

Házi feladatok – 1. rész

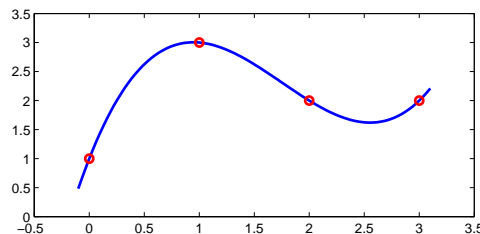
Numerikus módszerek 2.C, 2014/2015 tavasz

Frissült: 2015. február 24.

Az alábbi feladatsorból 8 darab helyesen megoldott feladatot kell beadni határidőre. A részletes feltételeket (kijelölt feladatok, formai követelmények, határidők, pontozás) a gyakorlatvezetők határozzák meg.

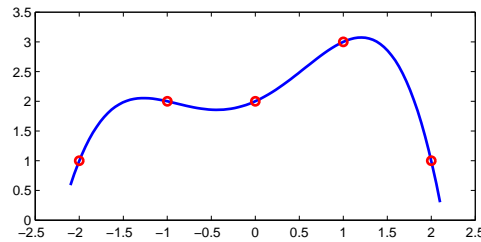
1. Lagrange-interpoláció

- 1.0. Minta.** Határozzuk meg a Lagrange-alappolinomok segítségével azt a polinomot, amely a $-1, 0, 2, 3$ pontokban rendre a $-1, 1, -1, 1$ értékeket veszi fel. Mennyi a polinom helyettesítési értéke az 1 pontban?
- 1.1.** Határozzuk meg a Lagrange-alappolinomok segítségével azt a polinomot, amely a $0, 1, 2, 3$ alappontokban rendre az $1, 3, 2, 2$ értékeket veszi fel. Mennyi a polinom helyettesítési értéke az $\frac{1}{2}$ pontban?

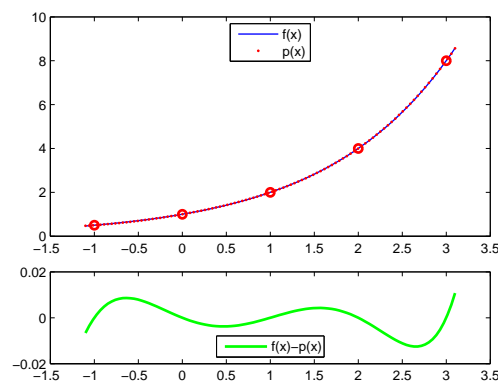


- 1.2.** Határozzuk meg a Lagrange-alappolinomok segítségével azt a polinomot, amely a $0, 1, 2, 3$ alappontokban rendre a $3, 2, 2, 1$ értékeket veszi fel. Mennyi a polinom helyettesítési értéke az $\frac{1}{2}$ pontban?
- 1.3.** Határozzuk meg a Lagrange-alappolinomok segítségével azt a polinomot, amely a $-1, 0, 1, 3$ alappontokban rendre az $1, 2, 2, 1$ értékeket veszi fel. Mennyi a polinom helyettesítési értéke az $\frac{1}{2}$ pontban?
- 1.4.** Határozzuk meg a Lagrange-alappolinomok segítségével azt a polinomot, amely a $-1, 0, 1, 2$ alappontokban rendre a $2, 3, 2, 1$ értékeket veszi fel. Mennyi a polinom helyettesítési értéke az $\frac{1}{2}$ pontban?
- 1.5.** Adjuk meg a Newton-féle osztott differenciák segítségével azt a polinomot, amely átmegy a $(-2, 1), (-1, 0), (0, 1), (1, 0), (2, 1)$ pontokon.

- 1.6. Adjuk meg a Newton-féle osztott differenciák segítségével azt a polinomot, amely átmegy a $(-2, 1), (-1, 2), (0, 2), (1, 3), (2, 1)$ pontokon.

