

基于传热学与空间学寻求散热效果和空间利用最大化

摘要

随着陆地数据中心的能源消耗量迅速增长，各大互联网公司在海洋中建立了数据中心，旨在利用自然资源来减小海底数据中心的能量损耗。为保证海底数据中心满足正常运行的散热效果。本文针对海底数据中心的散热建立数学模型，考虑在各种自然因素的影响下散热效果的变化，并针对这些变化提出合理的改进措施。

针对问题一，需要在使整个系统散热满足要求的前提下计算服务器的最大个数。我们先将内部考虑为充满与服务器产热效率相同的均匀介质，建立从内部均匀介质向集装箱外壳内壁热传导、集装箱外壳内壁向外壳外壁热传导、集装箱外壳外壁与海水自然热对流的三重散热模型，计算得此情况下散热所需的温度差为 19.43°C 。研究发现此系统散热情况良好，因此，需要再考虑服务器在内部的最优分布使得集装箱能够存放的服务器最多，为此我们建立一维装箱空间模型，计算得到每个集装箱最多可以存放 514 个 1U 服务器。

针对问题二，需要计算在 $1\text{m} \times 1\text{m} \times 12\text{m}$ 的空间内最多可以存放的服务器个数。首先考虑集装箱为 $1\text{m} \times 1\text{m} \times 12\text{m}$ 的长方体最多能够存放的服务器个数与散热情况。将第一问的一维装箱空间模型进行改进，计算此时每个集装箱最多可以存放 707 个 1U 服务器，且经过验证，此时集装箱散热情况良好。

针对问题三，针对第三题，考虑数据中心的深度和材料的选取。首先分析散热所需的深度，发现集装箱散热条件良好，对深度的需求较为宽松。接着考虑材料选取。在排除明显不合理材料后，根据材料密度、抗张强度、屈服强度、单位价格、弹性模量以及抗腐蚀能力，用 TOPSIS 评价模型对所有材料进行评分，选取评分较高作为推荐材料。结果显示，评分最高的材料为 马氏体时效 300 钢(Maraging 300 Steel)，其评分为 0.650。此外，我们还查阅文献，对外壳保护提出了进一步的建议。

针对问题四，题目要求定量化呈现散热效果。我们将本题分为潮汐影响和季节影响，在两个影像中，我们通过海水深度、压力与温度的关系，求出在这两个因素的影响下，海底数据中心周围海水的变化，以此来体现散热效果，当温度升高，散热效果变差；温度下降时，散热效果增强。最后求出潮汐影响下温度变化约在正负 0.5°C 左右；在季节性影响下温度变化约在正负 1°C 左右。

此外我们通过前面模型的结论，在海底数据中心所处的海水深度区域内，散热效果可以满足预期效果，因此我们在建议信中将重点放在了环保、机械构造、生产和维护成本等方面上。

关键词： 散热模型 装箱模型 TOPSIS 评价模型 水位改正模型

一、问题重述

1.1 问题背景

随着大数据时代的来临，人类获取和保存的信息量正在以指数级的速度增长。为满足信息需求，各大互联网公司正快速的扩大他们的服务器规模，建立了越来越多的数据中心，而维护数据中心所需的电量也大的惊人。数据显示，数据中心所需的电量中，服务器本身的耗电量只是小头，耗电量较大的反而是数据中心的散热系统。

为降低能耗，保护环境，利用自然环境给数据中心降温提上了日程。而相对恒温的海底就是一个可行的安置环境。然而，在海底建设数据中心本就是一件困难的任务。海底环境具有高压，强腐蚀，难维护等特点。

要建设一个海底数据中心，我们需要考虑，材料、海洋环境、压力、生产成本和维护开销的等各种因素。给出一种对于海底数据中心而言，如何在有限体积内存放更多服务器并保证其能跟海水进行快速的热交换的方式，保证散热。本文以此为基础展开研究。

1.2 问题提出

问题一：问题一要求我们在数据中心集装箱尺寸和形状确定的条件下，根据给定的海水温度和性质，确定一种可用的材料作为集装箱外壳，并以此推算估单个集装箱外壳中最多可以放置的服务器数量。

问题二：问题二要求我们在第一问的基础上，给定集装箱外形的最大尺寸，设计一种集装箱外壳的结构，在外壳不超过最大尺寸的同时，可以考虑翅片结构等，实现最大化的散热效果，存放更多的服务器。

问题三：问题三提出海水本身是存在较强腐蚀性的介质，直接与海水接触的物质都会受到其腐蚀，同时越深的海水具有越低的温度，但它的压强也会随之提升，对集装箱外壳提出了更高的挑战。题目要求我们在第二问的基础上，考虑海水的强腐蚀性和深海的水压对外壳的影响和要求，通过综合考量深海低温的优势和恶劣环境的劣势，进一步改进集装箱的材料选择和结构设计，降低运营成本，提高散热效率。

问题四：潮汐和季节的变化会对局部水位和温度产生影响，并带来暂时性地海水流动，从而对数据中心的散热造成影响。题目要求我们定量化考虑潮汐、季节因素对于海底数据中心的影响。

问题五：问题五要求我们根据前文的研究，总结分析，为海底数据中心散热设计部门提一些建议，以信件的形式提供给相关部门。

二、模型假设

1. 假设集装箱放置处海水扰动较小，流速、密度、动力粘度系数基本保持不变；
2. 假设由温度引起的集装箱外壳和服务器机箱应变可以忽略；
3. 假设海水由温度和压力引起的密度变化可以忽略；
4. 假设服务器机箱各部分产热功率密度相同，即机箱内部各部分产热能力相同。

