

## Definíciók, tételkimondások

1. Mondjon legalább három példát predikátumra.
2. Sorolja fel a logikai jeleket.
3. Milyen kvantorokat ismer? Mi a jelük?
4. Mikor van egy változó egy kvantor hatáskörében?
5. Mik a nyitott és mik a zárt formulák?
6. Mondjon két példát nyitott formulára.
7. Mondjon egy példát zárt formulára.
8. Definiálja a részhalmaz és a valódi részhalmaz fogalmát és adja meg jelöléseiket.
9. Milyen tulajdonságokkal rendelkezik a halmazok egyenlősége?
10. Írja le a részhalmaz fogalmát. Milyen jelölést használunk részhalmazok megadására?
11. Írja le az üres halmaz fogalmát.
12. Igaz-e, hogy csak egy üres halmaz van?
13. Írja le két halmaz unióját és a megfelelő jelöléseket.
14. Írja le halmazrendszer unióját és a megfelelő jelöléseket.
15. Fogalmazza meg a halmazok uniójának alaptulajdonságait.
16. Definiálja halmazrendszer és két halmaz metszetét, és adja meg a jelöléseket.
17. Fogalmazza meg a halmazok metszetének alaptulajdonságait.
18. Fogalmazza meg az unió és a metszet disztributivitását.
19. Definiálja halmazok különbségét, szimmetrikus differenciáját és komplementerét.
20. Fogalmazza meg a halmazok komplementerének alaptulajdonságait.
21. Írja le a hatványhalmaz fogalmát. Milyen jelölések kapcsolódnak hozzá?
22. Definiálja a rendezett pár fogalmát és koordinátáit.
23. Definiálja két halmaz Descartes-szorzatát.
24. Definiálja a binér reláció fogalmát és adja meg a kapcsolódó jelöléseket.
25. Adjon három példát binér relációra.
26. Mit jelent az, hogy  $R$  reláció  $X$  és  $Y$  között? Mit jelent az, hogy  $R$  egy  $X$ -beli reláció?
27. Definiálja binér reláció értelmezési tartományát és értékkészletét, és adja meg a kapcsolódó jelöléseket.
28. Definiálja binér reláció kiterjesztését, leszűkítését és leszűkítését egy halmazra és adja meg a kapcsolódó jelöléseket.
29. Definiálja egy binér reláció inverzét.
30. Definiálja halmaz képét és inverz képét binér relációnál és adja meg a kapcsolódó jelöléseket.

31. Definiálja binér relációk kompozícióját. Lehet-e a kompozíció üres?
32. Fogalmazzon meg két, binér relációk kompozíciójára vonatkozó állítást.
33. Mit jelent az, hogy egy reláció tranzitív, szimmetrikus, illetve dichotóm? Ezek közül mi az, ami csak a reláción múlik?
34. Mit jelent az, hogy egy reláció antiszimmetrikus, illetve trichotóm? Ezek közül mi az, ami csak a reláción múlik?
35. Mit jelent az, hogy egy reláció szigorúan antiszimmetrikus, reflexív illetve irreflexív? Ezek közül mi az, ami csak a reláción múlik?
36. Definiálja az ekvivalenciareláció, illetve az osztályozás fogalmát.
37. Mi a kapcsolat az ekvivalenciarelációk és az osztályozások között?
38. Definiálja a részbenrendezés és a részbenrendezett halmaz fogalmát. Mit mondhatunk egy részbenrendezett halmaz egy részhalmazáról?
39. Definiálja a (teljes) rendezés fogalmát.
40. Mondjon példát részbenrendezett de nem rendezett halmazra.
41. Definiálja egy relációnak megfelelő szigorú illetve gyenge reláció fogalmát.
42. Definiálja a szigorú részbenrendezést és fogalmazza meg kapcsolatát a részbenrendezéssel.
43. Definiálja az intervallumokat és adja meg a kapcsolódó jelöléseket.
44. Definiálja a kezdőszelet fogalmát és adja meg a kapcsolódó jelöléseket.
45. Definiálja a legkisebb és a legnagyobb elem fogalmát.
46. Definiálja a minimális és a maximális elem fogalmát és adja meg a kapcsolódó jelöléseket.
47. Adjon meg olyan részbenrendezett halmazt, amelyben több minimális elem van.
48. Adjon meg olyan részbenrendezett halmazt, amelyben nincs maximális elem.
49. Definiálja az alsó és a felső korlát fogalmát.
50. Definiálja az alsó és a felső határ tulajdonságot.
51. Definiálja az infimum és a szuprémum fogalmát.
52. Definiálja a jólrendezés és a jólrendezett halmaz fogalmát.
53. Adjon meg olyan rendezett halmazt, amely nem jólrendezett.
54. Adjon példát jólrendezett halmazra.
55. Definiálja a függvény fogalmát. Ismertesse a kapcsolódó jelöléseket.
56. Mi a különbség a között, hogy  $f \in X \rightarrow Y$  és hogy  $f : X \rightarrow Y$ ?
57. Mikor nevezünk egy függvényt kölcsönösen egyértelműnek?
58. Definiálja a permutáció fogalmát.
59. Igaz-e, hogy két függvény összetétele függvény?
60. Mikor állíthatjuk hogy két függvény összetétele injektív, szürjektív illetve bijektív?

