

# Precesja i nutacja

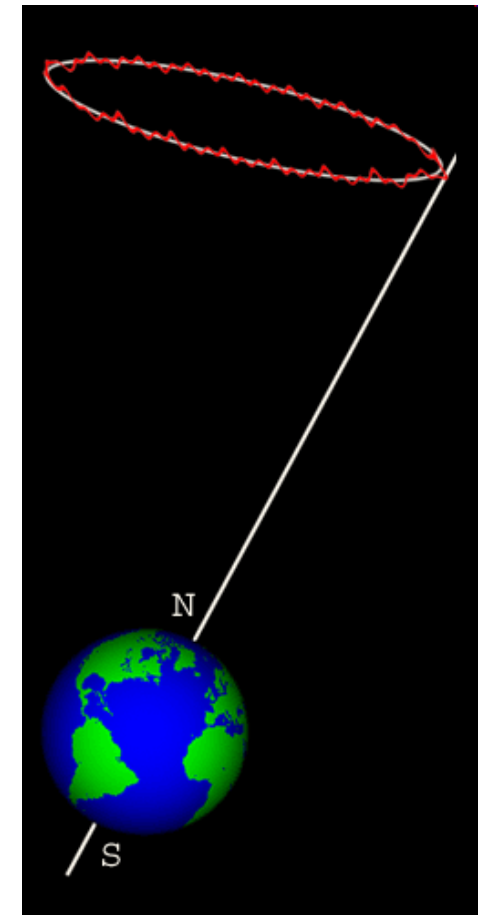
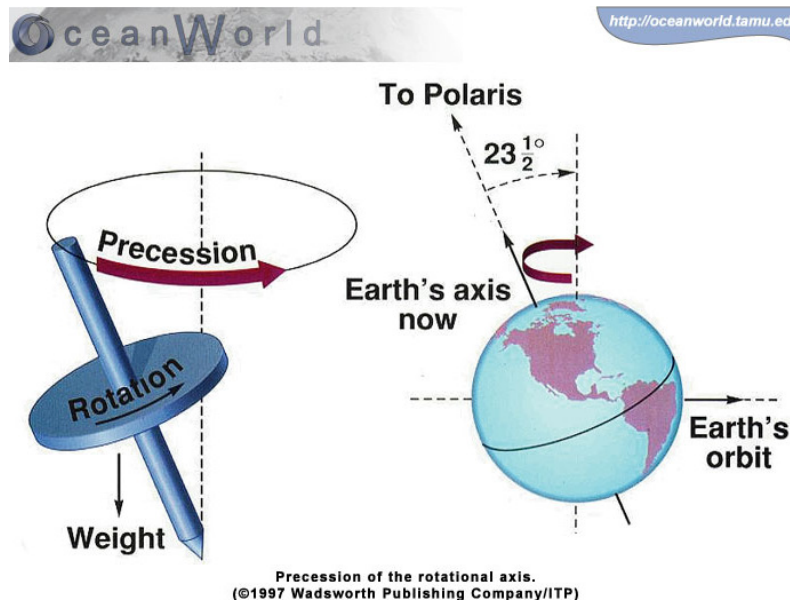
**Precesja** jest to zjawisko zmiany kierunku osi obrotu obracającego się ciała. Oś obrotu sama obraca się wówczas wokół pewnego kierunku w przestrzeni zakreślając powierzchnię stożkową.

**Precesja wymuszona** występuje wówczas, gdy na ciało sztywne obracające się dookoła osi działa moment zewnętrzny działający prostopadle do momentu pędu. Powoduje to zmianę kierunku działania momentu pędu ale nie zmienia jego wartości

$$\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dt} = \omega_p$$

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = \omega_n$$

$$\dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt} = \omega_s$$



$$\omega_x = \omega_p \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi + \omega_n \cdot \cos \psi$$

$$\omega_y = \omega_p \cdot \sin \theta \cdot \cos \psi - \omega_n \cdot \sin \psi$$

$$\omega_z = \omega_s + \omega_p \cdot \cos \theta$$

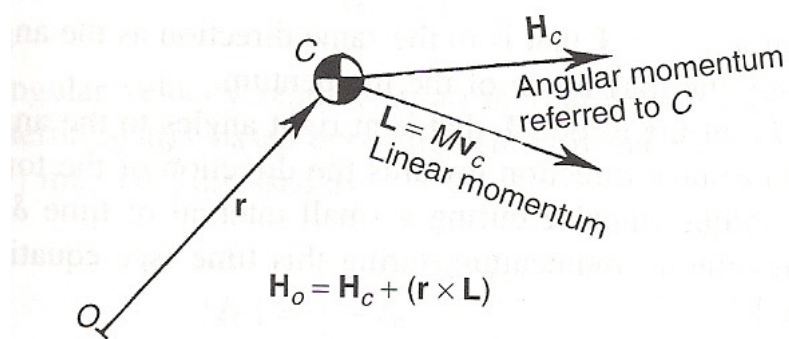
$$\omega_p = \frac{1}{\sin \theta} \cdot (\omega_x \cdot \sin \psi + \omega_y \cdot \cos \psi)$$

