2. Visszalépéses keresés

Visszalépéses keresés

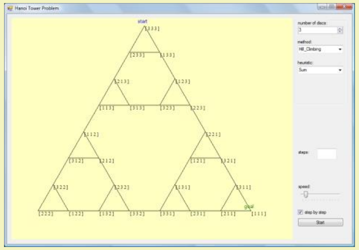
- A visszalépéses keresés egy olyan KR, amely
  - globális munkaterülete:
    - egy út a startcsúcsból az aktuális csúcsba (ezen kívül az útról leágazó még ki nem próbált élek)
      - kezdetben a startcsúcsot tartalmazó nulla hosszúságú út
      - terminálás célcsúccsal vagy startcsúcsból való visszalépéssel
  - keresés szabályai:
    - a nyilvántartott út végéhez egy új (ki nem próbált) él hozzáfűzése, vagy a legutolsó él törlése (visszalépés szabálya)
  - vezérlés stratégiája a visszalépés szabályát csak a legvégső esetben alkalmazza

Visszalépés feltételei

- zsákutca: az aktuális csúcsból (azaz az aktuális út végpontjából) nem vezet tovább él
- zsákutca torkolat: az aktuális csúcsból kivezető utak nem vezettek célba
- kör: az aktuális csúcs szerepel már korábban is az aktuális úton
- mélységi korlát: az aktuális út hossza elér egy előre megadott értéket

Alacsonyabb rendű vezérlési stratégiák

- A vezérlési stratégia kiegészíthető:
  - sorrendi szabállyal: sorrendet ad az aktuális út végpontjából kivezető élek (utak) vizsgálatára
  - vágó szabállyal: megjelöli azokat az aktuális út végpontjából kivezető éleket (utakat), amelyeket nem érdemes megvizsgálni
- Ezek a szabályok lehetnek
  - másodlagos vezérlési stratégiák (a probléma modelljének sajátosságaiból származó ötlet)
  - heurisztikák (a probléma ismereteire támaszkodó ötlet)



Első változat: VL1

- A visszalépéses algoritmus első változata az, amikor a visszalépés feltételei közül az első kettőt építjük be a kereső rendszerbe.

- Bebizonyítható: ***Véges körmentes irányított gráfokon a VL1 mindig terminál, és ha létezik megoldás, akkor talál egyet.***

  UI: véges sok adott startból induló út van.

- Rekurzív algoritmussal (VL1) szokták megadni
  - Indítás: *megoldás* := *VL1*(*startcsúcs*)

ADAT := *kezdeti érték*
while ¬*terminálási feltétel*(ADAT) **loop**
SELECT SZ FROM *alkalmazható szabályok*
ADAT := SZ(ADAT)
endloop

VL1

A ~ élek
seq(A) ~ véges élsorozat

N ~ csúcsok

Recursive procedure *VL1*(*akt* : *N*) **return** (*seq(A); hiba*)

1. **if** *cél*(*akt*) **then** **return**(*nil*) **endif**
2. **for** ∀*új* ∈ Γ(*akt*) **loop**
3. *megoldás* := *VL1*(*új*)
4. **if** *megoldás* ≠ *hiba* **then**
5. **return**(*fűz*((*akt*,*új*), *megoldás*) **endif**
6. **endloop**
7. **return**(*hiba*)

