22 Oct

RSGAN：对抗模型中的“图灵测试”思想

By 苏剑林 | 2018-10-22 | 63150位读者

这两天无意间发现一个非常有意义的工作，称为“相对GAN”，简称RSGAN，来自文章《The relativistic discriminator: a key element missing from standard GAN》，据说该文章还得到了GAN创始人Goodfellow的点赞。这篇文章提出了用相对的判别器来取代标准GAN原有的判别器，使得生成器的收敛更为迅速，训练更为稳定。

可惜的是，这篇文章仅仅从训练和实验角度对结果进行了论述，并没有进行更深入的分析，以至于不少人觉得这只是GAN训练的一个trick。但是在笔者来看，RSGAN具有更为深刻的含义，甚至可以看成它已经开创了一个新的GAN流派。所以，笔者决定对RSGAN模型及其背后的内涵做一个基本的介绍。不过需要指出的是，除了结果一样之外，本文的介绍过程跟原论文相比几乎没有重合之处。

“图灵测试”思想

SGAN

SGAN就是标准的GAN（Standard GAN）。就算没有做过GAN研究的读者，相信也从各种渠道了解到GAN的大概原理：“造假者”不断地进行造假，试图愚弄“鉴别者”；“鉴别者”不断提高鉴别技术，以分辨出真品和赝品。两者相互竞争，共同进步，直到“鉴别者”无法分辨出真、赝品了，“造假者”就功成身退了。

在建模时，通过交替训练实现这个过程：固定生成器，训练一个判别器（二分类模型），将真实样本输出1，将伪造样本输出0；然后固定判别器，训练生成器让伪造样本尽可能输出1，后面这一步不需要真实样本参与。

问题所在

然而，这个建模过程似乎对判别器的要求过于苛刻了，因为判别器是孤立运作的：训练生成器时，真实样本没有参与，所以判别器必须把关于真实样本的所有属性记住，这样才能指导生成器生成更真实的样本。

在生活实际中，我们并不是这样做的，所谓“没有对比就没有伤害，没有伤害就没有进步”，我们很多时候是根据真、赝品的对比来分辨的。比如识别一张假币，可能需要把它跟一张真币对比一下；识别山寨手机，只需要将它跟正版手机对比一下就行了；等等。类似地，如果要想把赝品造得更真，那么需要把真品放在一旁不断地进行对比改进，而不是单单凭借“记忆”中的真品来改进。

“对比”能让我们更容易识别出真、赝品出来，从而更好地制造赝品。而在人工智能领域，我们知道有非常著名的“图灵测试”，指的是测试者在无法预知的情况下同时跟机器人和人进行交流，如果测试者无法成功分别出人和机器人，那么说明这个机器人已经（在某个方面）具有人的智能了。“图灵测试”也强调了对比的重要性，如果机器人和人混合起来后就无法分辨了，那么说明机器人已经成功了。

接下来我们将会看到，RSGAN就是基于“图灵测试”的思想的：如果鉴别器无法鉴别出混合的真假图片，那么生成器就成功了；而为了生成更好的图片，生成器也需要直接借助于真实图片。

RSGAN基本框架

SGAN分析

首先，我们来回顾一下标准的GAN的流程。设真实样本分布为$\tilde{p}(x)$，伪造样本分布为$q(x)$，那么固定生成器后，我们来优化判别器$T(x)$：

$$\min_T -\mathbb{E}_{x\sim\tilde{p}(x)}[\log\sigma(T(x))] - \mathbb{E}_{x\sim q(x)}[\log(1-\sigma(T(x)))] \tag{1}$$

这里的σ就是sigmoid激活函数。然后固定判别器，我们优化生成器$G(z)$：

$$\min_G \mathbb{E}_{x=G(z),z\sim q(z)}[h(T(x))] \tag{2}$$

注意这里我们有个不确定h，我们马上就来分析它。

从(1)我们可以解出判别器的最优解满足（后面有补充证明）

$$\frac{\tilde{p}(x)}{q(x)} = \frac{\sigma(T(x))}{1-\sigma(T(x))} = e^{T(x)} \tag{3}$$

代入(2)，可以发现结果为

$$\min_G \mathbb{E}_{x=G(z),z\sim q(z)}\left[h\left(\log\frac{\tilde{p}(x)}{q(x)}\right)\right] = \min_G \int q(x)\left[h\left(\log\frac{\tilde{p}(x)}{q(x)}\right)\right]dx \tag{4}$$

