Logika és számításelmélet

12. előadás

Irányítatlan/irányított Hamilton út/kör

Hamilton út/kör

Adott egy $G = (V, E)$ irányítatlan / irányított gráf ($|V| = n$). Egy $P = v_{i_1}, \ldots, v_{i_n}$ felsorolása a csúcsoknak **Hamilton út** G-ben, ha $\{v_{i_1}, \ldots, v_{i_n}\} = V$ és minden $1 \leq k \leq n-1$-re $\{v_{i_k}, v_{i_{k+1}}\} \in E$ (illetve irányított esetben $(v_{i_k}, v_{i_{k+1}}) \in E$). Ha $\{v_{i_n}, v_{i_1}\} \in E$ (illetve irányított esetben $(v_{i_n}, v_{i_1}) \in E$) is teljesül, akkor P **Hamilton kör**.

Jelölés: H-út/ H-kör Hamilton út/ Hamilton kör helyett.

HÚ=$\{\langle G, s, t\rangle \mid$ van a G irányított gráfban s-ből t-be H-út$\}$.

IHÚ=$\{\langle G, s, t\rangle \mid$ van a G irányítatlan gráfban s-ből t-be H-út$\}$.

IHK=$\{\langle G\rangle \mid$ van a G irányítatlan gráfban H-kör$\}$.