61. Mikor nevezünk egy függvényt monoton növekedőnek illetve monoton csökkenőnek?
62. Mikor nevezünk egy függvényt szigorúan monoton növekedőnek illetve szigorúan monoton csökkenőnek?
63. Mi a kapcsolat a szigorúan monoton növekedő függvények és a kölcsönösen egyértelmű függvények között?
64. Mit értünk indexhalmaz, indexelt halmaz és indexelt család alatt?
65. Fogalmazza meg az indexelt halmazcsaládokra vonatkozó De Morgan-szabályokat.
66. Definiálja a binér, unér és nullér művelet fogalmát és ismertesse a kapcsolódó jelöléseket.
67. Adjon meg egy binér műveletet táblázattal.
68. Hogyan definiálunk műveleteket függvények között?
69. Definiálja a művelettartó leképezés fogalmát.
70. Adjon példát művelettartó leképezésre.
71. Fogalmazza meg a rekurziótételt.
72. Definiálja a karakterisztikus függvény fogalmát és ismertesse a kapcsolódó jelöléseket.
73. Definiálja a baloldali semleges elem, a jobboldali semleges elem és a semleges elem fogalmát.
74. Definiálja a félcsoport, a balinverz, a jobbinverz és az inverz fogalmát és ismertesse a kapcsolódó jelöléseket.
75. Igaz-e, hogy egy egységelemes multiplikatív félcsoportban ha  $h$ -nak és  $g$ -nek van inverze, akkor  $hg$ -nek is, és ha igen, mi?
76. Definiálja a csoport és az Abel-csoport fogalmát.
77. Igaz-e, hogy ha  $X$  tetszőleges halmaz, akkor  $(\wp(X), \cap)$  egy egységelemes félcsoport?
78. Igaz-e, hogy ha  $X$  tetszőleges halmaz, akkor  $(\wp(X), \cup)$  egy csoport?
79. Igaz-e, hogy ha  $X$  tetszőleges halmaz, akkor  $(\wp(X), \Delta)$  egy félcsoport?
80. Igaz-e, hogy ha  $X$  tetszőleges halmaz, akkor az  $X$ -beli binér relációk a kompozícióval egységelemes félcsoportot alkotnak?
81. Igaz-e, hogy ha  $X$  tetszőleges halmaz, akkor az  $X$ -et  $X$ -re képező bijektív leképezések a kompozícióval, mint művelettel csoportot alkotnak?
82. Fogalmazza meg a természetes számokra a  $\leq$  reláció és a műveletek kapcsolatát leíró tételt.
83. Definiálja a véges sorozatokat.
84. Fogalmazza meg az általános rekurziótételt.
85. Definiálja véges sok elem szorzatát félcsoportban és egységelemes félcsoportban.
86. Hogyan értelmeztük a  $\sum_{a \in A} x_a$  jelölést?
87. Definiálja a nullgyűrű és a zérógyűrű fogalmát.
88. Definiálja a bal és jobb oldali nullosztó és a nullosztópár fogalmát.

