I. Zárthelyi

Diszkrét matematika tanároknak I.

2009-2010 ősz

1. **Feladat** (5p)
   Egy távoli ország királya amnesztiát hirdet. Hogy mégse legyen olyan könnyű, próbára teszi a rabok logikáját. A raboknak - aki férfiak - bizonyos számú csukott, egyforma ajtajú szoba közül kell választani : a szobában vagy egy éhes tigris van, vagy egy hölgy. A szobákból zaj nem szűrődik ki. Ki kell nyitnia valamelyik ajtót : ha a tigris ajtaját nyitja, az megeszi. Ha a másikat, szabadon távozhat, természetesen a hölgyet el kell vennie feleségül.
   Az első rabnak két szoba jut, a következő feliratokkal :
   I. Legalább az egyik szobában hölgy van.
   II. A másik szobában tigris van.
   A király elárulja, hogy vagy mindkét felírat igaz, vagy mindkettő hamis. Melyiket válassza a rab?

2. **Feladat** (3p+2p)
   Igazolja a következőt állításokat!
   (a) $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$
   (b) $A \triangle A = 0$

3. **Feladat** (5p)
   Igazoljuk teljes indukcióval, hogy $n >= 1$ és $0 < a < b$ esetén
   $$0 < a^n < b^n \quad !$$

4. **Feladat** (5p)
   A valós számok $\mathbb{R}$ halmazán értelmezzük az R relációt a következőképpen:
   $$aRb \Longleftrightarrow b - a \in \mathbb{Q}$$
   Igazoljuk, hogy R ekvivalenciareláció!

5. **Feladat** (5p)
   Mutassuk meg, hogy minden $f : X \to Y$ függvény és $B \subseteq Y$ esetén
   $$f(f^{-1}(B)) = B \cap rng(f)!$$
   Mutassuk meg, hogy az előző állítás relációkra nem feltétlenül igaz!