

Was ist das Kreuzprodukt zweier Vektoren im 3-dimensionalen und wie berechnet man es?

Verschiebungsmatrix um t

Rotationsmatrix um die y-Achse um Θ

Rotation um einen Punkt P in Abhängigkeit der Verschiebungsmatrix um t und Θ

Was ist Auslöschung?

Rotationsmatrix um die x-Achse um Θ

Rotationsmatrix um die z-Achse um Θ

Scherungsmatrix, gesichert um s

<div># 2</div> <div>Antwort</div> <p>Genauigkeitsverlust bei Rechenoperationen in IEEE754, tritt auf, falls eine Rechenoperation den relativen Fehler viel mehr als den absoluten erhöht. Die Subtraktion zweier ähnlicher und großer Zahlen endet in Auslöschung.</p>	<div># 1</div> <div>Antwort</div> <p>Das Kreuzprodukt ergibt einen Vektor, der senkrecht auf der aufgespannten Fläche der beiden Operanden steht. Der Betrag des neuen Vektors entspricht dem Flächeninhalt der aufgespannten Fläche. Berechnet wird es durch die folgende Formel:</p> $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_1b_3 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{pmatrix}$
<div># 4</div> <div>Antwort</div> $R_x(\Theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Theta & -\sin \Theta & 0 \\ 0 & \sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	<div># 3</div> <div>Antwort</div> $T(t) = T(t_x, t_y, t_z) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
<div># 6</div> <div>Antwort</div> $R_z(\Theta) = \begin{pmatrix} \cos \Theta & -\sin \Theta & 0 & 0 \\ \sin \Theta & \cos \Theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	<div># 5</div> <div>Antwort</div> $R_y(\Theta) = \begin{pmatrix} \cos \Theta & 0 & \sin \Theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \Theta & 0 & \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
<div># 8</div> <div>Antwort</div> $H(s) = \begin{pmatrix} 1 & s_{xy} & s_{xz} & 0 \\ s_{yx} & 1 & s_{yz} & 0 \\ s_{zx} & s_{zy} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	<div># 7</div> <div>Antwort</div> $T(P)R_{\{x,y,z\}}(\Theta)T(-P)$

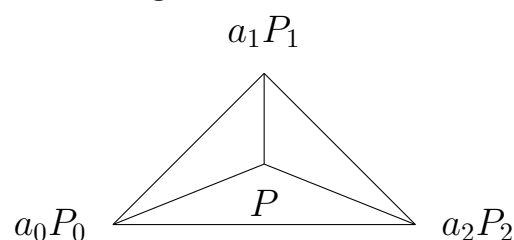
Mit welcher Formel kann man den Schnittpunkt der Linie $L(t) = P_0 + t \cdot \vec{d}$ mit der Polygonkante $\overrightarrow{E_n E_{n+1}}$?

Farbberechnung des Punktes P in folgendem Dreieck: Berechnung über die Fläche der entstehenden Teildreiecke

Abbildung mittels Projektionsmatrix auf kanonisches Volumen $[-1, 1]^3$ (Pyramidenstumpf) (Perspektivische Projektionsmatrix)

perspektivische Projektionsmatrix (mit Berechnung der Projektions- und orthografischen Matrix)

Farbberechnung des Punktes P in folgendem Dreieck:



Berechnung der Fläche eines Dreieckes über die Vektoren $v_0 = P_1 - P_0$, $v_1 = P_2 - P_0$

orthografische Projektionsmatrix des Projektionswürfels $[l; r] \times [b; t] \times [f; n]$

Visualisierung

# 10	Antwort
------	---------

a_x = Farbe (Masse) des Punktes
 P_x = baryzentrische Koordinaten des Punktes
 t_x = normierte baryzentrische Koordinate = $\frac{P_x}{P_1+P_2+P_3}$
 $a_p = a_o \cdot t_0 + a_1 \cdot t_1 + a_2 \cdot t_2 \leftarrow$ Farbe