89. Definiálja az integritási tartomány fogalmát.
90. Definiálja a rendezett integritási tartomány fogalmát.
91. Fogalmazzon meg szükséges és elégséges feltételt arra vonatkozóan, hogy egy integritási tartomány rendezett integritási tartomány legyen.
92. Fogalmazza meg a rendezett integritási tartományban az egyenlőtlenségekkel való számolás szabályait leíró tételt.
93. Definiálja a test fogalmát és adjon három példát testre.
94. Definiálja a rendezett test fogalmát és adjon példát olyan testre, amely nem tehető rendezett testté.
95. Fogalmazza meg az arkhimédieszi tulajdonságot.
96. Mi a kapcsolata az arkhimédieszi tulajdonságnak a felső határ tulajdonsággal?
97. Fogalmazza meg a racionális számok felső határ tulajdonságára és az arkhimédieszi tulajdonságára vonatkozó tételt.
98. Fogalmazza meg a valós számok egyértelműségét leíró tételt.
99. Definiálja a bővített valós számokat.
100. Fogalmazza meg a valós számok létezését leíró tételt.
101. Definiálja a komplex számok halmazát a műveletekkel.
102. Adja meg  $\mathbb{R}$  beágyazását  $\mathbb{C}$ -be.
103. Definiálja  $i$ -t, komplex szám valós és képzetes részét, konjugáltját és a képzetes számok fogalmát.
104. Fogalmazza meg a komplex konjugálás tulajdonságait.
105. Definiálja komplex szám abszolút értékét. Milyen tételt használt?
106. Fogalmazza meg komplex számok abszolút értékének tulajdonságait.
107. Definiálja komplex számokra a  $\operatorname{sgn}$  függvényt és fogalmazza meg tulajdonságait.
108. Definiálja komplex számok trigonometrikus alakját és argumentumát.
109. Írja fel két komplex szám szorzatát és hányadosát trigonometrikus alakjuk segítségével.
110. Ha  $n \in \mathbb{N}^+$  és  $w \in \mathbb{C}$ , írja fel a  $z^n = w$  egyenlet összes megoldását.
111. Írja fel az  $n$ -edik komplex egységgyököket. Mit értünk primitív  $n$ -edik egységgyök alatt?
112. Ha  $n \in \mathbb{N}^+$  és  $w \in \mathbb{C}$ , írja fel a  $z^n = w$  egyenlet összes megoldását az  $n$ -edik egységgyökök segítségével.
113. Fogalmazza meg az algebra alaptételét.
114. Definiálja halmazok ekvivalenciáját és sorolja fel tulajdonságait.
115. Ha az  $X$  és  $X'$  illetve  $Y$  és  $Y'$  halmazok ekvivalensek, milyen más halmazok ekvivalenciájára következtethetünk még ebből?
116. Definiálja a véges és a végtelen halmazok fogalmát.
117. Definiálja egy véges halmaz elemeinek számát. Hogyan jelöljük? Mit használt fel a definícióhoz?

