

Megoldások

2012/13/1 Formális nyelvek és automatók évfolyamzárthelyi

1. feladat: Készítsen *véges, determinisztikus automatót*, mely az

$$L = \{u \in \{a, b, c\}^* \mid u \text{ bármely két } b \text{ betűje között van legalább egy } a \text{ és legalább egy } c \text{ betű}\}$$

nyelvet ismeri fel. Példák L -beli szavakra: $\varepsilon, aa, cacac, b, aacbaa, baccacbeac, aaabcacbacbeccabc$.

Megoldás:

| | | a | b | c |
|---------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| \Rightarrow | q_ε | q_ε | q_{00} | q_ε |
| \leftarrow | q_{00} | q_{10} | q_{Hiba} | q_{01} |
| \leftarrow | q_{10} | q_{10} | q_{Hiba} | q_{11} |
| \leftarrow | q_{01} | q_{11} | q_{Hiba} | q_{01} |
| \leftarrow | q_{11} | q_{11} | q_{00} | q_{11} |
| | q_{Hiba} | q_{Hiba} | q_{Hiba} | q_{Hiba} |

q_ε : még nem volt b , q_{ij} : az i ill. j bit azt jelzi, hogy az utolsó b óta volt-e a ill. c .

2. feladat: Hozza 3-as normálformára az alábbi G nyelvtant (grammatikát), majd készítsen a tanult algoritmussal olyan *véges determinisztikus automatót* a nyelvtanhoz, mely a G által generált nyelvet ismeri fel! $G = \langle \{a, b\}, \{S, A, B, C\}, \mathcal{P}, S \rangle$, ahol a \mathcal{P} szabályrendszer a következő:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aS \mid \varepsilon \mid aA \mid bB \\ A &\rightarrow b \mid bC \\ B &\rightarrow a \mid aC \\ C &\rightarrow aA \mid bB \end{aligned}$$

Megoldás:

Láncmentesítés:

NINCS LÁNCSZABÁLY

Hosszredukció (+ univerzális ε szabály):

$$S \rightarrow aS \mid \varepsilon \mid aA \mid bB \quad C \rightarrow aA \mid bB$$

$$A \rightarrow bD \mid bC \quad D \rightarrow \varepsilon$$

$$B \rightarrow aD \mid aC$$

NDA:

| | | a | b |
|---------------|-----|------------|------------|
| \Rightarrow | S | $\{S, A\}$ | $\{B\}$ |
| | A | $\{\}$ | $\{C, D\}$ |
| | B | $\{C, D\}$ | $\{\}$ |
| | C | $\{A\}$ | $\{B\}$ |
| \leftarrow | D | $\{\}$ | $\{\}$ |

VDA:

| | | a | b |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| \Rightarrow | $\{S\}$ | $\{S, A\}$ | $\{B\}$ |
| \leftarrow | $\{S, A\}$ | $\{S, A\}$ | $\{B, C, D\}$ |
| | $\{B\}$ | $\{C, D\}$ | $\{\}$ |
| \leftarrow | $\{B, C, D\}$ | $\{A, C, D\}$ | $\{B\}$ |
| \leftarrow | $\{C, D\}$ | $\{A\}$ | $\{B\}$ |
| | $\{\}$ | $\{\}$ | $\{\}$ |
| \leftarrow | $\{A, C, D\}$ | $\{A\}$ | $\{B, C, D\}$ |
| | $\{A\}$ | $\{\}$ | $\{C, D\}$ |

3. feladat: Készítse el az alábbi \mathcal{A} véges determinisztikus automata *minimális automatáját* a tanult algoritmus alapján (összefüggővé alakítás, redukció)!

$\mathcal{A} = \langle \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}, \{a, b, c\}, \delta, 1, \{1, 4\} \rangle$, a δ állapotátmenet függvény táblázattal:

| | | a | b | c |
|---------------|---|-----|-----|-----|
| \Rightarrow | 1 | 2 | 6 | 1 |
| | 2 | 7 | 1 | 1 |
| | 3 | 8 | 1 | 2 |
| \leftarrow | 4 | 5 | 7 | 1 |
| | 5 | 6 | 4 | 1 |
| | 6 | 1 | 5 | 1 |
| | 7 | 4 | 2 | 1 |
| | 8 | 3 | 4 | 5 |

Megoldás: $H_0 = \{1\}$, $H_1 = \{1, 2, 6\}$, $H_2 = \{1, 2, 6, 7, 5\}$, $H_3 = \{1, 2, 6, 7, 5, 4\}$, $H_4 = H_3$. Elhagyható 3, 8.

