Modellek és algoritmusok B szakirány , 1. zárthelyi dolgozat ; 2015.10.21.

1. Számítsa ki az
$$\int\int_D \frac{y}{x^2+1}\,dxdy$$
integrált, ha D az $y=\sqrt{x}$; $y=1$ és $x=0$ egyenletű görbék által az első síknegyedben határolt zárt ponthalmaz.

2. Bizonyítsa be, hogy az
$$f(x,y) := (y\cdot \sin x;\ x\cdot \cos y\ ) \qquad ((x,y)\in\mathbb{R}^2)$$
függvény lokálisan invertálható az $\left(\frac{\pi}{6},0\right)$ pontban. Számítsa ki ennek a lokális inverznek a deriváltját az $f\left(\frac{\pi}{6},0\right)$ helyen.

3. Tekintsük az alábbi egyenletrendszert :
$$\begin{cases} \dfrac{2x}{y}+\dfrac{y}{z}+\dfrac{z}{x}=4, \\ (x+1)\cdot y^2+\cos(\pi z)=z. \end{cases}$$
Bizonyítsa be, hogy az (y,z) kifejezhető az x implicit függvényeként az 1 pont egy alkalmas környezetében. Számítsa ki az implicit függvény deriváltját az 1 helyen. (Az implicit függvény értéke az 1 helyen $(1,1)$).

4. Lagrange−multiplikátor módszerrel határozza meg az $f(x,y):=e^{xy}$, $\quad ((x,y)\in(0;+\infty)\times(0;+\infty))$ függvény feltételes lokális szélsőértékeit a $g=0$ feltételre vonatkozóan, ha $g(x,y)=x^2+y^2-1$, $\quad ((x,y)\in(0;+\infty)\times(0;+\infty))$.

5. Elméleti rész :

(a) Mondja ki az implicit függvény tételt általános esetben.

(b) Mondja ki a feltételes lokális szélsőérték létezéséről a másodrendű elégséges tételt.

(c) Mi a differenciálegyenlet fogalma és fogalmazza meg a kezdeti érték problémát.

(d) Mondja ki a Peano tételt.

(e) Mi az elsőrendű lineáris differenciálegyenlet definíciója ?

Modellek és algoritmusok B szakirány , 1. zárthelyi dolgozat ; 2015.10.21.

1. Számítsa ki az
$$\int\int_D \frac{y}{x^2+1}\,dxdy$$
integrált, ha D az $y=\sqrt{x}$; $y=1$ és $x=0$ egyenletű görbék által az első síknegyedben határolt zárt ponthalmaz.

2. Bizonyítsa be, hogy az
$$f(x,y) := (y\cdot \sin x;\ x\cdot \cos y\ ) \qquad ((x,y)\in\mathbb{R}^2)$$
függvény lokálisan invertálható az $\left(\frac{\pi}{6},0\right)$ pontban. Számítsa ki ennek a lokális inverznek a deriváltját az $f\left(\frac{\pi}{6},0\right)$ helyen.

3. Tekintsük az alábbi egyenletrendszert :
$$\begin{cases} \dfrac{2x}{y}+\dfrac{y}{z}+\dfrac{z}{x}=4, \\ (x+1)\cdot y^2+\cos(\pi z)=z. \end{cases}$$
Bizonyítsa be, hogy az (y,z) kifejezhető az x implicit függvényeként az 1 pont egy alkalmas környezetében. Számítsa ki az implicit függvény deriváltját az 1 helyen. (Az implicit függvény értéke az 1 helyen $(1,1)$).

4. Lagrange−multiplikátor módszerrel határozza meg az $f(x,y):=e^{xy}$, $\quad ((x,y)\in(0;+\infty)\times(0;+\infty))$ függvény feltételes lokális szélsőértékeit a $g=0$ feltételre vonatkozóan, ha $g(x,y)=x^2+y^2-1$, $\quad ((x,y)\in(0;+\infty)\times(0;+\infty))$.

5. Elméleti rész :

(a) Mondja ki az implicit függvény tételt általános esetben.

(b) Mondja ki a feltételes lokális szélsőérték létezéséről a másodrendű elégséges tételt.

(c) Mi a differenciálegyenlet fogalma és fogalmazza meg a kezdeti érték problémát.

(d) Mondja ki a Peano tételt.

(e) Mi az elsőrendű lineáris differenciálegyenlet definíciója ?