# 9	Antwort
-----	---------

$$S_i = P_0 + \frac{(E_n - P_0) \vec{n}}{\vec{d} \cdot \vec{n}} \cdot \vec{d}$$

# 12	Antwort
------	---------

$$\begin{aligned}
 F &= \frac{1}{2} \| v_0 \times v_1 \| = \frac{1}{2} \| (P_1 - P_0) \times (P_2 - P_0) \| \\
 &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} A_x & B_x & C_x \\ A_y & B_y & C_y \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \\
 &= \frac{1}{2} (A_x B_y + B_x C_y + C_x + A_y - A_x C_y - B_x A_y - C_x B_y)
 \end{aligned}$$

# 11	Antwort
------	---------

Das ganze Dreieck hat den Flächeninhalt F , wobei gilt:

- $F = F_{P_0} + F_{P_1} + F_{P_2}$
- $F_{P_0} = F(\Delta P_0 P_1 P)$,
 $F_{P_1} = F(\Delta P_1 P_2 P)$,
 $F_{P_2} = F(\Delta P_2 P_0 P)$
- baryzentrische Koordinaten von P haben die Form (a, b, c) , wobei gilt: $a = \frac{F_{P_0}}{F}$, $b = \frac{F_{P_1}}{F}$, $c = \frac{F_{P_2}}{F}$

# 14	Antwort
------	---------

$$\begin{aligned}
 M_{ortho} &= S(s)T(t) \\
 &= \begin{pmatrix} \frac{2}{r-l} & 0 & 0 & -\frac{l+r}{l-r} \\ 0 & \frac{2}{t-b} & 0 & -\frac{t+b}{t-b} \\ 0 & 0 & \frac{2}{f-n} & -\frac{f+n}{f-n} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

# 13	Antwort
------	---------

$$M_{per} = \begin{pmatrix} \frac{2n}{r-l} & 0 & \frac{r+l}{r-l} & 0 \\ 0 & \frac{2n}{t-b} & \frac{t+b}{t-b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{n+f}{n-f} & \frac{2fn}{n-f} \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

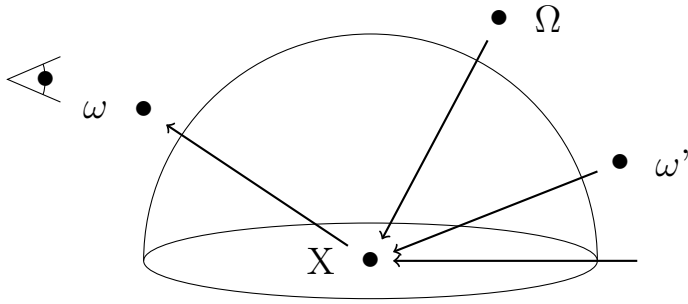
# 16	Antwort
------	---------

Messdaten \rightarrow Bild
 Daten \leftrightarrow Bild

# 15	Antwort
------	---------

$$\begin{aligned}
 &M_{ortho}^{-1} \cdot M_{per} \\
 &= \begin{pmatrix} \frac{r-l}{2} & 0 & 0 & \frac{r+l}{2} \\ 0 & \frac{t-b}{2} & 0 & \frac{t+b}{2} \\ 0 & 0 & \frac{f-n}{2} & \frac{f+n}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{2n}{r-l} & 0 & \frac{r+l}{r-l} & 0 \\ 0 & \frac{2n}{t-b} & \frac{t+b}{t-b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{n+f}{n-f} & \frac{2fn}{n-f} \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} n & 0 & 0 & \frac{r+l}{2} \\ 0 & n & 0 & \frac{t+b}{2} \\ 0 & 0 & -1 & \frac{f+n}{2} - fn \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Lichtsimation in der Computergrafik



Aufbau

Model Transforamtion: Input

Weg der Daten zum Bildschirm (mit Grafik-Pipeline)

Auf welche Arten können Objekte beschrieben werden?