Irányított $s - t$-Hamilton út NP teljessége

Tétel

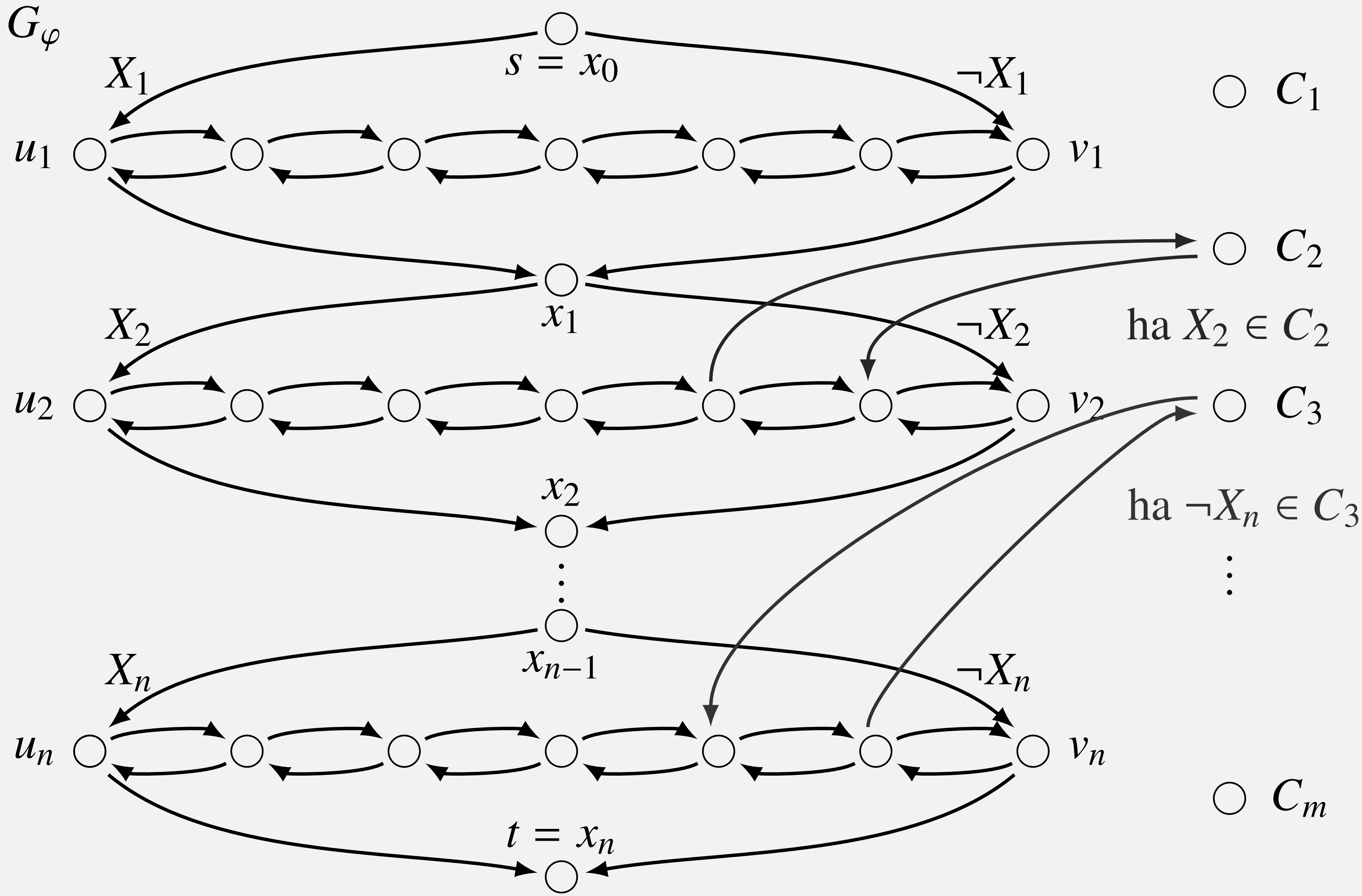
HÚ NP-teljes

Bizonyítás: NP-beli, hiszen polinom időben előállítható egy n darab csúcs egy P felsorolása. P-ről polinom időben ellenőrizhető, hogy a csúcsok egy permutációja-e és hogy tényleg H-út-e.

SAT$\leq_p$ HÚ. Elég bármely φ KNF-hez konstruálni (G_φ, s, t)-t azzal a tulajdonsággal, hogy φ kielégíthető $\Leftrightarrow$ a G_φ-ben van s-ből t-be H-út.

Legyenek $X_1, \ldots X_n$ a φ-ben előforduló ítéletváltozók és $C_1, \ldots C_m$ φ klózai.

Irányított $s-t$-Hamilton út NP teljessége



Irányított $s - t$-Hamilton út NP teljessége

G_φ konstrukciója

- $\forall 1 \leq i \leq n : (x_{i-1}, u_i), (x_{i-1}, v_i), (u_i, x_i), (v_i, x_i) :\in E(G_\varphi)$
- $s := x_0, t := x_n$
- $\forall 1 \leq i \leq n$-re u_i és v_i között $2m$ belső pontú kétirányú út $w_{i,1}, \ldots, w_{i,2m}$.
- Minden $w_{i,k}$ legfeljebb egy C_j-vel lehet összekötve.
- Ha $X_i \in C_j$, akkor $(w_{i,k}, C_j)$ és $(C_j, w_{i,k+1}) :\in E(G_\varphi)$. (pozitív bekötés)
- Ha $\neg X_i \in C_j$, akkor $(w_{i,k+1}, C_j)$ és $(C_j, w_{i,k}) :\in E(G_\varphi)$. (negatív bekötés)

Az $u_i v_i$ út pozitív bejárása: $u_i \rightsquigarrow v_i$.
Az $u_i v_i$ út negatív bejárása: $u_i \leftsquigarrow v_i$.

Irányított $s-t$-Hamilton út NP teljessége

- Egy $s-t$ H-út $\forall 1 \leq i \leq n$-re az (x_{i-1}, u_i) és (x_{i-1}, v_i) közül pontosan egyiket tartalmazza, előbbi esetben az $u_i v_i$ utat pozitív, utóbbi esetben negatív irányban járja be.
- Egy $s-t$ H-út minden C_j-t pontosan egyszer köt be, meggondolható, hogy az $u_i v_i$ út pozitív bejárása esetén csak pozitív, negatív bejárása esetén csak negatív bekötés lehetséges.
- Ha van H-út, akkor az $u_i v_i$ utak pozitív/negatív bejárása meghatároz egy változókiértékelést, a $\forall 1 \leq j \leq m : C_j$ klóz bekötése mutat C_j-ben egy igaz literált.
- Ha φ kielégíthető, válasszunk egy őt igazra kiértékelő interpretációt és ebben minden klózhoz egy igaz literált. Az $u_i v_i$ utaknak válasszuk igaz változók esetén a pozitív, egyébként a negatív bejárását. Ha a kiválasztott literálokhoz rendre bekötjük a C_j csúcsokat H-utat kapunk.

G_φ polinom időben megkonstruálható így SAT$\leq_p$ HÚ, azaz HÚ NP-nehéz, de láttuk, hogy NP-beli, így NP-teljes is.

