Név:...

EHA:............................. .ELTE

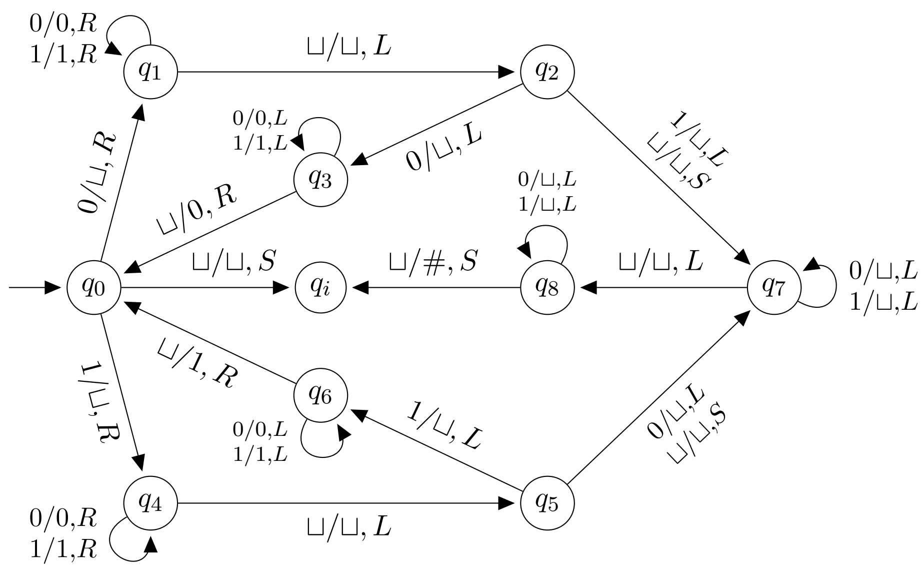
Logika és számításelmélet zárthelyi

2010. május 10.

1. Tekintsük az alábbi függvényeket! $f(n) = 3 \cdot 2^n + 5 \cdot n^5$, $g(n) = 3^n + 4 \cdot n^4$, $h(n) = 2 \cdot n^2 \cdot 3^n$. Az $f(n) = \Omega(g(n))$, $g(n) = \Omega(f(n))$, $g(n) = O(h(n))$, $h(n) = O(g(n))$ állítások közül melyek igazak? Röviden indokoljuk is a választ. (10 pont)

2. Az $A = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{R},\ y \in \{0, 1\}\}$ vagy a $B = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}$ és $(x{=}0$ vagy $y{=}0)\}$ halmaz számossága nagyobb? Indokoljuk is meg a választ! (10 pont)

3. Az $\mathcal{M} = \langle\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_i, q_n\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \#, \sqcup\}, \delta, q_0, q_i, q_n\rangle$ determinisztikus Turing-gép állapotátmenetei az alábbi átmenetdiagrammal vannak megadva. $\mathcal{M}$ egy $f : \{0, 1\}^* \to \{0, 1, \#\}^*$ szófüggvényt számít ki (tehát az $u \in \{0, 1\}^*$ input esetén a Turing-gép megállásakor $f(u) \in \{0, 1, \#\}^*$ olvasható a szalagon).



   (a) Adjuk meg a 01110 szóra a kezdőkonfigurációból a megállási konfigurációba a konfigurációátmenetek sorozatát! (4 pont)

   (b) Adjuk meg azt az f szófüggvényt, melyet $\mathcal{M}$ kiszámol! A választ röviden indokoljuk is! (4 pont)

   (c) Adjunk meg egy olyan k természetes számot, melyre $\mathcal{M}$ $O(n^k)$ időkorlátos! (n az input szó hossza.) A választ röviden indokoljuk is! (2 pont)

4. Készítsünk egy- vagy többszalagos, determinisztikus Turing-gépet, mely eldönti az $L = \{u \in \{a, b\}^* \mid u\text{-ban kétszer annyi } a \text{ van, mint } b\}$ nyelvet! (8 pont)

   Adjunk meg egy olyan $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}_+$ függvényt, melyre igaz lesz, hogy a kapott Turing-gép időigénye $\Theta(f(n))$. (2 pont)

5. Bizonyítsuk be, hogy eldönthetetlen, hogy egy Turing-gép felismer-e legalább 2 szót! (Feltehető, hogy az input szavak a $\Sigma = \{0, 1\}$ ábécé felettiek. A feladatot másképpen úgy is fogalmazhatjuk, hogy bizonyítsuk be, hogy az $L = \{w_i \,\big|\, |L(\mathcal{M}_i)| \geq 2\}$ nyelv nem rekurzív, ahol w_i az i. ($\mathcal{M}_i$) Turing-gép szokásos, gyakorlaton és előadáson ismertetett kódolása.) (10 pont)