

## 1. Gráfok alapfogalmai

Mit mondhatunk irányítatlan gráfban a fokszámok összegéről?

Mit mondhatunk teljes gráf élszámáról?

Mit állíthatunk séta és út kapcsolatáról?

Legyen a  $\sim$  a csúcsok halmazán értelmezett reláció, amelyre  $v_1 \sim v_2$  pontosan akkor, ha van  $v_1$  kezdőpontú és  $v_2$  végpontú séta a gráfban. Bizonyítsd be, hogy ez a reláció ekvivalenciareláció!

## 2. Fák

Add meg 3 ekvivalens jellemzést a fa fogalmának!

Mit mondhatunk körmentes gráfban az elsőfokú csúcsokról?

Egy egyszerű véges gráfnak  $n$  csúcsa van. Fogalmazz meg két olyan szükséges és elégséges feltételt arra, hogy a gráf fa, amelyben szerepel az élek száma!

## 3. Feszítőfa, Euler-vonal, Hamilton-kör

Mikor létezik feszítőfája egy gráfnak?

Mit mondhatunk összefüggő gráfban a körök számáról?

Mit mondhatunk összefüggő gráfban a vágások számáról?

Mit állíthatunk összefüggő gráfban zárt Euler-vonal létezésével kapcsolatban?

## 4. Címkezett gráfok

Ismertesd a Kruskal algoritmust és a rá vonatkozó tételt!

## 5. Síkba rajzolható gráfok, gráfok színezése, gráfok ábrázolása

Hogy szól Euler tétele síkba rajzolható gráfokról?

Mit mondhatunk síkgráf élszámáról?

Mit mondhatunk síkgráfban a minimális fokszámú csúcs fokáról?

Bizonyítsd be, hogy  $K_5$  és  $K_{3,3}$  nem síkgráf!

## 6. Irányított gráfok

Mit mondhatunk a fokszámösszegeiről irányított gráfban?

Legyen a  $\sim$  a csúcsok halmazán értelmezett reláció, amelyre  $v_1 \sim v_2$  pontosan akkor, ha van  $v_1$  kezdőpontú és  $v_2$  végpontú irányított séta és  $v_2$  kezdőpontú és  $v_1$  végpontú irányított séta is a gráfban. Bizonyítsd be, hogy ez a reláció ekvivalenciareláció!

Bizonyítsd be, hogy egy irányított fában a gyökekből bármely adott csúcsba vezető egyetlen út egyben irányított út is!

Bizonyítsd be Dijkstra algoritmusának a helyességét!

## 7. Algebrai alapok, polinomokkal kapcsolatos alapfogalmak

Mi teljesül nullelemmel való szorzás esetén?

Mit mondhatunk testben a nullosztókról?

Mit mondhatunk polinomok összegének/szorzatának fokáról?

$R$  milyen tulajdonságai öröklődnek  $R[x]$ -re?

## 8. Polinomok maradékos osztásának tétele és következményei

Hogyan szól a polinomok maradékos osztásának tétele?

Hogy szól a gyöktényező leválasztására vonatkozó tétel?

Hány gyöke lehet egy polinomnak?

Mit mondhatunk két,  $n + 1$  helyen megegyező, legfeljebb  $n$ -edfokú polinomról?

Mit mondhatunk végtelen  $R$  esetén a polinomfüggvényekről?

Bizonyítsd be a bővített euklideszi algoritmus helyességét test fölötti polinomok esetén!

## 9. Polinomok algebrai deriváltja, véges testek, racionális gyökteszt, Lagrange-interpoláció

Mivel egyenlő elsőfokú főpolinom  $n$ -edik hatványának deriváltja?

Milyen kapcsolat van egy polinom gyökei illetve a deriváltjának a gyökei között?

Hogyan adható meg olyan polinom, amely adott helyeken adott helyettesítési értékkel rendelkezik?

Mik lehetnek egy primitív egészegyütthatós polinom racionális gyökei?

Bizonyítsd be, hogy  $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ !

## 10. Polinomok felbonthatósága

Hogyan jellemezhetők test fölötti polinomgyűrűben az egységek?

Mit mondhatunk test fölötti elsőfokú polinomokról a gyökökkel kapcsolatban?

Mit mondhatunk a lineáris polinomokról test fölötti polinomgyűrűben felbonthatóság szempontjából?

Hogyan jellemezhetők a test fölötti másod-, illetve harmadfokú polinomok felbonthatóság szempontjából?

Hogyan jellemezhetők a  $\mathbb{C}$  fölötti felbonthatatlan polinomok?

Hogyan jellemezhetők az  $\mathbb{R}$  fölötti felbonthatatlan polinomok?

Bizonyítsd be Gauss lemmáját!

Bizonyítsd be Gauss tételét egész együtthatós polinomokkal kapcsolatosan!

Bizonyítsd be a Schönemann-Eisenstein tételt egész együtthatós polinomokkal kapcsolatosan!

## 11. Kódolás

Milyen felső korlát adható az entrópiára?

Bizonyítsd be, hogy a prefix, az egyenletes, és a vesszős kódok is felbonthatóak!

Mit mondhatunk optimális kód létezésével kapcsolatosan?

Hogyan szól Shannon tétele zajmentes csatornára?

Mit mondhatunk Shannon-kód átlagos szóhosszáról?

## 12. Hibakorlátozó kódolás

Az ISBN kódolása milyen hibák esetén jelez?

Fogalmazd meg a Singleton-korlátra vonatkozó állítást!

Fogalmazd meg a Hamming-korlátra vonatkozó állítást!

Mi a kapcsolat kód távolsága és hibajelző képessége között?

Mi a kapcsolat kód távolsága és hibajavító képessége között?

## 13. Lineáris kódolás

Bizonyítsd be, hogy  $\mathbb{F}^n$  a megfelelő műveletekkel lineáris teret alkot!

Mi az elégséges feltétele a kód linearitásának?

Milyen összefüggés van lineáris kód súlya és távolsága között?

Mi a kapcsolat a generátormátrix és ellenőrző mátrix között?

Mi a kapcsolat szisztematikus kód generátormátrixa és ellenőrző mátrixa között?

Mi a kapcsolat az ellenőrző mátrix és a kód távolsága között?

Bizonyítsd be, hogy a szindrómadekódolás megegyezik a minimális távolságú dekódolással, ha a hiba nem túl nagy!

## 14. Polinomkódolás

Mit mondhatunk a lineáris ciklikus kódok és a polinomkódolás kapcsolatáról?

Milyen kapcsolat van egy  $[n, k]$  lineáris ciklikus kód generátorpolinomja és  $x^n - 1$  között?

Hogyan jellemezhetők a kódszavak a paritásellenőrző polinom segítségével!