三、符号说明

符号	符号意义
P	表示产热功率

τ	表示单位体积的产热功率
x	表示从圆柱体中心轴到外面任意轴距离
L	表示圆柱体的长度
λ	表示传热系数
S	表示表示半径为 x 的区域侧面积
R_{in}	表示圆柱体外壳内壁的半径
λ_{si}	表示硅的传热系数
Re	表示雷诺数
P_0	表示内部均匀介质的发热功率
σ	表示轴心屈服强度
λ_{Al}	表示铝的传热系数
R_{ou}	表示外壳外壁半径
l	表示外壳厚度
$[n]$	表示安全系数
P_h	表示该水位深度的压强
S	表示圆柱体侧面面积
d	表示特征长度
P_c	表示散热功率
ρ	表示海水密度
μ	表示海水运动黏度系数
C_p	表示海水定压比热
λ_w	表示海水传热系数
u	表示海水流速
ΔT_1	表示第一阶段散热所需温差
ΔT_2	表示第二阶段散热所需温差
ΔT_3	表示第三阶段散热所需温差
Pr	表示普朗特数
N_u	表示努塞尔数
P_d	表示内部发热功率
θ	示对流散热热阻

n

表示验潮站个数

S_i

表示 P 点至验潮站的距离

注：未列出符号及重复的符号以出现处为准

四、模型的建立与求解

4.1 问题一

4.1.1 问题一的分析

根据问题一的要求，我们知道海底数据中心需要解决两大中心问题：空间堆积问题与散热问题。

对于散热问题而言，存在着三部分的散热：集装箱内部向外壳内壁热传导传热、集装箱外壳内壁向外壳外壁热传导传热、集装箱外壳外壁向海水热对流传热。我们首先假设集装箱内部布满与服务器产热效率相同的介质，计算此状态下集装箱的整体散热情况。若集装箱的散热情况满足散热要求，则考虑集装箱内部的空间堆积问题，此时空间堆积问题转化为空间密铺问题，运用一维装箱模型，即不考虑时间维度，在有限的空间尽可能多地堆放服务器；否则先考虑优化散热效果、优化内部服务器分布结构以达到散热要求，再进行空间堆积问题的研究。

4.1.2 问题一的解答

4.1.2.1 理论准备

下面对所建模型中需要用到的专用名词进行解释和分析：

自然对流：或称为自然对流换热，指不靠外力推进、由流体自身温度场的不均匀所引起的流动。流体由于温度不均匀而形成密度差，在力场中产生浮升力所引起的对流换热现象。流体在大空间作自然对流时，流体的冷却过程与加热过程互不影响，热边界层互不干扰。

强制对流：当液体物质一部分受热，体积膨胀、密度减小，逐渐上升，其位置由周围温度较低、密度较大的物质补充，此物质再受热上升，由周围物质补充，循环往复。

在此问题中，若不考虑洋流等因素的影响，集装箱与海水接触部分的散热属于大空间情况下的自然对流问题。

通过查阅相关资料可以知道，服务器内部主要由硅物质构成，查已有数据可得，硅的传热系数约为 $\lambda_{si} = 140W/(m \cdot ^\circ C)$ 。

因为集装箱放置于温度为 20 摄氏度的海水中，为满足服务器的工作温度要求（低于 80 摄氏度），我们只需要计算散热所需的温度差不超过 60 摄氏度，即可满足该要求。

均匀介质：本文中出现的均匀介质指产热功率密度以及传热系数均与服务器相同的介质。因此相较于任一堆放方式，内部充满该均匀介质的集装箱散热所需的温度差更大。

4.1.2.2 散热模型的建立

根据已有假设，我们的传热模型可以转化为三个散热阶段：1.集装箱内部均匀介质向外壳内壁散热；2.集装箱外壳内壁通过热传导向外壳外壁散热；3. 集装箱外壳外壁通过热对流的方式向海水散热。由于所给集装箱底面面积相对侧面较小，其散热面积可忽略不计。

1)集装箱内部均匀介质中心向外壳内壁散热

Step1.圆柱体底面半径为 x 的区域产热功率计算公式:

$$P = \tau \cdot \pi \cdot x^2 \cdot L \quad (1)$$

其中 P 表示产热功率, τ 表示单位体积的产热功率, x 表示从圆柱体中心轴到外面任意轴距离, L 表示圆柱体的长度。

物质间的热传导功率计算公式:

$$P = \lambda \frac{SdT}{dx} \quad (2)$$

其中 λ 表示传热系数, S 表示半径为 x 的区域侧面积。

Step2.列出积分方程, 其中 x 的取值范围 $[0, R_{in}]$, R_{in} 表示圆柱体外壳内壁的半径, λ 取用硅的传热系数 λ_{si} , 求解出第一阶段散热所需温差 $\Delta T_1 = 16.30^\circ\text{C}$ 。

2)集装箱外壳内壁通过热传导向外壳外壁散热

Step1.对于散热阶段二, 首先算得内部均匀介质的发热功率 $P_0 = \tau \cdot \pi \cdot R_{in}^2 \cdot L = 3.44 \times 10^5 \text{W}$ 。根据题干要求, 数据中心集装箱需放置在中国南海温度为20摄氏度的海域深度, 查资料得, 在东经115.094°、北纬12.873°(南海范围内)设有全球海洋 Argo 系统野外科学观测研究站, 搜集此 Argo 研究站的数据, 计算此经纬度下其十二个月平均温度为20摄氏度处的压强为 $P_h = 95.6275 \text{dbar}$;

Step2.其次考虑到集装箱外壳壁厚的数值由材料的屈服强度决定, 且考虑到钢材在海水中易被腐蚀。我们查阅资料, 发现各种各样的铝合金为长时间存储于海水中的常用材料。因此选用了性能较为优异的2A14铝合金为数据中心集装箱外壳的材料^[10], 其轴心屈服强度 $\sigma = 410 \text{Mpa}$, 传热系数 $\lambda_{Al} = 159 \text{W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$;

Step3.通过计算公式:

$$[\sigma] = \frac{P_h \cdot R_{ou}}{l} \quad (3)$$

$$[\sigma] = \frac{\sigma}{[n]} \quad (4)$$

其中 σ 表示轴心屈服强度, P_h 表示该水位深度的压强, $[\sigma]$ 表示许用轴心屈服强度, $[n]$ 为安全系数, 为安全起见, 我们取 $[n] = 40$, l 为外壳厚度, R_{ou} 表示外壳外壁半径。

可以计算出外壳壁厚 $l = 4.66 \text{cm} = 4.66 \times 10^{-2} \text{m}$ 。轴向尺寸远大于径向尺寸, 因此可以忽略圆柱体圆面的散热量, 主要考虑圆柱体集装箱侧面的散热;

Step4.通过公式:

$$S = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot L \quad (5)$$

$$P_c = \frac{\lambda \cdot S \cdot \Delta T_2}{l} \quad (6)$$

其中 S 表示圆柱体侧面面积, L 表示圆柱体高度, ΔT_2 为该部分散热的温度差, λ 取用硅的传热系数 λ_{al} , P_c 表示散热功率, 其数值取内部发热功率 $P_0 = 3.44 \times 10^5 \text{W}$ 。

