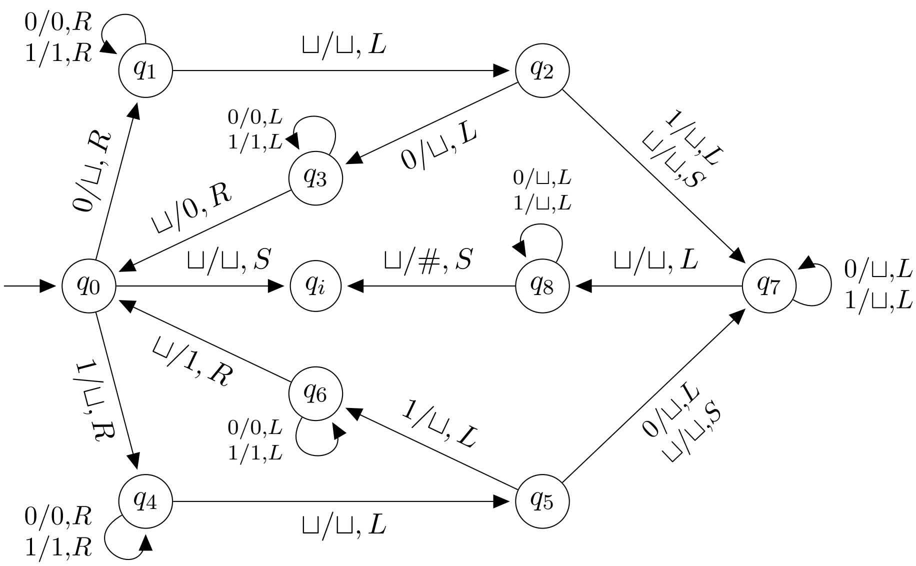
Név: . . . . Neptun: . . . .

Logika és számításelmélet zárthelyi

Mintazh 2015-16-2

1. Tekintsük az alábbi függvényeket! $f(n) = 3 \cdot 2^n + 5 \cdot n^5$, $g(n) = 3^n + 4 \cdot n^4$, $h(n) = 2 \cdot n^2 \cdot 3^n$. Az $f(n) = \Omega(g(n))$, $g(n) = \Omega(f(n))$, $g(n) = O(h(n))$, $h(n) = O(g(n))$ állítások közül melyek igazak? Röviden indokoljuk is a választ. (8 pont)

2. Az $M = \langle\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_i, q_n\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \#, \sqcup\}, \delta, q_0, q_i, q_n\rangle$ determinisztikus Turing-gép állapotátmenetei az alábbi átmenetdiagrammal vannak megadva. M egy $f : \{0, 1\}^* \to \{0, 1, \#\}^*$ szófüggvényt számít ki (tehát az $u \in \{0, 1\}^*$ input esetén a Turing-gép megállásakor $f(u) \in \{0, 1, \#\}^*$ olvasható a szalagon).



(a) Adjuk meg a 010 szóra a kezdőkonfigurációból a megállási konfigurációba a konfigurációátmenetek sorozatát! (4 pont)

(b) Adjuk meg azt az f szófüggvényt, melyet $\mathcal{M}$ kiszámol! A választ röviden indokoljuk is! (6 pont)

(c) Adjunk meg egy olyan $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+$ függvényt, melyre az M Turing-gép időigénye $\Theta(f(n))$. (1 pont)

3. Adjunk meg egy Turing-gépet, ami eldönti az $L = \{tutt \,|\, t \in \{c, d\}, u \in \{c, d\}^*\}$ nyelvet! (5 pont)

4. Készítsünk egy- vagy többszalagos, determinisztikus Turing-gépet, mely eldönti az $L = \{u \in \{a, b\}^* \,|\, u\text{-ban kétszer annyi } a \text{ van, mint } b\}$ nyelvet! A gép működéséhez fűzzünk magyarázatot! (10 pont)

   Adjunk meg egy olyan $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}_+$ függvényt, melyre a kapott Turing-gép időigénye $\Theta(f(n))$. (1 pont)

5. Bizonyítsuk be, hogy eldönthetetlen, hogy egy Turing-gép felismer-e legalább 2 szót! (Feltehető, hogy az input szavak a $\Sigma = \{0, 1\}$ ábécé felettiek. A feladatot másképpen úgy is fogalmazhatjuk, hogy bizonyítsuk be, hogy az $L = \{\langle M\rangle \,\big|\, |L(M)| \geq 2\}$ nyelv nem rekurzív, ahol $\langle M\rangle$ Turing-gép szokásos, gyakorlaton és előadáson ismertetett kódolása.) (9 pont)

6. Legyen RGI $= \{\langle G, H\rangle \,|\, G\text{-nek van } H\text{-val izomorf részgráfja}\}$. G és H irányítatlan gráfok, $\langle G.H\rangle$ a gráfpáros kellően tömör, dekódolható kódolása. Bizonyítsuk be, hogy IHK $\leq_p$ RGI. (6 pont)