Irányítatlan $s-t$-Hamilton út NP teljessége

Megjegyzés: IHÚ és IHK NP-belisége az előzőekhez hasonlóan adódik.

Tétel

IHÚ NP-teljes

Bizonyítás: HÚ$\leq_p$ IHÚ. Adott G, s, t, ahol G irányított. Kell G', s', t', ahol G' irányítatlan és akkor és csak akkor van G-ben s-ből t-be H-út, ha G'-ben van s'-ből t'be.
G minden v csúcsának feleljen meg G'-ben 3 csúcs v_{be}, $v_{\text{közép}}$ és v_{ki}. és G' élei közé vegyük be a $\{v_{\text{be}}, v_{\text{közép}}\}$ és $\{v_{\text{közép}}, v_{\text{ki}}\}$ éleket. Továbbá minden $E = (u, v)$ G-beli él estén adjuk hozzá $E(G')$-höz $\{u_{\text{ki}}, v_{\text{be}}\}$-t.
$s' := s_{\text{be}}, t' := t_{\text{ki}}$.
Könnyű látni, hogy ha P H-út G-ben, akkor P' H-út G'-ben, ahol P'-t úgy kapjuk P-ből, hogy minden v csúcsot v_{be}, $v_{\text{közép}}$ és v_{ki}-vel helyettesítünk, ebben a sorrendben.

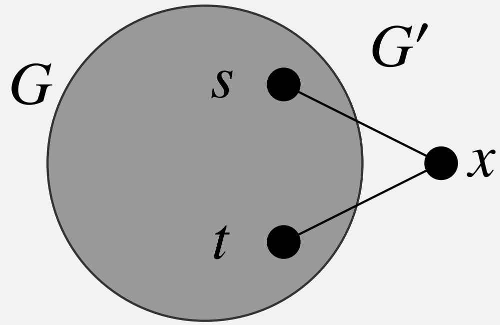
Irányítatlan Hamilton út/kör NP teljes

Fordítva, könnyen látható, hogy ha P egy H-út G'-ben akkor v_{be}, $v_{\text{közép}}$, v_{ki} sorrendű 3-asok követik egymást (különben a $v_{\text{közép}}$-eket nem tudnánk felfűzni). Ezeket a 3-asokat v-vel helyettesítve egy G-beli utat kapunk.
Az utak kezdetére és végére vonatkozó feltételek is teljesülnek.

Tétel

IHK NP-teljes

Bizonyítás: IHÚ$\leq_p$ IHK. Adott G, s, t. G' konstrukciójában adjunk hozzá egy új x csúcsot és két új élt $\{s, x\}$-et és $\{t, x\}$-t G-hez.
Könnyen meggondolható, hogy akkor és csak akkor van G-ben s-t H-út, ha G'-ben van H-kör.



Az utazóügynök probléma

Számítási (optimalizálási) verzió: Adott egy G élsúlyozott irányítatlan gráf nemnegatív élsúlyokkal. Határozzuk meg a legkisebb összsúlyú H-kört (ha van).
Eldöntési verzió:
TSP=$\{\langle G, K\rangle \,|\, G$-ben van $\leq K$ súlyú H-kör$\}$.

Tétel

TSP NP-teljes

Bizonyítás: TSP$\in$ NP, hasonló érvek miatt, mint HÚ, az összköltségfeltétel is polinom időben ellenőrizhető.
IHK$\leq_p$ TSP. Adott egy G gráf. G függvényében konstruálunk egy G' élsúlyozott gráfot és megadunk egy K számot. $G' := G$, minden élsúly legyen 1 és $K := |V|$. Könnyen látható, hogy G-ben van H-kör $\Leftrightarrow$ G'-ben van legfeljebb K összsúlyú H-kör.

NP szerkezete

NP-köztes nyelv

L NP-köztes, ha $L \in$ NP, $L \notin$ P és L nem NP-teljes.

Ladner tétele

Ha P $\neq$ NP, akkor létezik NP-köztes nyelv.