Vor- und Nachteile

Weg der Daten zum Bildschirm (ohne Grafik-Pipeline)

Weg der Daten zum Bildschirm (mit Grafik-Pipeline): Graphics systems

# 18	Antwort
	<ul style="list-style-type: none"> • Vertices • Gitternetz • Oberfläche

# 17	Antwort
	$L(X, \omega) = L_e(X, \omega) + \int f_r(X, \omega', \omega) L_i(X, \omega') (-\omega' \cdot n) d\omega$

# 20	Antwort
	<ul style="list-style-type: none"> • Vorteile: <ol style="list-style-type: none"> 1. unabhängige Verarbeitung 2. parallele Ausführung 3. hohe Geschwindigkeit • Nachteile: <ol style="list-style-type: none"> 1. keine Beziehung zwischen Objekten 2. keine Volumeninformationen 3. Einschränkung durch spezielle Betrachtungsweise

# 19	Antwort
	<pre> graph TD A[Model Transformation] --> B[View Transforamtion] B --> C[Clipping] C --> D[Projection] D --> E[Rasterization] E --> F[Framebuffer] </pre>

# 22	Antwort
	<pre> graph TD A[lokale Koordinaten] -- "affine Transformation" --> B[Zusammenbau zur Szene im
Weltkoordinatensystem] B -- "affine Transformation" --> C[Ansicht auf die Szene im
Kamerakoordinatensystem] C -- "nicht-lineare Transformation" --> D[Bildraum] </pre>

# 21	Antwort
	<ul style="list-style-type: none"> • Objektbeschreibungen (Vertices...) • Kameraposition • Viewport (Fenstergröße) • Beleuchtungsmodell

# 24	Antwort
	<pre> graph TD A[Clipping] --> B[Projection] B --> C[Rasterization] C --> D[Framebuffer] </pre>

# 23	Antwort
	<pre> graph TD A[Application program] -- "Vertices" --> B[Graphics systems] B -- "Pixels" --> C[Framebuffer] </pre>

Ablauf

Definition

Frustum

Was sind darzustellende Objekte?

4 Hauptaufgaben

Was ist Clipping? (mit Skizze)

Warum?

Welche Arten gibt es und wann verwendet man sie?

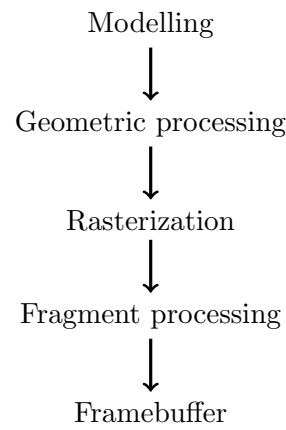
26

Antwort

- Modellierung (erzeugt Flächen und Vertices)
- Geometrische Verarbeitung (arbeitet auf Flächen und Vertices)
- Rasterisierung (erzeugt Fragmente)
- Fragmentverarbeitung

25

Antwort



28

Antwort

Abschneiden von nicht sichtbarer Geometrie (außerhalb des Sichtvolumens)

27

Antwort

- Position (x,y,z)
- Normale, Tiefe, Farbe, Alphawert (Transparenz)
- Standardisierte Verarbeitung

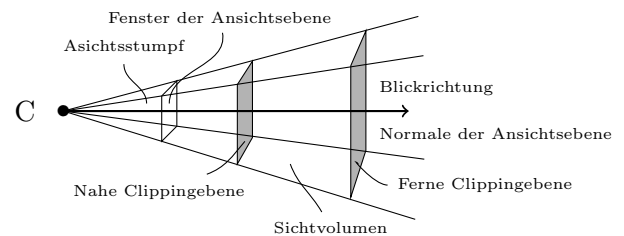
30

Antwort

- Entlastung der Rasterung
- bessere Performance

29

Antwort



32

Antwort

- geometrisch/analytisch bei der Geometrieverarbeitung
→ geometrische Objekte sind oft sehr groß (viele Fragmente), daher lohnt geometrisches Clipping
- Scissoring (nach dem Rastern im Framebuffer) → ausschließlich bei nur gerasterten Objekten, z.B. Schriften
- Standardisierte Verarbeitung

31

Antwort

- vollständig im Sichtvolumen (kein Clipping)
- vollständig außerhalb des Sichtvolumens (kein Clipping)
- teilweise im Sichtvolumen (Clipping)

Problem beim Clipping von Polygonen

Was ist Culling

Welche Cullingarten gibt es?

Welche Probleme treten beim Culling auf?

