Modellek és algoritmusok: 1. ZH – MINTA

2018. október 18.

- 1. feladat [20%]. Számítsuk ki az $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \;:\; 0 \leq z \leq 1 - x^2 - y^2\}$ test térfogatát.
- 2. feladat [20%]. Számítsuk ki az $\iint_H x^2 + y^2$ integrált, ahol $H := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \frac{1}{2},\ 0 \leq y \leq 1 - 2x\}$.
- 3. feladat [20%]. Számítsuk ki az $\iiint_V \sin\left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)$ integrált, ahol $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1,\ x \geq 0,\ y \geq 0,\ z \geq 0\}$.
- 4. feladat [20%]. Tekintsük az $x^y = y^x$ egyenletet az $(x_0,\ y_0) = \left(\frac{9}{4},\ \frac{27}{8}\right)$ pont egy környezetében. Milyen következtetés vonható le az implicitfüggvény-tétel segítségével?
- 5. feladat [20%]. Lagrange-multiplikátor segítségével minimalizáljuk az $f(x, y) := x^4 + \frac{1}{16} y^4$ függvényt a $g(x, y) = 0$ mellékfeltétel esetén, ahol $g(x, y) := x + \frac{y}{2} + 1$. Alkalmazzuk az elsőrendű és a másodrendű feltételeket, valamint ellenőrizzük a rangfeltételt is.