

1. **Mi az érintő definíciója?**

Az $f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény grafikonjának az $(a, f(a))$ pontban van érintője, ha $f \in \mathcal{D}(a)$.

Az érintő meredeksége $f'(a)$, egyenlete: $l(x) = f'(a) * (x - a) + f(a)$

2. **Milyen tételt ismer két függvény szorzatának valamely pontbeli differenciálhatóságáról és a deriváltjáról?**

Legyen $f, g \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, a \in \text{int}(\mathcal{D}_f \cap \mathcal{D}_g), f, g \in \mathcal{D}(a)$

Ekkor: $f * g \in \mathcal{D}(a)$ és $(f * g)'(a) = f'(a) * g(a) + f(a) * g'(a)$

3. **Milyen tételt ismer két függvény hányadosának valamely pontbeli differenciálhatóságáról és a deriváltjáról?**

Legyen $f, g \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, a \in \text{int}(\mathcal{D}_f \cap \mathcal{D}_g), f, g \in \mathcal{D}(a)$

Ekkor, ha $g(a) \neq 0$, akkor $\frac{f}{g} \in \mathcal{D}(a)$ és $(\frac{f}{g})'(a) = \frac{(f'(a) * g(a) - f(a) * g'(a))}{g^2(a)}$

4. **Milyen tételt ismer két függvény kompozíciójának valamely pontbeli differenciálhatóságáról és a deriváltjáról?**

$f, g \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, R_g \subset D_f, g \in \mathcal{D}(a), f \in \mathcal{D}(g(a))$

Ekkor: $f \circ g \in \mathcal{D}(a)$ és $(f \circ g)'(a) = f'(g(a)) * g'(a)$

5. **Írja fel az \exp_a ($a \in \mathbb{R}, a > 0$) függvény deriváltját valamely helyen.**

$\exp_a(x) = a^x, \quad a > 0$

$\exp'_a(x) = (\exp(x * \ln a))' = \exp(x * \ln a) * \ln a = a^x * \ln a$

6. **Írja fel az \log_a ($a \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1$) függvény deriváltját valamely helyen.**

$\log_a = (\exp_a)^{-1}, \quad \exp_a(\xi) = \eta \quad (a > 0, a \neq 1)$

$\log'_a(\eta) = \frac{1}{\exp'_a(\xi)} = \frac{1}{a^{\xi} * \ln a} = \frac{1}{\eta * \ln a} \quad (\eta > 0, a > 0, a \neq 1)$