(biz. nélkül)

NP-köztes jelöltek (persze egyikről se tudhatjuk):

- GRÁFIZOMORFIZMUS=$\{\langle G_1, G_2\rangle \mid G_1$ és G_2 irányítatlan izomorf gráfok$\}$.
- PRÍMFAKTORIZÁCIÓ: adjuk meg egy egész szám prímtényezős felbontását [számítási feladat],

Egy új eredmény: Babai László, magyar matematikus (még nem lektorált) eredménye: GRÁFIZOMORFIZMUS $\in$ QP, ahol

$$\mathrm{QP} = \bigcup_{c \in \mathbb{N}} \mathrm{TIME}(2^{(\log n)^c})$$

a "kvázipolinom időben" megoldható problémák osztálya.

co$\mathfrak{C}$

co$\mathfrak{C}$ bonyolultsági osztály

Ha $\mathfrak{C}$ egy bonyolultsági osztály co$\mathfrak{C} = \{L \mid \bar{L} \in \mathfrak{C}\}$.

Bonyolultsági osztály polinom idejű visszavezetésre való zártsága

$\mathfrak{C}$ **zárt a polinomidejű visszavezetésre nézve**, ha minden esetben ha $L_2 \in \mathfrak{C}$ és $L_1 \leq_p L_2$ teljesül következik, hogy $L_1 \in \mathfrak{C}$.

Volt: P és NP zártak a polinomidejű visszavezetésre nézve.

Tétel

Ha $\mathfrak{C}$ zárt a polinomidejű visszavezetésre nézve, akkor co$\mathfrak{C}$ is.

Bizonyítás: Legyen $L_2 \in$ co$\mathfrak{C}$ és L_1 tetszőleges nyelvek, melyekre $L_1 \leq_p L_2$. Utóbbiból következik, hogy $\overline{L}_1 \leq_p \overline{L}_2$ (ugyananaz a visszavezetés jó!). Mivel $\overline{L}_2 \in \mathfrak{C}$, ezért a tétel feltétele miatt $\overline{L}_1 \in \mathfrak{C}$. Azaz $L_1 \in$ co$\mathfrak{C}$.

co$\mathfrak{C}$

Igaz-e, hogy P=coP? Igen. (L-et polinom időben eldöntő TG q_i és q_n állapotát megcseréljük: $\overline{L}$-t polinom időben eldöntő TG.)

Igaz-e, hogy NP=coNP? A fenti konstrukció NTG-re nem feltétlen $\overline{L}$-t dönti el.

Következmény

coNP zárt a polinom idejű visszavezetésre nézve.

Tétel

L $\mathfrak{C}$-teljes $\Longleftrightarrow$ $\overline{L}$ co$\mathfrak{C}$-teljes.

Bizonyítás:

- Ha $L \in \mathfrak{C}$, akkor $\overline{L} \in$ co$\mathfrak{C}$.
- Legyen $L' \in \mathfrak{C}$, melyre $L' \leq_p L$. Ekkor $\overline{L'} \leq_p \overline{L}$.
  Ha L' befutja $\mathfrak{C}$-t akkor $\overline{L'}$ befutja co$\mathfrak{C}$-t. Azaz minden co$\mathfrak{C}$-beli nyelv polinom időben visszavezethető $\overline{L}$-re.

Tehát $\overline{L}$ co$\mathfrak{C}$-beli és co$\mathfrak{C}$-nehéz, így co$\mathfrak{C}$-teljes.

Példák coNP teljes nyelvekre

UNSAT := $\{\langle\varphi\rangle \,|\, \varphi$ kielégíthetetlen nulladrendű formula$\}$.

TAUT := $\{\langle\varphi\rangle \,|\,$ a φ nulladrendű formula tautológia$\}$.

Tétel

UNSAT és TAUT coNP-teljesek.

Bizonyítás: ÁLTSAT = $\{\langle\varphi\rangle \,|\, \varphi$ kielégíthető nulladrendű formula$\}$ is NP-teljes (NP-beli és SAT speciális esete neki.)

$\overline{\text{ÁLTSAT}}$ = UNSAT, az előző tétel alapján UNSAT coNP-teljes.

UNSAT $\leq_p$ TAUT, hiszen $\varphi \mapsto \neg\varphi$ polinom idejű visszavezetés.

Informálisan: coNP tartalmazza a polinom időben *c*áfolható problémákat.