118. Fogalmazza meg a véges halmazok és elemszámuk tulajdonságait leíró tételt.
119. Fogalmazza meg a skatulyaelvet.
120. Mit mondhatunk véges halmazban minimális és maximális elem létezéséről?
121. Mit mondhatunk egy véges halmaz összes permutációinak számáról?
122. Mit értünk egy véges halmaz variációin és mit mondhatunk az összes variációk számáról?
123. Definiálja az ismétléses variációk fogalmát. Mit mondhatunk egy véges halmaz összes ismétléses variációinak számáról?
124. Mit értünk egy véges halmaz kombinációin és mit mondhatunk az összes kombinációk számáról?
125. Mit értünk egy véges halmaz ismétléses kombinációin és mit mondhatunk az összes ismétléses kombinációk számáról?
126. Mit értünk egy véges halmaz ismétléses permutációin és mit mondhatunk az összes ismétléses permutációk számáról?
127. Fogalmazza meg a binomiális tételt.
128. Írja fel a Pascal-háromszög első 8 sorát.
129. Fogalmazza meg a polinomiális tételt.
130. Fogalmazza meg a logikai szita formulát.
131. Definiálja a természetes számok körében az oszthatóságot és adja meg a jelölését.
132. Sorolja fel a természetes számok körében az oszthatóság alaptulajdonságait.
133. Definiálja a természetes számok körében a prímszám és a törzsszám fogalmát. Mi a kapcsolat a két fogalom között?
134. Definiálja egységelemes integritási tartományban az oszthatóságot és adja meg a jelölését.
135. Sorolja fel egységelemes integritási tartományban az oszthatóság alaptulajdonságait.
136. Definiálja az asszociáltak fogalmát és sorolja fel ennek a kapcsolatnak a tulajdonságait.
137. Definiálja az egységek fogalmát és sorolja fel az egységek halmazának tulajdonságait.
138. Mi a kapcsolat az egységek és az asszociáltak között?
139. Mi a kapcsolat a természetes számok és az egész számok körében vett oszthatóság között?
140. Definiálja egységelemes integritási tartományban a prímelem és az irreducibilis elem fogalmát. Mi a kapcsolat a két fogalom között?
141. Mit értünk egységelemes integritási tartományban legnagyobb közös osztó alatt?
142. Mikor mondjuk egységelemes integritási tartomány elemeire, hogy relatív prímek?

143. Mit értünk egységelemes integritási tartományban legkisebb közös többszörös alatt?
144. Egyértelmű-e az egész számok körében a legnagyobb közös osztó? Ismertesse a kapcsolódó jelölést.
145. Egyértelmű-e az egész számok körében a legkisebb közös többszörös? Ismertesse a kapcsolódó jelölést.
146. Ismertesse a bővített euklideszi algoritmust.
147. Mely tétel alapján számolhatjuk ki véges sok egész szám legnagyobb közös osztóját prímfelbontás nélkül?
148. Fogalmazza meg a számelmélet alaptételét.
149. Ismertesse Erathoszthenész szitáját.
150. Definiálja egész számok kongruenciáját és adja meg a kapcsolódó jelöléseket.
151. Fogalmazza meg az egész számok kongruenciájának egyszerű tulajdonságait.
152. Definiálja a maradékosztály, redukált maradékosztály, teljes és redukált maradékrendszer fogalmát.
153. Definiálja  $\mathbb{Z}_m$ -et. Milyen algebrai struktúra  $\mathbb{Z}_m$  az összeadással és szorzással?
154. Fogalmazza meg a  $(\mathbb{Z}_m, +, \cdot)$  gyűrű tulajdonságait leíró tételt.
155. Mit mondhatunk az  $aa_i + b$  számokról, ha  $a_i$  egy maradékrendszer, illetve egy redukált maradékrendszer elemeit futja be?
156. Fogalmazza meg az Euler–Fermat-tételt.
157. Fogalmazza meg a Fermat-tételt.
158. Fogalmazza meg a kínai maradéktételt.

## Bizonyítások

1. Fogalmazza meg a halmazok uniójának kommutativitását, asszociativitását és idempotenciáját és bizonyítsa be.
2. Fogalmazza meg a halmazok metszetének kommutativitását, asszociativitását és idempotenciáját és bizonyítsa be.
3. Fogalmazza meg és bizonyítsa be az unió és a metszet disztributivitását.
4. Fogalmazza meg és bizonyítsa be a De Morgan azonosságokat két halmazra.
5. Bizonyítsa be, hogy binér relációk kompozíciója asszociatív.
6. Fogalmazza meg a két binér reláció kompozíciójának inverzére vonatkozó állítást és bizonyítsa be.
7. Fogalmazza meg az ekvivalenciareláció és az osztályozás kapcsolatát és bizonyítsa be.
8. Fogalmazza meg a szigorú részbenrendezés kapcsolatát a részbenrendezéssel és bizonyítsa be állítását.
9. Mi a kapcsolat a szigorúan monoton növekedő függvények és a kölcsönösen egyértelmű függvények között? A megfogalmazott állítást bizonyítsa be.

