

Név:, NEPTUN-kód

Csoport, gyak.vez.:

Pontszám:

Programtervező informatikus szak I. évfolyam
Matematikai alapozás 1. zárthelyi
2014. október 21.

1. (7 pont) Oldjuk meg az alábbi lineáris egyenletrendszert az órán gyakorolt módszerrel! (Figyelem! Csak a "Matematikai alapozás" órákon gyakorolt módszerrel való megoldást fogadjuk el.)

$$\begin{aligned}7x - 2y + 7z &= -5 \\ x + 2y - 3z &= 1 \\ -x + 2y - 4z &= 2\end{aligned}$$

2. (6 pont) Adottak az $a = (1; -2)$, $b = (2; 1)$ és $c = (-3; 4)$ vektorok. Számítsuk ki:

$$\frac{|a|^2 + bc}{(|c|b - a) \cdot (b + c)}$$

3. (8 pont)

a) Igazoljuk, hogy

$$\exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N}, n > N : \quad \frac{4n^3 + n^2 + 3n - 7}{3n^4 - 5n^3 - 7n^2 - 2n + 6} < \frac{1}{200}$$

Adjunk is meg egy ilyen N -et!

b) "Pozitív" kijelentés formájában írjuk fel az a) pontbeli állítás tagadását!

4. (6 pont) Igazoljuk, hogy az $x_0 = 3$ szám gyöke a

$$P(x) = 2x^4 - 7x^3 + 5x^2 - 10x + 12$$

polinomnak, majd emeljük ki P -ből a 3-hoz tartozó gyöktényezőt!

5. (8 pont) Hozzuk a lehető legegyszerűbb alakra az alábbi kifejezést:

$$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y} - 1}{x + \sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{2 \cdot \sqrt{xy}} \cdot \left(\frac{\sqrt{y}}{x - \sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{y}}{x + \sqrt{xy}} \right)$$

6. (7 pont) Igazoljuk teljes indukcióval:

$$\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2 : \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \dots + \frac{1}{n^2} \leq \frac{3}{4} - \frac{1}{n}$$

7. (8 pont) A $p \in \mathbb{R}$ paraméter mely értékei esetén teljesül minden $x \in \mathbb{R}$ számra, hogy

$$(p + 1)x^2 - 2(p - 1)x < 3(1 - p)$$