Formális nyelvek és automaták
Eljárások

2015/2016 tavaszi félév

1 ε-mentesítés

Legyen $G = (N, T, P, S)$ környezetfüggetlen grammatika. Ha P nem tartalmaz $X \to \varepsilon$ alakú szabályt, akkor $G' := G$. Egyébként tekintsük a következő halmazsorozatot:

$$U_1 := \{X | X \to \varepsilon\}$$

$$U_{i+1} := U_i \cup \{X | X \to u \in P \wedge u \in U_i^*\}$$

Ekkor $\exists k : \forall j \geq k : U_j = U_k$. Legyen $U := U_k$. Megkonstruáljuk P' szabályhalmazt úgy, hogy minden olyan $X \to u$ benne van P'-ben, ahol u-t úgy kapjuk, hogy valamennyi U-beli nemterminálist hagyunk el olyan v szavakból, melyekre $X \to v \in P$. P'-ben nincs más szabály.

2 Láncmentesítés

Legyen $G = (N, T, P, S)$ környezetfüggetlen grammatika. Minden $X \in N$-re megkonstruáljuk az alábbi halmazsorozatot:

$$U_1(X) := \{X\}$$

$$U_{i+1}(X) := U_i(X) \cup \{Y \in N | Z \to Y \in P \wedge Z \in U_i(X)\}$$

Ekkor $\exists k : \forall j \geq k : U_j(X) = U_k(X)$. Legyen $U(X) := U_k(X)$. Definiáljuk P' szabályhalmazt úgy, hogy $X \to w \in P'$ akkor és csak akkor, ha van olyan $A \in N$, hogy $A \in U(X)$ és $A \to w \in P$. További szabály nincs P'-ben.

3 Álnemterminálisok bevezetése

Legyen $G = (N, T, P, S)$ környezetfüggetlen grammatika. Ekkor a $X \to a \in P$ $(a \in T)$ alakú szabályok kivételével alakítsuk át a szabályokat úgy, hogy minden $b \in T$ szimbólumot helyettesítsünk egy N_b nemterminális szimbólummal és a $N_b \to b$ szabályt adjuk hozzá P-hez.

4 Hosszredukció

Legyen $G = (N, T, P, S)$ környezetfüggetlen ε-mentes grammatika, amin elvégeztük a láncmentesítést és bevezettük a megfelelő álnemterminálisokat. Ekkor minden szabály $X \to a$ $(a \in T)$ vagy $X \to w$ $(w \in N^+)$ alakú. Ekkor minden

$$X \to Y_1 Y_2 .. Y_k, \ k \geq 3$$

alakú szabályt helyettesítsünk egy

$$X \to Y_1 Z_1,$$

$$Z_1 \to Y_2 Z_2,$$

$$...,$$

$$Z_{k-2} \to Y_{k-1}Y_k$$

szabályhalmazzal, ahol $Z_1..Z_{k-2}$ új, a szabályhoz bevezetett nemterminálisok. Ekkor P minden szabálya megfelel a Chomsky-normálforma követelményeinek.

5 Aktív nemterminálisok meghatározása

Legyen $G = (N, T, P, S)$ környezetfüggetlen ε-mentes grammatika. Tekintsük az alábbi halmazokat:

$$A_1 := \{X | X \to u \in P \wedge u \in T^*\}$$

$$A_{i+1} := A_i \cup \{X | X \to w \in P, w \in (T \cup A_i)^*\}$$

Ekkor $\exists k : \forall j \geq k : A_j = A_k$. Ekkor A_k a G grammatika aktív nemterminálisainak halmaza.

6 Elérhető nemterminálisok meghatározása

Legyen $G = (N, T, P, S)$ környezetfüggetlen ε-mentes grammatika. Tekintsük az alábbi halmazokat:

$$R_1 := \{S\}$$

$$R_{i+1} := R_i \cup \{Y | X \to uYw \in P,\ X \in R_i,\ u, w \in (N \cup T)^*\}$$

Ekkor $\exists k : \forall j \geq k : R_j = R_k$. Ekkor A_k a G grammatika elérhető nemterminálisainak halmaza.

