

### 4.3.5

## САМОРЕПРОДУКЦИЯ

Егор Берсенеv

## 1 Цель работы:

Изучение явления саморепродукции и применение его к измерению параметров периодических структур.

## 2 Оборудование

Лазер, кассета с сетками, мира, короткофокусная линза с микрометрическим винтом, экран, линейка.

## 3 Теоретическое введение

Выражение для плоской монохроматической волны имеет вид

$$E(\mathbf{r}, t) = a_0 e^{-i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r} - \psi_0)}, \quad (1)$$

где  $a_0$  - амплитуда,  $\omega$  - круговая частота,  $\mathbf{k} = (u, v, q)$  - волновой вектор,  $\psi_0$  - начальная фаза. Колебания происходят синфазно во всех точках плоскости:

$$\mathbf{k}\mathbf{r} = ux + vy + \sqrt{k^2 - u^2 - v^2} \cdot z = \text{const}. \quad (2)$$

Для плоской волны (1) комплексную амплитуду можно представить в виде

$$f(x, y, z) = a_0 e^{i\psi_0} e^{ux+vy} e^{\sqrt{k^2-u^2-v^2} \cdot z} = f(x, y, 0) e^{\sqrt{k^2-u^2-v^2} \cdot z}. \quad (3)$$

Пусть плоская волна падает нормально на транспарант, расположенный в плоскости  $z = 0$ . Комплексную амплитуду волны в плоскости  $z = 0_+$  получаем, умножив комплексную амплитуду на входе в транспарант на функцию пропускания транспаранта  $t(x, y)$ . Для простоты далее будем рассматривать случай  $t(x, y) = t(x)$ . Если функция пропускания периодична с пространственным периодом  $d$ , то комплексная амплитуда на выходе также будет периодической функцией с периодом  $d$

$$f(x, 0_+) = \sum_{-\infty}^{+\infty} c_n e^{i u_n x} = \sum_{-\infty}^{+\infty} c_n e^{i \frac{2\pi}{d} n x}, \quad (4)$$

где коэффициенты  $c_n$  можно найти с помощью формулы

$$c_n = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} f(x, 0_+) e^{-i \frac{2\pi}{d} n x} \quad (5)$$

Для нахождения комплексной амплитуды волны в произвольной плоскости  $z = \text{const}$  нужно домножить комплексные амплитуды плоских волн в суперпозиции (4) на соответствующий фазовый множитель (равенство (2)):

$$f(x, z) = \sum_{-\infty}^{+\infty} c_n e^{i u_n x} e^{\sqrt{k^2 - u_n^2} \cdot z} \quad (6)$$

То есть, каждая плоская волна приобретает дополнительный набег фаз  $\varphi_n$ . Для параксиальных волн ( $u_n \ll 1$ )

$$\varphi_n = \sqrt{k^2 - u_n^2} \cdot z \approx kz - \frac{u_n^2}{2k}z \quad (7)$$

Таким образом, для любых двух плоских волн разность набегов фазы равна

$$\Delta\varphi_{n,m} = (u_m^2 - u_n^2) \frac{z}{2k} = (m^2 - n^2) \frac{\pi\lambda}{d^2} z. \quad (8)$$

В плоскости

$$z_N = \frac{2d^2}{\lambda} N \quad (9)$$

разница набегов фаз становится кратной  $2\pi$ . Поэтому в результате интерференции волн в этой плоскости получается изображение, тождественное исходному периодическому объекту. Это и есть *эффект саморепродукции*.

## 4 Эксперимент

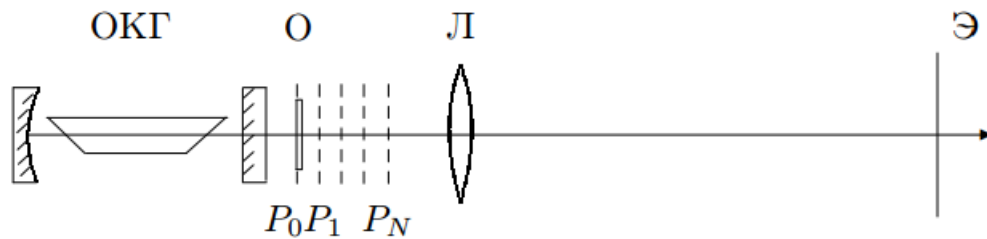


Рис. 1: Схема экспериментальной установки

В нашем эксперименте  $\lambda = 532$  нм.

### 4.1 Исследование двумерных решеток

#### 4.1.1 Исследование по пространственному спектру

Таблица 1: Исследование с помощью спектра.  $L = 133$  см.

net number	1	2	3	4	5	6
$l$ , cm	0.42	0.63	0.90	1.40	1.85	3.6

По формуле  $d = \frac{L\lambda}{l}$  определим период решетки  $d$

#### 4.1.2 Исследование по увеличенному изображению

По формуле  $d = \frac{a}{b}p$  определим период решетки  $d$ .

