Diszkrét matematika 2 - Minta ZH1

2015 tavasz

Gráfok

1. Van–e olyan 7 pontú egyszerű gráf, melyben a csúcsok foka rendre
   (a) 4, 4, 4, 3, 3, 3, 3;
   (b) 6, 3, 3, 2, 2, 2, 0;
   (c) 5, 5, 5, 4, 4, 2, 2;
   (d) 5, 5, 5, 2, 2, 2, 1;
2. Igazoljuk, hogy ha egy hurokélt nem tartalmazó véges gráf minden pontjának foka 4, akkor élei színezhetők piros és kék színekkel úgy, hogy minden szögponthoz két piros és két kék él illeszkedjen.
3. Bizonyítsuk be, hogy ha egy véges összefüggő gráf K köréből egy élt eltörölve a gráf egy leghosszabb útját kapjuk, akkor K Hamilton–köre a gráfnak.

Csoportok

4. Legyen n rögzített pozitív egész szám. Lássuk be, hogy az \$n\$-edik egységgyökök halmaza a szorzásra nézve csoportot alkot.
5. Legyen $n = 50$ és jelölje D_n a szabályos \$n\$-szög egybevágó leképezéseit ahol a ε az óramutató forgásának ellentétes irányba (↺) $\frac{2\pi}{n}$ radiánnal való forgatást a τ pedig a függőleges szimmetria tengelyre való tükrözést jelöli.
   (a) Soroljuk fel D_n elemeit.
   (b) Hogy lehetne a $\varphi \circ \tau \circ \varphi^2 \circ \tau \circ \varphi$ elemet egyszerűbben kifejezni.
   (c) Mi az előző pontban szereplő elem rendje és generátuma?
   (d) Mi az előző pontban szereplő generátum szerinti mellék osztályok?

1. A komplex számok $\mathbb{C}$ halmazában a $*$ és $\circ$ műveleteket az alábbi módon értelmezzük: $a * b = a + b + 1$, $a \circ b = a + b + i$. Igazoljuk, hogy a $(\mathbb{C}, *)$ és a $(\mathbb{C}, \circ)$ struktúrák csoportok. Igazoljuk, hogy az $\varphi : a \to ai$ leképezés izomorfizmust létesít a $(\mathbb{C}, *)$ és a $(\mathbb{C}, \circ)$ csoportok között.