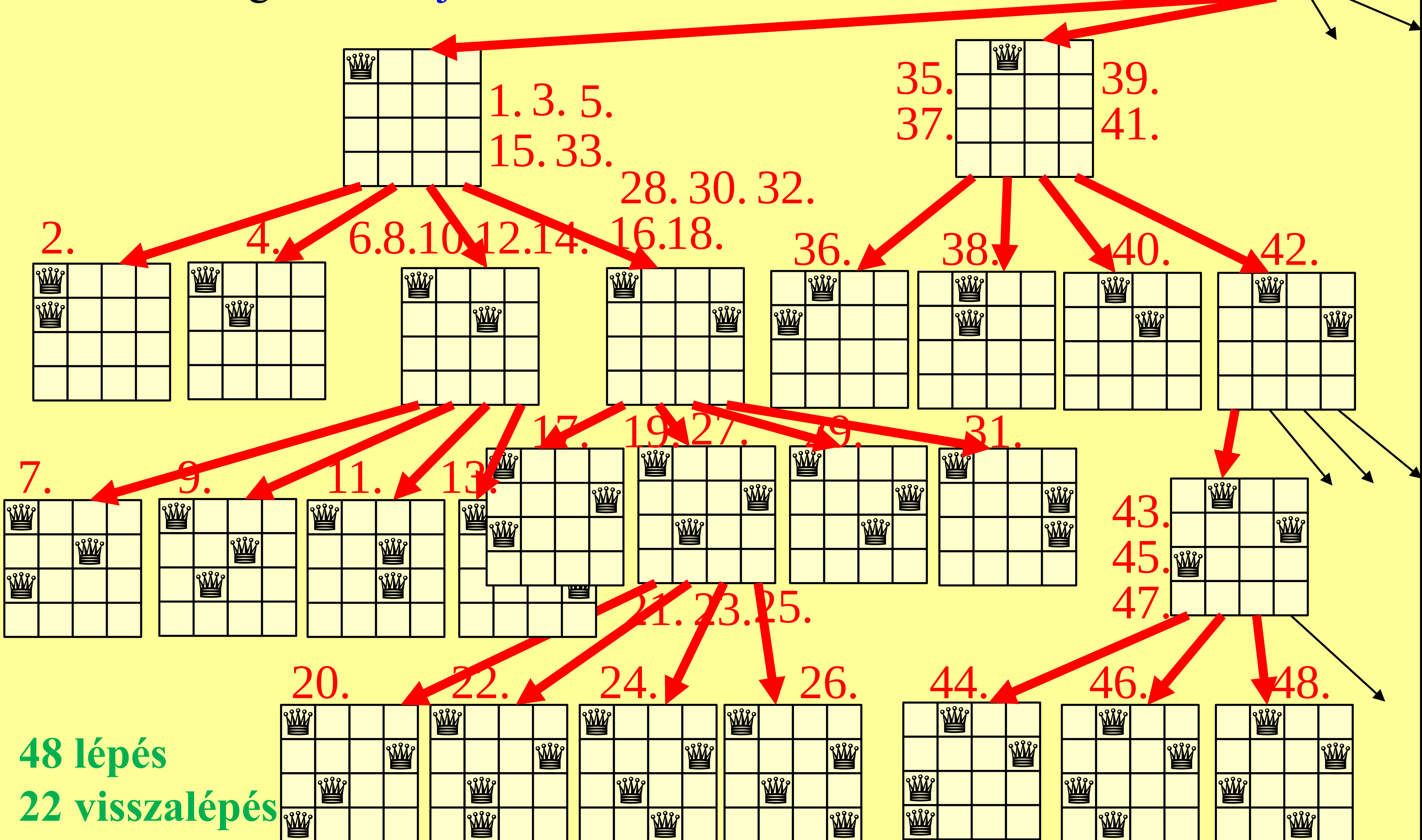
end

n-királynő probléma

2. reprezentáció

sorrendi stratégia: balról jobbra

Statikus nyomkövetés

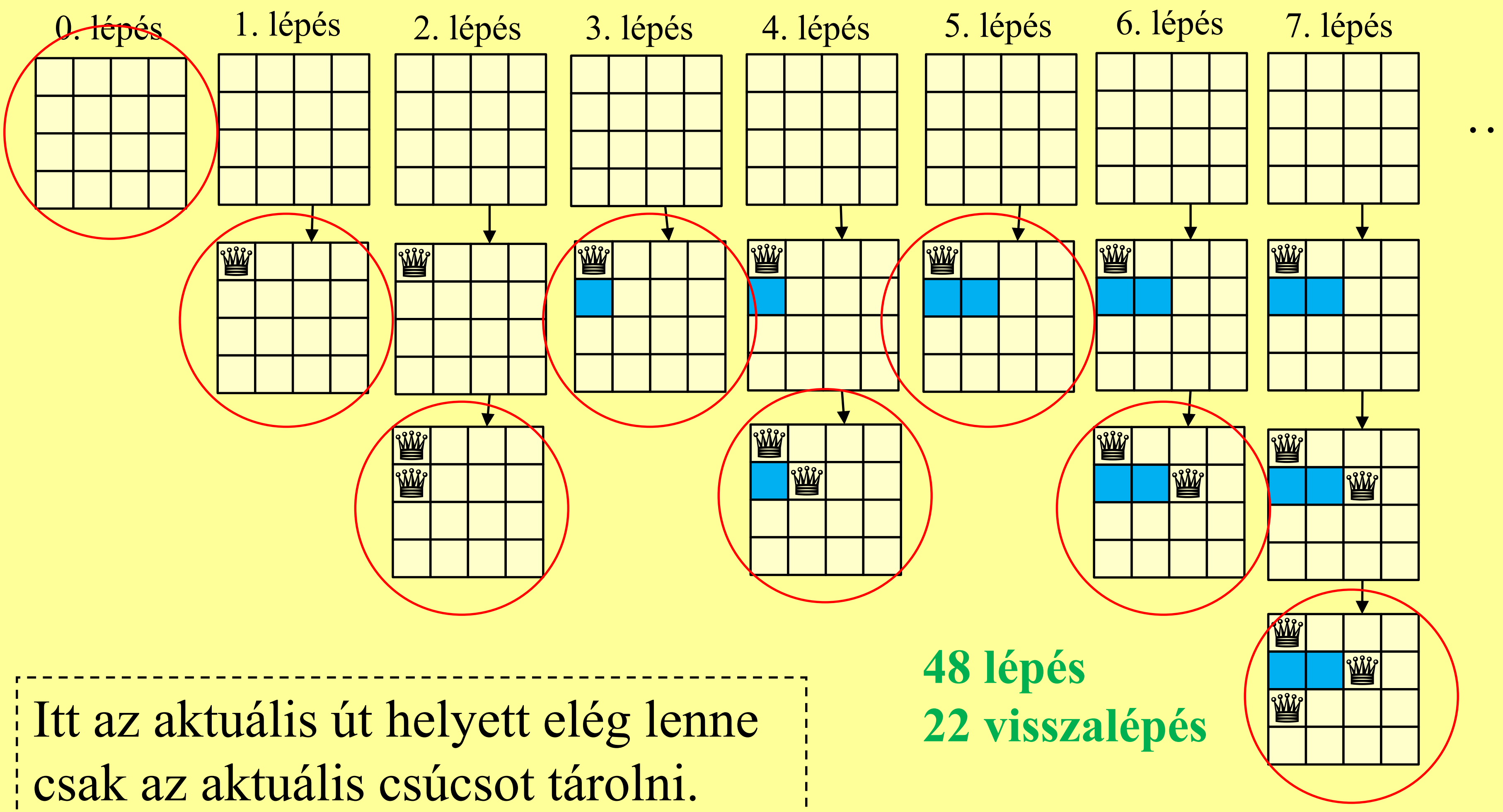


48 lépés

22 visszalépés

n-királynő probléma
2. reprezentáció

Dinamikus nyomkövetés



Itt az aktuális út helyett elég lenne csak az aktuális csúcsot tárolni.

