2006 研究生图论期末试题　(120 分钟)

一、填空题 (15 分，每空 1 分)

1、若两个图的顶点与顶点之间，边与边之间都存在 __________ 对应，而且它们的关联关系也保持其 __________ 关系，则这两个图同构。

2、完全图 K_4 的生成树的数目为 __________ ；阶为 6 的不同构的树有 __________ 棵。

3、设无向图 G 有 12 条边，已知 G 中度为 3 的结点有 6 个，其余结点的度数均小于 3，则 G 中至少有 __________ 个结点。

4、具有 5 个结点的自补图的个数有 __________ 。

5、已知图 G 的邻接矩阵 $A(G)=\begin{pmatrix}0&1&0&1&0\\1&1&1&0&1\\0&1&0&1&1\\1&0&1&0&1\\0&1&1&1&1\end{pmatrix}$，顶点集合 $V(G)=\{v_1,v_2,v_3,v_4,v_5\}$，

则由 v_2 到 v_5 的途径长度为 2 的条数为 __________ 。

6、若 K_n 为欧拉图，则 n= __________ ；若 K_n 仅存在欧拉迹而不存在欧拉回路，则 n= __________ 。

7、无向完全图 K_n (n 为奇数)，共有 __________ 条没有公共边的哈密尔顿圈。

8、设 G 是具有二分类 (X,Y) 的偶图，则 G 包含饱和 X 的每个顶点的匹配当且仅当

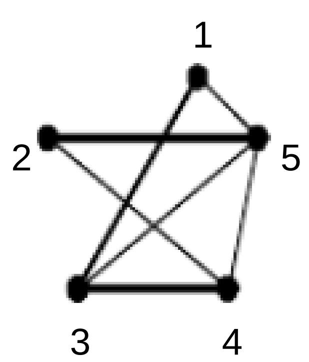
__________ ，对所有 $S\subseteq X$ 。

9、在有 6 个点。12 条边的简单连通平面图中，每个面均由 __________ 条边组成。

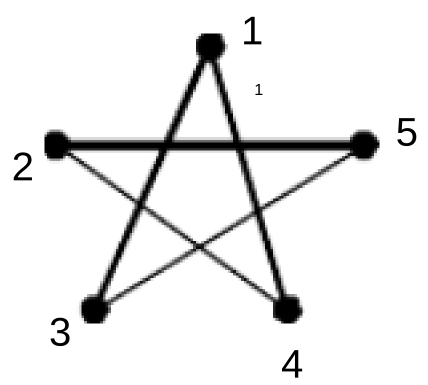
10、彼德森图的点色数为 __________ ；边色数为 __________ ；点独立数为 __________ 。

二、单选或多选题 (15 分，每题 3 分)

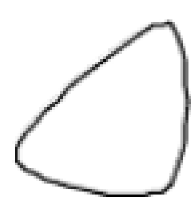
1、设 $V=\{1,2,3,4,5\}$， $E=\{(1,2),(2,3),(3,4),(4,5),(5,1)\}$，则图 $G=<V,E>$ 的补图是 ( ).



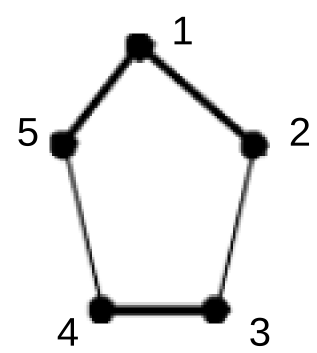
A



B

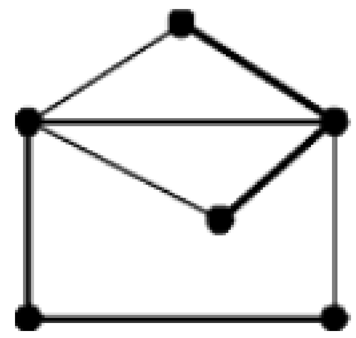


C

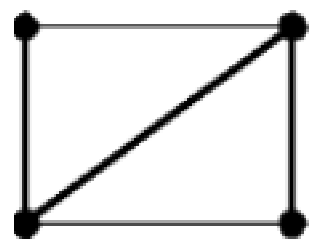


D

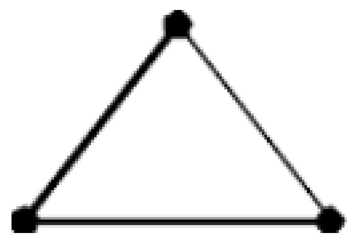
2、在下列图中，既是欧拉图又是哈密尔顿图的是 （ ）.



