(x^2 - x + 1)(x - 1)(x^2 + x + 1)$$

$$(15) x^8 - 16$$

$$= (x^4 + 4)(x^2 - 4)$$

$$= \{(x^2 + 2)^2 - 4x^2\}(x + 2)(x - 2)$$

$$= (x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2)(x + 2)(x - 2)$$

$$(16) x^2y + x^2 - 2xy^2 + 3xy - 10y^2$$

$$= (y + 1)x^2 + (-2y^2 + 3y)x - 10y^2$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ y+1 \end{array} \times \begin{array}{r} -2y \\ 5y \end{array}$$

$$= (x - 2y)(xy + x + 5y)$$

次の値を求めよ.

$$18 > 16 \rightarrow \sqrt{18} = 3\sqrt{2} > 4$$

$$(17) |4 - 3\sqrt{2}|$$

$$= 3\sqrt{2} - 4$$

$$(18) |\pi - 3| = \pi - 3$$

$$(19) |4 - \sqrt{2} - \sqrt{7}| = \sqrt{2} + \sqrt{7} - 4 \quad \begin{array}{l} \text{両辺} \\ +9 \end{array}$$

$$56 > 49 \xrightarrow{\sqrt{\phantom{x}}} 2\sqrt{14} > 7 \rightarrow 9 + 2\sqrt{14} > 16$$

$$\downarrow \sqrt{\phantom{x}} \\ \sqrt{2} + \sqrt{7} > 4$$

$$(20) a = 3 \text{ のとき, } |a - 10| + |-a|$$

$$= |3 - 10| + |-3|$$

$$= 10$$

$$(21) x = -2 \text{ のとき, } |x - 2| + |3x + 6|$$

$$= 4$$

$$(22) |\sqrt{5} - 3| + |3 - \sqrt{5}| = 6 - 2\sqrt{5}$$

次の式の分母を有理化せよ.

$$(23) \frac{13}{\sqrt{7}} = \frac{13\sqrt{7}}{7}$$

$$(24) \frac{\pi}{\sqrt{12}} = \frac{\pi\sqrt{12}}{12}$$

$$(25) \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} = \frac{8 + 2\sqrt{15}}{-2} \\ = -4 - \sqrt{15}$$

$$(26) \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}{2\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} + \sqrt{30}}{12}$$

$$(27) \frac{1}{\sqrt{7} + 2\sqrt{12}} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \\ = 2 - \sqrt{3}$$

(28)  $\frac{8}{13}$  の小数第 37 位を求めよ.

$$\frac{8}{13} = 0.\dot{6}1538\dot{4}$$

6で循環  
→ 37を6で割ったあまり

$$37 = 6 \times 6 + 1$$

$$\underline{6} \ 11$$

(29)  $\frac{8}{13}$  の小数第 37 位から 131 位までの各位の数の和を求めよ.

$$131 = 6 \times 21 + 5$$

$$\underline{428} \ 11$$

第126 第131

$$\dots \boxed{6} \boxed{1} \boxed{5} \boxed{3} \boxed{8} \boxed{4} \boxed{6} \boxed{1} \boxed{5} \boxed{3} \boxed{8} \boxed{4} \dots$$

第37位

$$\dots \boxed{6} \boxed{1} \boxed{5} \boxed{3} \boxed{8} \boxed{4} \boxed{6} \boxed{1} \boxed{5} \boxed{3} \boxed{8} \dots$$

$$(6+1+5+3+8+4) \times (21-6) + (6+1+5+3+8)$$

(30)  $x < 3$  のとき,  $\sqrt{x^2 - 6x + 9}$  を  $x$  の多項式で表せ.

$$\text{or } x \times (22-6) - 4$$

$$= \sqrt{(x-3)^2}$$

$$= |x-3|$$

$$= 3-x$$

(31) 場合分けをして,  $\sqrt{9x^2 + 24x + 16}$  を  $x$  の多項式で表せ.

$$= \sqrt{(3x+4)^2}$$

$$= |3x+4|$$

$$\cdot x \geq -\frac{4}{3} \text{ のとき } 3x+4$$

$$x < -\frac{4}{3} \text{ のとき } -3x-4$$

以下の二重根号をはずして簡単にせよ.

$$(32) \sqrt{11 + 2\sqrt{28}}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{4} + \sqrt{7})^2} = |\sqrt{4} + \sqrt{7}| = 2 + \sqrt{7}$$

$$(33) \sqrt{16 - 2\sqrt{39}}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{13})^2} = |\sqrt{3} - \sqrt{13}| = \sqrt{13} - \sqrt{3}$$

$$(34) \sqrt{9 + \sqrt{56}}$$

$$= \sqrt{9 + 2\sqrt{14}} = \sqrt{2} + \sqrt{7}$$

$$(35) \sqrt{4 - \sqrt{15}}$$

$$= \sqrt{\frac{8 - 2\sqrt{15}}{2}} = \frac{|\sqrt{5} - \sqrt{3}|}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{6}}{2}$$

$$(36) \sqrt{\frac{5}{6} + \sqrt{\frac{2}{3}}}$$

$$= \sqrt{\frac{5}{6} + 2\sqrt{\frac{1}{6}}} = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{6}$$

$a + b = \sqrt{10}$ ,  $ab = 2$  のとき, 次の式の値を求めよ.

