考试科目：随机过程与排队论
考试形式：一页纸开卷
考试时间：2014 年秋

1. （10 分） 随机过程 $X(t)=A\cos(t),-\infty<t<+\infty$，其中 A 是随机变量，其概率分布律为

A	1	2	3
P	0.2	0.3	0.5

求：

(1) 一维分布函数 $F(\pi/4,x)$ 和 $F(\pi/3,x)$；

(2) 均值函数 $m_x(t)$，方差函数 $D_x(t)$ 以及协方差函数 $C_x(s,t)$。

注：$F(t,x)=PX(t)\leq x,t\in T,x\in R=(-\infty,+\infty)$。

2. （10 分） 某高速公路旁有一个加油站，汽车按平均每分钟 5 辆的泊松过程通过该加油站。假设通过该加油站的汽车有 40% 的来加油站加油，求

(1) 在头 2 分钟和第 3 至 5 分钟这两个时间区间内各有 2 辆汽车通过该加油站的概率。

(2) 在头 2 分钟内，通过该加油站 5 辆汽车且仅有 1 辆汽车来加油站加油的概率。

3. （16 分） 设齐次马氏链 $\{X(n), n=0,1,2,\ldots\}$ 的状态空间 $E=\{1,2,3\}$，一步状态转移矩阵

$$P=\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 \\ \frac{1}{5} & \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

(1) 论其遍历性

(2) 求平稳分布

(3) 求概率

(4) 已知 $X(0)$ 的分布率如下表所示，求 $P\{X(1)=1, X(2)=2, X(3)=3\}$ 和 $X(2)$ 的分布率。

$X(0)$	1	2	3
P	0.2	0.3	0.5

4. （12 分） 设齐次马氏链 $\{X(n), n=0,1,2,...\}$ 的状态空间 $E=\{1,2,3,4,5,6\}$，状态转移矩阵

$$P=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 0 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$$

(1) 画出状态转移图；

(2) 讨论各状态性质；

(3) 分解状态空间。

5. （16 分） 某打字室有 2 个打字员独立打字，假定每个打字员打一份文稿的时间都服从指数分布，平均 20 分钟。又假定文稿以泊松流到达，平均每小时到达 5 份。试求系统达到平稳时

(1) 文稿积压的概率及平时积压的文稿数；

(2) 每份文稿在打字室的平均逗留时间和平均等待打字的时间；

(3) 文稿到达打字室后立即可以打字的概率；

(4) 平均忙的打字员数。

6. （10 分） 假定某电影网站有 3 台服务器，其中 2 台备用，只有一个维修工人。如果服务器正常工作时间服从指数分布，平均 2 天，而调整维修一台服务器的时间是负指数分布，平均 1 天。求网站正常运转的概率及由于停机网站无法运转的概率。

7. （20 分） 某计算中心的信息交换站接受到的信息流为泊松流，每秒钟到达 15 份信息，信息从交换站输出服从指数分布，平均每秒钟 20 份，试求：若缓冲器的存储空间仅可存储 4 份信息，则平稳时的概率分布，信息损失的概率，信息交换站的平均信息数，缓冲器中的平均信息数，每份信息在交换站的平均逗留时间和平均等待时间。

8. （6 分） 设有一排队系统：顾客按参数 2 的泊松流到达：顾客所需的服务时间序列独立、服从参数为 5 的 2 阶爱尔朗分布；系统中只有一个服务台，容量为无穷大；顾客到达时，若服务台空闲就立即接受服务，否则就排队等待，并按先到先服务的顺序接受服务，而且到达过程与服务过程彼此独立。试求改系统的平均队长、平均等待队长、平均等待时间、平均逗留时间。