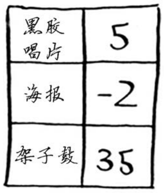
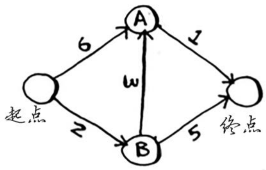


最终开销

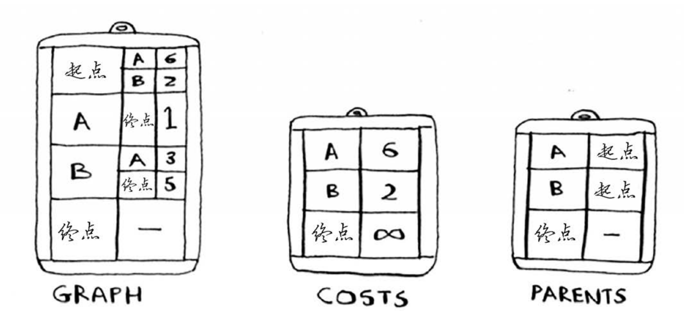
换得架子鼓的开销为35美元。你知道有一种交换方式只需33美元，但狄克斯特拉算法没有找到。这是因为狄克斯特拉算法这样假设：对于处理过的海报节点，没有前往该节点的更短路径。这种假设仅在没有负权边时才成立。因此，不能将狄克斯特拉算法用于包含负权边的图。在包含负权边的图中，要找出最短路径，可使用另一种算法——贝尔曼–福德算法（Bellman-Ford algorithm）。本书不介绍这种算法，你可以在网上找到其详尽的说明。

7.5 实现

下面来看看如何使用代码来实现狄克斯特拉算法，这里以下面的图为例。



要编写解决这个问题的代码，需要三个散列表。



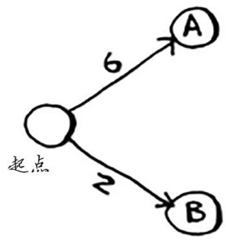
随着算法的进行，你将不断更新散列表costs和parents。首先，需要实现这个图，为此可像第6章那样使用一个散列表。

```
graph = {}
```

在前一章中，你像下面这样将节点的所有邻居都存储在散列表中。

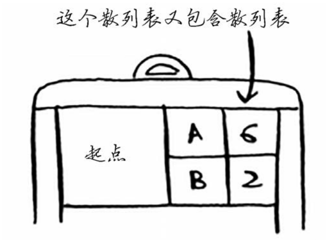
```
graph["you"] = ["alice", "bob", "claire"]
```

但这里需要同时存储邻居和前往邻居的开销。例如，起点有两个邻居——A和B。



如何表示这些边的权重呢？为何不使用另一个散列表呢？

```
graph["start"] = {}
graph["start"]["a"] = 6
graph["start"]["b"] = 2
```



因此`graph["start"]`是一个散列表。要获取起点的所有邻居，可像下面这样做。

```
>>> print graph["start"].keys()
["a", "b"]
```

有一条从起点到A的边，还有一条从起点到B的边。要获悉这些边的权重，该如何办呢？

```
>>> print graph["start"]["a"]
2
>>> print graph["start"]["b"]
6
```

下面来添加其他节点及其邻居。

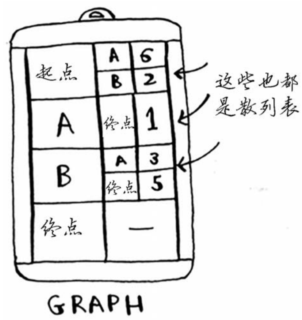
```
graph["a"] = {}
graph["a"]["fin"] = 1

graph["b"] = {}
graph["b"]["a"] = 3
graph["b"]["fin"] = 5

graph["fin"] = {}   ← 终点没有任何邻居
```

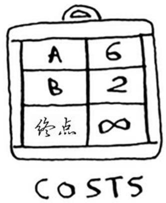
表示整个图的散列表类似于下面这样。

7



接下来，需要用一个散列表来存储每个节点的开销。

节点的开销指的是从起点出发前往该节点需要多长时间。你知道的，从起点到节点B需要2分钟，从起点到节点A需要6分钟（但你可能会找到所需时间更短的路径）。你不知道到终点需要多长时间。对于还不知道的开销，你将其设置为无穷大。在Python中能够表示无穷大吗？你可以这样做：

