

考试科目：图论及其应用

考试形式：闭卷

考试日期：2005 年春

考试时长：120 分钟

一. (15 分) 填空 (每空 1 分)

1. 已知图 G 有 10 条边, 4 个度数为 3 的顶点, 其余顶点的度数均小于 2, 则 G 中至少有_____个顶点。
2. m 条边的简单图 G 中所有不同的生成子图 (包括 G 和空图) 的个数为_____。
3. 4 个顶点的非同构的简单图有_____
4. 图 G_1 的最小生成树各边权值之和为_____。

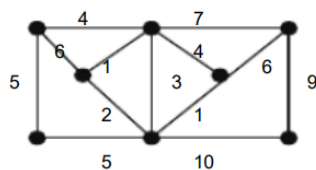


图 G_1





5. 若 W 是图 G 中一条包含所有边的闭通道, 则 W 在这样的闭通道中具有最短长度的充要条件是:
 - i. 每一条边最多重复经过_____次
 - ii. 在 G 的每一个圈上, 重复经过的边的数目不超过圈的长度的_____
6. 5 阶度极大非哈密尔顿图族有_____
7. 在图 G_2 中, 图的度序列为_____, 频序列为_____, 独立数为_____, 团数为_____, 点色数为_____, 边色数为_____, 直径为_____



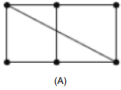
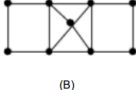
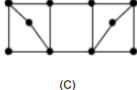
图 G_2

二. (15 分) 选择

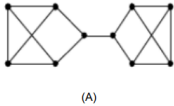
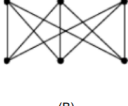
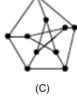
- 下列序列中, 能成为某简单图的度序列的是 (_____)
A. (54211) B. (6654332) C. (332222)
- 已知图 G 有 13 条边, 2 个 5 度顶点, 4 个 3 度顶点, 其余顶点的度数为 2, 则图 G 有 (_____) 个 2 度点
A. 2 B. 4 C. 8
- 图 G 如 (a) 所示, 与 G 同构的图是 (_____)

- 下列图中为欧拉图的是 (_____), 为 H 图的是 (_____), 为偶图的是 (_____)

- 下列图中可 1- 因子分解的是 (_____)

- (10 分) 设 Δ 和 δ 分别是 (n, m) 图 G 的最大度与最小度, 求证: $\delta \leq \frac{2m}{n} \leq \Delta$

四. (10 分) 正整数序列 d_1, d_2, \dots, d_n 是一棵树的度序列的充分必要条件是 $\sum_{i=1}^n d_i = 2(n-1)$

五. (10 分) 求证: 在简单连通平面图 G 中, 至少存在一个度数小于或等于 5 的顶点

六. (10 分) 证明

1. 若 G 恰有两个奇度点 u 与 v , 则 u 与 v 必连通
2. 一棵树至多只有一个完美匹配

七. (15 分) 求图 G 的色多项式 $P_k(G)$

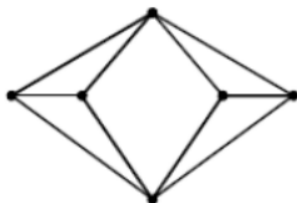


图 G

八. (15 分) 求图 G 中 a 到 b 的最短路

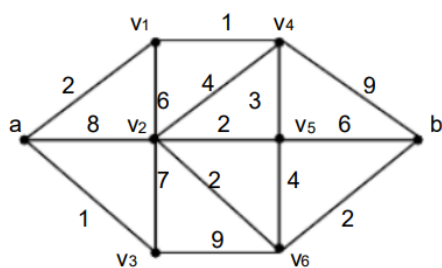


图 G