Diszkrét Matematika 1. Írásbeli vizsga, 2016. január 7. (90 perc)

NÉV:
NEPTUN kód:
(Leendő) szakirány:

1. Alapvető fontosságú fogalmak

A következő hat kérdésre 1-1 pont kapható. Ebből legalább 4 pontot kell szerezni.

1. Számolja ki a következő két komplex szám reciprokát, és adja meg algebrai alakban ($a + bi$-ként): $7i$, $12 - 5i$.

2. Melyek injektívek az alábbi függvények közül? Húzza alá őket: négyzetre emelés a valós számok halmazán; négyzetre emelés a pozitív egészek halmazán; abszolút érték a valósok halmazán; $x \mapsto -x$ a valósakon.

3. Mikor nevezünk részbenrendezésnek egy binér relációt?

4. Hányféleképp tudunk 4 különböző csokit odaajándékozni egy 30 fős osztályból négy gyereknek (egy gyerek csak egyet kaphat)?

5. Bontsa fel a zárójelet: $(2x + 2k)^3$.

6. Definiálja a kitüntetett (más néven legnagyobb) közös osztó fogalmát az egészek körében.

2. Definíciók, tételkimondások

A következő nyolc kérdésre 1-1 pont kapható.

1. Írja fel a hatványozás Moivre-féle képletét.

2. Definiálja a dichotómiát.

3. Mikor mondjuk, hogy egy $f\colon A \to B$ függvény szürjektív?

4. Definiálja a műveletttartó függvény fogalmát binér műveletekre.

5. Adjon példát asszociatív, de nem kommutatív műveletre. Adja meg az alaphalmazt is.

6. Hogy szól a polinomiális tétel?

7. Mikor mondjuk, hogy két egész relatív prím?

8. Melyek oldhatók meg az egészek körében? Húzza alá: $5x + 2y = 8$; $10x + 7y = 3z$; $57x - 12y = 14$; $10x + 35y = 100$.

3. Bizonyítások

A következő három bizonyításra 3-3 pont kapható. Ebből legalább 3 pontot el kell érni (tételkimondásért nem jár pont). Az összpontszám alapján a ponthatárok: 10-től 2-es, 14-től 3-as, 18-tól szóbelizhet a 4-es, illetve 5-ös osztályzatért.

1. Mondja ki és bizonyítsa az ekvivalenciarelációk és az osztályozások kapcsolatáról szóló tételt.
2. Mondja ki és igazolja az ismétléses variációk számára vonatkozó állítást.
3. Mondja ki és igazolja az Euler–Fermat-tételt.

4. Szóbeli kiváltását lehetővé tevő opcionális tétel

Ez a feladat maximálisan 5 pontot ér. Ha ebből legalább 3 pont megvan, és az összpontszám eléri a 20, illetve 24 pontot, akkor 4-es, illetve 5-ös érdemjegyet ajánlunk. Az alábbi kérdéseknél indoklást is várunk.

1. Nevezzünk *trinzitív*nek egy R binér relációt, ha minden a, b, c, d esetén $(a, b), (b, c), (c, d) \in R$-ből következik $(a, d) \in R$. Melyek trinzitívek a következők közül: „osztója" az egészek halmazán; „egyenlő" az egészek halmazán; $\{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, |x - y| \text{ páratlan}\}$ [3 pont]?
2. Igaz-e, hogy egy reláció pontosan akkor trinzitív, ha az inverze is az?
3. Igaz-e, hogy minden tranzitív reláció trinzitív? És fordítva?