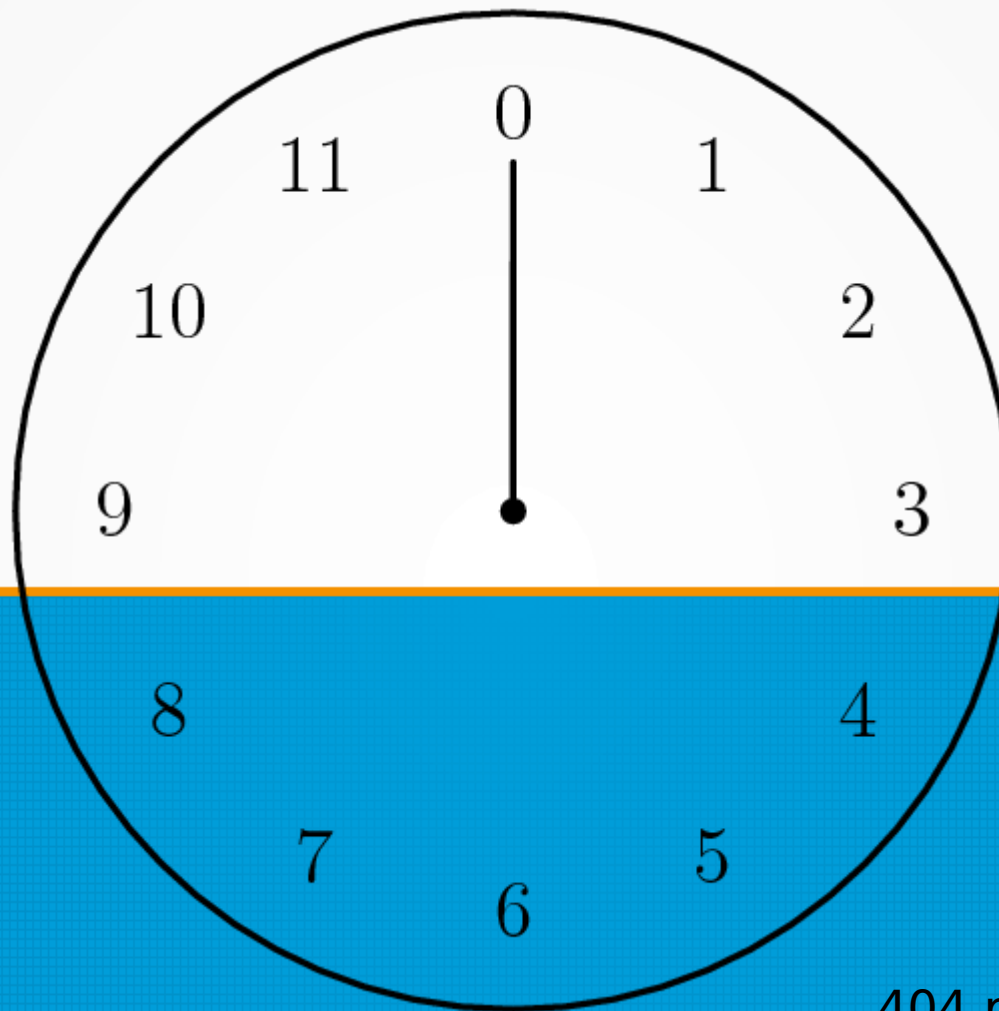


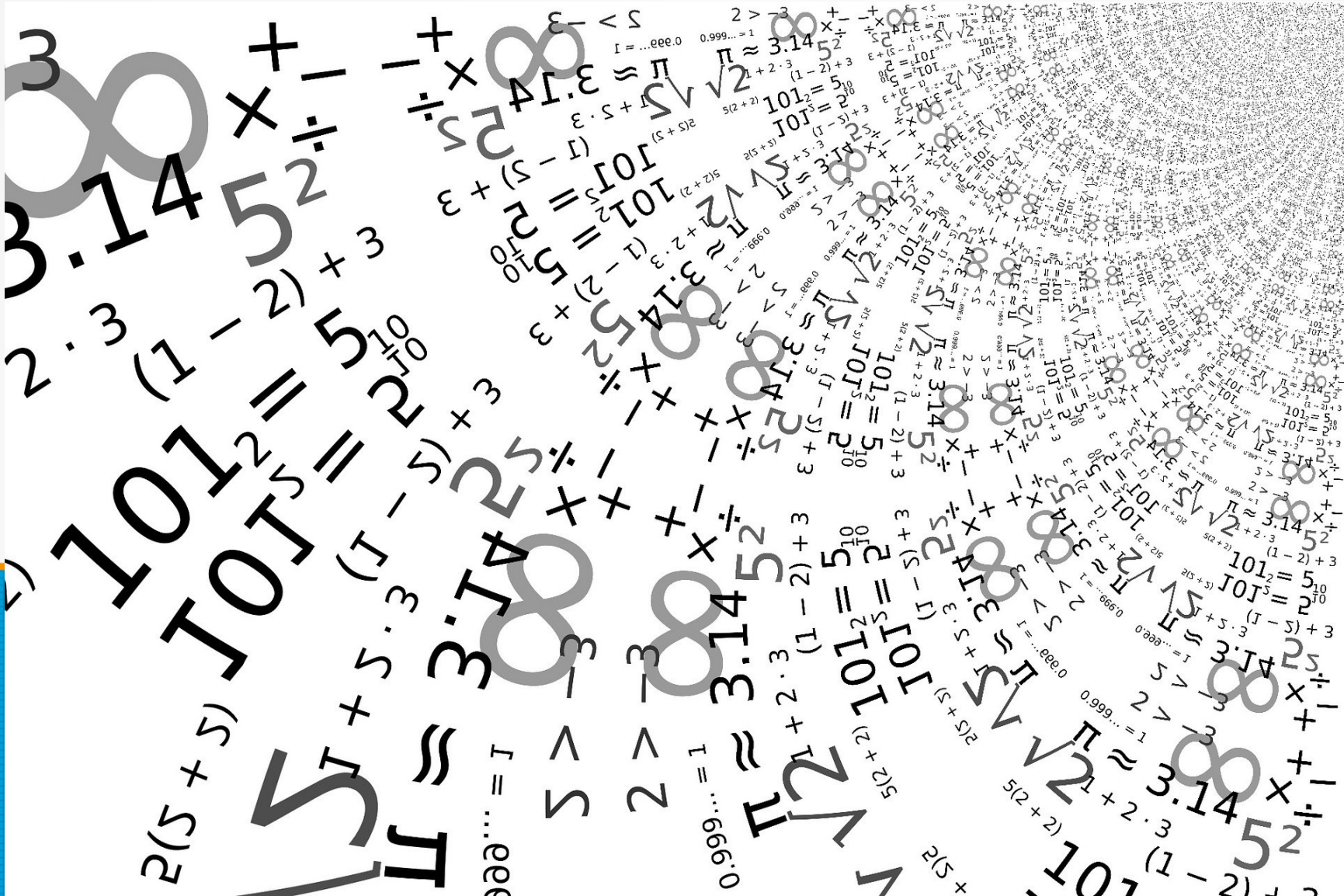
Sesión 21 (Z)

Aritmética modular



404 pasos hacia adelante

Motivación



El módulo

$$R = A \bmod B$$

En algunos
lenguajes de
programación:

$$R = A \% B$$

$$\frac{A}{B} = Q \text{ residuo } R.$$

A es el dividendo

B es el divisor

Q es el cociente

R es el residuo

Visualización (1/2)