写成最后一个等式，是因为只需要设$f(t)=h(\log(t))$，就能够看出它具有f散度的形式。也就是说，最小化(2)就是在最小化对应的f散度。关于f散度，可以参数我之前写的《f-GAN简介：GAN模型的生产车间》。f散度中的f的本质要求是f是一个凸函数，所以只需要选择h使得$h(\log(t))$为凸函数就行。最简单的情况是$h(t)=-t$，对应$h(\log(t))=-\log t$为凸函数，这时候(2)为

$$\min_G \mathbb{E}_{x=G(z),z\sim q(z)}[-T(x)] \tag{5}$$

类似的选择有很多，比如当$h(t)=-\log\sigma(t)$时，$h(\log(t))=\log\left(1+\frac{1}{t}\right)$也是凸函数（$t>0$时），所以

$$\min_G \mathbb{E}_{x=G(z),z\sim q(z)}[-\log\sigma(T(x))] \tag{6}$$

也是一个合理的选择，它便是GAN常用的生成器loss之一。类似地还有$h(t)=\log(1-\sigma(t))$，这些选择就不枚举了。

RSGAN目标

这里，我们先直接给出RSGAN的优化目标：固定生成器后，我们来优化判别器$T(x)$：

$$\min_T -\mathbb{E}_{x_r\sim\tilde{p}(x),x_f\sim q(x)}[\log\sigma(T(x_r)-T(x_f))] \tag{7}$$

这里的σ就是sigmoid激活函数。然后固定判别器，我们优化生成器$G(z)$：

$$\min_G \mathbb{E}_{x_r\sim\tilde{p}(x),x_f=G(z),z\sim q(z)}[h(T(x_f)-T(x_r))] \tag{8}$$

跟SGAN一样，我们这里保留了一般的h，h的要求跟前面的SGAN的讨论一致。而RSGAN原论文的选择是

$$\min_G -\mathbb{E}_{x_r\sim\tilde{p}(x),x_f=G(z),z\sim q(z)}[\log\sigma(T(x_f)-T(x_r))] \tag{9}$$

看上去就是把**SGAN的判别器的两项换成一个相对判别器**了，相关的分析结果有什么变化呢？

理论结果

通过变分法（后面有补充证明）可以得到，(7)的最优解为

$$\frac{\tilde{p}(x_r)q(x_f)}{\tilde{p}(x_f)q(x_r)}=\frac{\sigma(T(x_r)-T(x_f))}{\sigma(T(x_f)-T(x_r))}=e^{T(x_r)-T(x_f)}\tag{10}$$

代入到(8)，结果是

$$\begin{aligned}&\min_G \mathbb{E}_{x_r\sim\tilde{p}(x),x_f=G(z),z\sim q(z)}\left[h\left(\log\frac{\tilde{p}(x_f)q(x_r)}{\tilde{p}(x_r)q(x_f)}\right)\right]\\ =&\min_G\iint \tilde{p}(x_r)q(x_f)\left[h\left(\log\frac{\tilde{p}(x_f)q(x_r)}{\tilde{p}(x_r)q(x_f)}\right)\right]dx_r dx_f\end{aligned}\tag{11}$$

这个结果便是整个RSGAN的精华所在了，它**优化的是**$\tilde{p}(x_r)q(x_f)$**与**$\tilde{p}(x_f)q(x_r)$**的度**！

这是什么意思呢？它就是说，假如我从真实样本采样一个x_r出来，从伪造样本采样一个x_f出来，然后将它们交换一下，把假的当成真，真的当成假，那么还能分辨出来吗？换言之：$\tilde{p}(x_f)q(x_r)$有大变化吗？

假如没有什么变化，那就说明真假样本已经无法分辨了，训练成功，假如还能分辨出来，说明还需要借助真实样本来改善伪造样本。所以，式(11)就是RSGAN中的“图灵测试”思想的体现：打乱了数据，是否还能分辨出来？