$$\omega_n = \omega_x \cdot \cos \psi - \omega_y \cdot \sin \psi$$

$$\omega_s = \frac{1}{\tan \theta} \cdot (\omega_x \cdot \sin \psi + \omega_y \cdot \cos \psi) + \omega_z$$

# Moment pędu ciała sztywnego w ujęciu Eulera

Ruch ciała sztywnego (satelity) rozpatruje się jako złożenie ruchu środka masy **C** i ruchu względem tego środka. Moment pędu względem pewnego punktu O (np. środka Ziemi) można rozłożyć na moment pędu środka masy C ciała i moment pędu ciała względem środka ciężkości **H<sub>c</sub>**.



Moment pędu ciała sztywnego

$$\vec{H}_c = [I_c] \cdot \vec{\omega}$$

Moment bezwładności ciała sztywnego  
gdy osie są osiami głównymi

$$H_c = \begin{bmatrix} I_{xx} \cdot \omega_x \\ I_{yy} \cdot \omega_y \\ I_{zz} \cdot \omega_z \end{bmatrix}$$

$$\vec{H}_o = \vec{H}_c + \left( \vec{r} \otimes M \cdot \vec{r} \right)$$

$$\frac{d\vec{H}}{dt} = \vec{T}$$

**H** – moment pędu;  
**T** – zewnętrzny moment

Moment bezwładności ciała sztywnego

$$[I_c] = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{zx} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix}$$

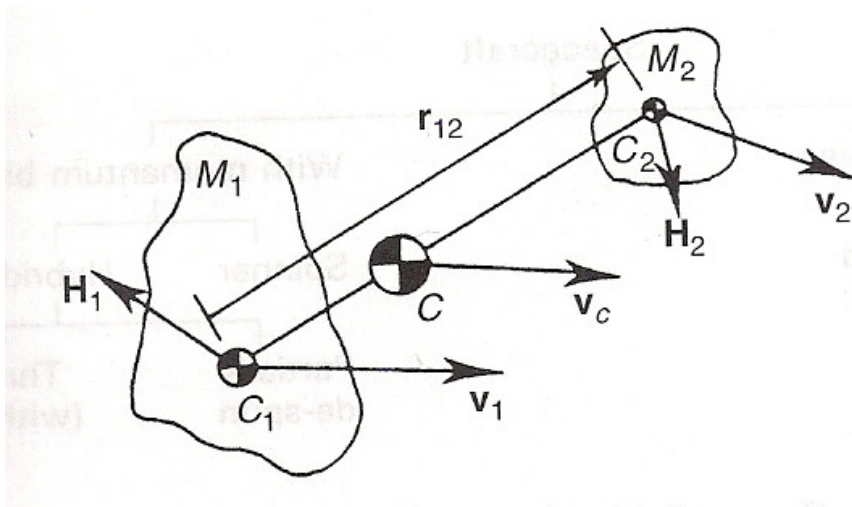
$\omega$  – prędkość obrotowa w odniesieniu do lokalnego, nieruchomego układu współrzędnych

# Zmiana moment pędu w układzie nieinercyjnym

Jeżeli za układ odniesienia przyjmujemy układ obracający się z prędkością  $\Omega$  (np. związany z Ziemią) to należy uwzględnić jego ruch.

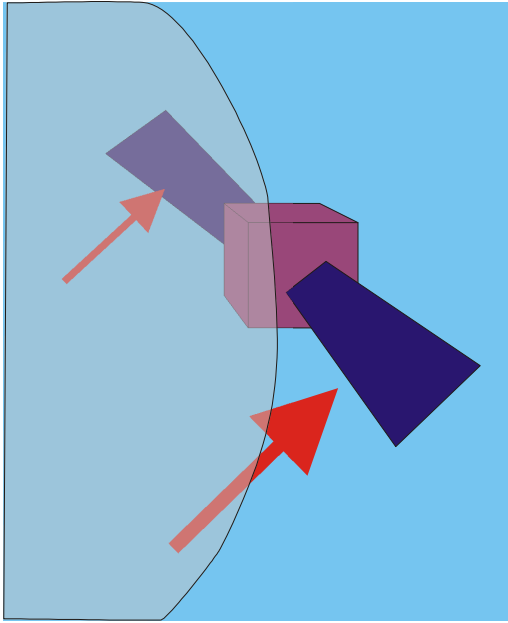
$$\frac{d(\vec{H}_c)}{dt} = \frac{d}{dt_{element}} (\vec{H}_c) + (\vec{\Omega} \otimes \vec{H}_c) = \frac{d(I_x \cdot \omega_x)}{dt} \cdot \vec{i} + \frac{d(I_y \cdot \omega_y)}{dt} \cdot \vec{j} + \frac{d(I_z \cdot \omega_z)}{dt} \cdot \vec{k} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \Omega_x & \Omega_y & \Omega_z \\ I_x \cdot \omega_x & I_y \cdot \omega_y & I_z \cdot \omega_z \end{vmatrix}$$