$$\frac{0}{3} = 0 \text{ residuo } 0$$

$$\frac{1}{3} = 0 \text{ residuo } 1$$

$$\frac{2}{3} = 0 \text{ residuo } 2$$

$$\frac{3}{3} = 1 \text{ residuo } 0$$

$$\frac{4}{3} = 1 \text{ residuo } 1$$

$$\frac{5}{3} = 1 \text{ residuo } 2$$

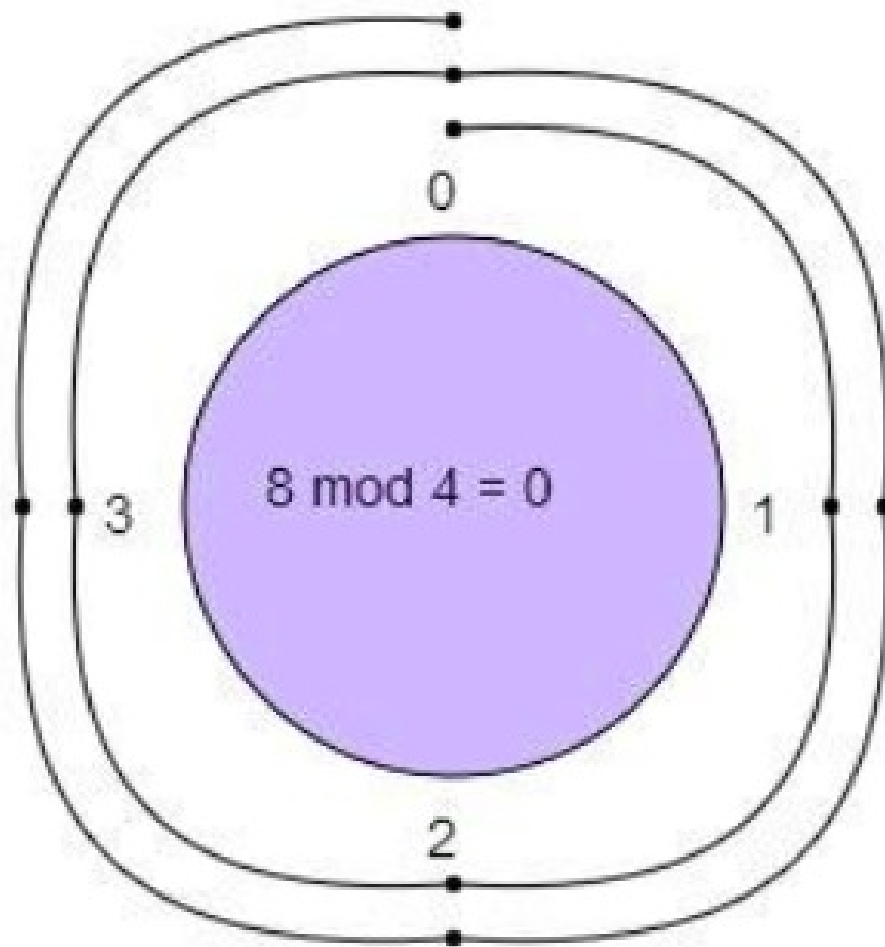
$$\frac{6}{3} = 2 \text{ residuo } 0$$

$$X / 3 = Q \text{ residuo } R$$

Visualización (2/2)

$$8 \bmod 4 = ?$$

Practicar



Congruencia módulo

Puede que veas una expresión como:

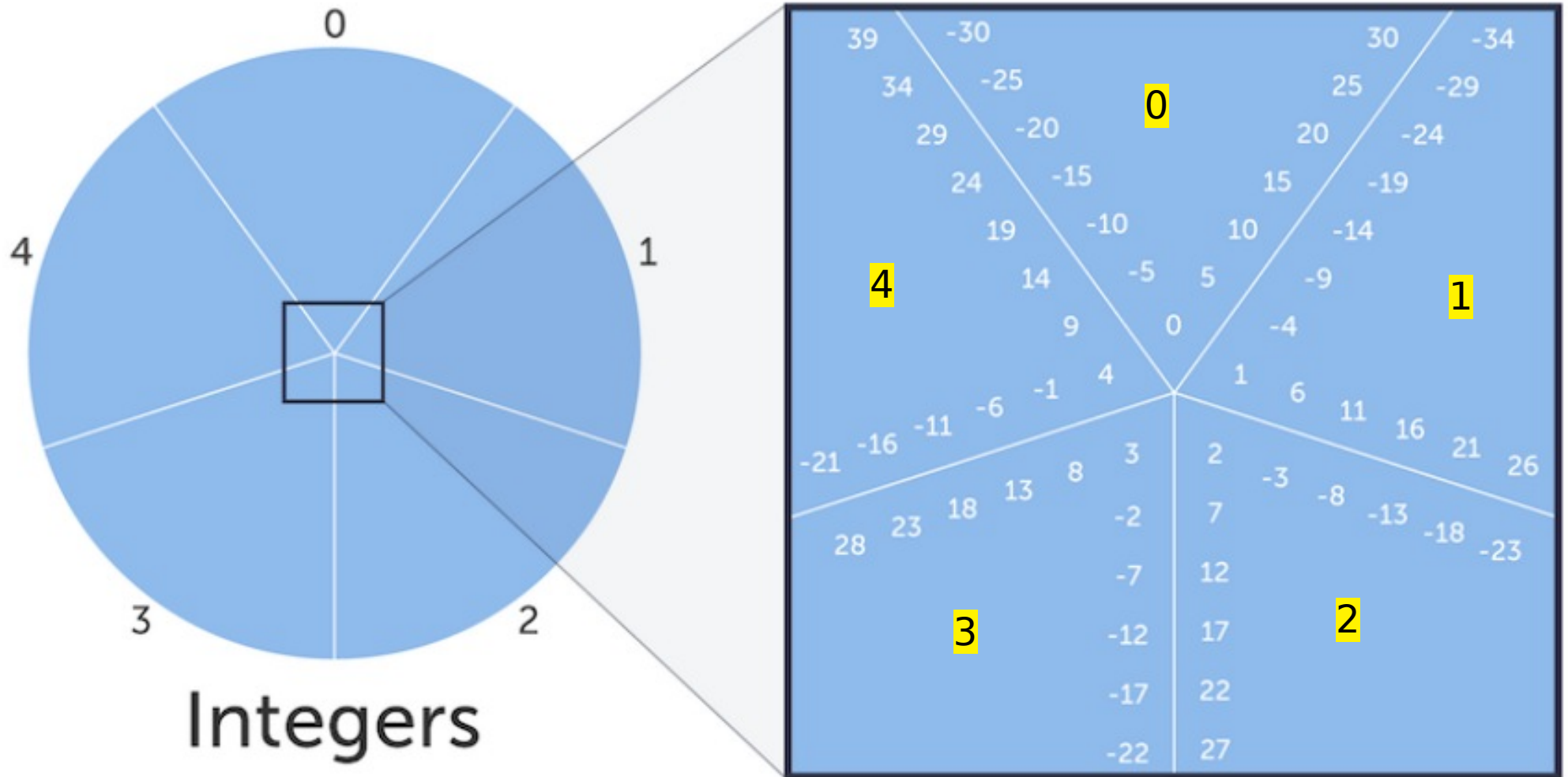
$$A \equiv B(\text{mod } C).$$

Esto dice que A es congruente con B módulo C.

Congruencia módulo

Práctica

Imaginemos que estamos calculando mod 5 para todos los enteros:



Suma y resta modular (1/2)

$$(A + B) \bmod C = (A \bmod C + B \bmod C) \bmod C$$

Ejemplo:

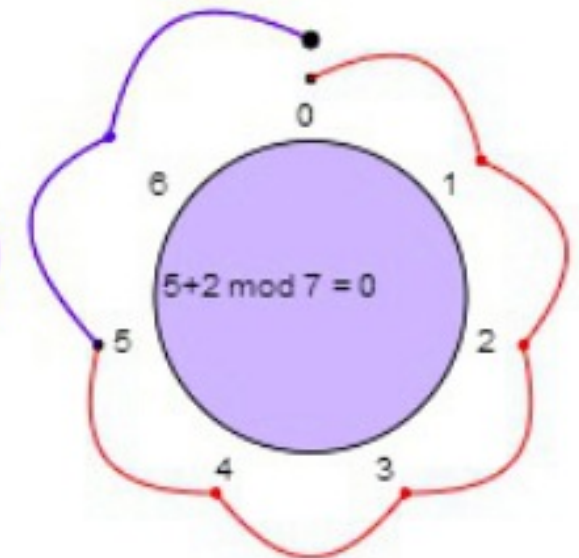
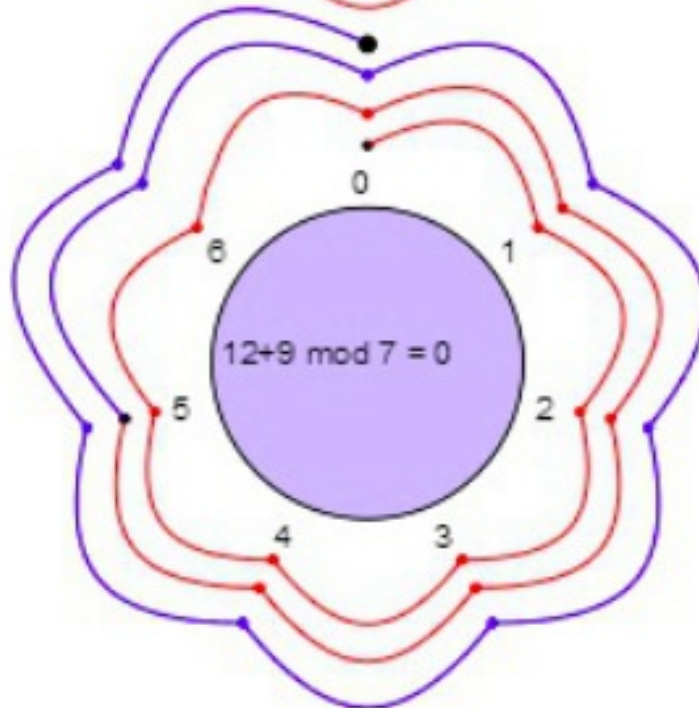
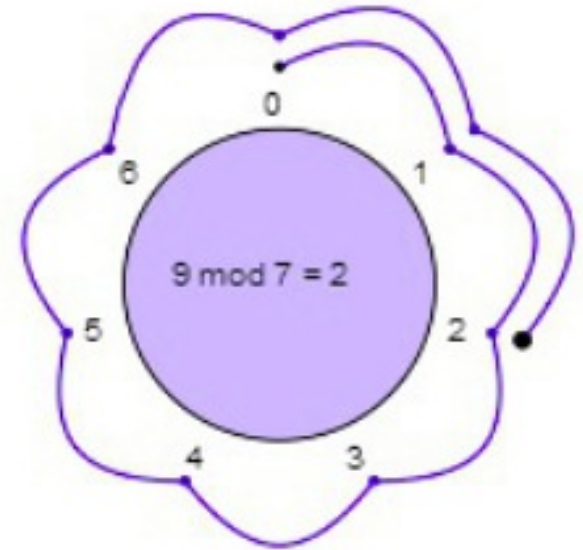
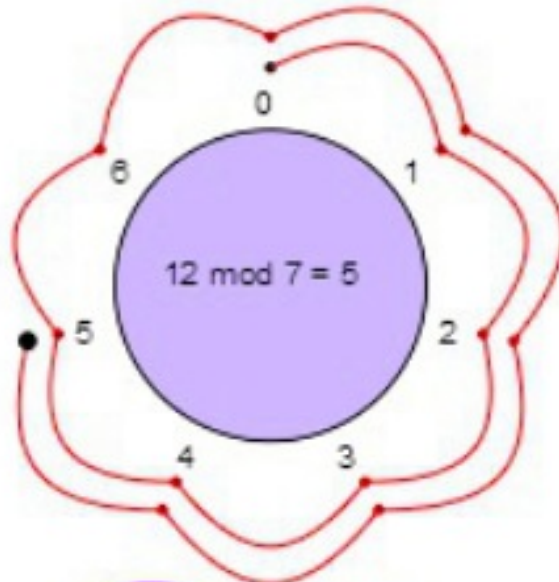
$$(12 + 9) \bmod 7 = 0$$

Es igual a:

$$\begin{aligned} &((12 \bmod 7) + (9 \bmod 7)) \bmod 7 = \\ &(5 + 2) \bmod 7 = 0 \end{aligned}$$

Suma y resta modular (1/2)

Practicar



Multiplicación modular

$$(A * B) \bmod C = (A \bmod C * B \bmod C) \bmod C$$

Ejemplo:

$$(4 * 9) \bmod 7 = (36) \bmod 7 = 1$$

Es igual a:

$$\begin{aligned} &((4 \bmod 7) * (9 \bmod 7)) \bmod 7 = \\ &(4 * 2) \bmod 7 = \\ &8 \bmod 7 = 1 \end{aligned}$$

Resolver – Factoriales extremos (OmegaUp)