Logika és számításelmélet zárthelyi
B csoport

2017. március

1. Hagyd el a lehető legtöbb zárójelpárt az alábbi formulákból, hogy az eredetikkel ekvivalens formulákat kapj! (3 pont)

   a) $\neg(((A \vee B) \to (B \to C)) \to ((A \wedge B) \vee \neg(C \to A)))$

   b) $((\neg(B \vee C) \to (A \wedge B)) \wedge ((A \vee B) \wedge (C \wedge A)))$

2. Add meg a következő formulák igazságtábláit! (6 pont)

   a) $(((A \vee B) \wedge \neg(B \to A)) \to (B \to A))$

   b) $((B \vee A) \wedge (\neg(B \wedge A) \to (A \vee B)))$

   Ekvivalens-e a két formula? (1 pont)

3. φ-igazságértékelésfa segítségével add meg az alábbi formulát kielégítő interpretációkat! (6 pont) $\neg(B \to (C \wedge A)) \wedge ((A \vee \neg B) \to (C \vee A))$

4. Add meg az alábbi formulával ekvivalens KDNF-ben és KKNF-ben lévő formulákat, majd egyszerűsítsd azokat! (6 pont) $F = \neg A \to B \vee \neg C$

5. Adj rezolúciós cáfolatot az alábbi klózhalmazra! Plusz pont, ha a rezolúció a) lineáris, b) lineáris input, c) egységrezolúció. (6 pont) $\mathcal{F} = \{\neg A \vee \neg B \vee \neg C, \neg A \vee C, B \vee \neg C, A \vee B, A\}$

6. Egy elsőrendű logikai nyelv logikán kívüli részét az alábbi halmaz négyes és szignatúra írja le: $< Srt, Pr, Fn, Cnst >$, $Srt = \{\pi_1, \pi_2\}$, $Pr = \{P; Q\}$, $Fn = \{f, g\}$, $Cnst = \{a, b\}$

ν_1	P	Q
	(π_1, π_2)	(π_2)

ν_2	f	g
	$(\pi_1, \pi_2; \pi_2)$	$(\pi_2; \pi_1)$

ν_3	a	b
	π_1	π_2

. A változók halmaza: $V = V_{\pi_1} \cup V_{\pi_2}$, $V_{\pi_1} = \{x, y, z\}$, $V_{\pi_2} = \{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}\}$ A következő kifejezések közül melyek szavai a nyelvnek és melyik csoportba tartoznak (term/formula, egyszerű/atomi/összetett)? (6 pont)

a) $a \vee x$

b) $\exists x P(x, \bar{y})$

c) $f(x, g(x))$

d) a

e) $P(x, Q(\bar{x}))$

f) $f(g(\bar{x}), f(y, \bar{z}))$

7. Legyen az elõzõ feladatbeli nyelv interpretációja (I) és változókiértékelése (κ) a következõ: $U = U_{\pi_1} \cup U_{\pi_2}$, $U_{\pi_1} = \{a, b, c\}$, $U_{\pi_2} = \{0, 1, 2\}$

P^I	a	b	c
0	h	i	h
1	i	h	h
2	h	i	i

Q^I	0	1	2
	i	i	h

f^I	a	b	c
0	1	2	2
1	1	0	0
2	2	0	1

g^I	0	1	2
	b	a	c

$a^I =$ a, $b^I = 1$

κ	x	y	z	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{z}$
	b	c	a	1	2	0

Add meg a következõ kifejezések értékét: (9 pont)

a) $f(g(\bar{x}), f(y, \bar{z}))$

b) $P(x, \bar{y}) \to Q(f(z, \bar{x}))$

c) $\exists x(P(x, \bar{x}) \wedge Q(f(x, \bar{y})))$

8. Hozd Prenex-alakra a következõ formulát: (4 pont)
$\neg \exists x \exists y (P(y, z) \to Q(x)) \wedge \forall x \exists y (P(x, y) \to Q(z))$

9. Hozd Skolem-formára a következõ formulát: (3 pont)
$\exists x \forall y \exists z (P(x, z) \vee Q(y, z))$