**GW print** （　　）組（　　）番（　　　　　　　　　）

展開せよ．

(1) $(2x-3)^3$

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$a=2x,\ b=-3$

$=8x^3-36x^2+54x-27$

(2) $(a+3b)(a-3b)(a^2+ab+9b^2)$

$=(a^2-9b^2)(a^2+9b^2+ab)$

$=(a^2-9b^2)(a^2+9b^2)+(a^2-9b^2)\cdot ab$

$=a^4-81b^4+a^3b-9ab^3$

(3) $(5t+3)^2(5t-3)^2$

$=\{(5t+3)(5t-3)\}^2$

$=(25t^2-9)^2$

$=625t^4-450t^2+81$

(4) $(a+b)(a^2+b^2)(a-b)$

$=(a^2-b^2)(a^2+b^2)$

$=a^4-b^4$

因数分解せよ.

(5) $3y\underline{(x-3)} - 2\underline{(x-3)}$ 同じ

$= (3y-2)(x-3)$

(6) $(x-y)^2 + 7(x-y) + 12$

$= (x-y+3)(x-y+4)$

(7) $(x+2)^3 - (2x-1)^3$ $A^3 - B^3$

$= \{(x+2)-(2x-1)\}\{(x+2)^2 + (x+2)(2x-1) + (2x-1)^2\}$

$= (-x+3)(7x^2+3x+3)$

(8) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

$= (x+1)^3$

$= x^3 + 1 + 3x(x+1)$

$= (x+1)(x^2-x+1) + 3x(x+1)$

$= (x+1)(x^2+2x+1) = (x+1)^3$

(9) $y^2 + (2a+3)y + (a^2+3a+2)$

$= y^2 + (2a+3)y + (a+1)(a+2)$

$$\begin{array}{ccc} 1 & & a+1 \\ & \times & \\ 1 & & a+2 \end{array}$$

$= (y+a+1)(y+a+2)$

(10) [*1] $10000x^2 - 9y^2$

$= (100x+3y)(100x-3y)$

---

[*1] $x = y = 1$ を代入して 9991 の素因数分解を与えよ.

(11) $x^4 + 2x^2 + 1$

$A = x^2$ とみる

$= (x^2 + 1)^2$

(12) $x^{100} + 3x^{50} + 2$

$= (x^{50} + 2)(x^{50} + 1)$

$\left( (x^{50} + 2)(x^2 + 1)(x^8 - x^6 + x^4 - x^2 + 1)(x^{40} - x^{30} + x^{20} - x^{10} + 1) \right)$

(13) $x^3 - 3x^2 - x + 3$

$= x^2 (x - 3) - (x - 3)$

$= (x^2 - 1)(x - 3)$

$= (x + 1)(x - 1)(x - 3)$

$\dfrac{\text{定数項の約数}}{\text{最高次の係数の約数}} = \pm 1, \pm 3 \rightarrow$ 代入してみる

(14) $x^6 - 1$

$= (x^3 + 1)(x^3 - 1)$

$= (x + 1)(x^2 - x + 1)(x - 1)(x^2 + x + 1)$

(15) $x^8 - 16$

$= (x^4 + 4)(x^2 - 4)$

$= \{(x^2 + 2)^2 - 4x^2\}(x + 2)(x - 2)$

$= (x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2)(x + 2)(x - 2)$

(16) $x^2y + x^2 - 2xy^2 + 3xy - 10y^2$

$= (y + 1)x^2 + (-2y^2 + 3y)x - 10y^2$

$$\begin{array}{ccc} 1 & & -2y \\ & \times & \\ y+1 & & 5y \end{array}$$

$= (x - 2y)(xy + x + 5y)$

次の値を求めよ． $18 > 16 \longrightarrow \sqrt{18} = 3\sqrt{2} > 4$

(17) $|4 - 3\sqrt{2}|$

$= 3\sqrt{2} - 4$

(18) $|\pi - 3|$ $= \pi - 3$

(19) $|4 - \sqrt{2} - \sqrt{7}|$ $= \sqrt{2} + \sqrt{7} - 4$

$56 > 49 \xrightarrow{\sqrt{\ }} 2\sqrt{14} > 7 \xrightarrow{両辺+9} 9 + 2\sqrt{14} > 16$

$\downarrow \sqrt{\ }$

$\sqrt{2} + \sqrt{7} > 4$

(20) $a = 3$ のとき，$|a - 10| + |-a|$

$= |3 - 10| + |-3|$

$= 10$

(21) $x = -2$ のとき，$|x - 2| + |3x + 6|$

$= 4$

(22) $|\sqrt{5} - 3| + |3 - \sqrt{5}|$ $= 6 - 2\sqrt{5}$

次の式の分母を有理化せよ.