## Moment pędu układu wielu ciał sztywnych



$$\vec{H}_G = \left( \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \right) \cdot (r_{12} \otimes v_{12}) + H_1$$

# Zewnętrzny moment obrotowy

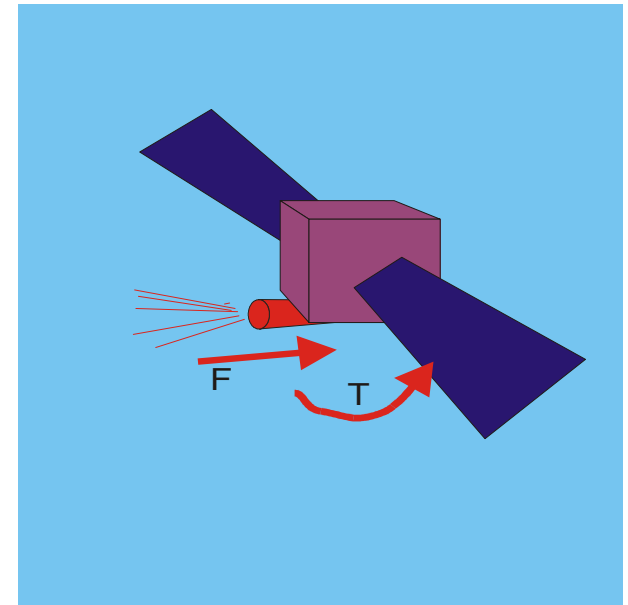


Zmiana momentu pędu  $dH$  występuje gdy na satelitę działają zewnętrzne momenty siły  $T$ . Są one związane najczęściej oddziaływaniem środowiska np. poprzez pola magnetyczne, opór aerodynamiczny, ciśnienie promieniowania słonecznego, gradient pola grawitacyjnego.

$$\frac{dH}{dt} = T$$

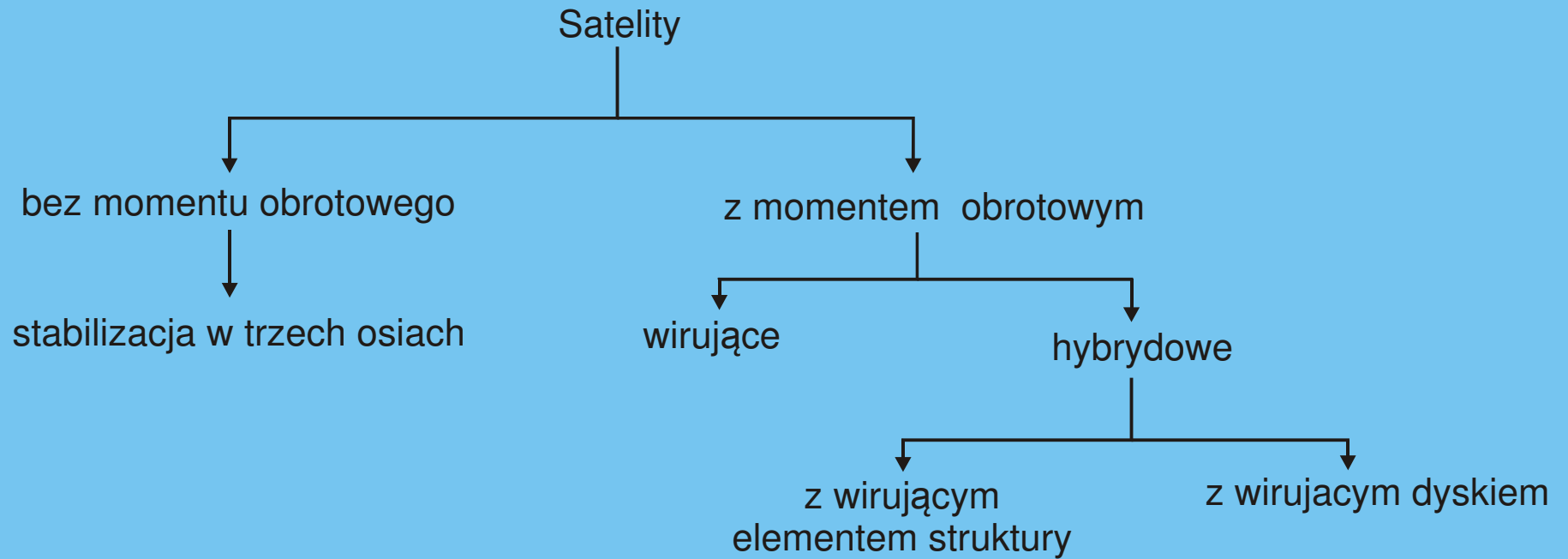
Zmiana momentu pędu występuje także w wyniku wyrzucenia poza satelitę masy z określoną prędkością, przy czym kierunek tej prędkości nie przechodzi przez środek masy. Ma to miejsce w przypadku rakietowych silników sterujących. Ponieważ wyrzucone gazy mają pewien moment pędu a sumaryczny moment pędu układu satelita – gazy nie zmienia się więc musi także ulec zmianie moment pędu satelity

