Házi feladatok – 2. rész

Numerikus módszerek 2.C, 2014/2015 tavasz

Frissült: 2015. április 11.

Az alábbi feladatsorból 8 darab helyesen megoldott feladatot kell beadni határidőre. A részletes feltételeket (kijelölt feladatok, formai követelmények, határidők, pontozás) a gyakorlatvezetők határozzák meg.

2. Hermite- és spline-interpoláció

2.1. Írjuk fel azt az Hermite-féle interpolációs polinomot (H), mely teljesíti a következő feltételeket:

$$H(-1)=-1,\ H'(-1)=0,\ H(0)=0,\ H(1)=1,\ H'(1)=0,\ H''(1)=-2.$$

2.2. Írjuk fel azt az Hermite-féle interpolációs polinomot (H), mely teljesíti a következő feltételeket:

$$H(1)=1,\ H'(1)=\frac{1}{2},\ H''(1)=-\frac{1}{4},\ H(4)=2,\ H'(4)=\frac{1}{4},\ H(9)=3.$$

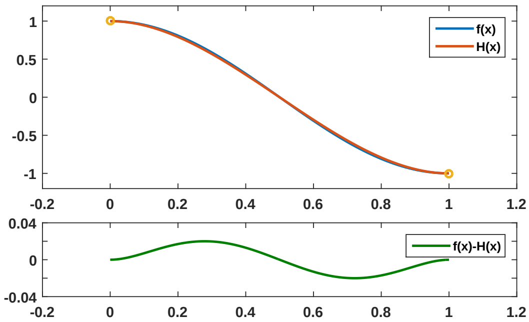
2.3. Írjuk fel azt az Hermite-féle interpolációs polinomot (H), mely teljesíti a következő feltételeket:

$$H(-2)=4,\ H'(-2)=-4,\ H''(-2)=2,\ H(-1)=1,\ H(1)=1,\ H'(1)=2.$$

2.4. Írjuk fel azt az Hermite-féle interpolációs polinomot (H), mely teljesíti a következő feltételeket:

$$H(1)=0,\ H'(1)=1,\ H''(1)=-2,\ H'''(1)=6,\ H(2)=1,\ H'(2)=-1.$$

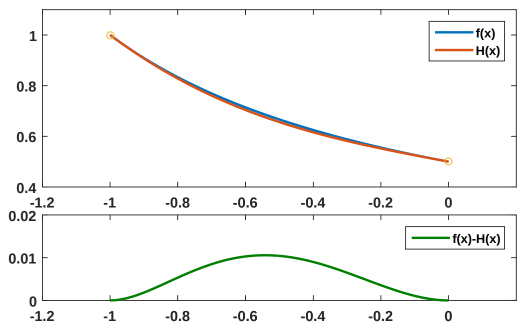
2.5. Tekintsük az $f(x) = \cos(\pi x)$ függvényt és a $0,\ 1$ alappontokat. Írjuk fel az f-et interpoláló Hermite–Fejér interpolációs polinomot. Becsüljük a polinom hibáját a $[0, 1]$ intervallumon.



2.6. Tekintsük az $f(x) = \sqrt{9x}$ függvényt és az $1,\ 4$ alappontokat. Írjuk fel az f-et interpoláló Hermite–Fejér interpolációs polinomot. Becsüljük a polinom hibáját az $[1, 4]$ intervallumon.

2.7. Tekintsük az $f(x) = x^3$ függvényt és a $-1,\ 1$ alappontokat. Írjuk fel az f-et interpoláló Hermite–Fejér interpolációs polinomot. Becsüljük a polinom hibáját a $[-1, 1]$ intervallumon.

2.8. Tekintsük az $f(x) = \frac{1}{2+x}$ függvényt és a $-1,\ 0$ alappontokat. Írjuk fel az f-et interpoláló Hermite–Fejér interpolációs polinomot. Becsüljük a polinom hibáját a $[-1, 0]$ intervallumon.