可以计算出圆柱体集装箱外壳内壁通过热传导向外壳外壁传热所需温差 $\Delta T_2 = 2.85^\circ\text{C}$ 。

3)集装箱外壳外壁通过热对流的方式向海水散热

Step1.对于散热阶段三，查数据得海水密度 $\rho = 1045.1kg \cdot m^{-3}$ ，海水运动黏度系数 $\mu = 1.104 \times 10^{-3}pa \cdot s$ ，海水定压比热 $C_p = 4004J/(kg \cdot ^\circ C)$ ，海水传热系数 $\lambda_w = 0.5978 W/(m \cdot ^\circ C)$ ，海水流速 $u = 1.75 节 = 0.8925m/s$ ；

Step2.通过公式计算：

$$Re = \frac{\rho \cdot u \cdot d}{\mu} \quad (7)$$

其中 d 表示特征长度。

可以计算出雷诺数 $Re = 8.45 \times 10^5$ ；

Step3.再利用公式：

$$Pr = \frac{C_p \cdot \mu}{\lambda} \quad (8)$$

可以计算出普朗特数 $Pr = 7.39$ ；

Step4.之后运用努塞尔数的计算公式：

$$N_u = 0.3 + \frac{0.62 \times Re^{\frac{1}{2}} \times Pr^{\frac{1}{3}}}{\left(1 + \frac{0.4^{\frac{2}{3}}}{Pr}\right)^{\frac{1}{4}}} \times \left[1 + \left(\frac{Re}{282000}\right)^{\frac{5}{8}}\right]^{\frac{4}{5}} \quad (9)$$

计算出努塞尔数 $N_u = 2575.54$ ；

Step5.最后利用公式：

$$\theta = \frac{l}{N_u \cdot \lambda_w} \quad (10)$$

$$P_d = \frac{1}{\theta} \cdot \Delta T_3 \cdot S \quad (11)$$

其中 P_d 表示内部发热功率，其数值取 $P_0 = 3.44 \times 10^5 W$ ， θ 表示对流散热热阻， ΔT_3 该部分形式散热的温度差。

算得圆柱体集装箱外壳外壁通过热对流向海水传热所需温差为 $\Delta T_3 = 0.28^\circ C$

4)总集装箱内外散热温度差

计算得为满足体系散热所需的最小温差为 $\Delta T = \Delta T_1 + \Delta T_2 + \Delta T_3 = 19.43^\circ C$ 远小于 $60^\circ C$ 。由此可见，在此散热体系之中，散热功率与服务器发热功率相差一个数量级，此体系的核心问题变为——如何在有限体积内摆放更多的1U服务器。

4.1.2.3 空间堆积模型的建立与求解

1)模型的建立

我们运用一维装箱模型，首先从朴素的规则密铺开始考虑。根据要求，外壳的母线平行于海平面。因此，我们首先要求机箱的一个面平行与海平面，另一个面与圆柱体底面平行。考虑到机箱为一个长宽高为 $525mm \times 482.6mm \times 44.45mm$ 的长方体，这种朴素的密铺方式将会产生3对各不相同的解。以下将以宽高为 $482.6mm \times 44.45mm$ 的表

面与圆柱体底面平行的情况为例，讲述算法流程。

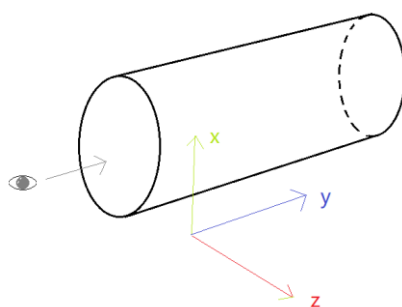


图 1 外壳及视图示意图

2)模型的求解

Step1.将柱体沿垂直母线的方向分层

将柱体沿垂直母线的方向分作尽可能多的数段数段，并使每一段的高度都大于机箱长525mm，使其顺利装下(垂直母线的方向上的)单层机箱。

Step2.找出第一行可以平铺的机箱数

现在将视野转移到每一段上。如图。我们希望首先找出找出第一行可以平铺的机箱数。

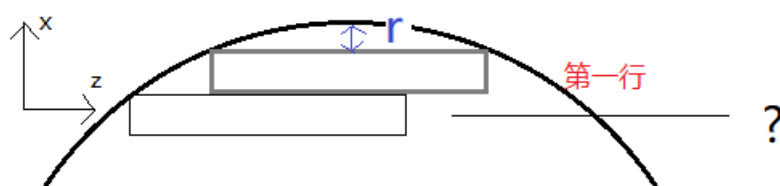


图 2 平铺机箱示意图

理论上第一行可以任意铺,但考虑到“第一行”铺的太多可能使“第一行”离顶端太远，以至于可以再插入一行。因此我们首先找出当第一行放置一个机箱时第二行的机箱数量，以此作为第一行机箱数的上界，实现算法剪枝。

Step3.列举第一行的机箱数求解

对于每一个第一行的机箱数所对应的情况，都以贪心算法求解每一行：要求该行的第一个机箱紧贴上一行和外壳左臂，接下来的每一个机箱都紧贴上一行和本行的左方的机箱，直到本行放不下机箱为止。按行执行贪心算法，直到当前行连一个机箱都放不下为止(此即为最后一行)；

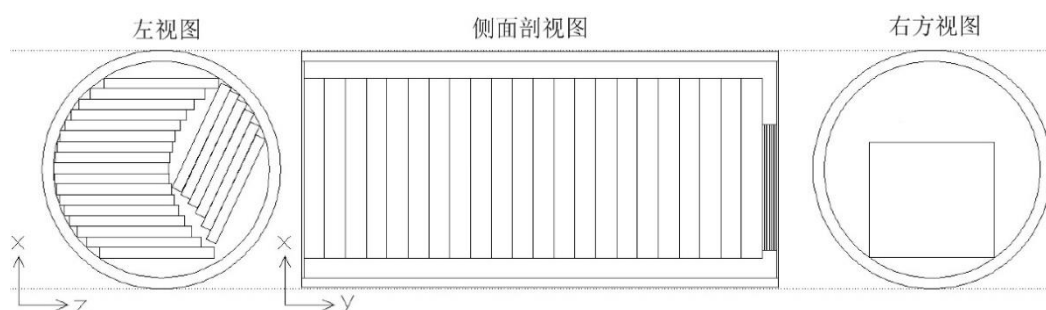


图 3 空间模型方案二示意图
(测剖面图轴向比例尺为 1:6)

*Step4.*考虑密铺过后的剩余面积

运用一维装箱模型，从上面的密铺和散热计算中可以发现，铺设模型还有很大的改进空间。一方面，从圆柱侧面看，如果改变机箱的放置方式，还可以再增加层数；另一方面，从底面看，仍然有大量空间没有被利用。