$\stackrel{0}{\sim}$: $\{1, 4\}(=: F)$, $\{2, 5, 6, 7\}(=: N)$;

| | a | b | c | | a | b | c |
|---|-----|-----|-----|---|-----|-----|-----|
| 1 | N | N | F | 2 | N | F | F |
| 4 | N | N | F | 5 | N | F | F |
| | | | | 6 | F | N | F |
| | | | | 7 | F | N | F |

$\stackrel{1}{\sim}$: $\{1, 4\}(=: A)$, $\{2, 5\}(=: B)$, $\{6, 7\}(=: C)$;

| | a | b | c | | a | b | c | | a | b | c |
|---|-----|-----|-----|---|-----|-----|-----|---|-----|-----|-----|
| 1 | B | C | A | 2 | C | A | A | 6 | A | B | A |
| 4 | B | C | A | 5 | C | A | A | 7 | A | B | A |

$\stackrel{2}{\sim} = \stackrel{1}{\sim} = \sim$, tehát a minimális automata:

| | a | b | c |
|---------------------|-----|-----|-----|
| $\hookrightarrow A$ | B | C | A |
| B | C | A | A |
| C | A | B | A |

4. feladat: A *CYK-algoritmus* segítségével döntse el, hogy az *accbca* szó levezethető-e a $G = \langle \{a, b, c\}, \{S, A, B, C, D, E, X, Y\}, \mathcal{P}, S \rangle$ nyelvtanban, ahol a \mathcal{P} szabályrendszer a következő:

$S \rightarrow CD \mid BC \mid AE$
 $A \rightarrow a$
 $B \rightarrow b$
 $C \rightarrow SA \mid c$
 $D \rightarrow EY \mid CB \mid AE$
 $E \rightarrow YY \mid YX \mid a$
 $X \rightarrow AA \mid BE$
 $Y \rightarrow CC \mid c$

Megoldás:

| | | | | | | |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|--|
| | | | $\{S, D\}$ | | | |
| | | | $\{\}$ | | $\{E\}$ | |
| | | $\{\}$ | $\{\}$ | | $\{Y\}$ | |
| | $\{S, D\}$ | $\{S\}$ | $\{\}$ | $\{C\}$ | | |
| $\{D\}$ | $\{E, Y\}$ | $\{D\}$ | $\{S\}$ | $\{\}$ | | |
| $\{A, E\}$ | $\{C, Y\}$ | $\{C, Y\}$ | $\{B\}$ | $\{C, Y\}$ | $\{A, E\}$ | |
| a | c | c | b | c | a | |

Mivel $S \in H_{1,6}$, ezért $accbca \in L(G)$.

5. feladat: Írjuk le az alábbi L nyelvet *veremautomatával* (egy-vermes automatával)!

$L = \{u \in \{a, b\}^* \mid u \text{ tetszőleges prefixében legalább kétszer annyi } a \text{ van, mint } b\}$

Segítségül: $\{u \in L \mid l(u) \leq 6\} = \{\varepsilon, a, aa, aaa, aab, aaaa, aaab, aaba, aaaaa, aaaab, aaaba, aabaa, aaaaaa, aaaaab, aaaaba, aaabb, aaabaa, aaabab, aabaaa, aabaab\}$.

Megoldás:

$\mathcal{V} = \langle \{S, K\}, \{a, b\}, \{a, \#\}, \delta, S, \#, \{\} \rangle$ üres veremmel elfogadó (1-vermes) veremautomata, ahol δ :

$(S, a, \#) \rightarrow (S, a\#), \quad (S, a, a) \rightarrow (S, aa),$
 $(S, b, a) \rightarrow (K, \varepsilon), \quad (K, \varepsilon, a) \rightarrow (S, \varepsilon),$
 $(S, \varepsilon, a) \rightarrow (S, \varepsilon), \quad (S, \varepsilon, \#) \rightarrow (S, \varepsilon).$

Ötlet: Ha jön egy a berakjuk a verembe. Ha jön egy b kiveszünk 2 a -t a veremből, ezt csak 2 lépésben tehetjük, ezért kell a K állapot. A végén az is jó, ha a -t, az is ha $\#$ -t látunk a verem tetején.