Modellek és algoritmusok, 2013/2014 ősz
Gyakorló feladatok II.

Egzakt (és azzá tehető) differenciálegyenlet

1. $(\sin y + 1/(xy+x))\ \mathrm{d}x + (x\cos y - (y+1)^{-2}\ln x)\ \mathrm{d}y = 0, \quad y(1) = 0$

2. $(y/(1+x^2) - 1/(xy^2))\ \mathrm{d}x + (\mathrm{arctg}x + (2+2\ln x)/y^3)\ \mathrm{d}y = 0$

3. $(1 - x^2y)\,\mathrm{d}x + x^2(y-x)\,\mathrm{d}y = 0, \quad y(1) = 2$

4. $(6xy + 3y^2)\,\mathrm{d}x + (2x^2 + 3xy)\,\mathrm{d}y = 0, \quad y(1) = 1$

A fentiekből amelyik nem egzakt, ott keressünk x-től függő multiplikátort!

5. $(y - x^2y^2)\,\mathrm{d}x + x\,\mathrm{d}y = 0$, $y(1) = 1$ (Keressünk xy-tól függő multiplikátort!)

Elsőrendű lineáris differenciálegyenlet

1. $y'(x) + y(x)\mathrm{ctg}x = 5e^{\cos x}, \quad y(\pi/2) = -4$

2. $y'(x) + xy(x) = e^{-x^2/2}\sin x, \quad y(0) = 0$

3. $y'(x) + y(x)\mathrm{tg}x = (\sin x\cos x)^2, \quad y(0) = 3$

4. $y'(x) + y(x)(x+1)/x = 3xe^{-x}$

5. $xy'(x) + 3y(x) = (\sin x)/x^2$

6. $y'(x) - 2xy(x) = e^{x^2}(x+1)^{-2}, \quad y(0) = 5$

Elsőrendű lineáris differenciálegyenlet-rendszer

1. $$\begin{aligned} y_1'(x) &= y_1(x) + 2y_2(x) + e^x, \quad y_1(0) = 1 \\ y_2'(x) &= 2y_1(x) + y_2(x), \quad y_2(0) = 2 \end{aligned}$$

2. $$\begin{aligned} y_1'(x) &= 3y_1(x) + 2y_2(x) + 3e^{-x}, \quad y_1(0) = 4 \\ y_2'(x) &= 4y_1(x) + y_2(x), \quad y_2(0) = -2 \end{aligned}$$

3. $$\begin{aligned} y_1'(x) &= y_1(x) + 2y_2(x), \quad y_1(0) = 0 \\ y_2'(x) &= y_1(x) + e^x, \quad y_2(0) = 2 \end{aligned}$$

4. $$\begin{aligned} y_1'(x) &= 2y_1(x) + y_2(x) \\ y_2'(x) &= -y_1(x) + 2y_2(x) \end{aligned}$$

5. $$\begin{aligned} y_1'(x) &= 2y_1(x) - y_2(x) \\ y_2'(x) &= y_1(x) + 4y_2(x) \end{aligned}$$

Másodrendű lineáris differenciálegyenlet

1. $y''(x) - y'(x) - 2y(x) = 8e^{3x}$

2. $y''(x) - y'(x) - 2y(x) = 9e^{2x}$

3. $y''(x) + y'(x) - 12y(x) = e^{3x}$

4. $y''(x) + 6y'(x) + 9y(x) = e^{x}$

5. $y''(x) - 3y'(x) + 2y(x) = e^{2x}, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1$

6. $y''(x) + 4y'(x) + 8y(x) = 1, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1$

Fourier-sor

Írjuk fel az alábbi (2π-szerint periodikus) függvények Fourier-sorát, és vizsgáljuk meg konvergencia szempontjából!

1. $f(x) = x \quad (x \in (-\pi, \pi])$

2. $f(x) = x^2 \quad (x \in (-\pi, \pi])$

3. $f(x) = \frac{\pi - x}{2} \quad (x \in [0, 2\pi))$

4. $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \in [-\pi, -\frac{\pi}{2}] \cup [\frac{\pi}{2}, \pi) \\ 1, & \text{ha } x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \end{cases}$

5. $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & \text{ha } x \in [0, \pi) \\ \frac{2\pi - x}{2}, & \text{ha } x \in [\pi, 2\pi) \end{cases}$

6. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2}, & \text{ha } x \in [0, \pi) \\ \frac{(x-2\pi)^2}{2}, & \text{ha } x \in [\pi, 2\pi) \end{cases}$

7. $f(x) = \sin(x/2) \quad (x \in [-\pi, \pi))$

Készítette: Chripkó Ágnes