4.1.2.4 模型的结果

最终散热模型算得 $\Delta T = 19.43^{\circ}\text{C} < 60^{\circ}\text{C}$ 。求解空间模型可以得到，在给定大小的集装箱壳内最多可以存放 **514** 个服务器机箱。

4.2 问题二

4.2.1 问题二的分析

问题二要求我们设计一个最大尺寸不超过 $1\text{m} \times 1\text{m} \times 12\text{m}$ 的海底数据中心集装箱外壳结构，实现最大化的散热效果，存放更多的服务器。我们应当研究在满足数据中心内部温度最高的服务器散热效果的情况下，放置尽可能多的服务器。我们从问题一的结果可以知道，在集装箱内放满与服务器相同散热效率的均匀介质后，内部的散热效果完全满足题给要求，因此我们可以将此题转化为空间密铺的问题。因为本题的空间堆放问题不考虑时间长短，因此我们运用一维装箱模型，求解最终在给定规格的服务器内，最多能够摆放多少个服务器。

4.2.2 问题二的解答

4.2.2.1 确定服务器散热效果和集装箱所能存放的服务器数量关系

根据问题二的描述，我们可以知道问题二要求我们找到关于散热效果和服务器容量的一个平衡关系。

若散热效果没有达到海底数据中心运行的预期效果，我们需要改变集装箱外壳形状，通过类似增加翅片结构等方式增大外壳的接触面积，以此提高散热效果，并适当地减少服务器的数量，使整个海底数据中心能够满足散热需求；

若散热效果能够达到服务器数据中心预期的运行效果，则我们需要改变问题解决思路，我们需要尽大可能地增加海底数据中心集装箱所能容纳地服务器数量，并考虑内部服务器之间地传热效果，使温度最高的服务器也能满足数据中心正常运行时的要求。

通过问题一中的解答分析，我们可以知道满足海底数据中心散热效果的温度差远小于数据中心所有内部服务器和周围海水的温度差异。因此无论怎么样的存放方式均可以实现预期的散热效果，所以问题二已经演变成了求海底数据中心集装箱外壳的形状，使之能够存储尽可能多的服务器的空间存放问题。

4.2.2.2 海底数据中心集装箱外部形状的构造

根据分析，我们已经知道了问题二是一道数据中心集装箱内部空间存放问题。因此，我们根据集装箱内部空间全是存储服务器，并无刚性结构的假设，制作集装箱外壳。受问题二的限制，我们选取最大的尺寸，即 $1\text{m} \times 1\text{m} \times 12\text{m}$ 的长方体结构。

为了能够达到最大内部空间的利用率，我们理想化内部空间和存放模式，采取几何与计算机的数学逻辑，运用一维装箱模型和算法求解尽可能多的服务器。当剩余的填充空间仍存在冗余，我们重新构造几何关系和代码，考虑在集装箱内部斜向填充服务器，判断是否能够填充更多的服务器，若能则采用此方案。

在构造内部结构模型中，使用装箱模型，我们忽略数据中心集装箱内服务器之间的

间隔空间，使内部服务器之间没有空间缝隙，彼此紧贴，这一部分需要利用服务器之间长宽高的差异和组合的摆放，最大程度地利用空间，使服务器在集装箱中能够尽可能的达到预期的摆放效果。

4.2.2.3 模型的结果

根据模型的分析，可以利用软件画出服务器的外部构造，并计算出最终该构造的海底数据中心集装箱内可以存放 707 个服务器，具体的服务器外壳和横截面图如下图所示。

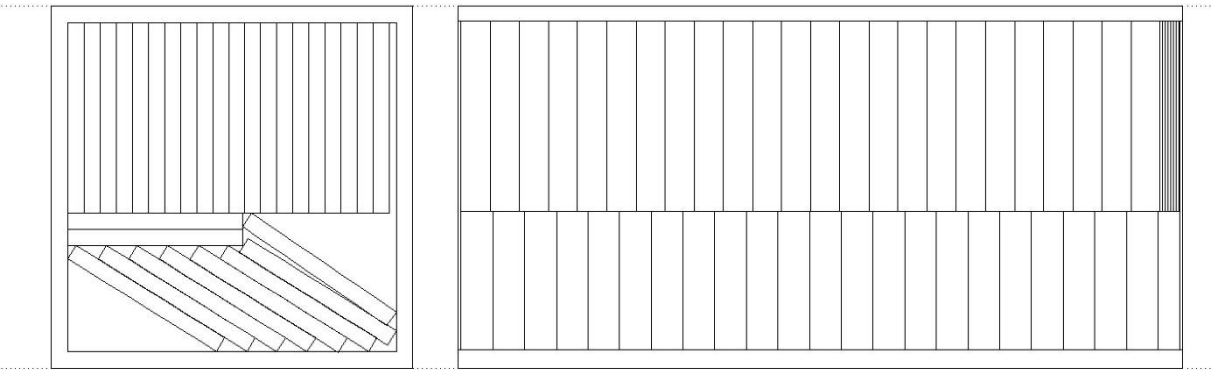


图 4 空间模型方案二示意图
(测剖面图轴向比例尺为 1:6)

4.3 问题三的模型建立与求解

4.3.1 问题三的分析

问题三要求我们在问题二结论的基础上，进一步选择合适的材料和海底深度。
通过计算得知，在问题一、二模型的海水深度中，散热都可以完成，因此我们在本题中不改变数据中心的深度，只考虑材料的影响。通过附件数据，我们可以得到每种材料的各项数据，密度、抗张强度、屈服强度、单位价格、弹性模量和材料的活泼性。我们首先筛选掉明显不适合长期存放在海水中的材料，如活泼金属单质和有机物。其次运用优劣解距离法（TOPSIS），明确各项指标，将所有指标统一转化为极大型指标，运用正向化矩阵进行标准化处理，最终计算出每种材料的得分，并归一化得到排序结果，根据排序结果，选择合理的材料。

4.3.2 问题三的求解

4.3.2.1 初步筛选

我们首先要筛选掉明显不适合长期存放在海水中的材料，防止这些材料对后续工作造成麻烦。具有以下属性的材料明显不符合海底数据中心的要求。

- 1) 易腐有机物。诸如木材之类的有机材料不具备防水、防腐蚀的条件。
- 2) 活泼金属单质。如商用镁单质，此类物质一旦失去图层保护，会与水发生反应不符合条件。
- 3) 贵金属。如纯金、纯铂、纯银，此类物质由于单位重量的价格过高，不予考虑。