Megjegyzések: Sejtés, hogy NP $\neq$ coNP. Egy érdekes osztály ekkor a NP $\cap$ coNP. Sejtés: P $\neq$ NP $\cap$ coNP. Bizonyított, hogy ha egy coNP-teljes problémáról kiderülne, hogy NP-beli, akkor NP = coNP.

Tárbonyolultság

Probléma a tárbonyolultság mérésénél: Hiába "takarékos" a felhasznált cellákkal a gép, az input hossza mindig alsó korlát lesz a felhasznált tárterületre. Egy megoldási lehetőség: A valódi tárigény az **ezen felül** igénybevett cellák száma. A csak az input területét használó számításoknak 0 legyen a tárigénye? Ez se az igazi.

Off-line Turing-gép

Az **off-line Turing-gép** egy legalább 3 szalagos gép, amelynek az első szalagja csak olvasható, az utolsó szalagja csak írható. További szalagjait munkaszalagoknak nevezzük.

Off-line TG-ek tárigénye

Az off-line TG **tárigénye** egy adott inputra a munkaszalagjain felhasznált cellák száma. Egy TG $f(n)$ **tárkorlátos**, ha bármely u inputra legfeljebb $f(|u|)$ tárat használ.

Determinisztikus és nemdeterminisztikus tárbonyolultsági osztályok

Így az off-line TG-pel **szublineáris** (lineáris alatti) tárbonyolultságot is mérhetünk.

- SPACE $(f(n)) := \{L \mid L$ eldönthető $O(f(n))$ tárkorlátos determinisztikus off-line TG-pel$\}$
- NSPACE $(f(n)) := \{L \mid L$ eldönthető $O(f(n))$ tárkorlátos nemdeterminisztikus off-line TG-pel$\}$
- PSPACE:=$\bigcup_{k\geq 1}$SPACE (n^k).
- NPSPACE:=$\bigcup_{k\geq 1}$NSPACE (n^k).
- L:=SPACE $(\log n)$.
- NL:=NSPACE $(\log n)$.

Az ELÉR probléma

ELÉR=$\{\langle G, s, t\rangle \mid$ A G irányított gráfban van s-ből t-be út$\}$.
ELÉR $\in$ P (valójában $O(n^2)$), lásd Algoritmusok és adatszerk. II., szélességi/mélységi bejárás)

Tétel

ELÉR $\in$ SPACE($\log^2 n$).

Bizonyítás:

- Rögzítsük a csúcsok egy tetszőleges sorrendjét.
- ÚT(x, y, i) :=igaz, ha létezik x-ből y-ba legfeljebb 2^i hosszú út.
- s-ből van t-be út G-ben $\iff$ ÚT$(x, y, \lceil \log n \rceil)$=igaz.
- ÚT(x, y, i)=igaz $\iff \exists z($ ÚT$(x, z, i-1)$=igaz $\wedge$ ÚT$(z, y, i-1)$=igaz).
- Ez alapján egy rekurzív algoritmust készítünk, melynek persze munkaszalagján tárolnia kell, hogy a felsőbb szinteken milyen (x, y, i)-kre létezik folyamatban lévő hívás.

ELÉR: az ÚT(x, y, i) algoritmus

- ha $i = 0$, akkor $2^0 = 1$ hosszú út (megnézi az inputot).
- A munkaszalagon (x, y, i) típusú hármasok egy legfeljebb $\lceil \log n \rceil$ hosszú sorozata áll. A hármasok 3. attribútuma 1-esével csökkenő sorozatot alkot $\lceil \log n \rceil$-től
- ÚT(x, y, i) meghívásakor az utolsó hármas (x, y, i) a munkaszalagon. Az algoritmus felírja az $(x, z, i-1)$ hármast a munkaszalagra (x, y, i) utáni helyre majd kiszámítja ÚT$(x, z, i-1)$ értékét.
- Ha hamis, akkor kitörli $(x, z, i-1)$-et és z értékét növeli.
- Ha igaz, akkor is kitörli $(x, z, i-1)$-et és $(z, y, i-1)$-et ráírja, (y-t tudja az előző (x, y, i) hármasból).
  • Ha igaz, akkor ÚT(x, y, i) igaz, visszalép ((x, y, i) és $(z, y, i-1)$ 2. argumentumának egyezéséből látja)
  • Ha hamis akkor kitörli és z értékét eggyel növelve ÚT$(x, z, i-1)$-en dolgozik tovább.
- Ha egyik z se volt jó, akkor ÚT(x, y, i) hamis.

