

考试科目：随机过程与排队论

考试形式：一页纸开卷

考试时间：2012 年秋

1. (10 分) 利用打靶试验, 定义随机过程

$$X(t) = X(t, w) = \begin{cases} t, & \text{命中目标 } w = w_1 \\ \cos \pi t, & \text{没有命中目标 } w = w_2 \end{cases}$$

假定“命中目标”和“没有命中目标”的概率分别为 0.8 和 0.2, 打靶试验相互独立, 试求:

- (1) $X(t)$ 的一维分布函数 $F(0.5, x)$ 和 $F(1, x)$;
- (2) $X(t)$ 的二维分布函数 $F(0.5, 1; x, y)$;
- (3) $X(t)$ 的均值函数 $m_x(t)$, 方差函数 $D_x(t)$ 以及协方差函数 $C_x(s, t)$ 。

注: $F(t, x) = p\{X(t) < x\}, t \in T, x \in R = (-\infty, +\infty)$ 。

2. (10 分) 设在 $[0, t)$ 时段内乘客到达某售票处的数目是参数 $\lambda = 2.5$ (人/分) 的泊松过程, 求
- (1) 在 5 分钟内有 10 位乘客到达售票处的概率;
 - (2) 第 10 位乘客在 5 分钟内到达售票处的概率;
 - (3) 相邻两乘客到达售票处的平均时间间隔。

3. (16 分) 设齐次马氏链 $\{X(n), n = 0, 1, 2, \dots\}$ 的状态空间 $E = \{1, 2, 3\}$, 一步状态转移矩阵

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$$

初始分布为

$X(0)$	1	2	3
P	1/2	1/3	1/6

- (1) 求 $P\{X(0) = 1, X(2) = 3\}$;
- (2) 求 $P\{X(2) = 2\}$ 。
- (3) 此链是否具有遍历性?
- (4) 求平稳分布

4. (15 分) 设齐次马氏链 $\{X(n), n = 0, 1, 2, \dots\}$ 的状态空间 $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 状态转移矩阵

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

- (1) 画出状态转移图;
- (2) 讨论各状态性质;
- (3) 分解状态空间。

5. (16 分) 设有 2 台复印机, 平均复印文件的速度为 $\mu = 8$ (件/分钟), 文件到达率 $\lambda = 12$ (件/分钟), 假设每件文件固定页数, 试求:
- (1) 等待复印的平均文件数 \bar{N}_q 及在复印室内现有的平均文件数 \bar{N} ;
 - (2) 每份文件在复印室里平均停留时间以及排队等待复印的平均时间;
 - (3) 文件到达后立即可以复印的概率;
 - (4) 平均忙的复印机数。

6. (12 分) 某单位有 10 辆汽车, 3 个修理工, 假定每辆车平均 30 天修理一次, 平均修理时间为 6 天, 汽车正常运行时间和修理时间都服从指数分布。求:
- (1) 该单位无车可用的概率;
 - (2) 需要修理的汽车的平均数;
 - (3) 每辆汽车等待修理的平均时间?

7. (15 分) 某计算中心的信息交换站接受到的信息流为泊松流, 每秒钟到达 15 份信息, 信息从交换站输出服从指数分布, 平均每秒钟 20 份, 若缓冲器的存储空间仅可存储 4 份信息, 试求:
- (1) 平稳时的概率分布, 信息损失的概率;
 - (2) 信息交换站的平均信息数, 缓冲器中的平均信息数;
 - (3) 每份信息在交换站的平均逗留时间和平均等待时间。
8. (6 分) 有一排队系统, 顾客到达为参数 $\lambda(\lambda > 0)$ 的泊松过程, 顾客到达看到队长为 k 时, 进入系统的概率为 $1/(k+1)$; 顾客 (... 缺失)

本 PDF 由一看不太清楚的拍摄图片转制而成, 如有错误还请指出。

PDF 制作人: Xovee, 个人网站: <https://www.xovee.cn>

审校: Morton Wang, GitHub: <https://github.com/MortonWang>

uestc-course 仓库, 您可以在这里找到更多复习资源: <https://github.com/Xovee/uestc-course>