4.3.2.2 材料样本的属性分析

在对模型进行建立求解之前，需要对模型中所用到的指标数据进行预处理，明确指标的类型。在本模型中，需要对材料的指标进行说明。

对于每一项材料，我们通过查阅资料，获得其密度、抗张强度、屈服强度、单位价格、弹性模量、化学活泼性等六项指标数据，其中材料密度为极小型指标，数值越小越有利；其余五项指标皆为极大型指标，越大越有利。

4.3.2.3 模型的建立

根据题目要求，我们需要建立一个影响海底数据中心散热效果的模型，其影响因素分别是海水的深度与集装箱外壳材料的类型。

1)明确求解目标

我们通过需要建立整个指标评价体系，综合考量性价比、抗张屈服强度、抗腐蚀性能，得到每种材料最终的分数值。归一化后分数值越高的材料，其综合评价下的各项指标对海底数据中心的总体帮助越大。

2)指标的转换

指标的转换，将所有指标转化为极大型指标是为模型求解中对原始矩阵正向化的一个预处理准备。指标类型共分为四种，有极大型指标、极小型指标、中间型指标和区间型指标。通过对题目分析，得到影响材料总水平的各指标类型，并对它们进行定量化的转化。

首先我们要将所有指标转为极大型指标。极小型指标转换为极大型指标的方法如下。利用公式：

$$x_{ij}' = \max(x_{ij}, i = 1, 2, \dots, n) - x_{ij} \quad (12)$$

其中 x_{ij} 表示原数值， $\max(x_{ij}, i = 1, 2, \dots, n)$ 表示该指标下所有材料的最大值， x_{ij}' 表示转化后的指标数值。

4.3.2.4 模型的求解

模型的求解过程中分为两步骤，第一步是正向化矩阵标准化；第二步是计算得分并归一化。

1)正向化矩阵标准化

为消除量纲的影响，需要正向化矩阵标准化。若存在 n 个要评价的材料，有 m 个已经正向化后的评价指标，可以构成正向化矩阵为：

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & \cdots & x_{nm} \end{bmatrix} \quad (13)$$

将标准化后的矩阵记作 Z ，矩阵 Z 其中的每一个元素都可以存在计算公式：

$$z_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_{ij}^2}} \quad (14)$$

获得标准化的矩阵 Z ：

$$Z = \begin{bmatrix} z_{11} & \cdots & z_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1} & \cdots & z_{nm} \end{bmatrix} \quad (15)$$

2)计算得分并归一化

计算得分前，应该先定义最大值、最小值以及各个评价对象指标和最大值、最小值之间的距离，归一化处理后，计算最终的得分。

定义最大值：

$$Z^+ = (\max\{z_{11}, z_{21}, \dots, z_{n1}\}, \max\{z_{12}, z_{22}, \dots, z_{n2}\}, \dots, \max\{z_{1m}, z_{2m}, \dots, z_{nm}\}) \quad (16)$$

定义最小值:

$$Z^- = (\min\{z_{11}, z_{21}, \dots, z_{n1}\}, \min\{z_{12}, z_{22}, \dots, z_{n2}\}, \dots, \min\{z_{1m}, z_{2m}, \dots, z_{nm}\}) \quad (17)$$

定义第*i*个评价对象指标与最大值的距离:

$$D_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^m (Z_j^+ - z_{ij})^2} \quad (18)$$

定义第*i*个评价对象指标与最小值的距离:

$$D_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^m (Z_j^- - z_{ij})^2} \quad (19)$$

最终我们可以计算出第*i*个评价对象指标未归一化的得分:

$$S_i = \frac{D_i^+}{D_i^+ + D_i^-} \quad (20)$$

当 $0 \leq S_i \leq 1$ 时, 且 S_i 越大, D_i^- 越小, 越接近最大值, 最终的总评越高。

最终的排序按照 S_i 的值进行比较。 S_i 值越大, 则说明该样本越优, 即材料越值得被当作海底数据中心集装箱外壳材料选用。

4.3.2.5 结果分析

根据题目要求, 通过附件和查阅资料给出的各材料各个指标的数据, 结合前文中的Topsis 模型, 计算出最终的各材料类型的选用排名, 呈现部分结果如下所示:

表 1 结果呈现表

材料名称	最终得分	得分排名
Maraging 300 Steel	0.649476976759965	1
Inconel 625	0.540227636784824	2
17-4 PH Stainless Steel	0.428424824990024	3

通过数据表我们可以知道, 最适宜作海底数据中心集装箱外壳的材料是 Maraging 300 Steel。

显然只选用该材料做箱体显然是不够的, 我们有必要采取的多种保护措施。此处我们参考了船舶的船体抗腐蚀保护措施, 主要有如下两方面:

1) 考虑电化学保护措施。我们可以预先进行氧化处理, 使金属表层形成致密的氧化膜。此外我们还可以可选择电镀 Zn 等材料, 用牺牲阳极阴极保护法保护外壳。

2) 采用涂层保护措施。用涂层将外壳覆盖起来。

考虑到船舶的维护频率通常低于计算中心的平均计划维护频率, 可以认为海水的腐蚀问题不会对集装箱外壳造成不良影响。

4.4 问题四的模型建立与求解

4.4.1 问题四的分析

问题四要求我们考虑潮汐和季节的变化对海底数据中心集装箱散热效果的影响。我们通过温度的变化来间接衡量影响因素的散热效果。分别讨论潮汐和季节, 针对潮汐因

素进行分析时，我们通过计算海潮涨退时还海平面的高度差，得到一个区间，并利用这个区间的最大最小值计算出海底数据中心所处深度的温度变化，通过问题一模型中的公式，换算出不同温度情况下的散热效果差异；针对季节因素分析时，我们主要调取中国南海观测站不同月份的数据，利用数据中温度与压强的关系，利用压强和海平面下的高度关系，得到海底数据中心处的温度变化差异，进而计算数据中心集装箱散热效果。

4.4.2 问题四的解答

4.4.2.1 模型的建立与求解

1)潮汐影响模型

*Step1.*寻找潮汐水位的变化，利用水中压强的计算公式：

$$P = \rho \cdot g \cdot h \quad (21)$$

计算在无潮汐影响因素的情况下，海底数据中心集装箱所在基准海底深度为 468.49 米。

*Step2.*利用海域实时水位解算方法求解当存在潮汐时海水基于基准值的上下幅度，本解法的核心是利用海洋验潮站的实时记录数据，汇总得到南海各处的潮差比、潮时差和基准面偏差值，采用最小二乘拟合的方法对潮汐比较参数进行空间内插的拟合，构建多站水位曲面模型，即水位改正模型；