Konfigurációs gráf

Az ÚT$(s,t,\lceil \log n \rceil)$ algoritmus a munkaszalagján $O(\log n)$ darab tagból álló egyenként $O(\log n)$ hosszú (x,y,i) hármast tárol, így ELÉR $\in$ SPACE$(\log^2 n)$.

Konfigurációs gráf

Egy M TG G_M **konfigurációs gráfjának** csúcsai M konfigurációi és $(C,C') \in E(G_M) \Leftrightarrow C \vdash_M C'$.

Elérhetőségi módszer: bonyolultsági osztályok közötti összefüggéseket lehet bizonyítani az ELÉR $\in$ P vagy ELÉR $\in$ SPACE$(\log^2 n)$ tételeket alkalmazva a konfigurációs gráfra, vagy annak egy részgráfjára.

Savitch tétele

Savitch tétele

Ha $f(n) \geq \log n$, akkor $\mathrm{NSPACE}(f(n)) \subseteq \mathrm{SPACE}(f^2(n))$.

Bizonyítás: Legyen M egy $f(n)$ tárigényű NTG és w az M egy n hosszú bemenete.
Ekkor M egy konfigurációját $O(f(n) + \log n)$ tárral eltárolhatjuk (aktuális állapot, a munkaszalagok tartalma, fejek pozíciója, az első szalag fejének pozíciója n féle lehet, ezért $\geq \log n$ tár kell ennek eltárolásához). Ha $f(n) \geq \log n$, akkor ez $O(f(n))$.
Feltehető, hogy M-nek csak egy elfogadó konfigurációja van. (Törölje le a TG a munkaszalagjait, mielőtt q_i-be lép!)
A legfeljebb ekkora méretű konfigurációkat tartalmazó konfigurációs gráf mérete $2^{df(n)}$ valamely $d > 0$ konstansra. Így az előző tétel szerint $O(\log^2(2^{df(n)})) = O(f^2(n))$ tárral egy determinisztikus TG eldönti, hogy
$\text{ÚT}(c_{\text{kezdő}}, c_{\text{elfogadó}}, \lceil \log(2^{df(n)}) \rceil)$ igaz-e.

Savitch tétele

Következmények

Következmény

PSPACE = NPSPACE

Bizonyítás: polinom négyzete is polinom.

Tétel

NL$\subseteq$ P

Bizonyítás
Legyen $L \in$ NL és M L-et $f(n) = O(\log n)$ tárral eldöntő NTG.
Meggondolható, hogy egy n méretű inputra M legfeljebb $f(n)$ méretű szalagtartalmakat tartalmazó konfigurációinak a száma legfeljebb $cnd^{\log n}$ alkalmas c, d konstansokkal, ami egy $p(n)$ polinommal felülről becsülhető. Így a G konfigurációs gráfnak legfeljebb $p(n)$ csúcsa van. G polinom időben megkonstruálható.
Feltehető, hogy G-ben egyetlen elfogadó konfiguráció van. G-ben a kezdőkonfigurációból az elfogadó konfiguráció elérhetősége $O(p^2(n))$ idejű determinisztikus TG-pel eldönthető, azaz $L \in$ P.

L és NL

ELÉR fontos szerepet tölt be az L$\overset{?}{=}$NL kérdés vizsgálatában is.

Tétel

ELÉR $\in$ NL

Bizonyítás: Az M 3-szalagos NTG a (G, s, t) inputra ($n = |V(G)|$) a következőt teszi:

- ráírja s-t a második szalagra
- ráírja a 0-t a harmadik szalagra
- Amíg a harmadik szalagon n-nél kisebb szám áll
  – Legyen u a második szalagon lévő csúcs
  – Nemdeterminisztikusan felírja u helyére egy v ki-szomszédját a második szalagra
  – Ha $v = t$, akkor elfogadja a bemenetet, egyébként növeli a harmadik szalagon lévő számot binárisan eggyel
- Elutasítja a bemenetet
- Mindkét szalag tartalmát $O(\log n)$ hosszú kóddal tárolhatjuk.