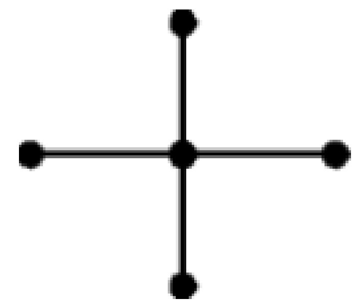
A



B

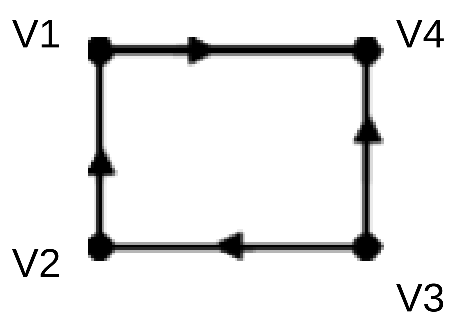


C

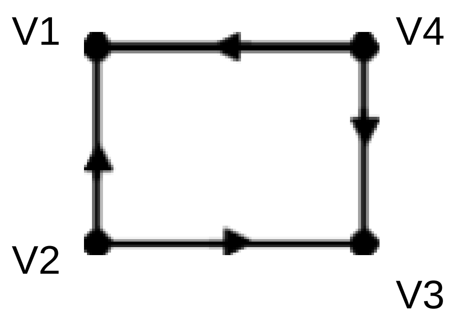


D

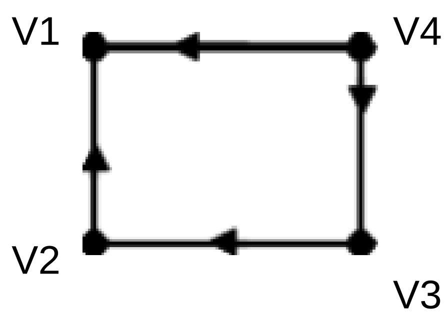
3、下列图中的 （ ）图， V_2 到 V_4 是可达的。



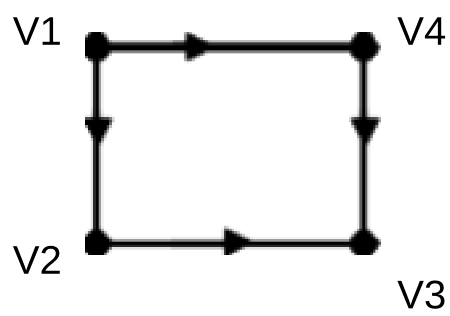
A



B

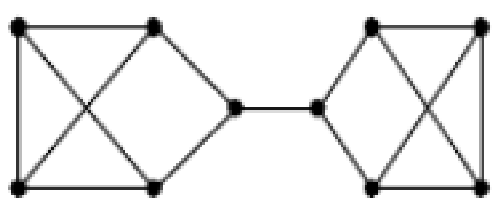


C

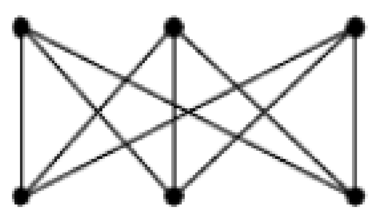


D

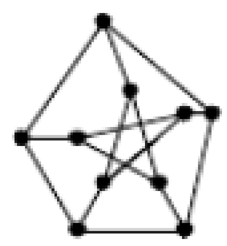
4、下列图中，可 1—因子分解的是 （ ）.



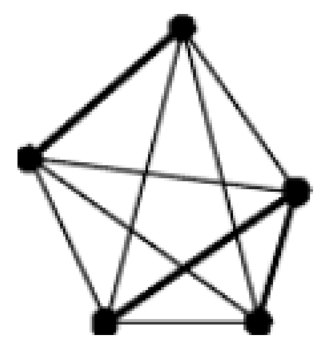
(A)



(B)



(C)



(D)

5、下列优化问题中，存在好算法的是 （ ）

(A) 最短路问题； (B) 最小生成树问题； (C) TSP 问题； (D) 最优匹配问题 .