$$\frac{dH_{satelita}}{dt} + \frac{dH_{gaz}}{dt} = 0$$



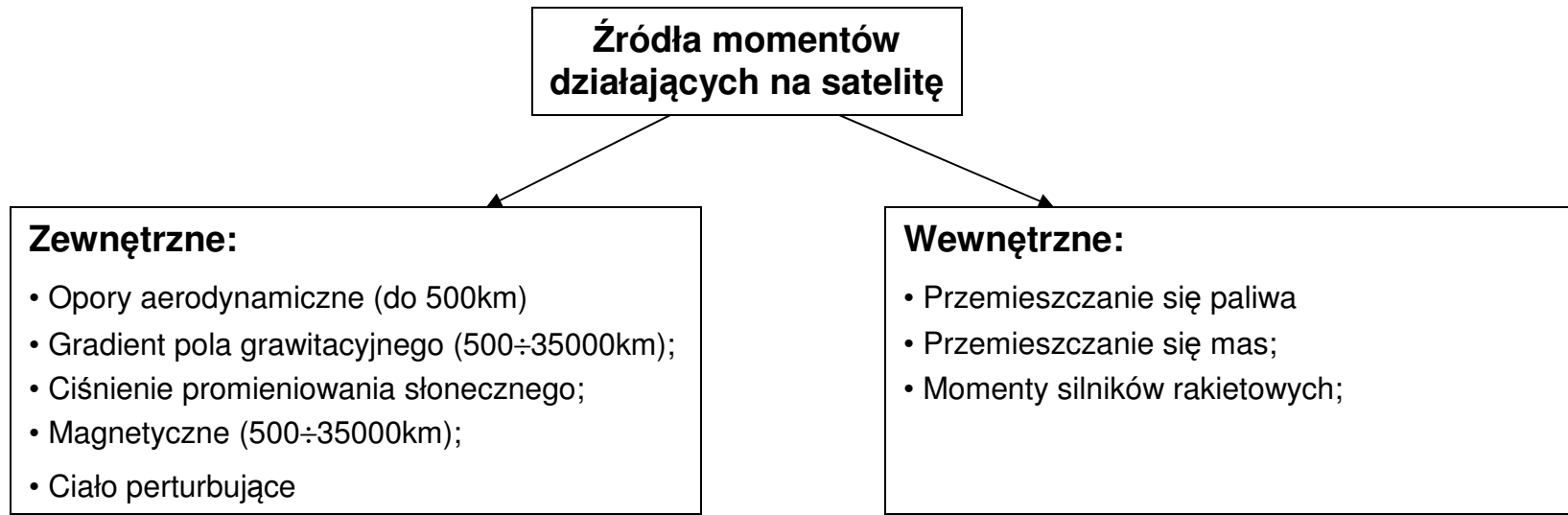
# Rodzaje satelitów

(podział ze względu na rodzaj stabilizacji pozycji)



# **Sterowanie położeniem satelity**

# Wprowadzenie



## Źródła dostępnego momentu sterującego:

- silniczki rakietowe
- „magazyny” momentu
- magnetyczne
- ruch mas w satelicie
- grawitacyjne
- aerodynamiczne
- ciśnienie światła

# **Projektowanie systemu ACS**



# Cykl projektowania systemu położenia satelity - **A**ttitude **C**ontrol **S**ystem

