

Kérem e-mail-ben jelezze, ha hibát talál: (veanna@inf.elte.hu, vagy veanna@elte.hu)

1. feladat

	$P = \{$ $S \rightarrow AB \mid SC$ $A \rightarrow AC \mid a \mid c$ $B \rightarrow BC \mid b$ $C \rightarrow CS \mid SS \mid c$ $\}$ <p>S a kezdőjel</p>
--	---

Mivel a piramis tetején lévő kocka a mondatkezdő szimbólumot (S) nem tartalmazza, a szó nem vezethető le a grammatikában. (A-ból és C-ből igen.)

2. feladat

$G = \langle \{a, b, c\}, \{S, A, B, C\}, P, S \rangle$

$P = \{$

$S \rightarrow aA \mid acS$

$A \rightarrow aS \mid bC \mid B$

$B \rightarrow aS \mid c$

$C \rightarrow bA \mid S \mid \varepsilon$

$\}$

A 3-as normál forma kialakításának lépései:

Láncmentesítés
$S \rightarrow aA \mid acS$ $A \rightarrow aS \mid bC \mid c$ $B \rightarrow aS \mid c$ $C \rightarrow bA \mid aA \mid acS \mid \varepsilon$ Vegyük észre, hogy B kiesik, mert nem összefüggő (S-ből nem érhető el)!
Hosszúság redukció
$S \rightarrow aA \mid aD$ $A \rightarrow aS \mid bC \mid c$ $C \rightarrow bA \mid aA \mid aD \mid \varepsilon$ $D \rightarrow cS$
Univerzális epszilon szabály felvétele
$S \rightarrow aA \mid aD$ $A \rightarrow aS \mid bC \mid cV$ $C \rightarrow bA \mid aA \mid aD \mid \varepsilon$ $D \rightarrow cS$ $V \rightarrow \varepsilon$

A 3 NF-ből kapott automata (NDA):

		a	b	c
→	S	A,D		
	A	S	C	V
←	C	A,D	A	
	D			S
←	V			

Az NDA-ból kapott VDA:

		a	b	c
→	{S}	{A,D}	{}	{}
	{A,D}	{S}	{C}	{S,V}
←	{C}	{A,D}	{A}	{}
←	{S,V}	{A,D}	{}	{}
	{A}	{S}	{C}	{V}
←	{V}	{}	{}	{}
	{}	{}	{}	{}

3. feladat

		a	b
→	1	2	3
	2	4	2
	3	2	1
←	4	6	3
	5	10	6
	6	8	7
	7	9	7
←	8	8	9
←	9	8	8
←	10	5	1

I. Összefüggőség vizsgálat.

$$H_0 = \{1\}$$

$$H_1 = \{1, 2, 3\}$$

$$H_2 = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$H_3 = \{1, 2, 3, 4, 6\}$$

$$H_4 = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 7\}$$

$$H_5 = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 7, 9\}$$

$$H_6 = H_5$$

5 és 10 kiesik, mert nem érhető el a kezdőállapotból.

Az összefüggő automata:

		a	b
→	1	2	3
	2	4	2
	3	2	1
←	4	6	3
	6	8	7
	7	9	7
←	8	8	9
←	9	8	8

A redukálás (ekvivalens állapotok meghatározása):

$0 \sim: \{1,2,3,6,7\} \{4,8,9\}$

$1 \sim: \{1,3\} \{2,6,7\} \{4\} \{8,9\}$

$2 \sim: \{1,3\} \{2\} \{6,7\} \{4\} \{8,9\}$

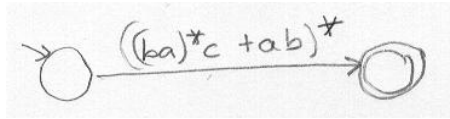
$3 \sim = 2 \sim$

A minimális automata:

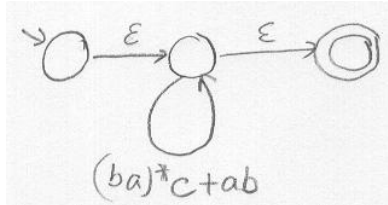
		a	b
→	$\{1,3\}$	$\{2\}$	$\{1,3\}$
	$\{2\}$	$\{4\}$	$\{2\}$
	$\{6,7\}$	$\{8,9\}$	$\{6,7\}$
←	$\{4\}$	$\{6,7\}$	$\{1,3\}$
←	$\{8,9\}$	$\{8,9\}$	$\{8,9\}$