Таблица 2: Исследование по изображению.  $a = 5.5\text{cm}$ ,  $b = 127\text{cm}$ .

net number	1	2	3	4
p, cm	0.43	0.25	0.19	0.13

#### 4.1.3 Исследование репродукции

Таблица 3: Исследование репродукции

periodic net 1		periodic net 2		periodic net 3	
N	$z_N$ , cm	N	$z_N$ , cm	N	$z_N$ , cm
-2	73,2	-5	78,9	-4	73,9
-1	68,2	-4	75,5	-3	70
0	61,7	-3	72	-2	67,3
1	55,2	-2	68,9	-1	64,9
2	50	-1	65,1	0	61,7
		0	61,7	1	59,3
		1	57,3	2	56,5
		2	53,3	3	51,9
		3	50,7	4	49,4
		4	47,4		

По графикам найдем углы наклона прямых и по формуле (9) определим период решеток  $d$ .

#### 4.2 Исследование решеток мира

Таблица 4: Исследование решеток мира

по спектру		по изображению	
мира 25	мира 20	мира 25	мира 20
$l = 1.8$	$l = 1.35$	$p = 0.1$	$p = 0.14$

Таблица 5: Репродукция на решетках мира

мира 25										
N	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$z_N$	75	72	69	66	64,1	61	58	55	52	49
мира 20										
N	-3	-2	-1	0	1	2	3	4		
$z_N$	79,5	74	69	64,1	59	53,9	48,1	43,2		

Для решеток мира проведем расчеты, аналогичные расчетам для сеток.

### 5 Результаты

Сведем все результаты в одну таблицу.

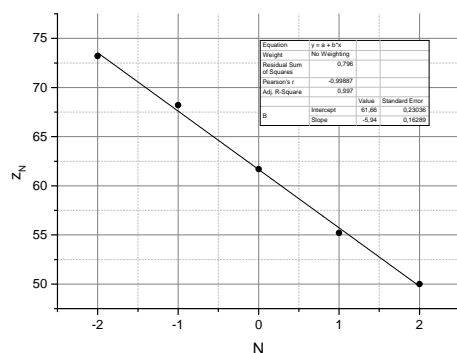


Рис. 2: Сетка №1

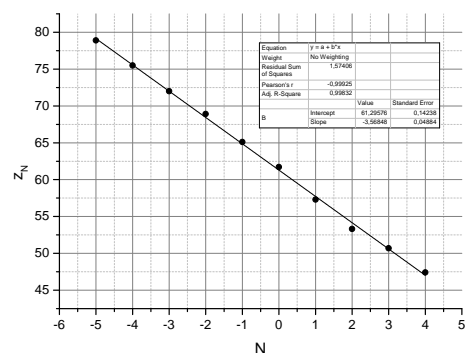


Рис. 3: Сетка №2

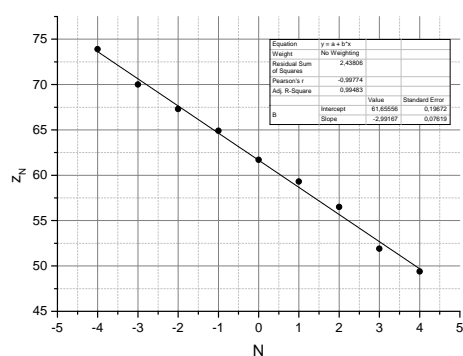


Рис. 4: Сетка №3

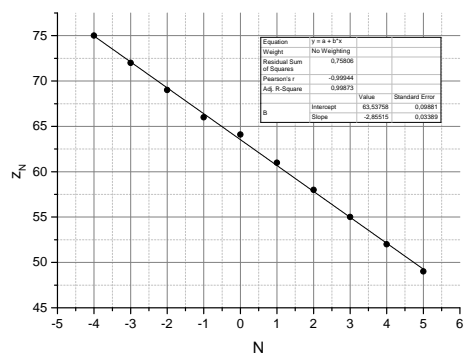


Рис. 5: мира 25

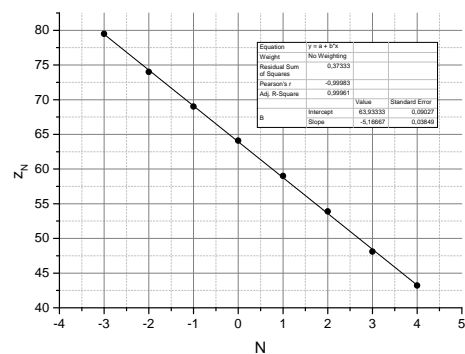


Рис. 6: мира 20

Таблица 6: Периоды решеток мира в микрометрах

	spectre	amplified image	reproduction
мира 25	$39.8 \pm 4.8$	$42.63 \pm 5.5$	$43.57 \pm 8.7$
мира 20	$53.0 \pm 6.4$	$58.1 \pm 7.6$	$58.6 \pm 11.7$

Таблица 7: Результаты для сеток

spectre						
net number	1	2	3	4	5	6
$d, \mu m$	$169.8 \pm 20.4$	$113.2 \pm 13.6$	$78.6 \pm 9.4$	$50.5 \pm 6.1$	$38.2 \pm 4.6$	$19.7 \pm 2.4$
amplified image						
net number	1	2	3	4		
$d, \mu m$	$187.7 \pm 24.4$	$108.3 \pm 14.1$	$84.3 \pm 11.0$	$54.7 \pm 7.1$		
reproduction						
net number	1	2	3			
$d, \mu m$	$125.7 \pm 25.1$	$97.4 \pm 19.5$	$89.2 \pm 17.8$			

## 6 Вывод

В проделанной работе было изучено явление саморепродукции изображения периодической структуры при освещении монохроматическим светом. Также были изучены методы определения параметров периодических структур и получены их значения.