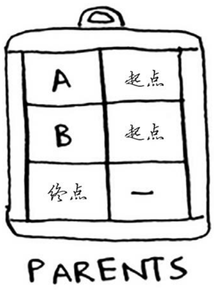



```
infinity = float("inf")
```

创建开销表的代码如下：

```
infinity = float("inf")
costs = {}
costs["a"] = 6
costs["b"] = 2
costs["fin"] = infinity
```

还需要一个存储父节点的散列表：



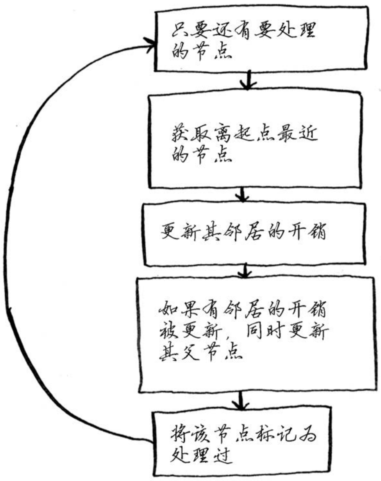
创建这个散列表的代码如下：

```
parents = {}
parents["a"] = "start"
parents["b"] = "start"
parents["fin"] = None
```

最后，你需要一个数组，用于记录处理过的节点，因为对于同一个节点，你不用处理多次。

```
processed = []
```

准备工作做好了，下面来看看算法。



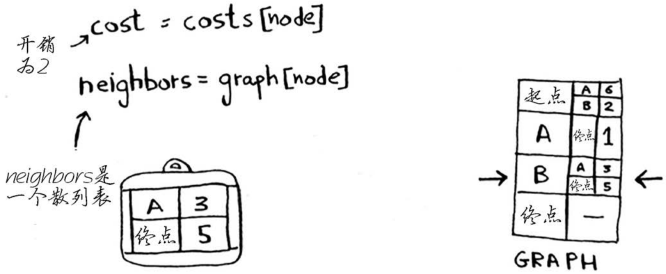
我先列出代码，然后再详细介绍。代码如下。

```
node = find_lowest_cost_node(costs)        在未处理的节点中找出开销最小的节点
while node is not None:        这个while循环在所有节点都被处理过后结束
    cost = costs[node]
    neighbors = graph[node]
    for n in neighbors.keys():        遍历当前节点的所有邻居
        new_cost = cost + neighbors[n]
        if costs[n] > new_cost:        如果经当前节点前往该邻居更近，
            costs[n] = new_cost        就更新该邻居的开销
            parents[n] = node        同时将该邻居的父节点设置为当前节点
    processed.append(node)        将当前节点标记为处理过
    node = find_lowest_cost_node(costs)        找出接下来要处理的节点，并循环
```

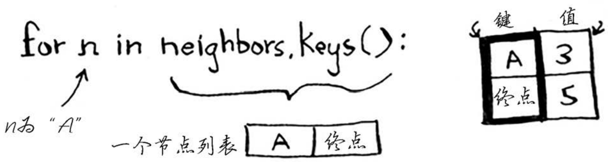
这就是实现狄克斯特拉算法的Python代码！函数`find_lowest_cost_node`的代码稍后列出，我们先来看看这些代码的执行过程。

找出开销最低的节点。

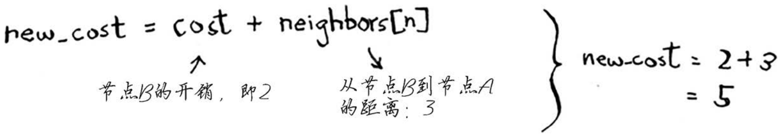
获取该节点的开销和邻居。



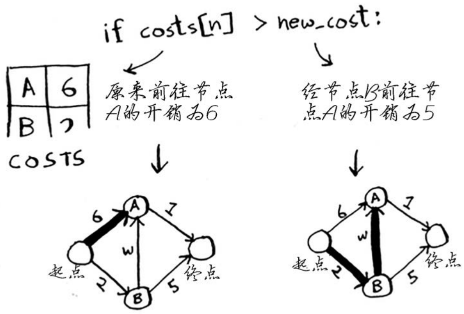
遍历邻居。



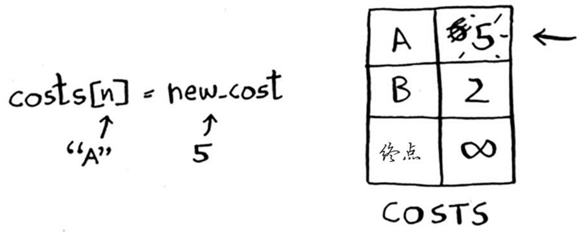
每个节点都有开销。开销指的是从起点前往该节点需要多长时间。在这里，你计算从起点出发，经节点B前往节点A（而不是直接前往节点A）需要多长时间。