L és NL

Log. táras visszavezetés

Egy $L_1 \subseteq \Sigma^*$ nyelv **logaritmikus tárral visszavezethető** egy $L_2 \subseteq \Delta^*$ nyelvre $L_1 \leq_\ell L_2$, ha $L_1 \leq L_2$ és a visszavezetéshez használt függvény kiszámítható logaritmikus táras determinisztikus (off-line) Turing-géppel

NL-nehéz, NL-teljes nyelv

Egy L nyelv **NL-nehéz** (a log. táras visszavezetésre nézve), ha minden $L' \in \mathrm{NL}$ nyelvre, $L' \leq_\ell L$; ha ráadásul $L \in \mathrm{NL}$ is teljesül, akkor L **NL-teljes** (a log. táras visszavezetésre nézve)

Tétel

L zárt a logaritmikus tárral való visszavezetésre nézve

Bizonyítás: Tegyük fel, hogy $L_1 \leq_\ell L_2$ és $L_2 \in \mathrm{NL}$.
Legyen M_2 az L_2-t eldöntő, M pedig a visszavezetésben használt f függvényt kiszámoló logaritmikus táras determinisztikus TG.

L és NL

Az M_1 TG egy tetszőleges u szóra a következőképpen működik

- A második szalagján egy bináris számlálóval nyomon követi, hogy M_2 feje hányadik betűjét olvassa az $f(u)$ szónak; legyen ez a szám i (kezdetben 1)
- Amikor M_2 lépne egyet, akkor M_1 az M-et szimulálva előállítja a harmadik szalagon $f(u)$ i-ik betűjét (de csak ezt a betűt!!!)
- Ezután M_1 szimulálja M_2 aktuális lépését a harmadik szalagon lévő betű felhasználásával és aktualizálja a második szalagon M_2 fejének újabb pozícióját
- Ha eközben M_1 azt látja, hogy M_2 elfogadó vagy elutasító állapotba lép, akkor M_1 is belép a saját elfogadó vagy elutasító állapotába, egyébként folytatja a szimulációt a következő lépéssel

Belátható, hogy M_1 L_1-et dönti el és a működése során csak logaritmikus méretű tárat használ, azaz $L_1 \in$ L.

ELÉR NL-teljessége

Következmény

Ha L NL-teljes és $L \in$ L, akkor L = NL.

Bizonyítás: Legyen $L' \in$NL tetszőleges, ekkor $L \leq_\ell L$ és $L \in$ L, így L logaritmikus tárral való visszavezetésre nézve zártsága miatt $L' \in$NL. Tehát L=NL.

Tétel

ELÉR NL-teljes a logaritmikus tárral történő visszavezetésre nézve.

Bizonyítás:

- Korábban láttuk, hogy ELÉR $\in$ NL
- Legyen $L \in$ NL, megmutatjuk, hogy $L \leq_\ell$ ELÉR
- Legyen M egy L-et eldöntő $O(\log n)$ táras NTG és $|u| = n$
- Az $O(\log n)$ tárat használó konfigurációk $\leq c \cdot \log n$ hosszúak (alkalmas c-re)

ELÉR NL-teljessége; Immerman-Szelepcsényi

- A G_M konfigurációs gráfban akkor és csak akkor lehet a kezdőkonfigurációból az elfogadóba jutni (feltehető, hogy csak 1 ilyen van), ha $u \in L(G)$. Így $L \leq$ ELÉR.

Kell még, hogy a visszavezetés log. tárat használ, azaz G_M megkonstruálható egy log. táras N determinisztikus TG-pel:

- N sorolja fel a hossz-lexikografikus rendezés szerint az összes legfeljebb $c \cdot \log n$ hosszú szót az egyik szalagján, majd tesztelje, hogy az legális konfigurációja-e M-nek, ha igen, akkor a szót írja ki a kimenetre
- Az élek (konfiguráció párok) hasonlóképpen felsorolhatók, tesztelhetők és a kimenetre írhatók

Immerman-Szelepcsényi tétel

NL = coNL

(biz. nélkül)

Hierarchia tétel

EXPTIME:=$\bigcup_{k\in\mathbb{N}}$TIME(2^{n^k}).

Tétel

NL $\subset$ PSPACE és P $\subset$ EXPTIME.

