

IO Práctica 1

Yimin Pan, L12

November 7, 2019

1 Introduction

En esta práctica intentamos formular el problema asignado como un problema de optimización en AMPL.

El problema 9 de la lista trata de encontrar una estrategia óptima para invertir en publicidad.

9. Una economista de la compañía publicitaria, Flag-Poole Advertising Company, opina que puede conocer la forma óptima de distribuir los dólares invertidos en publicidad de un cliente mediante un programa lineal. Basta con identificar las audiencias a las que quiere dirigirse el cliente- tales como adolescentes, parejas recién casadas, tercera edad, etc. Sea i el índice que representa la i -ésima audiencia. El cliente debe especificar el nivel de exposición que desea para cada audiencia i , E_i . Entonces se evalúa en función de su efectividad cada uno de los medios publicitarios (tales como un anuncio en televisión, un anuncio en color en un suplemento dominical, etc.). Sea j el índice que representa el j -ésimo medio publicitario, y a_{ij} la efectividad evaluada de invertir un dólar para la i -ésima audiencia en el j -ésimo medio. Cada variable de decisión se designa por x_j , que representa la cantidad total de dólares que se invierten en el medio publicitario j durante una campaña de promoción. El objetivo del cliente es minimizar el gasto total publicitario, manteniendo sus niveles deseados de exposición. Suponiendo que hay 4 audiencias y 5 medios publicitarios, escribir el modelo lineal que se describe anteriormente.

Figure 1: problema 9

Tenemos i diferentes tipos de audiencia y j medios publicitarios diferentes. El cliente nos pide un nivel mínimo de exposición para cada tipo de audiencia E_i , sabiendo que invertir un dólar en un medio publicitario para una audiencia tiene una efectividad a_{ij} . Siendo X_j la cantidad de dinero invertido en el medio j , intentamos minimizar el gasto monetario total, siempre y cuando cumpliendo con los niveles mínimos de exposición.

2 Formulación en PL

Sea n el número de audiencias y m el número de medio publicitarios.

$$\begin{aligned} \text{minimize : } & \sum_{j=1}^m X_j \\ \text{s.a : } & \forall i \sum_{j=1}^m X_j * a_{ij} \geq E_i, i = 1, \dots, n \\ & X_j, E_i, a_{ij} \geq 0 \end{aligned}$$

3 Implementación del modelo en AMPL

1. Para empezar tenemos 3 tipos de conjuntos:

- El conjunto de audiencia que lo llamamos AUDIENCIA.
- El conjunto de medio publicitario que lo llamaos MEDIO_PUBLI.
- Un conjunto AUD_MED definido como el producto de audiencia y medio publicitario.

```
set AUDIENCIA;  
set MEDIO_PUBLI;  
set AUD_MED within (AUDIENCIA cross MEDIO_PUBLI);
```

Figure 2: Sets

2. Luego, para modelizar el problema necesitamos 2 parametros más:

- El nivel de exposición que pide el cliente para cada audiencia, por lo que está definido sobre AUDIENCIA.
- La efectividad de invertir un dolar para una audciencia por un medio publicitario, y lo definimos sobre AUD_MED.

```
param exposicion {AUDIENCIA} >= 0;  
param efectividad {AUD_MED} >= 0;
```

Figure 3: Params

3. La variable de decisión 'inversion' nos indica cuánto invertir en cada audiencia por cada medio publicitario.
4. Por último solamente faltaría añadir las restricciones del problema, hacer cumplir el nivel de exposición que pide el cliente para cada audiencia. Es decir, $\text{inversion} * \text{efectividad}$ sea mayor que nivel de exposición.

```
var inversion {AUD_MED} >= 0;
```

Figure 4: Vars

```
subject to Nivel_Expo {i in AUDIENCIA}:  
    sum {j in MEDIO_PUBLI} inversion[i, j]*efectividad[i,j] >= exposicion[i];
```

Figure 5: Constraints

4 Instancias

1. Juego de Prueba 1

Utilizando los datos de entrada que indica el enunciado. Tenemos 4 audiencias y 5 medios publicitarios, para el resto de parametros se escogen valores triviales para ver que el modelo funciona.

- En cuanto a nivel de exposición, para A2 se requiere 50, A4 100 y el resto 0.
- La efectividad es 0.5 para todo par audiencia-medio publicitario.

El solver muestra 25 soluciones óptimas con una función objetivo de 300. Esto se debe a que hemos puesto todas las efectividades a 0.5, .

Queremos cumplir el 50 de A2 y 100 de A4, y la inversión se realiza sobre un par {audiencia, medio}, por lo que invertir sobre una audiencia cambiando de medio no afecta nada, y como que tenemos 5 medio publicitarios diferentes, para cumplir A1 ya tenemos 5 medios candidatos, y para cada uno de esto podemos combinarlo con 1 de los 5 para A4, $5 * 5 = 25$.

$100 + 50 = 150$, y $150 * 2 = 300$, por lo que la solución es correcta.

```

inversion :=
A1 M1      0
A1 M2      0
A1 M3      0
A1 M4      0
A1 M5      0
A2 M1     100
A2 M2      0
A2 M3      0
A2 M4      0
A2 M5      0
A3 M1      0
A3 M2      0
A3 M3      0
A3 M4      0
A3 M5      0
A4 M1     200
A4 M2      0
A4 M3      0
A4 M4      0
A4 M5      0
;

```

2. Juego de prueba 2

Aquí vamos a tocar la efectividad manteniendo los mismos conjuntos que el juego de preba aterior y el nivel de exposición. De este modo podemos observar observar mejor que efectos tiene al hacer esta modificación.

- La efectividad de publicar por el medio M1 es 1 para todos las audiencias.

```

inversion :=
A1 M1      0
A1 M2      0
A1 M3      0
A1 M4      0
A1 M5      0
A2 M1      50
A2 M2      0
A2 M3      0
A2 M4      0
A2 M5      0
A3 M1      0
A3 M2      0
A3 M3      0
A3 M4      0
A3 M5      0
A4 M1     150
A4 M2      0
A4 M3      0
A4 M4      0
A4 M5      0
;

```

Simpre y cuando la efectividad de los otros medios sean menores que 1, forzaremos que se publique todo por M1 ya que es el medio más efectivo, y de este modo tenemos una solución óptima única. La función objetivo es 150, dado que la efectividad es 1.

3. Juego de prueba 3

En este juego de prueba, cambiamos el número de audiencias y medios a 3. Pero en realidad tampoco cambiará mucho.

```
param exposicion:=  
A1 348  
A2 592  
A3 916  
;  
  
param efectividad:=  
A1 M1 0.12  
A1 M2 0.26  
A1 M3 0.53  
  
A2 M1 0.54  
A2 M2 0.91  
A2 M3 0.48  
  
A3 M1 0.28  
A3 M2 0.70  
A3 M3 0.56  
;
```

Figure 6: Data

Dado que no tenemos restricción sobre la cantidad que podemos invertir en un medio publicitario (no lo pide el enunciado), entonces para cada audiencia simplemente se invertirá al medio con más eficiencia. De este modo, obteniendo el menor coste total. A1-M3, A2-M2, A3-M2. Y la función objetivo será: $348/0.56 + 592/0.91 + 916/0.7 \approx 2615$.

```
MINOS 5.5: optimal solution found.  
3 iterations, objective 2615.724653  
ampl: display inversion;  
inversion :=  
A1 M1 0  
A1 M2 0  
A1 M3 656.604  
A2 M1 0  
A2 M2 650.549  
A2 M3 0  
A3 M1 0  
A3 M2 1308.57  
A3 M3 0  
;
```