

Numerikus Módszerek 2. C szakirány

1. Zárthelyi Dolgozat

2017. november 1.

1. Tekintsük az $f(x) = \sin(\pi x)$ függvényt!
 - (a) 0 Interpoláljuk f -et a $\{0, \frac{1}{2}, 1, 2\}$ alappontokon! (6 pont)
 - (b) Becsüljük a hibát az $x = \frac{1}{4}$ pontban! (6 pont)
2. Tekintsük az $f(x) = \log_2(x) - x^2 + 7$ függvényt!
 - (a) Lássuk be, hogy f az $[1, 4]$ intervallumon invertálható! (2 pont)
 - (b) Közelítsük f -nek a fenti intervallumba eső gyökhelyét az $\{1, 2, 4\}$ pontokra felírt inverz interpoláció segítségével! (6 pont)
3. Tekintsük az $f(x) = e^{-x/2}$ függvényt!
 - (a) Hogyan válasszuk meg az alappontokat, ha minimális hibával szeretnénk interpolálni f -et a $[-2, 0]$ intervallumon másodfokú polinom segítségével? (3 pont)
 - (b) Hogyan tudjuk becsülni az interpolációs polinom hibáját az intervallumon? (5 pont)
4. (a) Határozzuk meg azt a P polinomot, amelyre
$$P(-1) = 0 \quad P(0) = 2 \quad P(1) = 0$$
$$P'(-1) = 0 \quad P'(1) = 0$$
(8 pont)
 - (b) Hozzuk P -t algebrai alakra, és ellenőrizzük a fenti feltételek teljesülését! (2 pont)
 - (c) Számítsuk ki a deriváltat a 0 pontban, majd készítsünk sematikus ábrát a $\{-1, 0, 1\}$ pontokban ismert függvényértékek és derivált értékek alapján! (2 pont)
5. (a) Írja fel a Lagrange-féle polinom interpolációs problémát, és annak megoldását a Lagrange-alappolinomok segítségével. (3 pont)
 - (b) Definiálja a Csebisev-polinomokat! (2 pont)
 - (c) A definíció alapján határozza meg T_n gyökeit! (2 pont)
 - (d) Milyen elégségest feltételt ismer az interpolációs polinomsorozatok konvergenciájára vonatkozóan, amennyiben az interpolálandó függvény végtelenszer differenciálható? (2 pont)
 - (e) Mit nevezünk Fejér-Hermite interpolációnak? (1 pont)