*Step3.*运用海域实时水位解算公式：

$$L_P = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{ISLW_P \cdot L_i}{ISLW_i \cdot S_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{S_i}} \quad (22)$$

其中 n 表示验潮站个数； $ISLW_P$ ， $ISLW_i$ 分别为 P 点与验潮站的最低低潮面值； L_i 为验潮站的 L 值； S_i 为 P 点至验潮站的距离；

*Step4.*利用上式公式与查找所得的各个验潮站的数据做出最小二乘拟合法中的水位关系图，如下图所示：

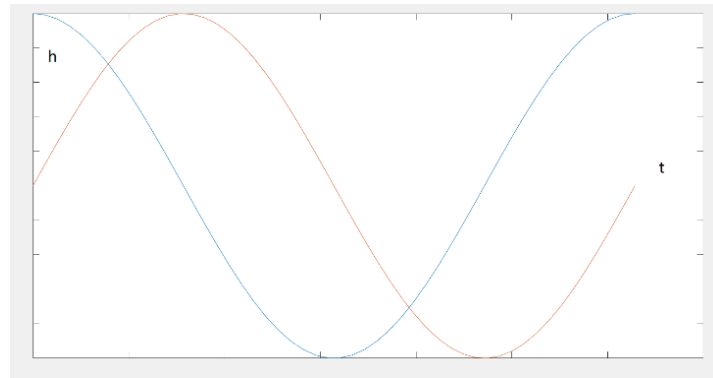


图 5 最小二乘拟合法中的水位关系图

根据该图和数据可以求出平均涨潮退潮变化区间在 $[-0.9, +1.9]$ 之间。

*Step5.*最终可以通过得到的潮汐平均涨退最大值，求出海水基准值的上下最大幅度，并查找南海经纬度附近水域深度与温度的关系，求出海底数据中心所处海洋中在潮汐影响下的深度变化量。

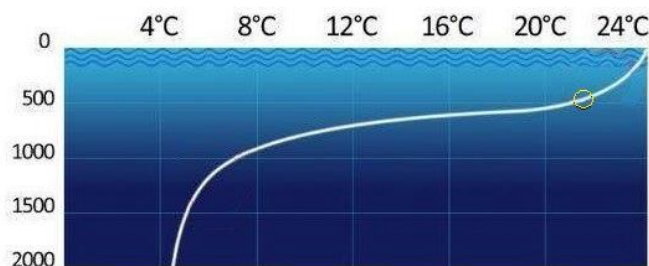


图 6 最小二乘拟合法中的水位关系图

2)季节影响模型

*Step1.*通过压强公式，得到海水压强与深度的关系，查询南海数据站中各个月份关于海水压强与温度的关系图，联立两个相关方程，转化得到海水深度与温度的关系；

*Step2.*由于海底数据中心在海水中的深度是基本保持不变的，因此可以得到海底数据中心所处海水深度内的温度随季节、时间变化的关系图。(图片在附件中呈现)

*Step3.*通过海底数据中心的深度可以大致求出压强的取值范围在 $[92.68\text{dbar}, 98.27\text{dbar}]$ 范围内，对应压强与温度的关系图可以看出，季节对于海底数据中心周围海水的温度影响较小，与潮汐对于海底数据中心的影响相类似。

4.4.2.2 结果分析

1)潮汐变化对海底数据中心散热效果的影响

根据地理知识和本题模型，我们知道在该深度下，潮汐所引起的温度变化大约在正负 $0.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ 范围内，这部分数据微小的波动对于海底数据中心的影响不大。

但综合而言，退潮时使得海底数据中心到海平面距离比海水平静时的距离基准值小，从而导致海底数据中心所处海水域的温度上深，散热效果下降；反之在涨潮时，数据中心到海平面距离增大，所处温度降低，散热效果加强。

2)季节变化对海底数据中心散热效果的影响

通过模型和地理知识，我们可以知道由于南海地处北半球。因此在 12 月、1 月份正处于冬季，温度较低，在这个时间短，数据中心周围的海水温度也比 $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ 略低；在 7、8 月份，处于夏季，温度较高，数据中心的海水温度呈现的趋势也较高，得到的结果符合自然规律。

海底数据中心周围海水的温度总体波动在正负 $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ 范围内，夏季温度略高，数据中心的散热效果略差；冬季温度略低，数据中心的散热效果较好，总体而言，季节对于散热效果的影响较小。

4.5 问题五

建议信

随着科技的发展，互联网产生的数据量越发庞大，无时无刻地在挑战着服务器的承载能力，为保证用户地正常使用，厂家建立了海底数据中心以加快服务器散热，提高服务器运行效率。我们通过给定的关于海底数据中心的各个数值对其进行定量化计算，并考虑了服务器之间的热传导，我们得到了海底数据中心散热性能较好，能保持服务器正常运行的结论。因此我们将关注的重心放在了海底数据中心的存储服务器的容量和使用年限等方面上。

首先，我们考虑了海底数据中心的集装箱容量，因为海底数据中心在海洋中的导热性能较好，因此我们只需要考虑它的容量和集装箱材料，在使用满足海水腐蚀性和压强的前提下，使用密度较小的材料，减少其自身的重量，增大体积，以存放更多的服务器，降低生产和运行成本。

其次，考虑到我们现在所处的是一个数据时代，无时无刻不在发生着数据的传输，因此保证海底数据中心的稳定性会变得至关重要，但为了防止在充满未知性的海洋中存在的不确定因素的发生，设计部门应当对服务器采取区块化的存储，避免部分服务器在特殊外部因素的影响下而产生的不正常中断对正在进行数据交换和传输的人们造成干扰。在这种特殊的紧急情况下，其他区块的服务器可以接替发生故障的服务器，保持网络数据交换的稳定性，给人们带来极大的便利的同时，不损坏厂家品牌的口碑。

此外，我们应当考虑到设备的远程维护问题，因为海底数据中心是 24 小时不停机运转，因此多多少少会产生一些突发情况，而海底数据中心位于海底深处，进行人工物理维护的成本很高，所以需要有预防措施，在服务器上留有后门，当发生意外时，维护人员能在陆地上对其进行远程维修，实现降低成本的同时，让服务器恢复到正常的使用状态。

