

**考试科目：**随机过程与排队论

**考试形式：**闭卷

**开课学院：**计算机科学与工程学院

**考试时间：**2014 年春

**考试时长：**120 分钟

1. (10 分) 随机过程  $X(t) = A \sin(t)$ ,  $-\infty < t < +\infty$ , 其中  $A$  是随机变量, 其概率分布律为

$A$	1	2	3
$P$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

求:

- (1)  $X(t)$  的一维分布函数  $F(\frac{\pi}{4}, x)$  和  $F(\frac{\pi}{3}, x)$ ;
  - (2)  $X(t)$  的均值函数  $m_x(t)$ , 方差函数  $D_x(t)$  以及协方差函数  $C_x(s, t)$ 。
2. (10 分) 有红、绿两种颜色的汽车, 分别以强度  $\lambda R$ 、 $\lambda G$  的泊松流到达某路口, 设它们是相互独立的, 把汽车合并成单个输出过程 (假设汽车没有长度, 没有延时)。
- (1) 求两辆汽车之间的时间间隔的概率密度函数;
  - (2) 求在  $t_0$  时刻观察到一辆红色汽车, 下三辆汽车是红色的, 然后又是一辆非红色汽车将到的概率。

3. (16 分) 设齐次马氏链  $\{X(n), n = 0, 1, 2, \dots\}$  的状态空间  $E = \{1, 2, 3\}$ , 状态转移矩阵

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{3}{5} & \frac{2}{5} & 0 \end{bmatrix}$$

- (1) 论其遍历性;
- (2) 求平稳分布;
- (3) 求概率  $P\{X(4) = 1 | X(1) = 2, X(2) = 3\}$ ;
- (4) 已知  $X(0)$  的分布律如下表所示:

$X(0)$	1	2	3
$P$	0.2	0.3	0.5

求  $P\{X(1) = 1, X(2) = 2, X(3) = 3\}$  和  $X(2)$  的分布律。

4. (12 分) 设齐次马氏链  $\{X(n), n = 0, 1, 2, \dots\}$  的状态空间  $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , 状态转移矩阵  $P$  如下边矩阵。

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

求：

- (1) 画出状态转移图；
- (2) 讨论各状态性质；
- (3) 分解状态空间。

5. (16 分) 病人以每小时 3 人的泊松流到达医院, 假设该医院只有一个医生服务, 他的服务时间服从负指数分布, 平均服务一个病人时间为 15 分钟。
- (1) 医生空闲时间的比例?
  - (2) 有多少病人等待看医生?
  - (3) 病人的平均等待时间?
  - (4) 一个病人等待超过一个小时的概率?

6. (15 分) 一理发店有理发员 2 人, 供顾客等候的座位有 3 个; 若顾客以泊松流到达, 每小时 8 人; 理发时间为负指数分布, 每一理发员平均为一人理发需要 30 分钟。如果顾客到来发现无空座位等候则离去另求服务。试求:
- (1) 平均损失顾客数;
  - (2) 单位时间内平均忙着的理发员数;
  - (3) 顾客排队等候理发的平均时间。

7. (16 分) 某货运公司有 3 辆骑车, 2 个修理工, 假定汽车正常运行时间和修理时间都服从指数分布, 每辆车平均 30 天修理一次, 平均修理时间为 6 天。求:
- (1) 该公司无车可用的概率;
  - (2) 需要修理的汽车的平均数;
  - (3) 每辆骑车等待修理的平均时间;
  - (4) 若再增加 1 辆汽车备用, 此时该公司无车可用的概率。

8. (5 分) 设  $N(t)$  表示在  $[0, t)$  经过某加油站前的汽车数,  $\{N(t), t \geq 0\}$  是一个参数为  $\lambda$  的泊松过程, 经过的汽车需要加油的概率为  $p$ 。
- (1) 试求经过  $k + j$  辆车中有  $k$  辆车需要加油的概率;
  - (2) 证明在  $[0, t)$  经过该加油站前且需要加油的汽车数服从参数为  $p\lambda$  的泊松过程。

---

PDF 制作人: Xovee, 个人网站: <https://www.xovee.cn>

审校: Morton Wang, GitHub: <https://github.com/MortonWang>

uestc-course 仓库, 您可以在这里找到更多复习资源: <https://github.com/Xovee/uestc-course>

---