

Név: ....., NEPTUN-kód: .....

Pontszám: ....., Csoportszám: ....., Gyakorlatvezető: .....

*Programtervező Informatikus BSc  
Numerikus módszerek 2. zárthelyi  
2017. május 15.*

1. (8+2 pont) Határozza meg intervallumonkénti polinomok segítségével azt az  $S$  másodfokú spline-t amelyre

$$S(-1) = 0 \quad S(0) = -1 \quad S(2) = 1 \quad S'(2) = 0$$

Írja fel a spline-t az  $1, x, x^2, (x-0)_+^2$  globális bázisban!

2. (6 pont) Határozza meg a következő mátrix általánosított inverzét!

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

3. (6 pont) A legkisebb négyzetek módszerével határozza meg az

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} x_i & -2 & 0 & 2 & 6 \\ \hline y_i & -2 & -1 & 0 & 2 \end{array}$$

pontokra négyzetesen legjobban illeszkedő egyenest!

4. (6+2 pont) Mutassa meg, hogy a következő kvadratúra formula interpolációs típusú! Newton-Cotes típusú a formula? Ha igen, zárt, vagy nyílt?

$$\int_{-1}^3 f(x) dx \approx \frac{4}{3}(2f(0) - f(1) + 2f(2))$$

5. (6+4 pont) Alkalmazzon érintő-, trapéz- és Simpson-formulát az

$$\int_0^1 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) dx$$

integrál közelítésére! Hány trapézformulát kell alkalmazni a  $10^{-2}$  pontosság eléréséhez? (Számításai során használhatja a  $\pi^2/4 < 5/2$  közelítést és további felső becsléseket, hogy a formulák számát egész számmal tudja megbecsülni).

6. (2+2+2+2+2 pont) Válaszoljon az alábbi kérdésekre!

- Definiálja az  $\Omega_n = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$  felosztásra vonatkozó  $l$ -edfokú spline-t!
- Hogyan definiáljuk az  $A$  túlhatározott mátrix általánosított inverzét? Mikor létezik?
- Írja fel az  $(x_i, y_i)$  ( $i = 1, \dots, n$ ) pontokra legjobban illeszkedő  $a_2x^2 + a_1x + a_0$  egyenletű parabola meghatározásához a Gauss-féle normálegyenletet (legkisebb négyzetek módszere)!
- Definiálja az interpolációs típusú kvadratúra formulát!
- Mikor mondjuk azt, hogy egy kvadratúra formula egy  $F$  függvényosztályra pontos?

Fogalmazza meg az  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  típusú függvény lokális szélsőértékének létezésére vonatkozó *elsőrendű szükséges* feltételt!

Fogalmazza meg az  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  típusú függvény lokális szélsőértékének létezésére vonatkozó *másodrendű elégséges* feltételt!

Írja fel az  $f(x, y) = x^y + y^2 \cos(x - 1)$  függvény  $a = (1, 3)$  ponthoz tartozó *elsőfokú* Taylor-polinomját!