48 lépés
22 visszalépés

Sorrendi heurisztikák az n-királynő problémára

Egy királynő helyét annak sorrendjében próbáljuk majd megtalálni, hogy az adott sor mezői között milyen sorrendet jelölünk ki.

- Diagonális: a mezőn áthaladó *hosszabb átló hossza*.

4	3	3	4
3	4	4	3
3	4	4	3
4	3	3	4

- Páratlan-páros:a páratlan sorokban *balról jobbra*, a páros sorokban *jobbról balra* legyen a sorrend.

1	2	3	4
4	3	2	1
1	2	3	4
4	3	2	1

- Ütés alá kerülő szabad mezők száma: új királynő elhelyezésével hány szabad mező kerül ütésbe

♛	×	×	×
×	×	3	2
×		×	
×			×

Heurisztikák az n-királynő problémára

diagonális + bal-jobb:

4	♛	3	4
	4	4	♛
♛	4	4	3
4		♛	4

8 lépés
2 visszalépés

diagonális + ptl-ps:

4/1	♛	3/3	4/4
3/4	4/3	4/2	♛
♛	4/2	4/3	3/4
4/4	3/3	♛	4/1

4 lépés
0 visszalépés

2. repr.	Nincs	Diag
n = 4	22/48	2/8
n = 5	10/25	10/25
n = 6	165/336	63/132
n = 7	35/77	80/167
n = 8	868/1744	196/400

n = 4	Nincs	Diag	Diag + ptl-ps
2. repr.	22/48	2/8	0/4
3. repr.	4/12	0/4	0/4

n-királynő probléma
3. reprezentáció

VL1 *heurisztika nélkül*

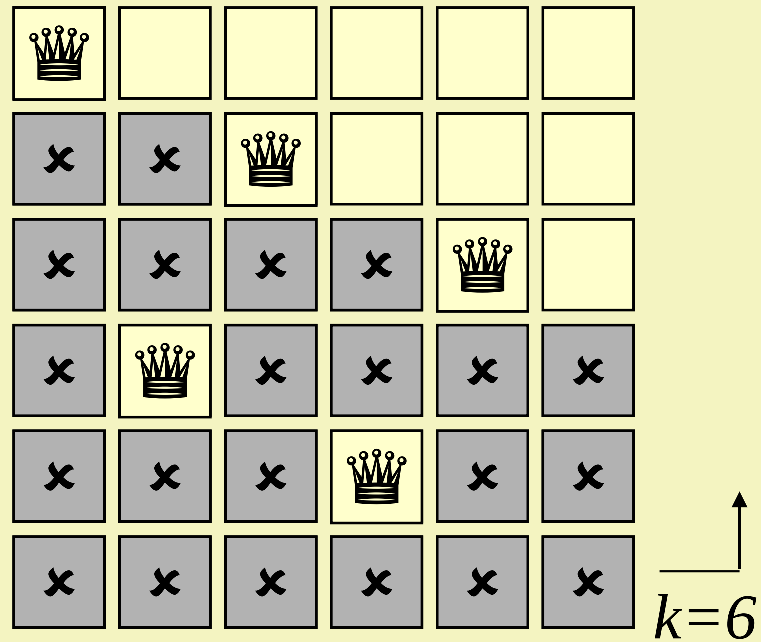
A *k*-adik királynő elhelyezése után a hátralevő üres sorokból töröljük az ütésbe került szabad mezőket.

for *i=k+1 .. n* ***loop***
Töröl(i,k)

Töröl(*i*,*k*) : törli az *i*-dik sor azon szabad mezőit, amelyeket a *k*-dik királynő üt

D_i ={*i*-dik sor szabad mezői}

VL1: **if** $D_k = \emptyset$ **then** visszalép.



Forward Checking

FC **algoritmus:**

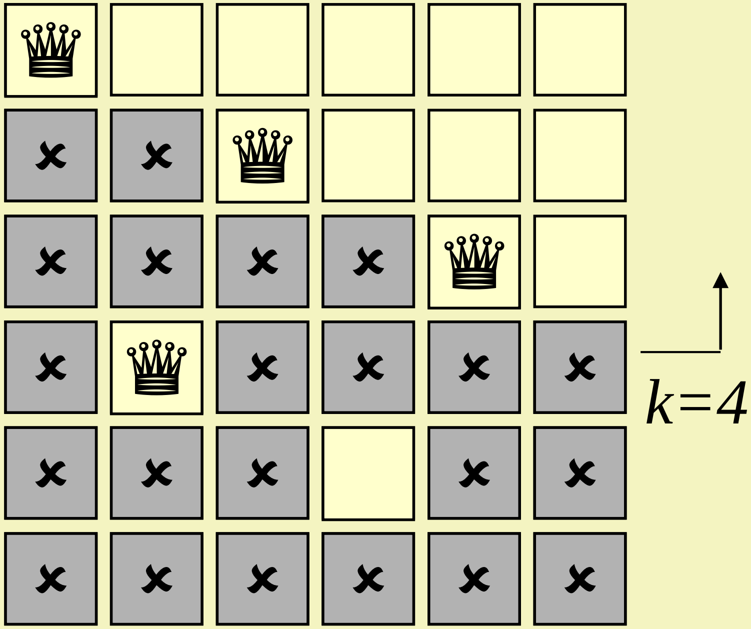
VL1

+

if $\exists i \in [k+1 .. n]: D_i = \emptyset$

then *visszalép*

D_i ={*i*-dik sor szabad mezői}



$D_6 = \emptyset$

Partial Look Forward

***PLF* algoritmus**:

VL1

+

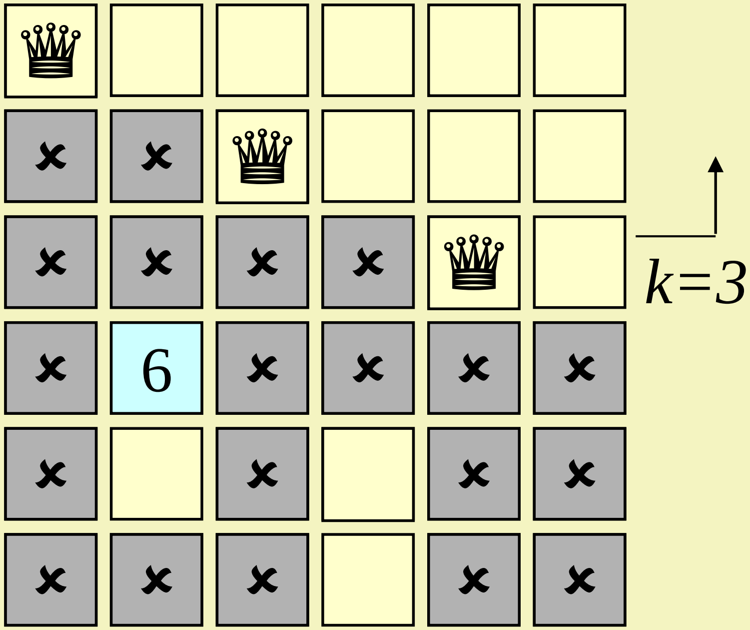
for $i=k+1$ .. n **loop**

  for $j=i+1$ .. n **loop** ($i<j$)

    Szűr(i,j)

if $\exists i \in [k+1 .. n]: D_i = \emptyset$

then *visszalép*



Szűr(i,j) : törli az *i*-edik sor azon szabad mezőit, amelyekhez nem található a *j*-edik sorban vele ütésben nem álló szabad mező

$i = 4, j = 6$ $D_4 = \emptyset$

Look Forward

***LF* algoritmus**:

VL1

+

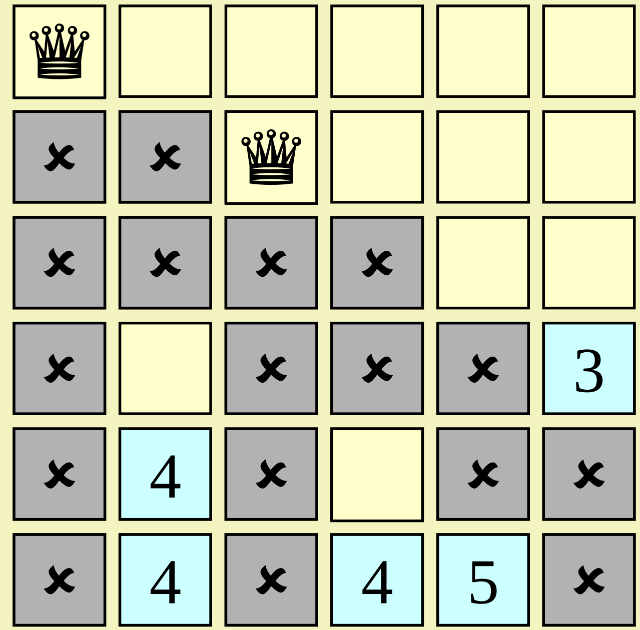
for $i=k+1 \,..\, n$ **loop**

for $j=k+1 \,..\, n$ **and** $i \neq j$ **loop**

Szűr(i,j)

if $\exists i \in [k+1 .. n]$: $D_i = \emptyset$

then *visszalép*



$k=2$

$i = 4,\ j = 3$

$i = 5,\ j = 4$

$i = 6,\ j = 4$

$i = 6,\ j = 5$

$D_6 = \emptyset$

Look Forward még egyszer

LF **algoritmus**:

VL1

+

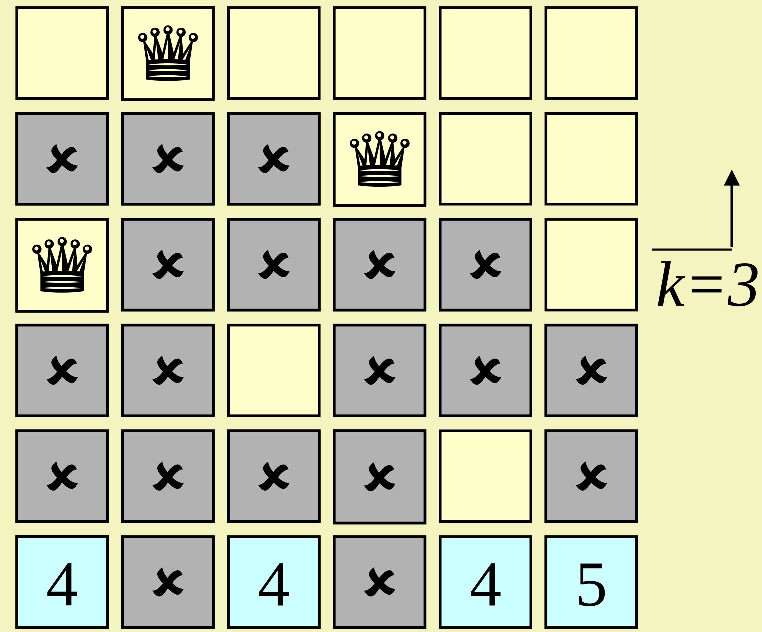
for $i=k+1$ .. n **loop**

  for $j=k+1$ .. n **and** $i \neq j$ **loop**

    Szűr(i,j)

if $\exists i \in [k+1.. n]$: $D_i = \emptyset$

then *visszalép*



$i = 6,\ j = 4$

$i = 6,\ j = 5$

$D_6 = \emptyset$

AC1

***AC1* algoritmus**:

VL1

\+

repeat

for *i=k+1 .. n* **loop**

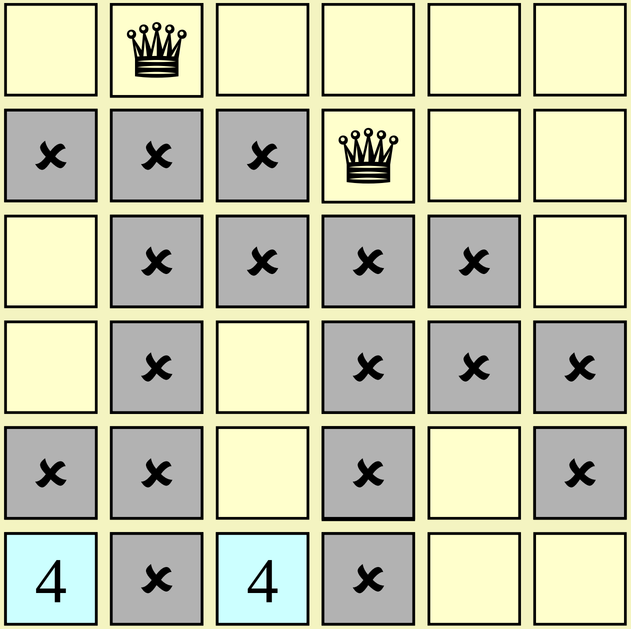
for *j=k+1 .. n* **and** $i \neq j$ **loop**

Szűr(i,j)

until *volt szűrés*

if $\exists i \in [k+1 .. n]: D_i = \emptyset$

then *visszalép*



1. menet $i = 6,\ j = 4$

AC1

***AC1* algoritmus**:

VL1

\+

repeat

for $i=k+1$ .. n **loop**

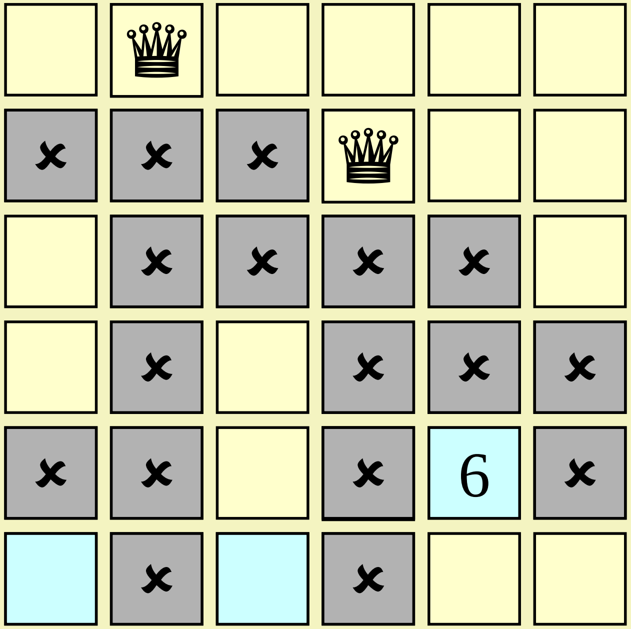
for $j=k+1$ .. n **and** $i \neq j$ **loop**

Szűr(i,j)

until *volt szűrés*

if $\exists i \in [k+1 .. n]: D_i = \emptyset$

then *visszalép*



2. menet $i = 5, \; j = 6$

AC1

***AC1* algoritmus**:

VL1

+

repeat

for $i=k+1 \,..\, n$ **loop**

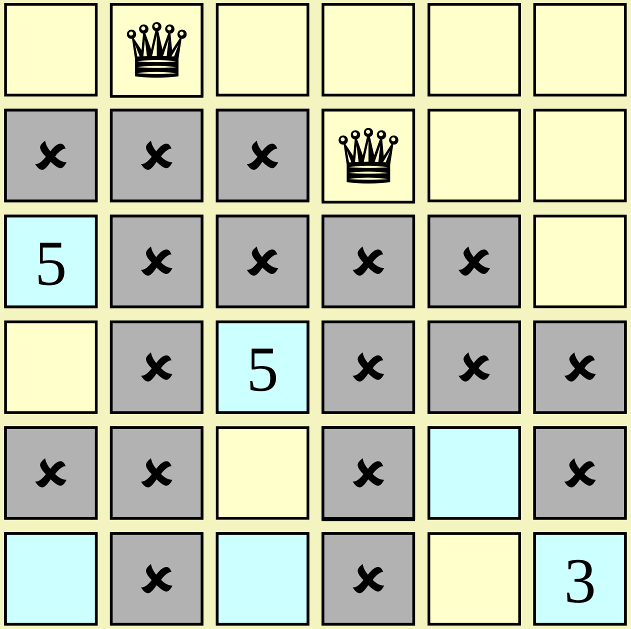
for $j=k+1 \,..\, n$ **and** $i \neq j$ **loop**

Szűr(i,j)

until *volt szűrés*

if $\exists i \in [k+1 .. n]: D_i = \emptyset$

then *visszalép*



3. menet

$i = 3,\ j = 5$

$i = 4,\ j = 5$

$i = 6,\ j = 3$

AC1

***AC1* algoritmus**:

VL1

+

repeat

for $i=k+1 \,..\, n$ **loop**

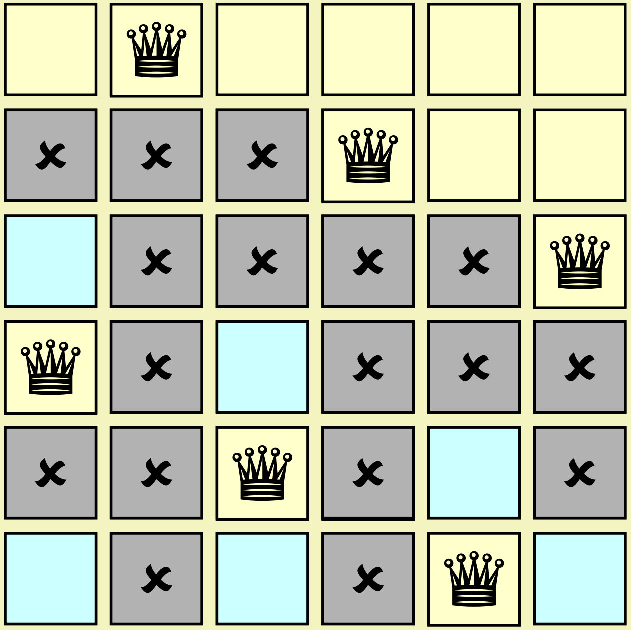
for $j=k+1 \,..\, n$ **and** $i \neq j$ **loop**

Szűr(i,j)

until *volt szűrés*

if $\exists i \in [k+1 .. n]$: $D_i = \emptyset$

then *visszalép*



4. menet

Az n-királynő probléma új reprezentációs modellje

- Az előző módszerek átalakították az n-királynő probléma reprezentációját:
  - Tekintsük a D_1 , … , D_n halmazokat, ahol D_i ={1... n} (ezek az i-dik sor szabad mezői).
  - Keressük azt az $(x_1 ,\ldots, x_n) \in D_1 \times \ldots \times D_n$ elhelyezést (x_i az i-dik sorban elhelyezett királynő oszloppozíciója),
  - amely nem tartalmaz ütést: minden i, j királynő párra:
    $C_{ij}(x_i,x_j) \equiv (x_i \neq x_j \wedge |x_i - x_j| \neq |i-j|)$.
- A visszalépéses keresés e modell változóinak értékeit határozza meg, miközben a bemutatott vágó módszerek egyike redukálják ezen változók D_i halmazait.

Bináris korlát-kielégítési modell

- Keressük azt az $(x_1, \ldots, x_n) \in D_1 \times \ldots \times D_n$ n-est (D_i véges) amely kielégít néhány $C_{ij} \subseteq D_i \times D_j$ bináris korlátot.
- Példák:

1. Házasságközvetítő probléma (n férfi, m nő; keressünk minden férfinak neki szimpatikus feleségjelöltet):
   - Az i-dik férfi ($i=1..n$) felesége (x_i) a $D_i = \{1, \ldots, m\}$ azon elemei, amelyekre fenn áll, hogy *szimpatikus*(i, x_i).
   - Az összes (i,j)-re: $C_{ij}(x_i,x_j) \equiv (x_i \neq x_j)$ (azaz nincs bigámia)
2. Gráfszínezési probléma (egy véges egyszerű irányítatlan gráf n darab csúcsát kell kiszínezni m színnel úgy, hogy a szomszédos csúcsok eltérő színűek legyenek):
   - Az i-dik csúcs ($i=1..n$) színe (x_i) a $D_i = \{1, \ldots, m\}$ elemei.
   - Minden i, j szomszédos csúcs párra: $C_{ij}(x_i,x_j) \equiv (x_i \neq x_j)$.

Modellfüggő vezérlési stratégia

- A korábban mutatott vágó módszereket az új modellben a bináris korlátok definiálják, de a korlátok jelentésétől függetlenül. Ezek a módszerek tehát nem heurisztikák, hanem modellfüggő vágó stratégiák:

  $Töröl(i,k)$: $D_i := D_i - \{e \in D_i \mid \neg C_{ik}(e,x_k)\}$

  $Szűr(i,j)$: $D_i := D_i - \{e \in D_i \mid \forall f \in D_j : \neg C_{ij}(e,f)\}$

- Modellfüggő sorrendi stratégiák is konstruálhatók:
  - Mindig a legkisebb tartományú még kitöltetlen komponensnek válasszunk előbb értéket.
  - Ugyanazon korláthoz tartozó komponenseket lehetőleg közvetlenül egymás után töltsük ki.

Második változat: VL2

- A visszalépéses algoritmus második változata az, amikor a visszalépés feltételei közül mindet beépítjük a kereső rendszerbe.

- Bebizonyítható: ***A VL2 δ-gráfban mindig terminál. Ha létezik a mélységi korlátnál nem hosszabb megoldás, akkor megtalál egy megoldást.***

  UI: véges sok adott korlátnál rövidebb startból induló út van.

- Rekurzív algoritmussal (*VL2*) adjuk meg
  - Indítás: *megoldás* := *VL2*(<*startcsúcs*>)

VL2

```
ADAT := kezdeti érték
while ¬terminálási feltétel(ADAT) loop
    SELECT SZ FROM alkalmazható szabályok
    ADAT := SZ(ADAT)
endloop
```

```
Recursive procedure VL2(út : seq(N)) return (seq(A); hiba)
        akt := utolsó_csúcs(út)
        if cél(akt) then  return(nil) endif
        if hossza(út) ≥ korlát then  return(hiba) endif
        if akt∈maradék(út) then  return(hiba) endif
        for ∀új ∈ Γ(akt) − π(akt) loop
            megoldás := VL2(fűz(út, új))
            if megoldás ≠ hiba then
                return(fűz((akt,új),megoldás)) endif
        endloop
        return(hiba)
end
```

