

Logika és számításelmélet 2. zárthelyi

2009. december 10., 14 óra, A csoport

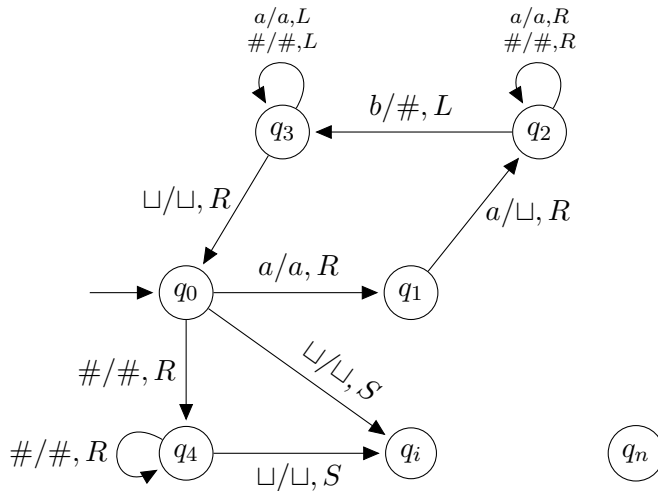
1. Tekintsük az alábbi függvényeket!

$$f(n) = 10^n n^{\frac{1}{10}}, \quad g(n) = 10^{\frac{1}{10}n} n^{10}, \quad h(n) = 10n^{\frac{1}{10}n}.$$

Az $f(n) = \Omega(g(n))$, $g(n) = \Omega(f(n))$, $g(n) = O(h(n))$, $h(n) = O(g(n))$ állítások közül melyek igazak? Röviden indokoljuk is a választ. (10 pont)

2. Egy síknegyed vagy tényolcad egész rácspontjai vannak-e többen, azaz az $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ vagy $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ halmaz számossága nagyobb? A választ indokoljuk is! (10 pont)

3. Adott az $\mathcal{M} = \langle \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_i, q_n\}, \{a, b\}, \{a, b, \#, \sqcup\}, \delta, q_0, q_i, q_n \rangle$ determinisztikus Turing gép. Állapotátmenetei az alábbi átmenetdiagrammal vannak megadva. Az átmenetdiagramon (az áttekinthetőség kedvéért) nincs megadva minden állapot-betű párra az átmenet. Ezeket úgy értelmezzük, hogy ekkor a Turing-gép a q_n állapotba megy, a szalagon olvasott betűt nem módosítja, és az író-olvasó fej helyben marad.



- (a) Elfogadja-e \mathcal{M} az $aaaab$ szót? Adjuk meg erre a szóra a kezdőkonfigurációból egy megállási konfigurációba a konfigurációátmenetek sorozatát! (4 pont)
- (b) Adjuk meg a Turing-gép által felismert $L(\mathcal{M})$ nyelvet! A választ röviden indokoljuk is! (4 pont)
- (c) Adjunk meg egy olyan k természetes számot, melyre \mathcal{M} $O(n^k)$ időkorlátos! (n az input szó hossza.) A választ röviden indokoljuk is! (2 pont)
4. (a) Készítsünk *egyszalagos*, determinisztikus Turing-gépet, mely az $u \mapsto uu$ szófüggvényt számolja ki! ($\Sigma = \{a, b\}$.) (Tehát az u input szóra a Turing-gép megállásakor az uu szó legyen olvasható a szalagon. Például az $aaba$ input esetén $aabaaaba$.) (8 pont)
- (b) Adjunk meg egy olyan $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}_+$ függvényt, melyre igaz lesz, hogy a kapott Turing-gép időigénye $\Theta(f(n))$. (2 pont)
5. Bizonyítsuk be, hogy eldönthetetlen, hogy egy Turing-gép felismer-e minden szót! (Feltehető, hogy az input szavak a $\Sigma = \{0, 1\}$ ábécé felettiak. A feladatot másképpen úgy is fogalmazhatjuk, hogy bizonyítsuk be, hogy az $L = \{w_i \mid L(\mathcal{M}_i) = \{0, 1\}^*\}$ nyelv nem rekurzív, ahol w_i az i . (\mathcal{M}_i) Turing-gép szokásos, gyakorlaton és előadáson ismertett kódolása.) (10 pont)