

**Вивчення криптосистеми RSA та алгоритму електронного підпису;
ознайомлення з методами генерації параметрів для асиметричних
криптосистем**

Мета та основні завдання роботи

Ознайомлення з тестами перевірки чисел на простоту і методами генерації ключів для асиметричної криптосистеми типу RSA; практичне ознайомлення з системою захисту інформації на основі криптосхеми RSA, організація з використанням цієї системи засекреченого зв'язку й електронного підпису, вивчення протоколу розсилання ключів.

Порядок і рекомендації щодо виконання роботи

1. Написати функцію пошуку випадкового простого числа з заданого інтервалу або заданої довжини, використовуючи датчик випадкових чисел та тести перевірки на простоту. В якості датчика випадкових чисел використовуйте вбудований генератор псевдовипадкових чисел вашої мови програмування. В якості тесту перевірки на простоту рекомендовано використовувати тест Міллера-Рабіна із попередніми пробними діленнями. Тести необхідно реалізовувати власноруч, використання готових реалізацій тестів не дозволяється.
2. За допомогою цієї функції згенерувати дві пари простих чисел p, q і $1 < p, q$ довжини щонайменше 256 біт. При цьому пари чисел беруться так, щоб $pq \leq p_1q_1$; p і q – прості числа для побудови ключів абонента А, $1 < p < q_1$ – абонента В.
3. Написати функцію генерації ключових пар для RSA. Після генерування функція повинна повертати та/або зберігати секретний ключ (d, p, q) та відкритий ключ (n, e) . За допомогою цієї функції побудувати схеми RSA для абонентів А і В – тобто, створити та зберегти для подальшого використання відкриті ключі (e, n) , (e_1, n_1) та секретні d і d_1 .
4. Написати програму шифрування, розшифрування і створення повідомлення з цифровим підписом для абонентів А і В. Кожна з операцій (шифрування, розшифрування, створення цифрового підпису, перевірка цифрового підпису) повинна бути реалізована окремою процедурою, на вхід до якої повинні подаватись лише ті ключові дані, які необхідні для її виконання. За допомогою датчика випадкових чисел вибрати відкрите повідомлення M і знайти криптограму для абонентів А і В, перевірити правильність розшифрування. Скласти для А і В повідомлення з цифровим підписом і перевірити його.
5. За допомогою раніше написаних на попередніх етапах програм організувати роботу протоколу конфіденційного розсилання ключів з підтвердженням справжності по відкритому каналу за допомогою алгоритму RSA. Протоколи роботи кожного учасника (відправника та приймаючого) повинні бути реалізовані у вигляді окремих процедур, на вхід до яких повинні подаватись лише ті ключові дані, які необхідні для виконання. Перевірити роботу програм для випадково обраного ключа $0 < k < n$. Кожна з наведених операцій повинна бути реалізована у вигляді окремої процедури, інтерфейс якої повинен приймати лише ті дані, які необхідні для її роботи; наприклад, функція `Encrypt()`, яка шифрує повідомлення для абонента, повинна приймати на вхід повідомлення та відкритий ключ адресата (і тільки його), повертаючи в якості результату шифротекст. Відповідно, програмний код повинен містити сім високорівневих процедур: `GenerateKeyPair()`, `Encrypt()`, `Decrypt()`, `Sign()`, `Verify()`, `SendKey()`, `ReceiveKey()`.

Code output:

keys:

837361444779...

136667270239...

342853857522...

976638867817...

INFO

_Alice

Public key:

> e =

20320342308311354889252694326474031786831225002942612757973876508003982265886

2608920077472200321804300733714864956562575066776841799703722036086577286513

> n =

1144399028621485264243034698670757910739471714334113071028314717579985248428735

607159497326240837770507071762606268965477513382202302541313788293575308017

Private key:

> p =

83736144477991258011527070062583643798743115758428999240550315080472523753969

> q =

13666727023982728666720033502628592438171076483489960746331408671099296168193

> d =

37826519981849489480622986434384692722413253683042991111993741715276395019299

026420018833007550245357097369718143723467527283653811474529913417264903057

_Bob

Public key:

> e =

7110809272013090889909621691330959551864543168305511598082983994915879876531843

71557839184597619205586630920655091063740218677881465824274386240881674287

> n =

33484440323736753831891309192797200774979257227450361977764436781957747241277

8998964281904434958007561495153130655495492235088638695065942329247994607243

7

Private key:

> p =

34285385752234430444672398730205381639909284293210294102696051512896415282737

> q =

97663886781715799164342984871102828208310866063424572717371756030918117268101

> d =

16618206964955436315555452714409073557070215390126658872733363556876455195767

85574588679610800936810719455947745564339165189731010562202760975720576807823

Message transfer process

> Generated message:

731078170727373018312976277883041327337475783271944873973178576368821869588627
460443742590730284303335580025263602480558622239323630139560064420380715599

> Encrypted message:

882216645587015542473943831071817778536124301598005649194967958843019003607146
25585248838583795159476533346947998592937395795210083232338207490600434789

[+] Bob got the message

> Decrypted key:

66516854217952835649499885281634325055922946323426405571070536562014071354796
5789575446187832994408088640668700899040390659010855363993134796492643615168

[+] Bob have received the message.

[+] Bob have decrypted the message.

> Decrypted message:

731078170727373018312976277883041327337475783271944873973178576368821869588627
460443742590730284303335580025263602480558622239323630139560064420380715599

[+] Decrypted message is equal to original.

Process finished with exit code 0

Перевірка:

RSA

Clear all fields

Key generation

Choose two distinct prime numbers p and q .

p : 8373614447799125801152707006258364379874311575842
8999240550315080472523753969

q : 1366672702398272866672003350262859243817107648348
9960746331408671099296168193

Calculate $n = p * q$.

n : 1144399028621485264243034698670757910739471714334113071
0283147175799852484287356071594973262408377705070717626
06268965477513382202302541313788293575308017

Calculate n

Calculate $p = n / q$

Calculate $q = n / p$

Compute the Carmichael's totient function $\text{tot}(n) = \lambda(n) = \text{lcm}(p - 1, q - 1)$.
 $(q - 1)$ could be used instead. See [StackExchange](#).)

$\text{tot}(n)$: 1144399028621485264243034698670757910739471714334113071028
3147175799852484286382042879953522541595234035065503700320
51285271463242315659590036721755385856

Calculate $\lambda(n)$

Calculate $\phi(n)$

Choose any number e where $1 < e < \text{tot}(n)$ and e is coprime to $\text{tot}(n)$. Com

e : 203203423083113548892526943264740317868312250029426127
579738765080039822658862608920077472200321804300733714
864956562575066776841799703722036086577286513

Check if coprime e and $\text{tot}(n)$ are coprime! Continue.

Compute d , the modular multiplicative inverse of $e \pmod{\text{tot}(n)}$.

d : 3782651998184948948062298643438469272241325368304299
1111199374171527639501929902642001883300755024535709
7369718143723467527283653811474529913417264903057

Calculate d

Encryption and decryption

Encryption is done with $c(m) = m^e \bmod n$ where c is the ciphertext and m is the plaintext, $m < n$ and $1 < c < n$.

Decryption is done with $m(c) = c^d \bmod n$.

m : 731078170727373018312976277883041327337475783271944873973178
576368821869588627460443742590730284303335580025263602480558
622239323630139560064420380715599

c : 8822166455870155424739438310718177785361243015980056491949679
5884301900360714625585248838583795159476533346947998592937395
795210083232338207490600434789

Encrypt

Decrypt

Усі значення збігаються із результатами програми