No.06　　　　（　）組（　）番（　　　　　）

問1

因数分解せよ．

(1) $8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$

(2) $125a^3 + 64b^3$

(3) $x^2 + (4-a)x - 2a^2 + a + 3$

(1) $(2x-3)^3$

(2) $(5a+4b)(25a^2-20ab+16b^2)$

(3) $x^2+(4-a)x-(2a^2-a-3)$

$\begin{matrix} 2 & \times & -3 \\ 1 & & 1 \end{matrix}$

$= x^2+(4-a)x-(2a-3)(a+1)$

$\begin{matrix} 1 & \times & -(2a-3) \\ 1 & & (a+1) \end{matrix}$

$= (x-2a+3)(x+a+1)$

問2

次の2次関数の軸と頂点を求め，下に凸か上に凸かを答えよ．

(1) $x^2 + 2x + 3$

(2) $-2x^2 + 3x + 4$

(2) $-x^2 + 5x - 4$

(1) $x^2+2x+3 = (x+1)^2+2$

軸 $x=-1$，頂点 $(-1, 2)$

下に凸

(2) $-2x^2+3x+4 = -2\left(x^2-\frac{3}{2}x\right)+4$

$= -2\left\{\left(x-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{9}{16}\right\}+4$

$= -2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{41}{8}$

軸 $x=\frac{3}{4}$，頂点 $\left(\frac{3}{4}, \frac{41}{8}\right)$

上に凸

(3) $-x^2+5x-4 = -(x^2-5x)-4$

$= -\left\{\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{25}{4}\right\}-4$

$= -\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$

軸 $x=\frac{5}{2}$，頂点 $\left(\frac{5}{2}, \frac{9}{4}\right)$

上に凸

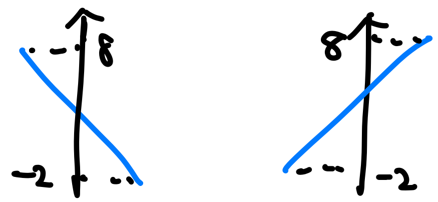
問3

(1) 関数 $y = ax + b$ $(-3 \leq x \leq 1)$ の値域が $-2 \leq y \leq 8$ であるとき，定数 a, b を求めよ．

(2) $y = -x + 2$, $(-3 \leq x < 0)$

$y = \frac{1}{2}x^2$ $(-1 < x < 3)$ の値域を求めよ．

(1)



の2通り

$y = f(x) = ax+b$ とする

(i) $a=0$ のとき 値域 b となって ×

(ii) $a>0$ のとき

$f(-3) = -3a+b = -2$

$f(1) = a+b = 8$

$a = \frac{5}{2}$, $b = \frac{11}{2}$

(iii) $a<0$ のとき

$f(-3) = -3a+b = 8$

$f(1) = a+b = -2$

$a = -\frac{5}{2}$ $b = \frac{1}{2}$

(2) $y = -x+2$　　$2 < y \leq 5$

$y = \frac{1}{2}x^2$　　$0 \leq y < \frac{9}{2}$

No.06

問 4

$f(x)=x^2-2x-1$ について，次の値を求めよ．

(1) $f(-1)$
(2) $f(1)$
(3) $f(2)$
(4) $f(-a)$
(5) $f(3a+1)$

(1) $f(-1)=2$

(2) $f(1)=-2$

(3) $f(2)=-1$

(4) $f(-a)=(-a)^2-2(-a)-1$
$=a^2+2a-1$

(5) $f(3a+1)=(3a+1)^2-2(3a+1)-1$
$=9a^2-2$

問 5

a を定数とするとき，以下の不等式を解け．

(1) $ax+5<6$
(2) $|-ax+3|>3$

(1) $ax<1$

(i) $a>0$ のとき　$x<\frac{1}{a}$

(ii) $a=0$ のとき

$0<1$ となり x に依らずに不等式が正しいので全の実数R

(iii) $a<0$ のとき　$x>\frac{1}{a}$

$a<b$ に対して $c<0$ をかけると
$ac>bc$ となる
ex. $1<2 \xrightarrow{\times(-1)} -1>-2$

(2) $|-ax-3|=|ax-3|>3$

$ax-3<-3$ または $ax-3>3$

$ax<0$ または $ax>6$

(i) $a=0$ のとき　解なし

(ii) $a>0$ のとき　$x<0$ または $x>\frac{6}{a}$

(iii) $a<0$ のとき　$x>0$ または $x<\frac{6}{a}$

問 6

$x-\frac{1}{x}=\sqrt{11}$ のとき，次の式の値を求めよ．

(1) $x^2+\frac{1}{x^2}$
(2) $x^3-\frac{1}{x^3}$
(3) $x^5-\frac{1}{x^5}$
(♯) $x+\frac{1}{x}$

(1) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=x^2-2+\frac{1}{x^2}$

$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2$
$=11+2=13$

(2) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^3=x^3-\frac{1}{x^3}-3\left(x-\frac{1}{x}\right)$

$x^3-\frac{1}{x^3}=11\sqrt{11}+3\sqrt{11}=14\sqrt{11}$

(3) $\left(x^3-\frac{1}{x^3}\right)\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)=x^5-\frac{1}{x^5}+\left(x-\frac{1}{x}\right)$

$x^5-\frac{1}{x^5}=13\times14\sqrt{11}-\sqrt{11}$
$=181\sqrt{11}$

(♯) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=x^2+\frac{1}{x^2}+2=15$

$x+\frac{1}{x}=\pm\sqrt{15}$