(23) $\frac{13}{\sqrt{7}}$ $= \frac{13\sqrt{7}}{7}$

(24) $\frac{\pi}{\sqrt{12}}$ $= \frac{\pi\sqrt{12}}{12}$

(25) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ $= \frac{8+2\sqrt{15}}{-2}$

$= -4-\sqrt{15}$

(26) $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ $= \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}+\sqrt{30}}{12}$

(27) $\frac{1}{\sqrt{7+2\sqrt{12}}}$ $= \frac{1}{2+\sqrt{3}}$

$= 2-\sqrt{3}$

(28) $\frac{8}{13}$ の小数第 37 位を求めよ．

$$\frac{8}{13}=0.\dot{6}1538\dot{4}$$

6で循環

→ 37を6で割ったあまり

$$37=6\times6+1$$

$\underline{6}$ #

(29) $\frac{8}{13}$ の小数第 37 位から 131 位までの各位の数の和を求めよ．

$$131=6\times21+5$$

$\underline{428}$ #

第126　第131

$\cdots\ \underbrace{615384}_{7回}\ \underbrace{615384}_{8回}\ \cdots\ \underbrace{615384}_{21回}\ 61538$

6回　第37位

$$(6+1+5+3+8+4)\times(21-6)+(6+1+5+3+8)$$

or $\times(22-6)-4$

(30) $x<3$ のとき，$\sqrt{x^2-6x+9}$ を $x$ の多項式で表せ．

$$=\sqrt{(x-3)^2}$$

$$=|x-3|$$

$$=3-x$$

(31) 場合分けをして，$\sqrt{9x^2+24x+16}$ を $x$ の多項式で表せ．

$$=\sqrt{(3x+4)^2}$$

$$=|3x+4|$$

・$x\geqq-\frac{4}{3}$ のとき　$3x+4$

$x<\frac{4}{3}$ のとき　$-3x-4$

以下の二重根号をはずして簡単にせよ.

(32) $\sqrt{11+2\sqrt{28}}$

$$= \sqrt{(\sqrt{4}+\sqrt{7})^2} = |\sqrt{4}+\sqrt{7}| = 2+\sqrt{7}$$

(33) $\sqrt{16-2\sqrt{39}}$

$$= \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{13})^2} = |\sqrt{3}-\sqrt{13}| = \sqrt{13}-\sqrt{3}$$

(34) $\sqrt{9+\sqrt{56}}$

$$= \sqrt{9+2\sqrt{14}} = \sqrt{2}+\sqrt{7}$$

(35) $\sqrt{4-\sqrt{15}}$

$$= \sqrt{\frac{8-2\sqrt{15}}{2}} = \frac{|\sqrt{5}-\sqrt{3}|}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{2}$$

(36) $\sqrt{\frac{5}{6}+\sqrt{\frac{2}{3}}}$ $= \sqrt{\frac{5}{6}+2\sqrt{\frac{1}{6}}}$ $= \frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{6}$$