2.9. Az intervallumonkénti polinomok meghatározásával írjuk fel azt az S másodfokú spline-t, amely illeszkedik a $(0; -1)$, $(1; 1)$, $(2; -1)$ pontokra és $S'(0) = 0$.

2.10. Az intervallumonkénti polinomok meghatározásával írjuk fel azt az S másodfokú spline-t, amely illeszkedik a $(-2; 2)$, $(-1; 1)$, $(0; -1)$ pontokra és $S'(0) = -2$.

2.11. Az intervallumonkénti polinomok meghatározásával írjuk fel azt az S másodfokú spline-t, amely illeszkedik a $(-1;0),\ (0;1),\ (1;2)$ pontokra és $S'(-1)=0$.

2.12. Az intervallumonkénti polinomok meghatározásával írjuk fel azt az S másodfokú spline-t, amely illeszkedik a $(-1;-1),\ (0;1),\ (1;-1)$ pontokra és $S'(-1)=0$.

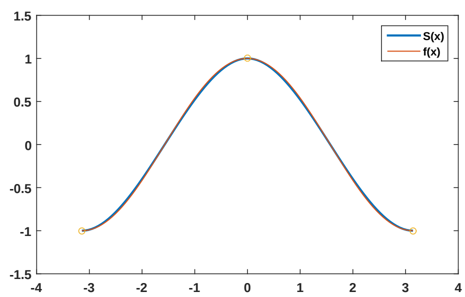
2.13. Írjuk fel a $(0;-1),\ (1;1),\ (2;-1)$ pontokra illeszkedő S másodfokú spline-t az $S'(0)=0$ peremfeltétellel az $1,x,x^2,(x-1)_+^2$ bázisban.

2.14. Írjuk fel a $(-2;2),\ (-1;1),\ (0;-1)$ pontokra illeszkedő S másodfokú spline-t az $S'(0)=-2$ peremfeltétellel az $1,x,x^2,(x+1)_+^2$ bázisban.

2.15. Írjuk fel a $(-1;0),\ (0;1),\ (1;2)$ pontokra illeszkedő S másodfokú spline-t az $S'(-1)=0$ peremfeltétellel az $1,x,x^2,(x-0)_+^2$ bázisban.

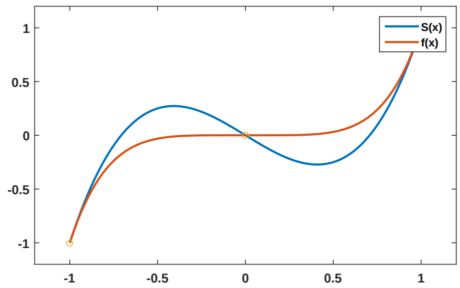
2.16. Írjuk fel a $(-1;-1),\ (0;1),\ (1;-1)$ pontokra illeszkedő S másodfokú spline-t az $S'(-1)=0$ peremfeltétellel az $1,x,x^2,(x-0)_+^2$ bázisban.

2.17. Tekintsük az $f(x)=\cos x$ függvényt és a $\{-\pi;0;\pi\}$ alappontrendszert. Határozzuk meg (tetszőleges módszerrel) az f-et interpoláló köbös spline-t periodikus peremfeltétellel.



2.18. Tekintsük az $f(x)=\sin x$ függvényt és a $\{0;\frac{\pi}{2};\pi\}$ alappontrendszert. Határozzuk meg (tetszőleges módszerrel) az f-et interpoláló természetes köbös spline-t.

2.19. Tekintsük az $f(x) = x^5$ függvényt és a $\{-1; 0; 1\}$ alappontrendszert. Határozzuk meg (tetszőleges módszerrel) az f-et interpoláló köbös spline-t Hermite-féle peremfeltétellel.



2.20. Tekintsük az $f(x) = -x^6$ függvényt és a $\{-1; 0; 1\}$ alappontrendszert. Határozzuk meg (tetszőleges módszerrel) az f-et interpoláló köbös spline-t Hermite-féle peremfeltétellel.