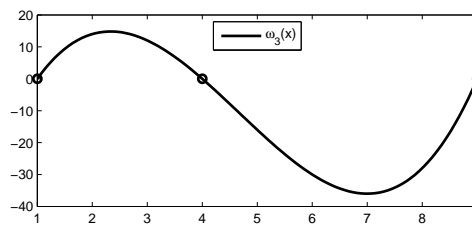


- 1.7. Adjuk meg a Newton-féle osztott differenciák segítségével azt a polinomot, amely átmegy a $(-1, 1), (0, 0), (2, 1), (3, 2), (4, 1)$ pontokon.
- 1.8. Adjuk meg a Newton-féle osztott differenciák segítségével azt a polinomot, amely átmegy a $(-1, 2), (0, 0), (2, 1), (3, 1), (4, 2)$ pontokon.
- 1.9. Mi az a polinom, ami az $f(x) = \cos(\frac{\pi}{2}x)$ függvényt a $-2, -1, 0, 1, 2$ pontokban interpolálja? Mennyi az értéke az $x = \frac{1}{2}$ pontban? Becsüljük $f(\frac{1}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ezen közelítésének a hibáját!
- 1.10. Mi az a polinom, ami az $f(x) = \sin(\pi x)$ függvényt interpolálja a $0, \frac{1}{6}, \frac{1}{2}, \frac{5}{6}, 1$ pontokban? Becsüljük a hibát az $x = \frac{1}{3}$ pontban! Mennyi f és az interpolációs polinom tényleges értéke ebben a pontban?
- 1.11. Mi az $f(x) = 2^x$ függvény esetében a $-1, 0, 1, 2, 3$ alappontokhoz tartozó interpolációs polinom? Adjuk meg a polinom $x = \frac{1}{2}$ pontban vett helyettesítési értéke által $\sqrt{2}$ racionális közelítését és becsüljük annak hibáját.



- 1.12. Mi az $f(x) = \log_2 x$ függvényt az $\frac{1}{2}, 1, 2, 4$ pontokban interpoláló polinom? Adjuk meg helyettesítési értékét és hibabecslését az $x = 3$ pontban.

- 1.13.** Adjunk minél finomabb becslést a közelítés hibájára az egész intervallumon abban az esetben, amikor a $\sin(\frac{\pi}{2}x)$ függvényt a $0, \frac{1}{3}, 1$ alappontokon interpoláljuk.
- 1.14.** Adjunk minél élesebb becslést a közelítés hibájára az egész intervallumon abban az esetben, amikor a $\log_2(x)$ függvényt az $1, 2, 4$ alappontokon interpoláljuk.
- 1.15.** Adjunk minél pontosabb becslést a közelítés hibájára az egész intervallumon abban az esetben, amikor a 2^x függvényt a $0, 1, 2$ alappontokon interpoláljuk.
- 1.16.** Adjunk minél jobb becslést a közelítés hibájára az egész intervallumon abban az esetben, amikor a \sqrt{x} függvényt az $1, 4, 9$ alappontokon interpoláljuk.



- 1.17.** Hogyan válasszuk meg az interpoláció alappontjait, ha minél kisebb hibával szeretnénk a $\cos(\frac{\pi}{2}x)$ függvényt a $[0, 1]$ intervallumon másodfokú polinommal interpolálni? Írjuk fel a hibabecslést!
- 1.18.** Hogyan válasszuk meg az interpoláció alappontjait, ha minél kisebb hibával szeretnénk a $\sin(\frac{\pi}{2}x)$ függvényt a $[0, 2]$ intervallumon másodfokú polinommal interpolálni? Írjuk fel a hibabecslést!
- 1.19.** Hogyan válasszuk meg az interpoláció alappontjait, ha minél kisebb hibával szeretnénk a 2^x függvényt a $[-1, 3]$ intervallumon másodfokú polinommal interpolálni? Írjuk fel a hibabecslést!
- 1.20.** Hogyan válasszuk meg az interpoláció alappontjait, ha minél kisebb hibával szeretnénk a \sqrt{x} függvényt a $[0, 4]$ intervallumon másodfokú polinommal interpolálni? Írjuk fel a hibabecslést!