另外，我们还应该考虑海洋中微生物的影响，由于微生物自身的性质，在温暖的环境下能够迅速的滋生。因此我们应该在将海底数据中心投放到海洋的初期阶段，应该对海底数据中心进行时刻的监控，以防止微生物的大量滋生干扰海底数据中心的正常运行，给正在使用数据中心的人们造成严重的破坏，并间接影响海底生态环境的平衡，甚至造成该区域某一海洋物种的灭绝。

随着科技的快速发展，生态遭受的破坏日益严重，为了降低对环境的损害，我们在考虑使用海底数据中心的使用材料上，需要考虑其环保的性能。在材料的选择方面，我们要选择对海洋生态环境影响较小、便于后期维护以及成本较低的材料，做到可持续发展和使用，减少铺张浪费，避免发生使用一次后就要抛弃的现象，尽最大可能降低对环境的伤害。

最后，海底数据中心内部的支撑和构造也是需要考虑的，因为海底数据中心需要长期存放在海洋中，由于成本原因，难以经常性的进行维修，因此需要它有稳定的内部结构，能够保证在海水的冲击或者海洋生物无意地撞击下保持稳定，机械结构不受损，电路不发生短路。因为在海洋中发生短路或机械损坏不仅会产生巨大的成本损耗，还会对海洋生物的生存环境造成严重的威胁。因此，需要定期进行检测以确保仪器能够在达到某些强度的干扰下保持正常地运行。

这些就是我们组给出的一些针对如今海底数据中心现状的一些发展的建议，我们认为可持续发展是很重要的，这可以减小成本，也可以提高服务器的性能，做到循环利用，实现收益的最大化。

五、模型的综合评价和推广

5.1 模型的综合评价

5.1.1 模型的优点

问题一中的散热模型，计算公式与计算过程严格符合物理过程，计算所得结果较为可靠，与现实情况较为符合；

问题三的模型全面考虑了材料的各种特性，综合各种指标给出了具体量化后的评分，可以方便地材料性能的优劣；

问题四潮汐模型，利用多个验潮站的数据和水位改正模型，得到一个较为准确的因

潮涨潮退所引发的高度差值。

5.1.2 模型的缺点分析

问题四模型中，忽略了海水不同深度密度的差异，默认其是一个恒密度的二物质，并忽略海水盐度等因素对于海水压力的影响；

问题三模型未考虑各指标间的权重，有进一步改进的空间；

整个模型中，我们忽略服务器之间的机械构造，默认其可以实现无缝对接和倾斜、倒置的摆放。实际上的机械结构可能要占用更多的空间。

5.2 模型的推广

第一问的散热模型不仅可以适用于海底数据中心散热问题求解，还可以推广至相似形状的热传导问题，求解过程具有极强的普适性。

第一问与第二问的一维装箱模型为类似的空间摆放问题提供了一种可行的方案，可供参考。

本文涉及的模型以海底数据中心的散热情况以及空间利用为核心，此研究对于海底数据中心在实际海域的摆放、海底数据中心材料的选择、1U 服务器在集装箱内部的堆放具有重要的作用和参考价值，能够为数据中心的高效发展和进步贡献一定的力量。

六、参考文献

- [1]苏高辉, 杨自春, 孙丰瑞,等. 硅薄膜导热系数微尺度效应的临界尺寸[J]. 纳米技术与精密工程, 2014, 12(3):176-181.
- [2]曹晖, 张鹏, 高永生,等. 不锈钢传热过程分析及热传导系数的确定[J]. 北京科技大学学报, 1998(06):541-544.
- [3]张宏伟, 牛占先, 王秀华,等. 提高 2A14 铝合金轮毂锻件力学性能的锻造工艺[J]. 轻合金加工技术, 2006(5):31-34.

附录

运行环境:

C++ 版本: TDM-GCC 4.9.2 64-bit Release

操作系统: Microsoft Windows 10 家庭中文版 Version 10.0 (Build 17134)

Bit Server VM mixed mode

附件 1: 圆筒密铺策略.cpp

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
typedef long long ll;
double X[105],r[105],h[105];
int cnt[105];

const double A=44.45,B=482.6,C=525;
const double R=500-46.6;
double a,b,c;

void init() {
    memset(X,0,sizeof(X));
    memset(r,0,sizeof(r));
    memset(h,0,sizeof(h));
    memset(cnt,0,sizeof(cnt));

    return;
}

void DO(int ll) {    //当第一行放 ll 个时情况
    init();
    int i=0;
    int sum=0;
    int cntL=0;      //机箱总行数
    printf("第一排放 %d 个: \n",ll);
    X[i]=b*ll;
    r[i]=R-sqrt( R*R - (X[i]/2)*(X[i]/2) );

    while( r[i]+a<2*R ) {
        r[i+1]=r[i]+a;
        X[i+1]=2*sqrt( R*R - (R-r[i+1])*(R-r[i+1]) );
        cntL++;
        i++;
        cnt[i]=min(X[i-1],X[i])/b;
        sum+=cnt[i];
        h[i]=min(X[i-1],X[i]) - b*cnt[i];
    }
```



```

        if(cnt[i]==0){
            cntL--;
            break;
        }

    }

    printf("共 %d 行, %d 块\n", cntL, sum);
    printf("---%.2lf---\n", X[0]);
    for(int j=1; j<=cntL; j++){
        printf("    %d    remain: %.2lf\n", cnt[j], h[j]);
        printf("---%.2lf---\n", X[j]);
    }
}

int main() {
    freopen("ABC.txt", "w", stdout);
    //先确定摆放方法
    a=A, b=B, c=C;

    //算出第二层堆多少个, 剪枝
    int L2=0;
    X[0]=b;
    h[0]=R - sqrt( R*R - (b/2)*(b/2) );
    h[1]=h[0]+a;
    X[1]= 2*sqrt( R*R - (R-h[1])*(R-h[1]) );
    h[2]=h[1]+a;
    if(h[2]>=2*R) L2=0;
    else{
        X[2]= 2*sqrt( R*R - (R-h[2])*(R-h[2]) );
        L2=min(X[1], X[2])/b;
    }

    //已经找出第一层有多少种排法了
    printf("a= %.2lf\n", a);
    printf("b= %.2lf\n", b);
    printf("c= %.2lf\n", c);
    if(L2==0){
        printf("放一排: \n");
        double tmpx=2*sqrt( R*R - (a/2)*(a/2) );
        int Cnt=tmpx/b;
        printf("共 %d 个\n", Cnt);
    }else{
        if(L2==1) L2=2;
        for(int I=1; I<L2; I++){

```