Was ist Rasterung

Rasterung von Kreisen für die Funktion $F(x, y) = x^2 + y^2 - R^2$, wobei gilt: $R =$ Radius

Rasterung von Polygonen

Scanline-Algorithmus

<div># 34</div> <div>Antwort</div> <p>Das Entfernen nicht benötigter Geometrie, die innerhalb des Sichtvolumens liegt.</p>	<div># 33</div> <div>Antwort</div> <p>konkave Polygone können "zerfallen", müssen vor der Verarbeitung tesseliert werden (in Dreiecke umgewandelt), da OpenGL nur konvexe Polygone unterstützt</p>
<div># 36</div> <div>Antwort</div> <ul style="list-style-type: none"> keine Szeneninformationen vorhanden, aber für viele Cullingtechniken benötigt geometrisch komplex 	<div># 35</div> <div>Antwort</div> <ul style="list-style-type: none"> Backface Culling: Entfernen von Primitiven "mit dem Rücken zur Kamera", verfügbar in OpenGL bei geschlossenen Objekten: Flächen mit $N_p \cdot N > 0$ werden beseitigt, wobei gilt: N_p = Normale der Fläche, N = Sichtlinie Occlusion Culling: Entfernen von Geometrie, die von anderer überdeckt wird Viewfrustum Culling: Entfernen von Geometrie, die außerhalb des Sichtvolumens liegt, vgl. Clipping
<div># 38</div> <div>Antwort</div> <p>Falls $F(x, y)$</p> <p>= 0 Punkt liegt auf dem Kreis</p> <p>< 0 Punkt liegt innerhalb des Kreises</p> <p>> 0 Punkt liegt außerhalb des Kreises</p> <p>Liegt der Mittelpunkt zwischen E und SE außerhalb des Kreises, wähle SE; liegt der Mittelpunkt innerhalb des Kreises, wähle E.</p>	<div># 37</div> <div>Antwort</div> <ul style="list-style-type: none"> Abbildung eines analytisch beschriebenen Objektes auf ein diskretes Raster Schritt von Geometrie zum Fragment zentrales Element der Rendering-Pipeline erfordert effizienten Algorithmus
<div># 40</div> <div>Antwort</div> <ul style="list-style-type: none"> zeilenweises "scannen" des Bildraumes pro Scanline: <ul style="list-style-type: none"> Berechnung von Schnittpunkt mit gegebenem Primitiv Sortieren der Schnittpunkte Schnittpunktpaare nach "Ungeradzahligkeitsregel" bilden einen "Span" Verarbeiten der zu "Spans" gehörigen Pixel Ungeradzahligkeitsregel: <ul style="list-style-type: none"> Zeichnen von Pixel zwischen Paaren von SPs 	<div># 39</div> <div>Antwort</div> <ul style="list-style-type: none"> Füllen entlang einer (horizontalen) Scanlinie Wichtig: Innen-/Außentest für Pixel auf der Linie

Achtung: Rückseite von # 40 ist zu voll.

- Pixel mit $s_{2n} < x < s_{2n+1}$ innerhalb des Polygons, Pixel mit $s_{2n+1} < x < s_{2n}$ außerhalb

CGIS

41

Sichtbarkeit

Welche Algorithmen gibt es für das Sichtbarkeitsproblem?

Achtung: Rückseite von # 41 ist zu voll.

CGIS

42

Grafikprogrammierung

Welche Kategorien von Farbmodellen gibt es?

CGIS

43

Grafikprogrammierung

CGIS

44

Grafikprogrammierung

additive Farbmischung

subtraktive Farbmischung

CGIS

45

Grafikprogrammierung

CGIS

46

Beleuchtung

wahrnehmungsorientierte Farbmischung

Plenoptische Funktion

# 41	Antwort
<ul style="list-style-type: none"> Objektraumalgorithmen: Berechnung in Weltkoordinaten des jeweiligen Modells Vorteile: hohe Detailauflösung und Genauigkeit, analytische Ausgabe der Resultate Nachteile: komplexe Verfahren, schwer parallelisierbar/implementierbar Bildraumalgorithmen: Berechnung in Bildschirmkoordinaten Vorteile: einfacher Verfahren, parallelisierbar/implementierbar Nachteile: beschränkte Genauigkeit, hohes Daten-/Speicherplatzaufkommen 	

82

# 42	Antwort
<ul style="list-style-type: none"> Technische (RGB,CMYK,YIQ) Perzeptionsorientierte (HSV,HLS,Theoretische, CIE) 	