(37)  $a^2 + b^2$

$$= (a+b)^2 - 2ab = 10 - 4 = 6$$

(38)  $a^3 + b^3$

$$= (a+b)^3 - 3ab(a+b)$$

$$= 10\sqrt{10} - 6\sqrt{10}$$

$$= 4\sqrt{10}$$

(39)  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

$$= \frac{a+b}{ab}$$

$$= \frac{\sqrt{10}}{2}$$

(40)  $a^5 + b^5$

$$= (a^2 + b^2)(a^3 + b^3) - a^2b^2(a+b)$$

$$= 6 \times 4\sqrt{10} - 4\sqrt{10}$$

$$= 20\sqrt{10}$$

(41)  $a^8 + b^8$

$$= (a^3 + b^3)(a^5 + b^5) - a^3b^3(a^2 + b^2)$$

$$= 4\sqrt{10} \cdot 20\sqrt{10} - 8 \cdot 6$$

$$= 800 - 48 = 752$$



以下の不等式，不等式を解け.

(42)  $2x + 2 < 0$

$$2x < -2$$

$$x < -1$$

(43)  $a$  を定数とする.

$$ax + 2 < 0$$

$$ax < -2$$

$a = 0$  のとき 解なし

$a > 0$  のとき  $x < -\frac{2}{a}$

$a < 0$  のとき  $x > -\frac{2}{a}$

(44)  $a$  を定数とする.

$$(a-1)x > a^2 - 1$$

$a = 1$  のとき  $0 > 0$  で

解なし

$a > 1$  のとき  $x > a+1$

$\frac{1}{a}$  をかけたとき.

•  $\frac{1}{a}$  が存在しない

•  $<$  の向きが変わる場合がある.

$\frac{1}{a-1}$  をかけたとき.

$a < 1$  のとき  $x < a+1$

(45)  $|x + 3| < 3$

$$-3 < x + 3 < 3$$

$$-6 < x < 0$$

(46)  $|2x + 1| = 3$

$$-3 < 2x + 1 < 3$$

$$-2 < x < 1$$

次の方程式，不等式を解け.

$$(47) |x+6| = 2x$$

(ア)  $x \geq -6$  のとき

$$x+6=2x, x=6 \quad \text{範囲にあるので.}$$
$$x=6$$

(イ)  $x < -6$  のとき

$$-x-6=2x \quad x=-3$$

範囲に達せず. 解なし

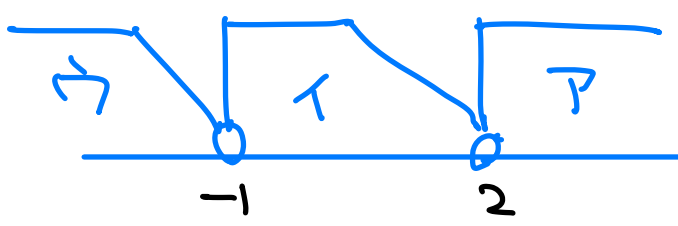
(ア), (イ) 合わせて  $x=6$  //

$$(48) |x+1| + |3x-2| < x+6$$

(ア)  $x \geq \frac{2}{3}$  のとき  $(x+1) > 0, (3x-2) > 0$

$$(x+1) + (3x-2) < x+6$$
$$x < \frac{7}{3}$$

条件と合わせて  $\frac{2}{3} \leq x < \frac{7}{3}$



(イ)  $-1 \leq x < \frac{2}{3}$  のとき  $(x+1) > 0, (3x-2) < 0$

$$(x+1) - (3x-2) < x+6, x > -1$$

条件と合わせて  $-1 < x < \frac{2}{3}$

(ウ)  $x < -1$  のとき  $(x+1) < 0, (3x-2) < 0$

$$-(x+1) - (3x-2) < x+6, x > -1$$

条件と合わせて 解なし.

(ア), (イ), (ウ) 合わせて  $-1 < x < \frac{7}{3}$  //

次の2次関数を平方完成して軸と頂点を求め、下に凸か上に凸か答えよ。

(49)  $y = x^2 - 2x + 3$

$$\begin{aligned} &= (x-1)^2 - 1 + 3 \\ &= (x-1)^2 + 2 \quad (1, 2) \quad \text{下に凸} \end{aligned}$$

(50)  $y = 3x^2 - 6x + 6$

$$\begin{aligned} &= 3(x^2 - 2x) + 6 \\ &= 3\{(x-1)^2 - 1\} + 6 \\ &= 3(x-1)^2 + 3 \quad (1, 3) \quad \text{下に凸} \end{aligned}$$

(51)  $y = -x^2 + 2x - 3$

$$\begin{aligned} &= -(x^2 - 2x) - 3 \\ &= -\{(x-1)^2 - 1\} - 3 \\ &= -(x-1)^2 - 2 \quad (1, -2) \quad \text{上に凸} \end{aligned}$$

(52)  $y = -2x^2 - 4x - 7$

$$\begin{aligned} &= -2(x^2 + 2x) - 7 \\ &= -2\{(x+1)^2 - 1\} - 7 \\ &= -2(x+1)^2 - 5 \quad (-1, -5) \quad \text{上に凸} \end{aligned}$$

(53)  $y = x^2 - x - 4$

$$\begin{aligned} &= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - \frac{16}{4} \\ &= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{17}{4} \quad \left(\frac{1}{2}, -\frac{17}{4}\right) \quad \text{下に凸} \end{aligned}$$