```

        DO(I);

    }

}

return 0;
}

```

附件 2：密铺作图 matlab

```

Rout=500
R=453.4
A=44.45
B=482.6
C=525
X=[0:0.1:0]
Y=[0:0.1:0]
viscircles([0 0],Rout,'Color','b','linewidth',0.2)
viscircles([0 0],R,'Color','r','linewidth',0.2)
%           rectangle('Position',[0           0           400
200],'edgecolor','k','facecolor','g','linewidth',1)
% 此处选择铺的方式
a=A
b=B

X(1)=- b*0.5
Y(1)=(R*R-X(1)*X(1))^0.5
n = 1

while Y-a >= -R
    n=n+1
    Y(n)=Y(n-1)-a
    X(n)=- (R*R-Y(n)*Y(n))^0.5
end
n=n-1
i =1
while i<n
    if X(i)<=X(i+1)
        x1=X(i+1)
        y1=Y(i+1)
        x2=x1+b
        y2=y1+a
        rectangle('Position',[x1 y1 b a],'edgecolor','k','facecolor','g')

```

```

        else
            x1=X(i)
            y1=Y(i)-a
            x2=x1+b
            y2=y1-a
            rectangle('Position',[x1 y1 b a], 'edgecolor','k', 'facecolor','g')
        end
        i=i+1
    end
    rectangle('Position',[200 -300 a b], 'edgecolor','g', 'facecolor','g')
    axis equal
    % 画矩形
    %             rectangle('Position',[-20             -10             40
    20], 'edgecolor','k', 'facecolor','g', 'linewidth',1.8)
    % axis equal
    % 画旋转 矩形
    % hg = hgtransform;
    %             rectangle('Position',[0,0,40,20], 'Curvature',[0
    0], 'edgecolor','k', 'facecolor','y', 'parent',hg, 'linewidth',2)
    % hg.Matrix = makehgtform('zrotate',pi/6); % 绕原点 (z 轴) 逆时针旋转 60°
    % axis equal
    % 画圆形
    % viscircles([0 0],150, 'Color','b');%圆心坐标为(0,0)，半径为 150, 轮廓颜色为蓝色

```

附件 3： TOPSIS 评分

```

#!/usr/bin/env python
# coding: utf-8

# In[10]:

import numpy as np
import pandas as pd
data = pd.read_excel('data1.xlsx', parse_dates=True)

# In[11]:

data.drop(data.columns[0], axis=1, inplace=True)
data_np=np.array(data)

```

```
data_np.shape
```

```
# 第一列表示密度  
# 第二列表示弹性模量  
# 第三列表示抗张强度  
# 第四列表示屈服强度  
# 第五列表示电势
```

```
# In[12]:
```

```
for i in range(33):  
    data_np[i,0]=-data_np[i,0]
```

```
# In[ ]:
```

```
for j in range(5):  
    tmp=data_np[:,j];  
    ave=tmp.mean();  
    dx=np.sqrt( np.var(tmp) );  
    for i in range(33):  
        data_np[i,j]=(data_np[i,j]-ave)/( dx )
```

```
# In[ ]:
```

```
tar=np.zeros(5)  
for j in range(5):  
    for i in range(33):  
        tar[j]=max( tar[j] , data_np[i,j] )
```

```
# In[ ]:
```

```
out=np.zeros(33)  
for i in range(33):  
    for j in range(5):  
        out[i]=out[i]+data_np[i,j]
```

In[]:

```
ans2=pd.DataFrame(out)
ans2.to_excel('data2.xlsx')
```

In[]:

附件 4：TOPSIS 具体数据

Material	Density, r (lb/in ³)	Elastic Modulus, E (psi)*10 ⁶	Yield Strength, sy (ksi)	Tensile Strength, su (ksi)	Potential in Seawater, ref. Ag-AgCl (V)	最终得分
Aluminum alloy 5052	0.097	10	31	38	-0.92	-3.805270558
Aluminum alloy 6061	0.098	10	40	45	-0.72	-2.811109912
Aluminum alloy 7075	0.101	10.4	73	83	-0.72	-1.571584296
Copper	0.322	17	50	55	-0.12	-2.68575563
Beryllium-Copper, CDA 172	0.298	18	170	200	-0.1	2.483721606
Red Brass, CDA 230	0.316	17	49	65	-0.2	-2.730044745
Inhibited Admiralty Brass	0.308	16	72	92	-0.16	-1.742213796
Naval Brass	0.304	15	66	88	-0.2	-2.146004872
Aluminum Bronze D, CDA 614	0.281	18	47	80	-0.09	-1.415984801
High Silicon Bronze A, CDA 655	0.308	15	51	88	-0.17	-2.354770974
90-10 Copper-Nickel	0.323	18	57	60	-0.15	-2.457980327
70-30 Copper-Nickel	0.323	22	79	85	-0.17	-1.134639666
Cast Silicon Brass and Bronze	0.302	17.5	28	63	-0.27	-3.093506208
Cast Aluminum Bronze	0.276	17	60	102	-0.3	-1.649489588
Monel 400	0.319	26	110	120	-0.08	0.981894491
Inconel 625	0.305	29.8	201	219	0.02	5.402276368
Incoloy 825	0.294	28	40	93	0.01	0.317862374
Ductile Cast Iron	0.257	24	95	117	-0.65	-0.756917537
AISI 1040 Steel	0.283	30	86	113	-0.65	-0.503990788
AISI 1040 Steel	0.283	30	142	190	-0.65	1.796282737
HY-80 Steel	0.284	30	90	103	-0.63	-0.551403028
HY-100 Steel	0.284	30	103	114	-0.63	-0.137028833
Low Alloy-High Strength Steels (ASTM A-242 and A-441)	0.283	30	50	70	-0.6	-1.68630401
Maraging 300 Steel	0.29	29	300	302	-0.57	6.494769768
Unalloyed Titanium	0.163	15	90	100	0	1.374963764
Titanium 6Al-4V	0.16	16.5	155	170	0	3.973057305
302 Stainless Steel	0.29	28	75	125	0	1.499786383
303 Stainless Steel	0.29	28	75	110	-0.06	1.018792995

304 Stainless Steel	0.29	28	75	110	-0.12	0.798784055
316 Stainless Steel	0.29	28	36	85	-0.07	-0.121806042
17-4 PH Stainless Steel	0.281	28.5	181	200	-0.15	4.28424825
410 Stainless Steel	0.28	29	142	185	-0.29	2.929365516