# 44	Antwort
<p>Intensität wird subtrahiert (Drucker)</p> <p>CMYK</p>	

86

# 43	Antwort
<p>Intensität wird addiert (Monitor, Projektor)</p> <p>RGB, CIE-Farbraum</p>	

# 46	Antwort
<ul style="list-style-type: none"> 6-dimensionale Funktion mathematische Beschreibung dessen, was wir sehen alle Strahlen an allen Punkten 	

# 45	Antwort
<p>Grundkomponenten: Sättigung, Helligkeit, Farbton/Farbe</p> <p>HSV</p>	

Lichtmodelle

Was kann mit Licht passieren, wenn es auf eine Oberfläche trifft?

Welche Voraussetzungen hat die geometrische Optik?

Renderinggleichung - Theorie

Annahmen bei OpenGL

Was tut eine Beleuchtungsmethode?

Für was sind Schattierungsverfahren?

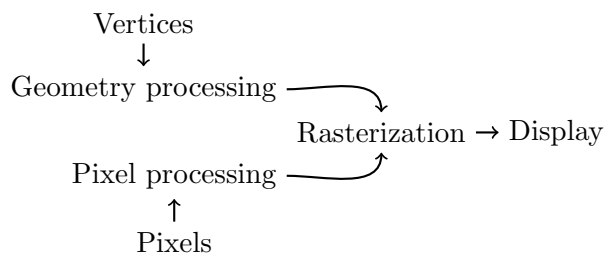
Shadingarten

# 48	<i>Antwort</i>	# 47	<i>Antwort</i>
<ul style="list-style-type: none"> • absorbiert • reflektiert • gestreut (in viele Richtungen reflektiert) • gebrochen • weitergeleitet 		<ul style="list-style-type: none"> • geometrische Optik: Emission, Reflektion/Refraktion, Absorbtion, wird in der CG verwendet • Wellenmodelle: Objektgröße vergleichbar mit Wellenlänge, Beugung, Interferenz, Polarisierung • Quantenmodelle: Fluoreszenz, Phosphoreszenz 	
# 50	<i>Antwort</i>	# 49	<i>Antwort</i>
<ul style="list-style-type: none"> • beschreibt den Energietransport in einer Szene • Eingabe: <ul style="list-style-type: none"> – Lichtquellen – Geometrie der Flächen – Reflektionsverhalten (Material) der Flächen • Ausgabe: Radianzwerte an Oberflächenpunkten für alle Richtungen 		<ul style="list-style-type: none"> • Licht breitet sich gradlinig aus • Strahlen interagieren nicht miteinander (Summation) • Strahlen haben Farbe (Wellenlänge) und Intensität 	
# 52	<i>Antwort</i>	# 51	<i>Antwort</i>
<ul style="list-style-type: none"> • berechnet das reflektierende Licht an einem Ort auf einer Oberfläche • verwendet lokale oder globale Beleuchtungsmodelle • arbeitet in Weltkoordinaten 		<ul style="list-style-type: none"> • Punktlichtquellen • nur direkte Beleuchtung • Materialien: diffus, glänzend oder transparent 	
# 54	<i>Antwort</i>	# 53	<i>Antwort</i>
<ul style="list-style-type: none"> • Flatshading: nur 1 Helligkeitswert/Polygon (Beobachter im Unendlichen), einmalige Auswertung der Beleuchtungsgleichung • Gourandshading: "Normalen" in Eckpunkten bestimmen, hieraus wird die Intensität berechnet, Werte aus dieser Berechnung werden zur Berechnung der Drei- und Vierecke herangezogen → Intensitäten werden für Helligkeitsbestimmung interpoliert • Phongshading: Normalen aus den Normalen in den Eckpunkten werden interpoliert, diese werden dann zur Helligkeitsberechnung/Pixel verwendet 		<ul style="list-style-type: none"> • bestimmt die Reflektion aller Pixel eines Polygons • Voraussetzung: Beleuchtungsmethode für die Bestimmung einzelner Pixelweerte vorhanden • arbeitet in Bildschirmkoordinaten 	

Pixel-Pipeline

Pixel und Geometrie-Pipeline

56

Antwort

55

Antwort