

考试科目：随机过程与排队论

考试形式：闭卷

开课学院：计算机科学与工程学院

考试时间：2014 年春

考试时长：120 分钟

1. (10 分) 随机过程 $X(t) = A \sin(t)$, $-\infty < t < +\infty$, 其中 A 是随机变量, 其概率分布律为

A	1	2	3
P	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

求:

- (1) $X(t)$ 的一维分布函数 $F(\frac{\pi}{4}, x)$ 和 $F(\frac{\pi}{3}, x)$;
 - (2) $X(t)$ 的均值函数 $m_x(t)$, 方差函数 $D_x(t)$ 以及协方差函数 $C_x(s, t)$ 。
2. (10 分) 有红、绿两种颜色的汽车, 分别以强度 λ_R 、 λ_G 的泊松流到达某路口, 设它们是相互独立的, 把汽车合并成单个输出过程 (假设汽车没有长度, 没有延时)。
- (1) 求两辆汽车之间的时间间隔的概率密度函数;
 - (2) 求在 t_0 时刻观察到一辆红色汽车, 下三辆汽车是红色的, 然后又是一辆非红色汽车将到的概率。

3. (16 分) 设齐次马氏链 $\{X(n), n = 0, 1, 2, \dots\}$ 的状态空间 $E = \{1, 2, 3\}$, 状态转移矩阵

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{3}{5} & \frac{2}{5} & 0 \end{bmatrix}$$

- (1) 论其遍历性;
- (2) 求平稳分布;
- (3) 求概率 $P\{X(4) = 1 | X(1) = 2, X(2) = 3\}$;
- (4) 已知 $X(0)$ 的分布律如下表所示:

$X(0)$	1	2	3
P	0.2	0.3	0.5

求 $P\{X(1) = 1, X(2) = 2, X(3) = 3\}$ 和 $X(2)$ 的分布律。

4. (12 分) 设齐次马氏链 $\{X(n), n = 0, 1, 2, \dots\}$ 的状态空间 $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 状态转移矩阵 P 如下边矩阵。

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

求：

- (1) 画出状态转移图；
- (2) 讨论各状态性质；
- (3) 分解状态空间。

5. (16 分) 病人以每小时 3 人的泊松流到达医院, 假设该医院只有一个医生服务, 他的服务时间服从负指数分布, 平均服务一个病人时间为 15 分钟。
- (1) 医生空闲时间的比例?
 - (2) 有多少病人等待看医生?
 - (3) 病人的平均等待时间?
 - (4) 一个病人等待超过一个小时的概率?

6. (15 分) 一理发店有理发员 2 人, 供顾客等候的座位有 3 个; 若顾客以泊松流到达, 每小时 8 人; 理发时间为负指数分布, 每一理发员平均为一人理发需要 30 分钟。如果顾客到来发现无空座位等候则离去另求服务。试求:
- (1) 平均损失顾客数;
 - (2) 单位时间内平均忙着的理发员数;
 - (3) 顾客排队等候理发的平均时间。

7. (16 分) 某货运公司有 3 辆骑车, 2 个修理工, 假定汽车正常运行时间和修理时间都服从指数分布, 每辆车平均 30 天修理一次, 平均修理时间为 6 天。求:
- (1) 该公司无车可用的概率;
 - (2) 需要修理的汽车的平均数;
 - (3) 每辆骑车等待修理的平均时间;
 - (4) 若再增加 1 辆汽车备用, 此时该公司无车可用的概率。

8. (5 分) 设 $N(t)$ 表示在 $[0, t)$ 经过某加油站前的汽车数, $\{N(t), t \geq 0\}$ 是一个参数为 λ 的泊松过程, 经过的汽车需要加油的概率为 p 。
- (1) 试求经过 $k + j$ 辆车中有 k 辆车需要加油的概率;
 - (2) 证明在 $[0, t)$ 经过该加油站前且需要加油的汽车数服从参数为 $p\lambda$ 的泊松过程。

PDF 制作人: Xovee, 个人网站: <https://www.xovee.cn>

审校: Morton Wang, GitHub: <https://github.com/MortonWang>

uestc-course 仓库, 您可以在这里找到更多复习资源: <https://github.com/Xovee/uestc-course>
