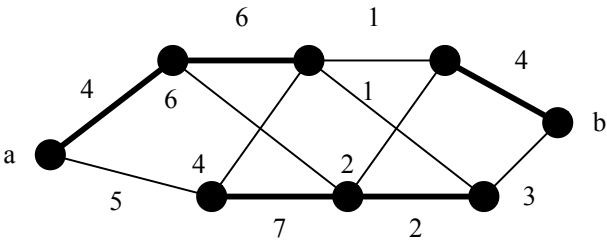


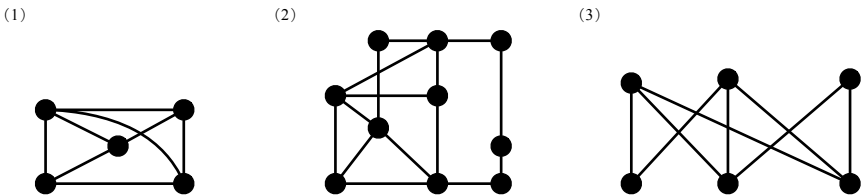
考试科目：图论及其应用
考试形式：闭卷
考试时间：2012 年
考试时长：2 小时

一. (30 分) 填空题 (填表题每空 1 分, 其余每题 2 分, 共 30 分)

- 1. n 阶 k 正则图 G 的边数 $m(G) =$ _____;
- 2. 3 个顶点的不同构的简单图共有_____个;
- 3. 边数为 m 的简单图 G 的不同生成子图的个数有_____个;
- 4. 图 $G_1 = (n_1, m_1)$ 与图 $G_2 = (n_2, m_2)$ 的积图 $G_1 \times G_2$ 的边数为_____;
- 5. 在下图 G_1 中, 点 a 到点 b 的最短长度为_____;



- 6. 设简单图 G 的邻接矩阵为 A , 且 $A^2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, 则图 G 的边数为_____;
- 7. 设 G 是 n 阶简单图, 且不含完全子图 K_3 , 则其边数一定不会超过_____;
- 8. K_3 的生成树的棵数为_____;
- 9. 任意图 G 的点连通度 $k(G)$ 、边连通度 $\lambda(G)$ 、最小度 $\delta(G)$ 之间的关系为_____;
- 10. 对下列图, 试填下表 (是 xx 类图的打 “ $\sqrt{}$ ”, 否则打 “ \times ”).



	能一笔画的图	Hamilton 图	偶图	可平面图
1				
2				
3				

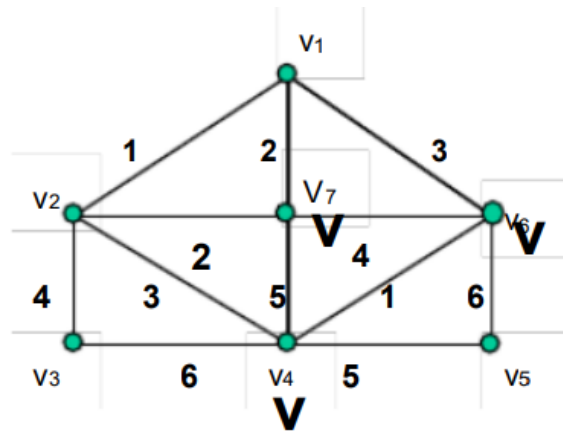
Table 1: Caption

二. (10 分) 单项选择 (每题 2 分, 共 10 分)

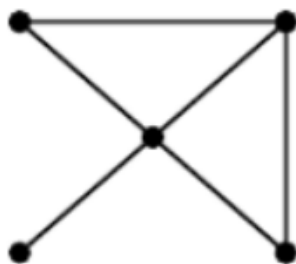
1. 对于序列 $(7, 5, 4, 3, 3, 2)$, 下列说法正确的是 (____):
 - A. 是简单图的度序列
 - B. 是非简单图的度序列
 - C. 不是任意图的度序列
 - D. 是图的唯一序列
2. 对于有向图, 下列说法**不正确**的是 (____)
 - A. 有向图 D 中任意一顶点 v 只能处于 D 的某一个强连通分支中
 - B. 有向图 D 中顶点 v 可能处于 D 的不同的单项分支中
 - C. 强连通图中的所有顶点必然处于强连通图的某一有向回路中
 - D. 有向连通图中顶点的单向联通关系是等价关系
3. 下列无向图可能不是偶图的是 (____)
 - A. 非平凡的树
 - B. 无奇圈的非平凡树
 - C. $n(n \geq 1)$ 方体
 - D. 平面图
4. 下列说法正确的是 (____)
 - A. 连通 3 正则图必存在完美匹配
 - B. 有割边的连通 3 正则图一定不存在完美匹配
 - C. 存在哈密顿圈的 3 正则图必能 1 因子分解
 - D. 所有完全图都能作 2 因子分解
5. 关于平面图, 下列说法错误的是 (____)
 - A. 简单连通平面图中至少有一个度数不超过 5 的顶点
 - B. 极大外平面图的内部面是三角形, 外部面也是三角形
 - C. 存在一种方法, 总可以把平面图的任意一个内部面转化为外部面
 - D. 平面图的对偶图也是平面图

三. (10 分) 设 G 与其补图 \overline{G} 的边数分别为 m_1, m_2 , 求 G 的阶数。

四. (10 分) 求下图的最小生成树 (不要求中间过程, 只要求画出最小生成树, 并给出 T 的权和)。



五. (10 分) (1) 求下图 G 的 k 色多项式; (2) 求出 G 的点色数 χ ; (3) 给出一种使用 χ 种颜色的着色方法。



G

- 六. (10 分) 5 个人 A, B, C, D, E 被邀请参加桥牌比赛。桥牌比赛规则是每一场比赛由两个 2 人组进行对决。要求每个 2 人组 $\{X, Y\}$ 都要与其它的 2 人组 $\{W, Z\} (W, Z \notin \{X, Y\})$ 进行对决。若每个人都要与其他任意一个人组成一个 2 人组, 且每个组在同一天不能有多于一次的比赛, 则最少安排多少天比赛 (每一天可以有多场比赛)? 请给出相应的一个时间安排表。(用图论方法求解)

七. (10 分) 由于在考试中获得好成绩, 6 名学生 A, B, C, D, E, F 将获得下列书籍的奖励, 分别是: 代数学 (a), 微积分 (c), 微分方程 (d), 几何学 (g), 数学史 (h), 规划学 (p), 拓扑学 (t)。每门科目只有 1 本书, 而每名学生对书的喜好是:

A: d, h, t; B: h, t; C: d, h; D: d, t; E: a, c, d; F: c, d, p, g.

每名学生是否都可以得到他/她喜欢的书? 为什么? (用图论方法求解)

八. (10 分) 若 n 为偶数, 且单图 G 满足: $\delta(G) \geq \frac{n}{2} + 1$, 求证: G 中有 3 因子。