

Logika és számításelmélet pót- és javítózárvhelyi

2011-12-2 próbáz

1. Mutassunk példát olyan A és B elsőrendű formulákra, melyekre NEM IGAZ hogy

$$\models \exists x(A \vee B) \supset A \vee \exists x B.$$

Állításunkat igazoljuk is!

(10 pont)

2. Nulladrendű rezolúció segítségével igazoljuk (klózhalmaz elkészítése + a klózhalmaz kielégíthetetlen-ségének belátása rezolúciós levezetéssel), hogy

$$\{\neg X \vee \neg Y, X \supset Y, X \vee Z, (Y \vee \neg Z \vee W) \wedge (X \vee \neg Z \vee \neg W)\} \models_0 Y \wedge \neg W.$$

(10 pont)

3. Igazoljuk, hogy több mint megszámlálhatóan végtelen olyan $\{0, 1\}$ ábécé feletti nyelv van, melyeknek minden szava tartalmaz 0-t és 1-t is. (10 pont)

4. (a) Készítsünk olyan determinisztikus Turing gépet (lehet többszalagos is), mely eldönti az alábbi L nyelvet!

$$L = \{u \in \{a, b\}^* \mid \exists t \in \{a, b\}, w_1, w_2, w_3 \in \{a, b\}^* (u = w_1 t w_2 t w_3 \wedge \ell(w_1) = \ell(w_3))\},$$

azaz van olyan a szó közepére szimmetrikus pozíciópár ahol ugyanaz a betű áll.

(8 pont)

- (b) Adjunk meg egy olyan $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ függvényt, melyre igaz lesz, hogy a feladat első részében kapott Turing-gép időigénye $\Theta(f(n))$. A választ röviden indokoljuk is! (2 pont)

5. (a) Legyen $\Sigma = \{a, b\}$. Készítsünk olyan *egyszalagos* (!) determinisztikus Turing gépet amely megfordítja a Σ feletti szavakat! (Azaz $u \in \{a, b\}^*$ input esetén $f(u) = u^{-1}$ olvasható a szalagon megálláskor.) (8 pont)

- (b) Adjunk meg egy olyan $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ függvényt, melyre igaz lesz, hogy a feladat első részében kapott Turing-gép időigénye $\Theta(f(n))$. A választ röviden indokoljuk is! (2 pont)

6. Bizonyítsuk be, hogy eldönthetetlen, hogy egy Turing-gép minden, a $\{0, 1\}$ ábécé feletti szót felismer-e! (A feladatot másképpen úgy is fogalmazhatjuk, hogy bizonyítsuk be, hogy az $L = \{w_i \mid L(\mathcal{M}_i) = \{0, 1\}^*\}$ nyelv nem rekurzív, ahol w_i az i . Turing-gép (\mathcal{M}_i) szokásos, gyakorlaton és előadáson ismerttetett kódolása.) (10 pont)