7 Reguláris normálformára hozás

Legyen $G = (N, T, P, S)$ reguláris grammatika. Az általánosság megszorítása nélkül feltehetjük, hogy G-ben nincsenek láncszabályok. Ekkor G szabályai $A \to uB,\ A \to u$ vagy $A \to \varepsilon$ $(A, B \in N, u \in T^+)$ alakúak. Minden $u = a_1..a_n,\ n \geq 2$ esetén:

- Helyettesítsünk minden $A \to a_1..a_nB$ szabályt az $\{A \to a_1Z_1,\ Z_1 \to a_2Z_2,\ ...,\ Z_{n-1} \to a_nB\}$ szabályhalmazzal, ahol $Z_1..Z_n$ a szabályhoz bevezetett új nemterminálisok.
- Helyettesítsünk minden $A \to a_1..a_n$ szabályt az $\{A \to a_1Y_1,\ Y_1 \to a_2Y_2,\ ...,\ Y_{n-1} \to a_nY_n,\ Y_n \to \varepsilon\}$ szabályhalmazzal, ahol $Y_1..Y_n$ a szabályhoz bevezetett új nemterminálisok.

8 VDA építése

Legyen $A = (Q, T, \delta, Q_0, F)$ véges nemdeterminisztikus automata. Megadjuk $A' = (Q', T, \delta', Q'_0, F')$ véges determinisztikus automatát, hogy $L(A) = L(A')$ teljesül. Legyen Q' a Q halmaz hatványhalmaza. Definiáljuk a $\delta' : Q' \times T \mapsto Q'$ függvényt a következőképpen:

$$\delta'(q', a) := \cup_{q \in q'} \delta(q, a)$$

Továbbá $Q'_0 := q_0$ és $F' := \{q' \in Q' | q' \cap F \neq \varnothing\}$.

9 VDA minimalizálása

Legyen $A = (Q, T, \delta, Q_0, F)$ véges determinisztikus automata. Megadjuk $A' = (Q', T, \delta', Q'_0, F')$ véges determinisztikus automatát, hogy $|Q'|$ minimális legyen. Bontsuk fel ekvivalencia osztályokra a Q halmazt a következőképpen:

- Tekintsük a Q állapothalmazt, majd osszuk két osztályra: F-re és $Q \setminus F$-re. Az F-beli állapotok megkülönböztethetők a $Q \setminus F$-beli állapotoktól.
  (Bármely elfogadó állapot megkülönböztethető egy nem elfogadó állapottól az üres szóval.)
- Ismételjük meg az osztályozást, amíg a partícionálás változatlan marad a következőképpen: Ha adott egy partícionálás, $B = B_1 \cup B_2 \cup ... \cup B_s$ akkor minden egyes B_i osztály bármely két p és q állapota pontosan akkor marad együtt, ha minden $a \in T$-re a $\delta(p, a)$ és a $\delta(q, a)$ egyazon ekvivalencia osztályba tartozik, különben B_i-t szétbontjuk.
- Az eljárást addig ismételjük, amíg van változás, egyébként az eljárás leáll.

Minden egyes B_i ekvivalenciaosztályt reprezentáljunk egy b_i szimbólummal. Konstruáljuk meg a VDA-t a következőképpen:

- $Q' := \{b_i \mid \exists B_i\}$
- $q'_0 := b_0$, a q_0-t tartalmazó ekvivalenciaosztály reprezentánsa.
- $\delta'(b_i, a) = b_j$, ha $\delta(q, a) = p$, $q \in B_i$, $p \in B_j$.
- $F' := \{b_j\}$, b_j azon osztály reprezentánsa, amely F elemeit tartalmazza.