4. feladat $L=((ba)^*c+ab)^*$

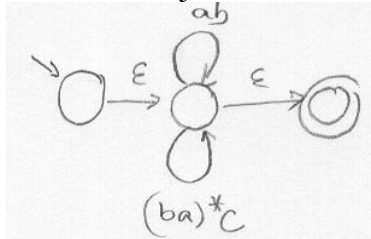
Az általánosított szekvenciális automata:



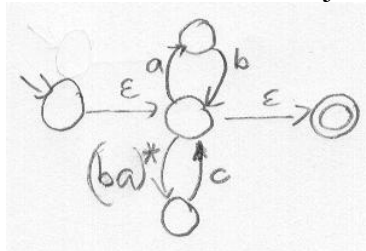
Lezártat finomítjuk:



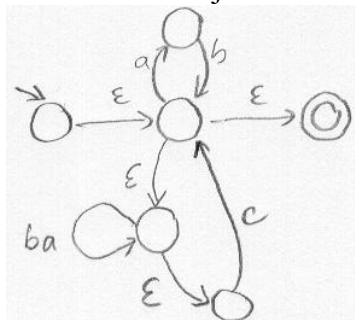
Uniót finomítjuk:



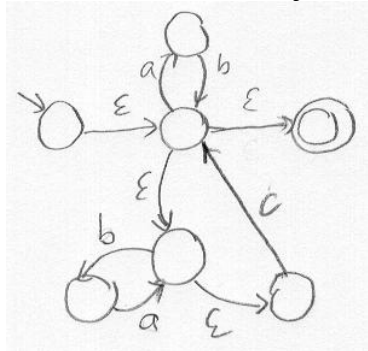
Konkatenációkat finomítjuk:



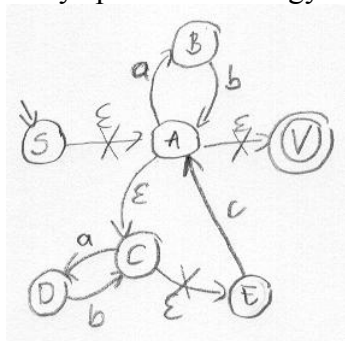
Lezártat finomítjuk:



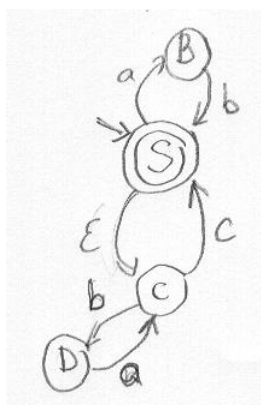
Konkatenációt finomítjuk:



Mely epsilon élek hagyhatók el?



A kapott automata:



Az epsilon mentesített automata:

	a	b	c
S	B	D	S
B		S	
D	C		
C		D	S

Amikor S sorát számítjuk ki, akkor mindazon sorok unióját vesszük, amelyek az $\epsilon(S)$ halmazba bekerültek, tehát most az S és C sorok uniójából keletkezett S sora.

$S \rightarrow A$ igen, mert S-ből csak az epsilon él indul ki, és S nem végállapot.

$A \rightarrow V$ igen mert V-be csak az epsilon él mutat, és V nem kezdőállapot.

$C \rightarrow E$ igen, mert E-be csak az epsilon él mutat, és E nem kezdőállapot.

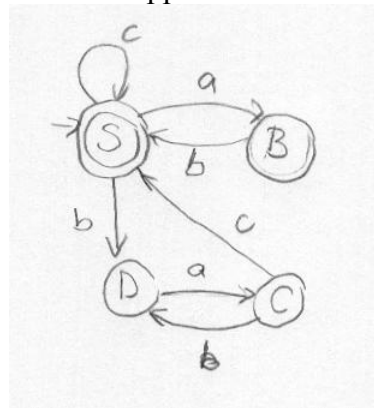
$A \rightarrow C$ nem hagyható el, mert A-ból nemcsak az epsilon él indul, és C-be nemcsak az epsilon él fut be.

Az epsilon mentes rész táblázata

	a	b	c
S	B		
B		S	
C		D	S
D	C		

$\epsilon(S) = \{S, C\}$

Meghatározzuk, hogy hova lehet S-ből eljutni, úgy, hogy közben nem olvas az automata. Ezt a halmazt minden olyan csúcsra kiszámítjuk, amelyből epsilon él vezet ki. Ha a halmazban szerepel végállapot, az a csúcs is végállapottá válik, amelynek a halmazát éppen kiszámoltuk.



