

Prog.inf.Bsc II. évfolyam
Numerikus módszerek 1.
Vizsgakérdések

1. Definiálja a gépi számok halmazát (a tanult modellnek megfelelően)! Adja meg a normalizált lebegőpontos szám alakját. 4p.
2. Írja le a gépi számhalmaz nevezetes számait! 3p.
3. Definiálja az input függvény fogalmát és írja le a hibájára vonatkozó tételt! 5p.
4. Adja meg a hibaszámítás alapfogalmait: hiba, abszolút-, relatív hiba és korlátjaik! 5p.
5. Írja le az alpműveletek abszolút hibakorlátjaira vonatkozó képleteket! 3p.
6. Írja le az alpműveletek relatív hibakorlátjaira vonatkozó képleteket! 3p.
7. Írja le a függvényérték abszolút hibakorlátjára vonatkozó összefüggést! 3p.
8. Írja le a függvényérték abszolút- és relatív hibakorlátjára vonatkozó összefüggést (a függvényről kétszer folytonosan deriválhatóságot feltételezve)! 5p.
9. Definiálja az f függvény „a” pontbeli kondíciós számát! 2p.
10. Mennyi a Gauss-elimináció illetve a visszahelyettesítés műveletigénye? ($x+O(n^y)$) 2p.
11. Írja fel az L_k mátrixot, melyet $A^{(k-1)}$ -re alkalmazva a Gauss-elimináció egy lépését kapjuk! 3p.
12. Adjon elégséges feltételt az LU-felbontás létezésére! (Gauss-eliminációval) 1p.
13. Adjon elégséges feltételt az LU-felbontás létezésére és egyértelműségére! (Gauss-elimináció nélkül) 3p.
14. Mennyi az LU-felbontás illetve egy háromszög mátrixú LER megoldásának műveletigénye? ($x+O(n^y)$) 2p.
15. Mikor nevezzük A-t szimmetrikus és pozitív definit mátrixnak? 2p.
16. Mikor nevezzük A-t a soraira (oszlopaira) nézve szigorúan diagonálisan dominánsnak? 2p.
17. Definiálja A fél sáv szélességét! 2p.
18. Definiálja A profilját! 2p.
19. Definiálja az A mátrix A_{11} -re vonatkozó Schur-komplementerét! 2p.
20. Mondja ki a Gauss-elimináció (legalább) 4 tulajdonságának megmaradási tételét! 4p.
21. Definiálja a Cholesky-felbontást! 2p.
22. Milyen tételt tanult a Cholesky-felbontásról? 3p.
23. Mennyi a Cholesky-felbontás műveletigénye? ($x+O(n^y)$) 2p.
24. Milyen tételt tanult a QR-felbontásról? 3p.
25. Mennyi a QR-felbontás műveletigénye? ($x+O(n^y)$) 2p.
26. Definiálja a Householder mátrixot! 2p.
27. Írja le a Householder-transzformáció 4 tanult tulajdonságát! 4p.
28. Adja meg azt a Householder mátrixot, melyre az azonos hosszúságú $\underline{a} \neq \underline{b}$ vektorok esetén $H\underline{a} = \underline{b}$. 2p.
29. Írja le a vektornorma definiáló tulajdonságait! 3p.
30. Írja le a mátrixnorma definiáló tulajdonságait! 4p.
31. Írja le az indukált mátrixnormáról tanult tételt! 2p.
32. Mit jelent az illeszkedés normák esetén? 2p.
33. Írja le az $1, 2, \infty$ és Frobenius mátrixnormát! 4p.
34. Mit nevezünk egy mátrix spektrálsugarának? 2p.
35. Definiálja a kondíciós számot mátrixok esetén! Mikor értelmezhető? 2p.
36. Írja le a LER jobb oldalának változásakor érvényes perturbációs tételt! 4p.
37. Írja le a LER mátrixának változásakor érvényes perturbációs tételt! 4p.

38. Definiálja a reziduum vektort! 1p.
39. Definiálja a relatív maradékot! 2p.
40. Írja le a relatív maradékról tanult két állítást! 2p.
41. Írja le a kondíciós szám (legalább) 4 tulajdonságát! 4p.
42. Írja le a kontrakció fogalmát $\varphi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ függvény esetén! 2p.
43. Írja le a Banach-féle fixponttételt \mathbb{R}^n -re! 5p.
44. Adjon elégséges feltételt az $\underline{x}^{(k+1)} = B\underline{x}^{(k)} + \underline{c}$ alakú iterációk konvergenciájára! 2p.
45. Írja le az indukált normák és a spektrálsugár kapcsolatáról tanult lemmát! 2p.
46. Adjon szükséges és elégséges feltételt az $\underline{x}^{(k+1)} = B\underline{x}^{(k)} + \underline{c}$ alakú iterációk konvergenciájára! 2p.
47. Írja le a Jacobi- és a csillapított Jacobi-módszer iterációját! 3p.
48. Adjon elégséges feltételt a Jacobi-módszer és a csillapított Jacobi-módszer konvergenciájára! 2p.
49. Írja le a Gauss-Seidel-iterációt (a koordinátás alakot is)! 2p.
50. Írja le a Gauss-Seidel relaxációs módszert (a koordinátás alakot is)! 2p.
51. Milyen szükséges és elégséges feltételt tanult a Gauss-Seidel relaxáció konvergenciájáról? 3p.
52. Szigorúan diagonálisan domináns mátrix esetén mit tud mondani a Jacobi- és a Gauss-Seidel-iteráció konvergenciájáról? 2p.
53. Milyen tételt tanult szimmetrikus, pozitív definit és tridiagonális mátrixok esetén a J(1), S(1), S(w) módszerekről? 5p.
54. Vezesse le a Richardson-típusú iterációk alakját! 2p.
55. Milyen tételt tanult a Richardson-típusú iterációkról? 4p.
56. Definiálja a J pozíció halmazra illeszkedő részleges LU-felbontást! 3p.
57. Írja le az ILU-felbontás algoritmusát (L, U és Q előállításának felírása)! 5p.
58. Adjon elégséges feltételt az ILU-felbontás létezésére és egyértelműségére! 1p.
59. Vezesse le az ILU-algoritmust! A reziduum vektor bevezetésével írja fel a gyakorlatban használt alakot is. 4p.
60. Írja le a Bolzano-tételt! 3p.
61. Írja le az intervallum-felezés algoritmusát és hibabecslését! 3p.
62. Írja le a Brouwer-féle fixponttételt! 3p.
63. Írja le a fixponttételt az [a;b] intervallumra! 5p.
64. Adjon meg elégséges feltételt a kontrakcióra! 2p.
65. Definiálja a konvergencia rend fogalmát! 2p.
66. Írja le az m-ed rendű konvergenciára vonatkozó tételt! 4p.
67. Vezesse le a Newton-módszer képletét! 3p.
68. Írja le a Newton-módszer monoton konvergencia tételét! 5p.
69. Írja le a Newton-módszer lokális konvergencia tételét! 5p.
70. Definiálja a húr-módszert! 2p.
71. Definiálja a szelő-módszert! 1p.
72. Írja le a szelő-módszer lokális konvergencia tételét! 5p.
73. Vezesse le a többváltozós Newton-módszer képletét! 3p.
74. Milyen becslést tanult polinomok gyökeinek elhelyezkedéséről? 4p.
75. Írja le a polinom helyettesítési értékeinek gyors számolására tanult Horner-algoritmust! 2p.