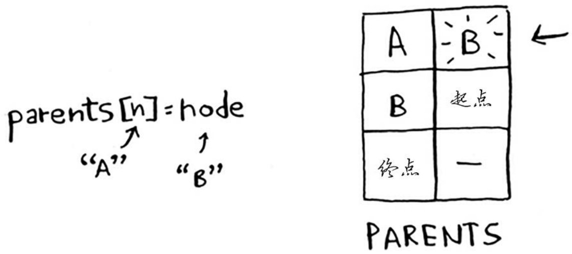
接下来对新旧开销进行比较。



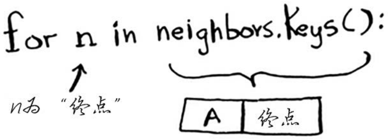
找到了一条前往节点A的更短路径！因此更新节点A的开销。



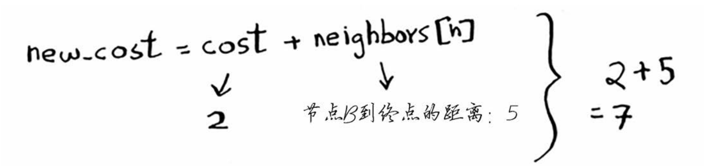
这条新路径经由节点B，因此节点A的父节点改为节点B。



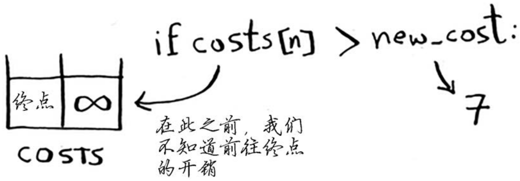
现在回到了`for`循环开头。下一个邻居是终点节点。



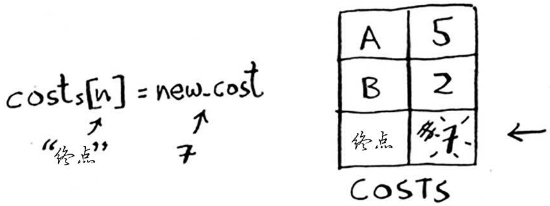
经节点B前往终点需要多长时间呢？

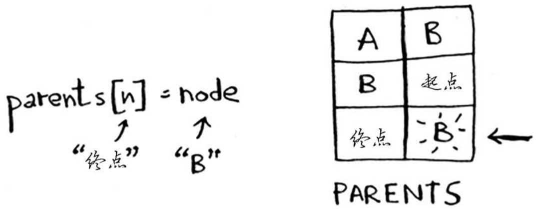


需要7分钟。终点原来的开销为无穷大，比7分钟长。

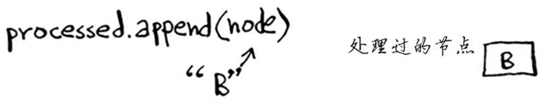


设置终点节点的开销和父节点。

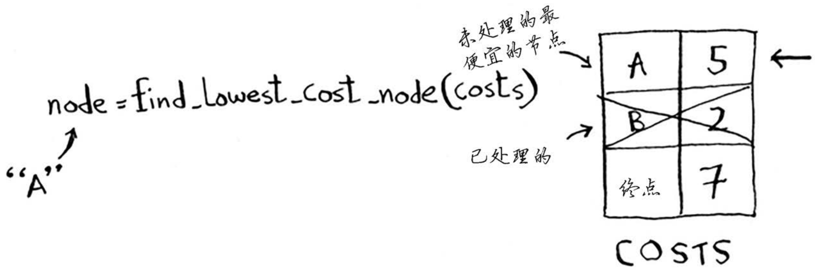




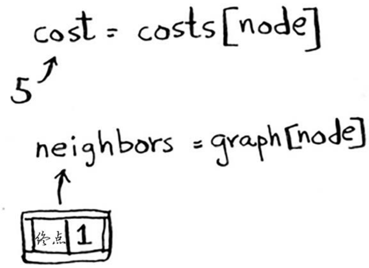
你更新了节点B的所有邻居的开销。现在，将节点B标记为处理过。



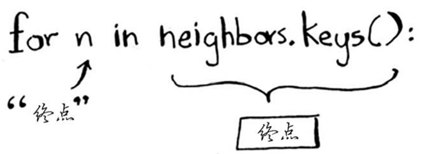
找出接下来要处理的节点。



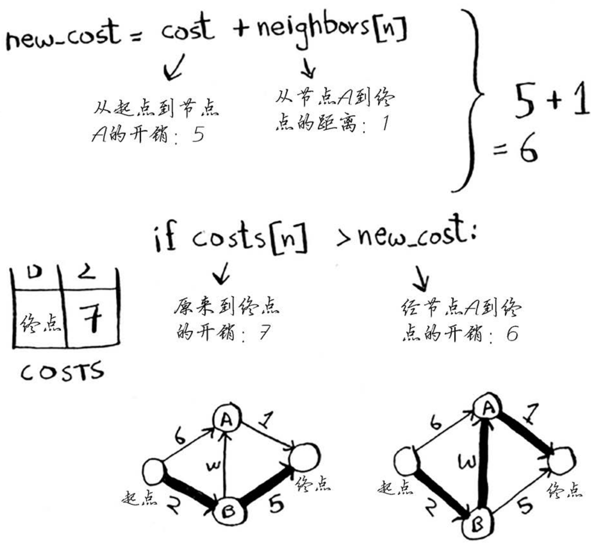
获取节点A的开销和邻居。



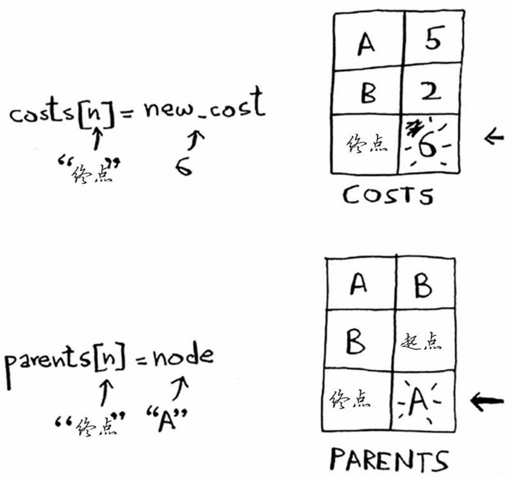