10. Mit állíthatunk a monoton növekedő függvények inverz függvényéről? A megfogalmazott állítást bizonyítsa be.
11. Bizonyítsa be, hogy a természetes számok halmaza a  $\leq$  relációval jólrendezett. Azt, hogy rendezett, nem kell bizonyítania.
12. Fogalmazzon meg szükséges és elégséges feltételt arra vonatkozóan, hogy egy integritási tartomány rendezett integritási tartomány legyen, és bizonyítsa be az állítást.
13. Fogalmazza meg a rendezett integritási tartományban az egyenlőtlenségekkel való számolás szabályait leíró tételt és bizonyítsa be.
14. Van-e olyan racionális szám, amelynek a négyzete 2? Bizonyítsa be állítását.
15. Fogalmazza meg az arkhimédieszi tulajdonságot. Mi a kapcsolata a felső határ tulajdonsággal? Bizonyítsa be állítását.
16. Definiálja a komplex számok halmazát a műveletekkel és bizonyítsa be, hogy test.
17. Fogalmazza meg komplex számok abszolút értékének tulajdonságait és bizonyítsa be.
18. Bizonyítsa be, hogy egyetlen  $n \in \mathbb{N}$ -re sem létezik ekvivalencia  $\{1, 2, \dots, n\}$  és egy valódi részhalmaza között.
19. Fogalmazza meg a véges halmazok és elemszámuk tulajdonságait leíró tételt és bizonyítsa be.
20. Fogalmazza meg a skatulyaelvet és bizonyítsa be.
21. Mit mondhatunk véges halmazban minimális és maximális elem létezéséről? Bizonyítsa be állítását.
22. Mit mondhatunk egy véges halmaz összes permutációinak számáról? Bizonyítsa be állítását.
23. Mit értünk egy véges halmaz variációin és mit mondhatunk az összes variációk számáról? Bizonyítsa be állítását.
24. Mit értünk egy véges halmaz kombinációin és mit mondhatunk az összes kombinációk számáról? Bizonyítsa be állítását.
25. Mit értünk egy véges halmaz ismétléses kombinációin és mit mondhatunk az összes ismétléses kombinációk számáról? Bizonyítsa be állítását.
26. Mit értünk egy véges halmaz ismétléses permutációin és mit mondhatunk az összes ismétléses permutációk számáról? Bizonyítsa be állítását.
27. Fogalmazza meg a binomiális tételt és bizonyítsa be.
28. Fogalmazza meg a polinomiális tételt és bizonyítsa be.
29. Fogalmazza meg a logikai szita formulát és bizonyítsa be.
30. Sorolja fel a természetes számok körében az oszthatóság alaptulajdonságait és bizonyítsa be ezeket.
31. Sorolja fel egységelemes integritási tartományban az oszthatóság alaptulajdonságait és bizonyítsa be ezeket.
32. Ismertesse a bővített euklideszi algoritmust. Bizonyítsa be, hogy működik.
33. Mi a kapcsolat  $\mathbb{Z}$ -ben a prímelemek és az irreducibilis elemek között? Bizonyítsa állítását.

34. Fogalmazza meg és bizonyítsa be a számelmélet alaptételét.
35. Fogalmazza meg Eukleidész tételét, és bizonyítsa be.
36. Fogalmazza meg a  $\mathbb{Z}_m$  gyűrű tulajdonságait leíró tételt és bizonyítsa be.
37. Mit mondhatunk az  $aa_i + b$  számokról, ha  $a_i$  egy teljes maradékrendszer, illetve az  $aa_i + b$  számokról, ha  $a_i$  egy redukált maradékrendszer elemeit futja be? Bizonyítsa be állítását. Mit kell feltenni az  $a$  számról?
38. Fogalmazza meg és bizonyítsa be az Euler–Fermat tételt.
39. Fogalmazza meg és bizonyítsa be a Fermat-tételt.
40. Ismertesse a lineáris kongruenciák megoldásának módszerét részletes indoklással.
41. Fogalmazza meg és bizonyítsa be a kínai maradéktételt.