(biz. nélkül)

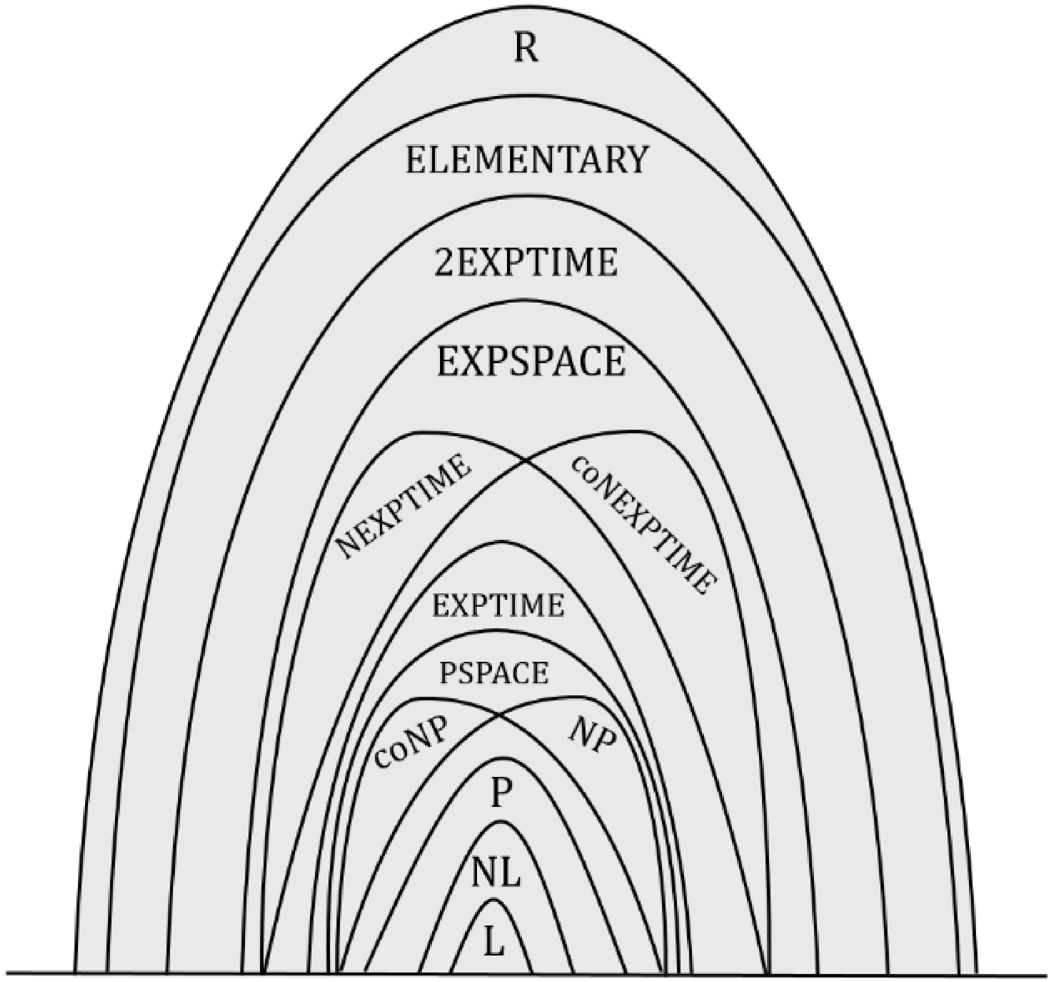
Tétel

L $\subseteq$ NL=coNL $\subseteq$ P $\subseteq$ NP $\subseteq$ PSPACE $\subseteq$ EXPTIME

Bizonyítás: 1 és 4 definíció szerint, 2-es Immerman-Szelepcsényi, 3-ast előbb bizonyítottuk. 5-ös: egy TG-nek "nincs ideje" több tárat használni, mint időt. 6-os: elérhetőségi módszerrel. A használt tárban exponenciális méretű lesz a konfigurációs gráf, a gráf méretében négyzetes (azaz összességében a tár méretében exponenciális) időben tudjuk az elérhetőséget tesztelni a kezdőkonfigurációból az elfogadóba konfigurációba.

Sejtés: Utóbbiban minden tartalmazás valódi.

R szerkezete



R szerkezete P≠NP esetén [ábra: Gazdag Zs. jegyzet]