

## Modellek és algoritmusok (C), 1. zárthelyi minta

1. Integrálja az

$$f(x, y) = \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$$

függvényt az  $y \geq 0$ ,  $x^2 + y^2 \leq 4$  tartományon!

2. Tekintsük az

$$f(x, y) = \left( \frac{e^{x+y}}{x^2}, y \sin \left( xy + \frac{\pi}{2} \right) \right)$$

függvényt. Igazolja, hogy  $f$  lokálisan invertálható az  $(1, 0)$  pont körül, és határozza meg a lokális inverz deriváltját az  $f(1, 0)$  pontban!

3. Igazolja, hogy  $x_2, x_3$  kifejezhető az 1 körüli alkalmas környezetben az  $x_1$  implicit függvényeként az alábbi egyenletrendszerből:

$$e^{x_1 + x_2 x_3} - x_2^2 = 0$$

$$2x_1 x_3 + x_2 - x_3^2 = 0.$$

(A  $\varphi$  implicit függvény értéke 1-ben  $(-1, 1)$ .) Számítsa ki  $\varphi'(1)$ -et!

4. Lagrange-multiplikátor módszerrel határozza meg az  $f(x, y) = 3x + 2y$  függvény abszolút szélsőértékeit az  $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} = 1$  ellipszisen!

5. Oldja meg az alábbi kezdetiérték-problémát:

$$y' = x e^{x^2 - y} + \frac{2x}{e^y}, \quad y(1) = 1 - \ln 2$$

### Végeredmények:

1.  $\iint_T f = \frac{16}{9}$

2.  $(f^{-1})'(f(1, 0)) = \begin{pmatrix} -1/e & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

3.  $\varphi'(1) = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix}$

4.  $f\left(-\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{17}}, -\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{17}}\right) = -\sqrt{34}$  (absz. min.),  $f\left(\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{17}}, \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{17}}\right) = \sqrt{34}$  (absz. max.)

5.  $y(x) = \ln\left(\frac{e^{x^2}}{2} + x^2 - 1\right) \quad (x \in K(1))$