5. feladat $L = b(a+\epsilon)(c+ac)^* = ba(c+ac)^* + b(c+ac)^*$

A maradéknyelvek meghatározása:

0 hosszú „előtag” maradéknyelve:

$$L_\epsilon = L$$

1 hosszú „előtag”-hoz tartozó maradéknyelvek:

(a szó első betűje a, b, vagy c, mi lehet a folytatás)

$$L_a = \emptyset \quad a\text{-vel nem kezdődhet szó}$$

$$L_b = a(c+ac)^* + (c+ac)^* \quad \text{ezt számoljuk tovább}$$

$$L_c = \emptyset \quad c\text{-vel nem kezdődhet szó}$$

2 hosszú „előtag”-hoz tartozó maradéknyelvek:

(csak a b-vel kezdődő nyelvosztályokat kell kiszámolni, tehát meg kell nézni, mi a maradéknyelv ba, bb, és bc kezdet esetén)

$$L_{ba} = (c+ac)^* \quad (\text{új, tovább kell számolni})$$

$$L_{bb} = \emptyset$$

$$L_{bc} = (c+ac)^* = L_{ba} \quad (\text{ugyanaz, mint } L_{ba})$$

3 hosszú „előtag”-hoz tartozó maradéknyelvek:

(csak az ba-val és bc-vel kezdődők folytatásaival foglalkozunk)

$$L_{baa} = c(c+ac)^* \quad (\text{új, tovább kell számolni})$$

$$L_{bab} = \emptyset$$

$$L_{bac} = L_{ba}$$

4 hosszú „előtag”-hoz tartozó maradéknyelvek:

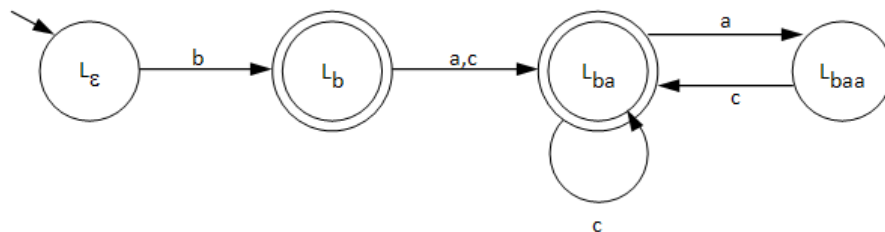
(csak az baa-val kezdődők folytatásaival foglalkozunk)

$$L_{baaa} = \emptyset$$

$$L_{baab} = \emptyset$$

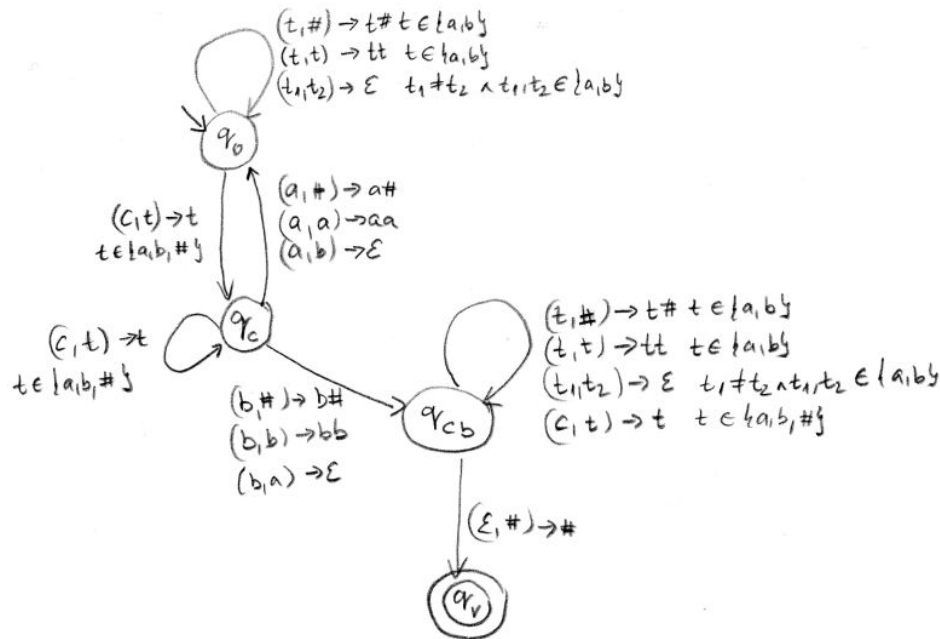
$$L_{baac} = L_{ba}$$

Nem keletkezett új maradéknyelv, készen vagyunk. Sárgával és bíborral jelzettek a különböző maradék nyelvek. Bíbor színűek azok, amelyek az ϵ -t tartalmazzák, így végállapotok lesznek. Az automata gráffal ábrázolva (ez még csak PDA, a hibaállapot felvételével lesz VDA):



