

Modellek és algoritmusok (C), 2. zárthelyi minta

1. Oldja meg az alábbi kezdetiérték-problémát!

$$y' - \frac{3}{x}y = 2x^2 \ln x, \quad y(1) = 0$$

2. Határozza meg az alábbi differenciálegyenlet-rendszer valós értékű megoldásait!

$$\begin{aligned} y_1' &= 2y_1 + y_2 + e^{4x} \\ y_2' &= 2y_1 + 3y_2 \end{aligned}$$

3. Adja meg az alábbi másodrendű differenciálegyenlet valós értékű megoldásait!

$$y'' - 7y' + 6y = 10e^{6x}$$

4. Határozza meg az

$$f_n(x) = \frac{2n^2x^3}{1+n^2x^4} \quad (x > 0, n \in \mathbb{N})$$

függvénysorozat konvergencia-halmazát és határfüggvényét! Egyenletes-e a konvergencia?

5. Tekintsük az

$$f(x) = |x| \quad (x \in [-\pi, \pi)), \quad f(x+2\pi) = f(x)$$

előírással megadott függvényt. Írja fel az f függvény Fourier-sorát! Mit mondhatunk a sor konvergenciájáról?

Végeredmények:

1. $y(x) = x^3 \ln^2 x \quad (x > 0)$

2. $y(x) = \Phi(x) \cdot c + \Phi(x) \cdot c(x) \quad (c \in \mathbb{R}^2, x \in \mathbb{R}), \quad \Phi(x) = \begin{pmatrix} e^{4x} & e^x \\ 2e^{4x} & -e^x \end{pmatrix}, \quad c(x) = \begin{pmatrix} x/3 \\ 2e^{3x}/9 \end{pmatrix}$

3. $y(x) = c_1 e^{6x} + c_2 e^x + 2x e^{6x} \quad (c_1, c_2 \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R})$

4. $KH = \mathbb{R}^+, f(x) = \frac{2}{x} \quad (x > 0)$, a konvergencia nem egyenletes

5. $(Sf)(x) = \frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \sum_{k \geq 1} \frac{\cos(2k-1)x}{(2k-1)^2}$, minden pontban $f(x)$ -hez konvergál