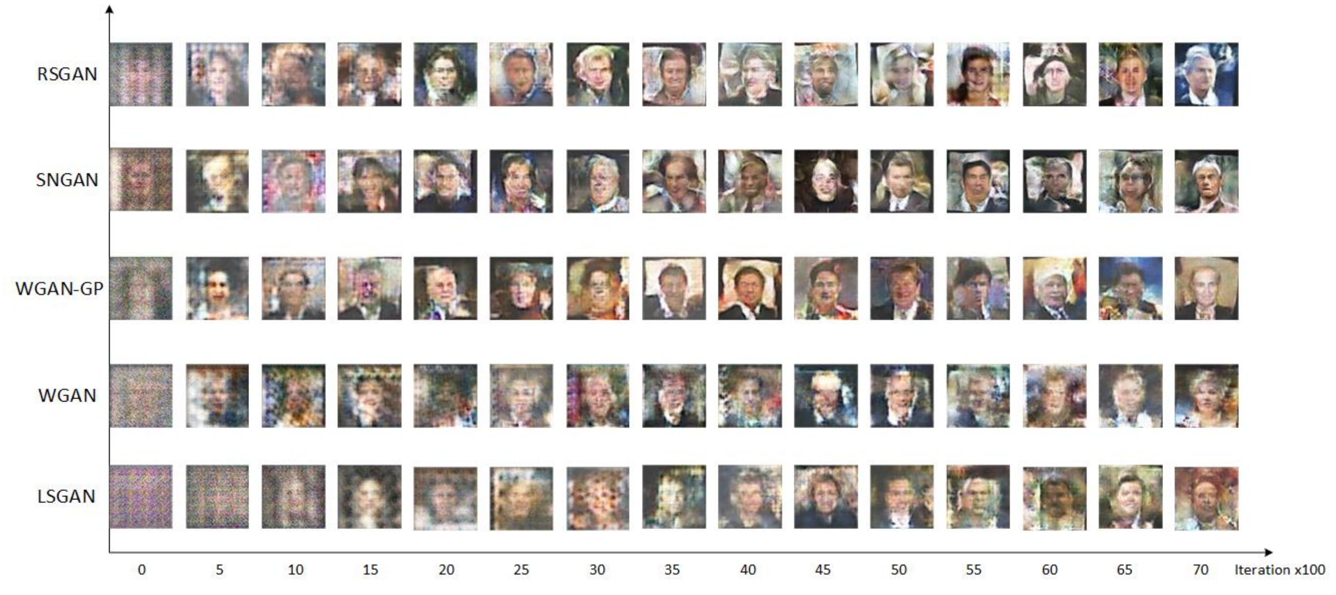
模型效果分析

作者在原论文中还提出了一个RaSGAN，a是average的意思，就是用整个batch的平均来代替单一的真/伪样本。但我觉得这不是一个特别优雅的做法，而且论文也表明RaSGAN的效果并非总是比RSGAN要好，所以这就不介绍了，有兴趣的读者看看原论文即可。

至于效果，论文中的效果列表显示，RSGAN在不少任务上都提升了模型的生成质量，但这并非总是这样，平均而言有轻微的提升吧。作者特别指出的是RSGAN能够加快生成器的训练速度，我个人也实验了一下，比SGAN、SNGAN都要快一些。

我的参考代码：
https://github.com/bojone/gan/blob/master/keras/rsgan_sn_celeba.py

借用MingtaoGuo的一张图来对比RSGAN的收敛速度：



RSGAN收敛速度对比

从直观来看，RSGAN更快是因为在训练生成器时也借用了真实样本的信息，而不仅仅通过判别器的“记忆”；从理论上看，通过$T(x_r)$、$T(x_f)$作差的方式，使得判别器只依赖于它们的相对值，从而简单地改善了判别器T可能存在的偏置情况，使得梯度更加稳定。甚至我觉得，把真实样本也引入到生成器的训练中，有可能（没仔细证明）提升伪造样本的多样性，因为有了各种真实样本来对比，模型如果只生成单一样本，也很难满足判别器的对比判别标准。

相关话题讨论

简单总结

总的来说，我觉得RSGAN是对GAN的改进是从思想上做了改变的，也许RSGAN的作者也没有留意到这一点。

我们经常说，WGAN是GAN之后的一大突破，这没错，但这个突破是理论上的，而在思想上还是一样，都是在减少两个分布的距离，只不过以前用JS散度可能有各种问题，而WGAN换用了Wasserstein距离。我觉得RSGAN更像是一种思想上的突破——转化为真假样本混淆之后的分辨——尽管效果未必有大的进步。（当然你要是说大家最终的效果都是拉近了分布距离，那我也没话说^_^）

RSGAN的一些提升是容易重现的，当然由于不是各种任务都有提升，所以也有人诟病这不过是GAN训练的一个trick。这些评论见仁见智吧，不妨碍我对这篇论文的赞赏和研究。

对了，顺便说一下，作者Alexia Jolicoeur-Martineau是犹太人总医院（Jewish General Hospital）的一名女生物统计学家，论文中的结果是她只用一颗1060跑出来的（出处在这里）。我突然也为我只有一颗1060感到自豪了...（然而我有1060但我并没有paper～）

延伸讨论

最后胡扯一些延伸的话题。

首先，可以留意到，WGAN的判别器loss本身就是两项的差的形式，也就是说WGAN的判别器就是一个相对判别器，作者认为这是WGAN效果好的重要原因。

这样看上去WGAN跟RSGAN本身就有一些交集，但我有个更进一步的想法，就是基于$\tilde{p}(x_r)q(x_f)$与$\tilde{p}(x_f)q(x_r)$的比较能否完全换用Wasserstein距离来进行？我们知道WGAN的生成器训练目标也是跟真实样本没关系的，怎么更好地将真实样本的信息引入到WGAN的生成器中去？

还有一个问题，就是目前作差仅仅是判别器最后输出的标量作差，那么能不能是判别器的某个隐藏层作差，然后算个mse或者再接几层神经网络？。总之，我觉得这个模型的事情应该还没完...