三、作图题 (10 分)

1、分别作出满足下列条件的图

(1)、E 图但非 H 图；(2) H 图但非 E 图；(3) 既非 H 图又非 E 图；(4) 既是 H 图又是 E 图

2、画出度序列为 (3,2,2,1,1,1) 的两个非同构的简单图。

四、求下图的最小生成树，并给出它的权值之和 (10 分)。

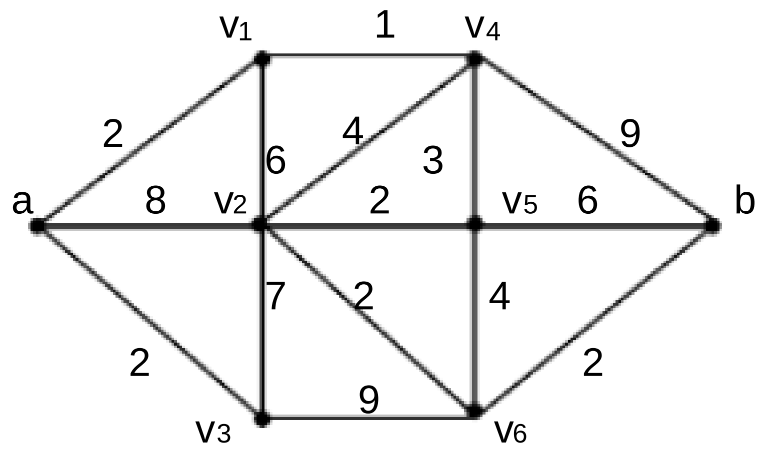
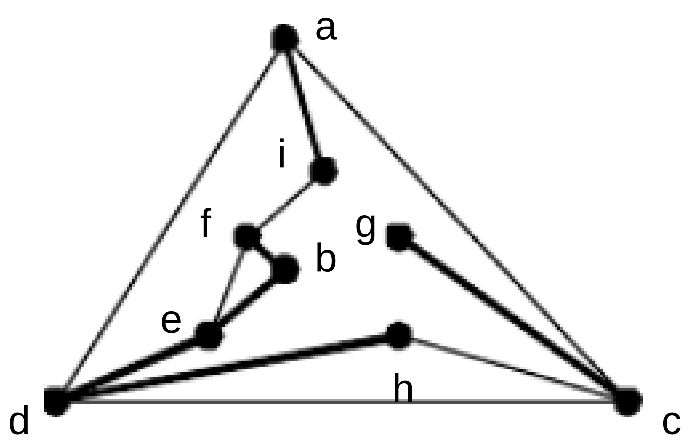
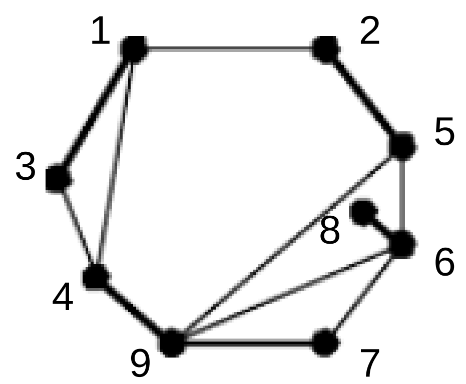


图 G

五、给出一个同构函数证明 $G_1 \cong G_2$ (10 分)



G1



G2

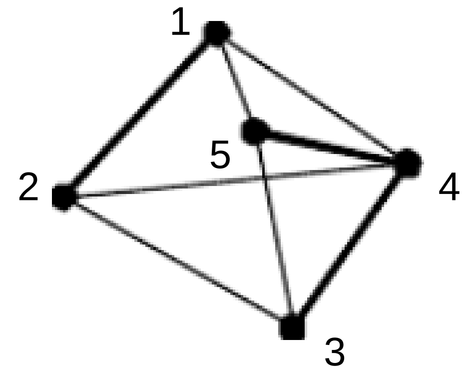
六、若图 G 为自补图，那么，它的阶 n 一定能够表示为 $4k$ 或者 $4k+1$ 的形式，其中 k 为非负整数。而且，图 G 的边有 $\frac{n(n-1)}{4}$ 条。(5 分)

七、设 T 为一棵非平凡树， 度为 i 的顶点记为 n_i，则 $n_1 = 2 + n_3 + 2n_4 + \cdots + (k-2)n_k$。(10 分)

八、证明：阶数为 8 的简单偶图至多有 16 条边 (5 分)

九、设图 G 有 10 个 4 度顶点和 8 个 5 度顶点，其余顶点度数均为 7。求 7 度顶点的最大数量，使得 G 保持其可平面性 (10 分)

十、求图 G 的色多项式 (10 分)



G