Név:...

EHA:............................ .ELTE

Logika és számításelmélet 2. zárthelyi

2009. december 9.

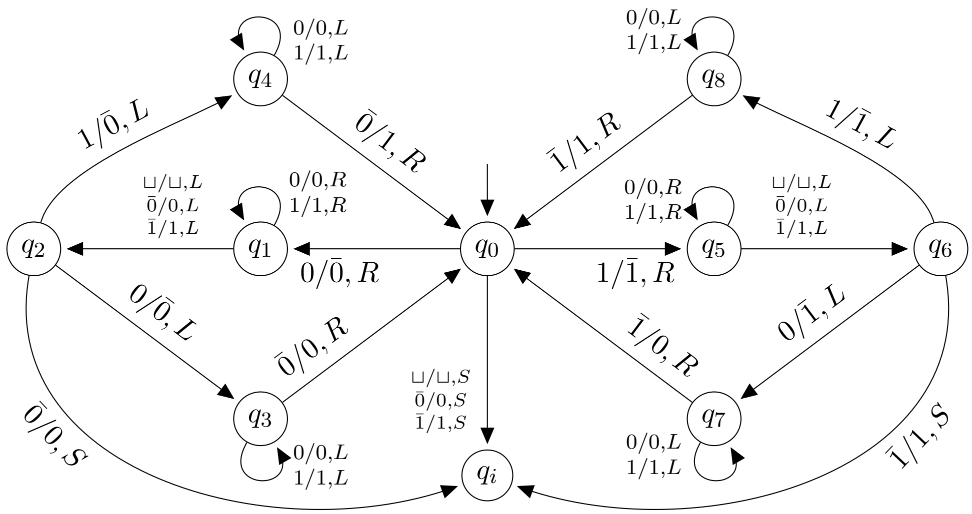
1. Tekintsük az alábbi függvényeket! $f(n) = n^{\frac{1}{100}}2^{100}$, $g(n) = 2^{\frac{1}{100}n}n^{100}$, $h(n) = 100n^{\frac{1}{100}n}$. Az $f(n) = \Omega(g(n))$, $g(n) = \Omega(f(n))$, $f(n) = O(h(n))$, $h(n) = O(f(n))$ állítások közül melyek igazak? Röviden indokoljuk is a választ. (10 pont)

2. Melyik halmaz számossága nagyobb? 2 darab diszjunkt egységsugarú körvonal vagy 1 darab 2 egység sugarú körvonal.

(10 pont)

3. Az $\mathcal{M} = \langle\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_i, q_n\}, \{0,1\}, \{0,1,\bar{0},\bar{1},\sqcup\}, \delta, q_0, q_i, q_n\rangle$ determinisztikus Turing-gép állapotátmenetei az alábbi átmenetdiagrammal vannak megadva. $\mathcal{M}$ egy $f : \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*$ szófüggvényt számít ki (tehát az $u \in \{0,1\}^*$ input esetén a Turing-gép megállásakor $f(u) \in \{0,1\}^*$ olvasható a szalagon).

   Az átmenetdiagramon (az áttekinthetőség kedvéért) nincs megadva azon állapot-betű párokra az átmenet, mely párok a működés során úgyse fordulhatnak elő.



   (a) Adjuk meg egy tetszőlegesen választott, legalább 3 hosszúságú szóra a kezdőkonfigurációból a megállási konfigurációba a konfigurációátmenetek sorozatát! (4 pont)

   (b) Adjuk meg azt az f szófüggvényt, melyet $\mathcal{M}$ kiszámol! A választ röviden indokoljuk is! (4 pont)

   (c) Adjunk meg egy olyan k természetes számot, melyre $\mathcal{M}$ $O(n^k)$ időkorlátos! (n az input szó hossza.) A választ röviden indokoljuk is! (2 pont)

4. Készítsünk egy- vagy többszalagos, determinisztikus Turing-gépet, mely eldönti az $L = \{u \in \{a,b\}^* \,|\, u\text{-ban ugyanannyi } a \text{ van, mint } b\}$ nyelvet! (8 pont)

   Adjunk meg egy olyan $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ függvényt, melyre igaz lesz, hogy a kapott Turing-gép időigénye $\Theta(f(n))$. (2 pont)

5. Bizonyítsuk be, hogy eldönthetetlen, hogy egy Turing-gép megáll-e minden inputon! (Feltehető, hogy az input szavak a $\Sigma = \{0,1\}$ ábécé felettiek. A feladatot másképpen úgy is fogalmazhatjuk, hogy bizonyítsuk be, hogy az $L = \{w_i \,|\, \mathcal{M}_i \text{ megáll minden } w \in \{0,1\}^*\text{-n}\}$ nyelv nem rekurzív, ahol w_i az i. ($\mathcal{M}_i$) Turing-gép szokásos, gyakorlaton és előadáson ismertetett kódolása.) (10 pont)