补充证明

1、(1)的最优解

$$\begin{aligned}&-\mathbb{E}_{x\sim\tilde{p}(x)}[\log\sigma(T(x))]-\mathbb{E}_{x\sim q(x)}[\log(1-\sigma(T(x)))]\\ =&-\int\Big(\tilde{p}(x)\log\sigma(T(x))+q(x)\log(1-\sigma(T(x)))\Big)dx\end{aligned}\tag{12}$$

变分用δ表示，跟微分基本一样：

$$\begin{aligned}&\delta\int\Big(\tilde{p}(x)\log\sigma(T(x))+q(x)\log(1-\sigma(T(x)))\Big)dx\\ =&\int\left(\tilde{p}(x)\frac{\delta\sigma(T(x))}{\sigma(T(x))}+q(x)\frac{-\delta\sigma(T(x))}{1-\sigma(T(x))}\right)dx\\ =&\int\left(\tilde{p}(x)\frac{1}{\sigma(T(x))}-q(x)\frac{1}{1-\sigma(T(x))}\right)\delta\sigma(T(x))dx\end{aligned}\tag{13}$$

极值在变分为0时取到，而$\delta\sigma(T(x))$代表任意增量，所以如果上式恒为0，意味着括号内的部分恒为0，即

$$\tilde{p}(x)\frac{1}{\sigma(T(x))}=q(x)\frac{1}{1-\sigma(T(x))}\tag{14}$$

2、(7)的最优解

$$\begin{aligned}&-\mathbb{E}_{x_r\sim\tilde{p}(x),x_f\sim q(x)}[\log\sigma(T(x_r)-T(x_f))]\\ =&-\iint\tilde{p}(x_r)q(x_f)\log\sigma(T(x_r)-T(x_f))dx_r dx_f\end{aligned}\tag{15}$$

变分上式：

$$\begin{aligned}
&\delta\iint \tilde{p}(x_r)q(x_f)\log\sigma(T(x_r)-T(x_f))dx_r dx_f\\
=&\iint \tilde{p}(x_r)q(x_f)\frac{\delta\sigma(T(x_r)-T(x_f))}{\sigma(T(x_r)-T(x_f))}dx_r dx_f\quad\text{[接下来利用}\sigma'(x)=\sigma(x)\sigma(-x)\text{]}\\
=&\iint \tilde{p}(x_r)q(x_f)\sigma(T(x_f)-T(x_r))\times(\delta T(x_r)-\delta T(x_f))dx_r dx_f\\
=&\iint \tilde{p}(x_r)q(x_f)\sigma(T(x_f)-T(x_r))\delta T(x_r)dx_r dx_f\quad\text{[接下来交换第二项的}x_r,x_f\text{]}\\
&\qquad-\iint \tilde{p}(x_r)q(x_f)\sigma(T(x_f)-T(x_r))\delta T(x_f)dx_r dx_f\\
=&\iint \tilde{p}(x_r)q(x_f)\sigma(T(x_f)-T(x_r))\delta T(x_r)dx_r dx_f\\
&\qquad-\iint \tilde{p}(x_f)q(x_r)\sigma(T(x_r)-T(x_f))\delta T(x_r)dx_f dx_r\\
=&\iint \Big[\tilde{p}(x_r)q(x_f)\sigma(T(x_f)-T(x_r))\\
&\qquad\qquad-\tilde{p}(x_f)q(x_r)\sigma(T(x_r)-T(x_f))\Big]\delta T(x_r)dx_r dx_f
\end{aligned}\tag{16}$$

极值在变分为0时取到，所以方括号内的部分恒为0，即

$$\tilde{p}(x_r)q(x_f)\sigma(T(x_f)-T(x_r))=\tilde{p}(x_f)q(x_r)\sigma(T(x_r)-T(x_f))\tag{17}$$

如果您需要引用本文，请参考：

苏剑林. (Oct. 22, 2018). 《RSGAN：对抗模型中的“图灵测试”思想 》[Blog post]. Retrieved from https://kexue.fm/archives/6110