$a+b=\sqrt{10}$, $ab=2$ のとき，次の式の値を求めよ．

(37) $a^2+b^2$

$$=(a+b)^2-2ab = 10-4=6$$

(38) $a^3+b^3$

$$=(a+b)^3-3ab(a+b)$$

$$=10\sqrt{10}-6\sqrt{10}$$

$$=4\sqrt{10}$$

(39) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$

$$=\frac{a+b}{ab}$$

$$=\frac{\sqrt{10}}{2}$$

(40) $a^5+b^5$

$$=(a^2+b^2)(a^3+b^3)-a^2b^2(a+b)$$

$$=6\times4\sqrt{10}-4\sqrt{10}$$

$$=20\sqrt{10}$$

(41) $a^8+b^8$

$$=(a^3+b^3)(a^5+b^5)-a^3b^3(a^2+b^2)$$

$$=4\sqrt{10}\cdot20\sqrt{10}-8\cdot6$$

$$=800-48=752$$

以下の不等式，不等式を解け．

(42) $2x + 2 < 0$

$2x < -2$

$x < -1$

(43) $a$ を定数とする．

$ax + 2 < 0$

$ax < -2$

$a = 0$ のとき 解なし

$a > 0$ のとき $x < -\frac{2}{a}$

$a < 0$ のとき $x > -\frac{2}{a}$

$\frac{1}{a}$ をかけたいが，

- $\frac{1}{a}$ が存在しない
- $<$ の向きが変わる場合がある．

(44) $a$ を定数とする．

$(a - 1)x > a^2 - 1$

$\frac{1}{a-1}$ をかけたい

- $a = 1$ のとき $0 > 0$ で 解なし
- $a > 1$ のとき $x > a + 1$

$a < 1$ のとき $x < a + 1$

(45) $|x + 3| < 3$

$-3 < x + 3 < 3$

$-6 < x < 0$

(46) $|2x + 1| = 3$

$-3 < 2x + 1 < 3$

$-2 < x < 1$

次の方程式，不等式を解け．

(47) $|x+6| = 2x$

(ア) $x \geqq -6$ のとき

$x+6=2x$, $x=6$ 範囲にあってOK.

$x=6$

(イ) $x < -6$ のとき

$-x-6=2x$ $x=-3$

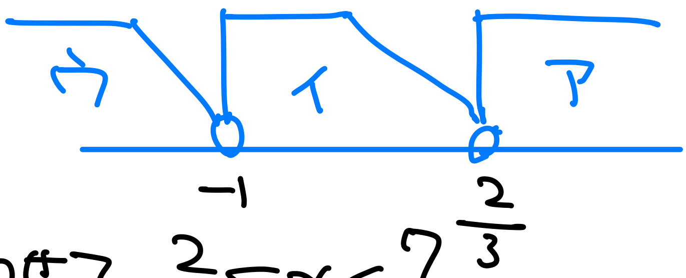
範囲に適さず．解なし

(ア),(イ) 合わせて $\underline{x=6}$ //

(48) $|x+1| + |3x-2| < x+6$

(ア) $x \geqq \frac{2}{3}$ のとき

$(x+1)$, $(3x-2) > 0$




$(x+1)+(3x-2) < x+6$

$x < \frac{7}{3}$ 条件とあわせて $\frac{2}{3} \leqq x < \frac{7}{3}$

(イ) $-1 \leqq x < \frac{2}{3}$ のとき $(x+1)>0$, $(3x-2)<0$

$(x+1)-(3x-2) < x+6$. $x > -1$

条件とあわせて $-1 < x < \frac{2}{3}$

(ウ) $x < -1$ のとき $(x+1)<0$, $(3x-2)<0$

$-(x+1)-(3x-2) < x+6$, $x > -1$

条件とあわせて解なし.

(ア),(イ),(ウ) あわせて $\underline{-1 < x < \frac{7}{3}}$ //

次の２次関数を平方完成して軸と頂点を求め，下に凸か上に凸か答えよ．

(49) $y = x^2 - 2x + 3$

$= (x-1)^2 - 1 + 3$

$= (x-1)^2 + 2$ $(1, 2)$ 下に凸

(50) $y = 3x^2 - 6x + 6$

$= 3(x^2 - 2x) + 6$

$= 3\{(x-1)^2 - 1\} + 6$

$= 3(x-1)^2 + 3$ $(1, 3)$ 下に凸

(51) $y = -x^2 + 2x - 3$

$= -(x^2 - 2x) - 3$

$= -\{(x-1)^2 - 1\} - 3$

$= -(x-1)^2 - 2$ $(1, -2)$ 上に凸

(52) $y = -2x^2 - 4x - 7$

$= -2(x^2 + 2x) - 7$

$= -2\{(x+1)^2 - 1\} - 7$

$= -2(x+1)^2 - 5$ $(-1, -5)$ 上に凸

(53) $y = x^2 - x - 4$

$= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - \frac{16}{4}$

$= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{17}{4}$ $\left(\frac{1}{2}, -\frac{17}{4}\right)$ 下に凸