Analízis II.
+/− kidolgozás
8. óra

A jegyzet UMANN Kristóf kidolgozásaiból készült, Dr. SZILI László előadása alapján. (2016. november 8.)
Gyakorlathoz pdf: http://numanal.inf.elte.hu/~szili/Oktatas/An2_BSc_2016/An2_gyak_2016_osz.pdf

1. **Milyen *elégséges* feltételt ismer differenciálható függvény *szigorú monoton növekedésével* kapcsolatban?**

   Válasz: Tegyük fel, hogy $f \in C[a,b]$, $\quad f \in D(a,b)$

   $$f' > 0 \quad (a,b)\text{-n} > \quad \Rightarrow \quad f \uparrow [a,b]\text{-n.}$$

2. **Milyen *szükséges és elégséges* feltételt ismer differenciálható függvény *monoton növekedésével* kapcsolatban?**

   Válasz: Tegyük fel, hogy $f \in C[a,b]$, $\quad f \in D(a,b)$. Ekkor:

   $$f \nearrow \quad [a,b] \quad \Leftrightarrow \quad f' \geq 0 \quad (a,b)\text{-n.}$$

3. **Mit ért azon, hogy az $f \in \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvénynek valamely helyen *lokális minimuma* van?**

   Válasz: Az $f \in \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvénynek az $a \in \operatorname{int} \mathcal{D}_f$ pontban **lokális minimum**a van, ha

   $$\exists K(a) \subset \mathcal{D}_f, \quad \forall x \in K(a): \quad f(x) \geq f(a).$$

   a: **Lokális minimum hely**, $\quad f(a)$: f **Lokális minimuma.**

4. **Hogyan szól a lokális szélsőértékre vonatkozó *elsőrendű szükséges* feltétel?**

   Válasz: Tegyük fel, hogy $f \in \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, és

   $$\left.\begin{array}{c} f \in D\{a\} \quad a \in \operatorname{int} D_f \\ f\text{-nek } a\text{-ban lokális szélső értéke van} \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad f'(a) = 0$$

5. **Hogyan szól a *lokális maximumra* vonatkozó *elsőrendű elégséges* feltétel?** $f \in D(a,b)$. Ha egy $c \in (a,b)$-ben

   $$\left.\begin{array}{c} f'(c) = 0 \\ f' \ c\text{-ben előjelet vált} \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad c \text{ lokális maximum hely.}$$

6. **Írja le a *lokális minimumra* vonatkozó *másodrendű elégséges* feltételt.**

   Válasz: Tegyük fel, hogy $f \in D^2\{c\}$, és

   $$\left.\begin{array}{c} f'(c) = 0 \\ f''(c) \neq 0 \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{c} c \text{ lokális szélső hely, ha:} \\ f''(x) > 0 \quad \Rightarrow \quad c \text{ lokális minium hely.} \end{array}$$

7. **Hogyan szól a *Weierstrass-tétel*?**

   Válasz: Tegyük fel, hogy:

   $$\left.\begin{array}{c} f : [a,b] \to \mathbb{R} \\ \text{folytonos } [a,b] \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{c} \exists \alpha, \beta, \in [a,b] \quad (x \in [a,b]): \\ f(\beta) \leq f(x) \leq f(\alpha) \end{array}$$