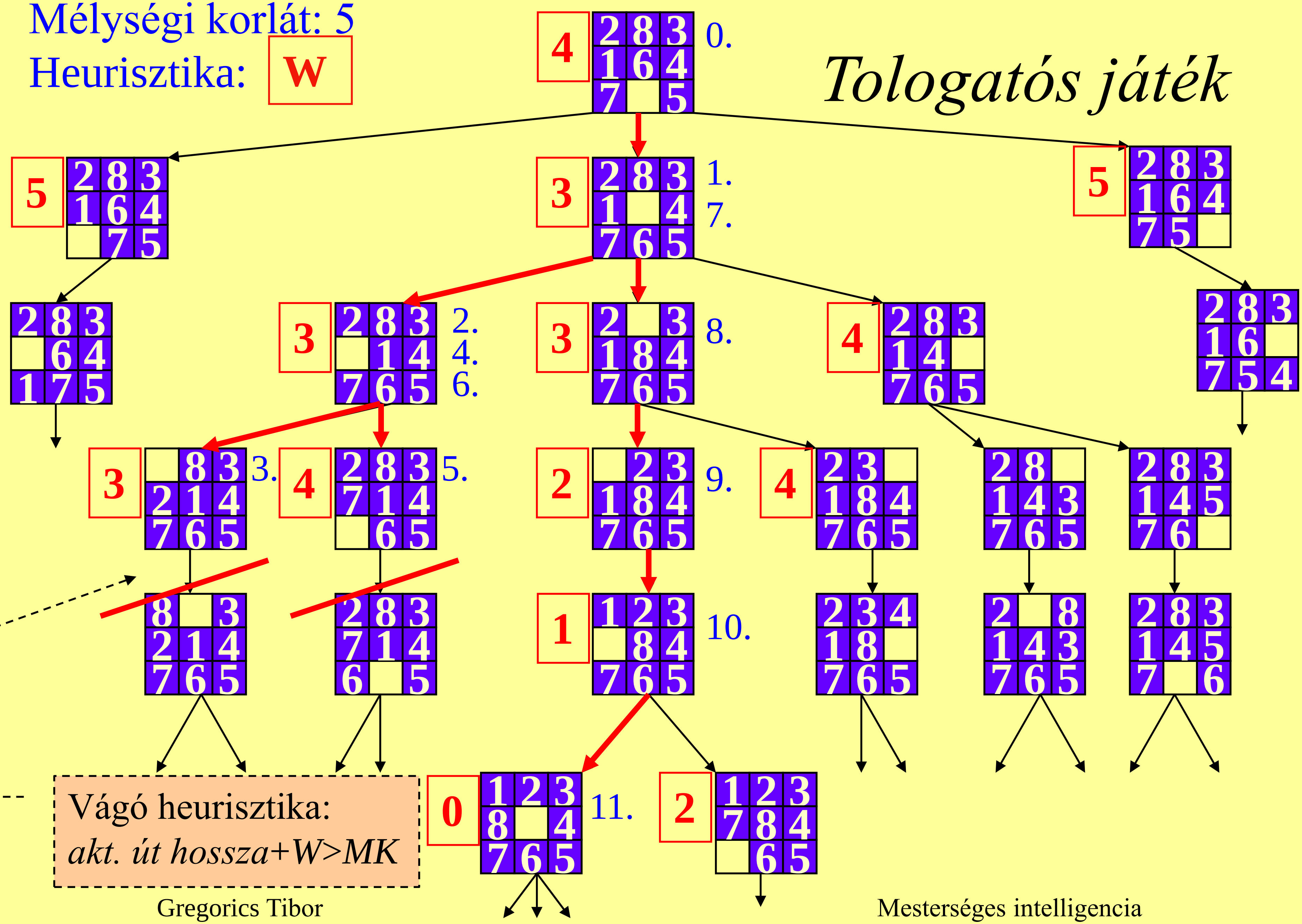
Mélységi korlát szerepe

- A VL2 nem talál megoldást (csak terminál), ha a megadott mélységi korlátnál csak hosszabb megoldási utak vannak.
- A mélységi korlát önmagában is biztosítja a terminálást körök esetén is.
  - Ez akkor előnyös, ha nincsenek rövid körök (a kettő hosszú köröket kiszűri a szülőcsúcs vizsgálat).
  - Ilyenkor nem kell a rekurzív hívásnál a teljes aktuális utat átadni : elég az út hosszát, az aktuális csúcsot és annak szülőjét.

Tologatós játék

Mélységi korlát: 5

Heurisztika: W

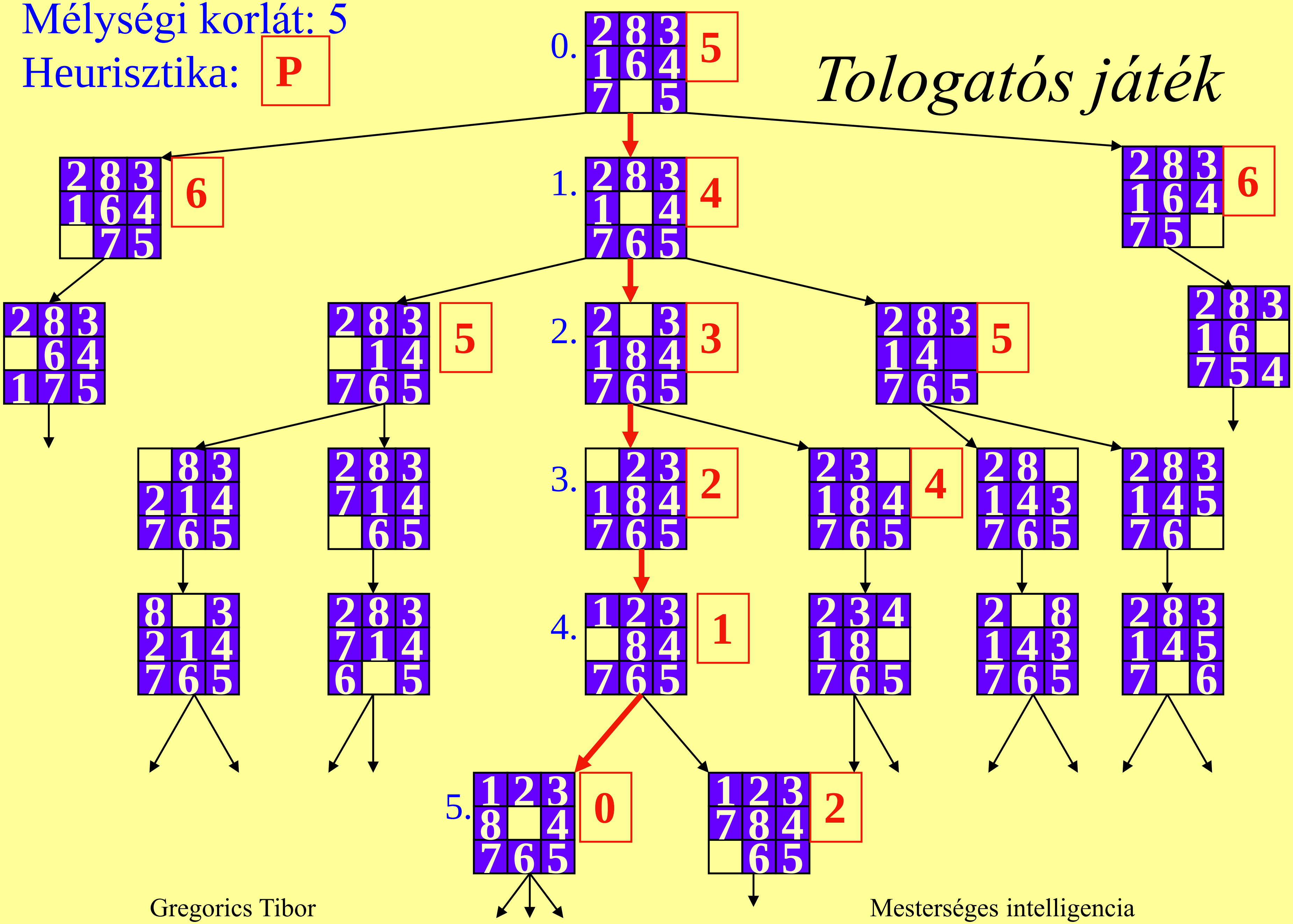


Vágó heurisztika:
akt. út hossza+W>MK

Tologatós játék

Mélységi korlát: 5

Heurisztika: P



Értékelés

- ELŐNYÖK
  - mindig terminál, talál megoldást (a mélységi korláton belül)
  - könnyen implementálható
  - kicsi memória igény
- HÁTRÁNYOK
  - nem ad optimális megoldást. (iterációba szervezhető)
  - kezdetben hozott rossz döntést csak sok visszalépés korrigál (visszaugrásos keresés)
  - egy zsákutca részt többször is bejárhat a keresés