节点A只有一个邻居：终点节点。



当前，前往终点需要7分钟。如果经节点A前往终点，需要多长时间呢？



经节点A前往终点所需的时间更短！因此更新终点的开销和父节点。

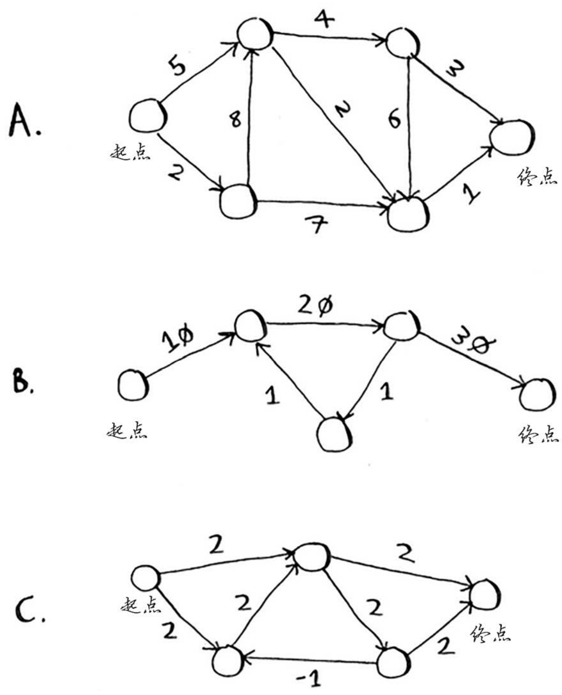


处理所有的节点后，这个算法就结束了。希望前面对执行过程的详细介绍让你对这个算法有更深入的认识。函数find_lowest_cost_node找出开销最低的节点，其代码非常简单，如下所示。

```
def find_lowest_cost_node(costs):
    lowest_cost = float("inf")
    lowest_cost_node = None
    for node in costs:          遍历所有的节点
        cost = costs[node]
        if cost < lowest_cost and node not in processed:    如果当前节点的开销更低且未处理过，
            lowest_cost = cost          就将其视为开销最低的节点
            lowest_cost_node = node
    return lowest_cost_node
```

练习

7.1 在下面的各个图中，从起点到终点的最短路径的总权重分别是多少？



7.6　小结

- 广度优先搜索用于在非加权图中查找最短路径。
- 狄克斯特拉算法用于在加权图中查找最短路径。
- 仅当权重为正时狄克斯特拉算法才管用。
- 如果图中包含负权边，请使用贝尔曼–福德算法。