6. feladat Az $L = \{u \in \{a,b,c\}^* \mid |a(u)| = |b(u)| \text{ és } cb \subset u\}$ nyelvhez kell verem automatát készíteni. Az automata gráfos megjelenítéssel:

$$V = \langle \{q_0, q_c, q_{cb}, q_v\}, \{a, b, c\}, \{a, b, \#\}, \delta, q_0, \#, \{q_v\} \rangle$$

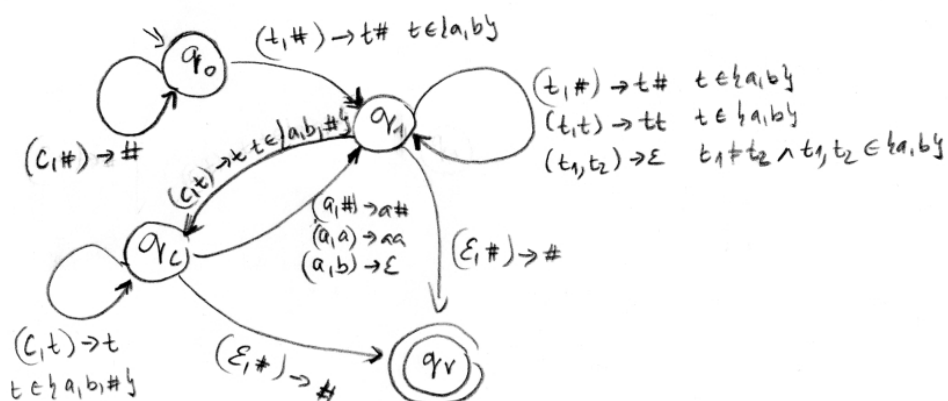


Magyarázat:

- q_0 állapotban gyűjti és számlálja az 'a' és 'b' betűket, a veremben mindig a többlet 'a' vagy a többlet 'b' van, vagy #, ha épp egyensúly van.
- Ha jön egy 'c' átmegy q_c állapotba, ott tetszőleges számú 'c'-t olvashat. De ha jön egy 'a' akkor visszatér q_0 -ba, mert nem érkezett meg a helyes szóhoz szükséges 'cb' szótag.
- q_c -ből q_{cb} -be lép, ha 'b' érkezik, ilyenkor a helyes szóhoz megérkezett a szükséges 'cb' szótag. q_{cb} állapotban hasonlóan q_0 állapotához az 'a' és 'b' betűket számolja, ha 'c' jönne, azzal nem foglalkozik.
- q_v -be léphet, ha a veremben megjelenik a '#'. Ha az input szalagot közben sikerült végigolvasni, akkor helyes volt a szó.

7. feladat 1. feladat Az $L = \{u \in \{a,b,c\}^* \mid l_a(u) = l_b(u) > 0 \text{ és } cb \notin u\}$ nyelvhez kell verem automatát készíteni. Az automata gráfos megjelenítéssel:

$V = \langle \{q_0, q_1, q_c, q_v\}, \{a, b, c\}, \{a, b, \#\}, \delta, q_0, \#, \{q_v\} \rangle$



Magyarázat:

- q_0 állapotban van mindaddig, amíg 'c' betűk vannak az inputon. Ha jön egy 'a' vagy 'b' átmegy q_1 -be (az volt a helyes szó feltétele, hogy legalább egy 'a' és 'b' legyen benne).
- q_1 állapotban gyűjti és számlálja az 'a' és 'b' betűket, a veremben mindig a többlet 'a' vagy a többlet 'b' van, vagy #, ha épp egyensúly van.
- Ha jön egy 'c' átmegy q_c állapotba, ott tetszőleges számú 'c'-t olvashat. Csak 'a'-val térhet vissza q_1 -be, mert nem lehet a helyes szóban 'cb' szótag.
- q_v -be léphet, ha a veremben megjelenik a '#'. Ez előfordulhat úgy, hogy 'c'-re végződik a szó, vagy úgy, hogy 'a' vagy 'b' betűre végződik. Ha az input szalagot közben sikerült végigolvasni, akkor helyes volt a szó.

Ha nincs kikötve, hogy $l_a(u) > 0$ és $l_b(u) > 0$, azaz az üres szó, vagy a csupa 'c' betűből álló szó is helyes, akkor egy egyszerűbb automatát kapunk:

