

# PROGRAMOZÁS

## *Gömb-pont modellezés*

Gregorics Tibor

<http://people.inf.elte.hu/gt/prog>

# Feladat



*Hány UFO tartózkodik az űrállomás közelében?*

# Programterv

$$A = (v:UFO^n, s:SpaceStation, c:\mathbb{N})$$

$$Ef = (v = v' \wedge s = s')$$

$$Uf = (v = v' \wedge s = s' \wedge c = \sum_{i=1}^n 1$$

$v[i]$  az  $s$  közelében van

$$c := 0$$

$$i = 1 \dots n$$

$v[i]$  az  $s$  közelében van

$$c := c + 1$$

—

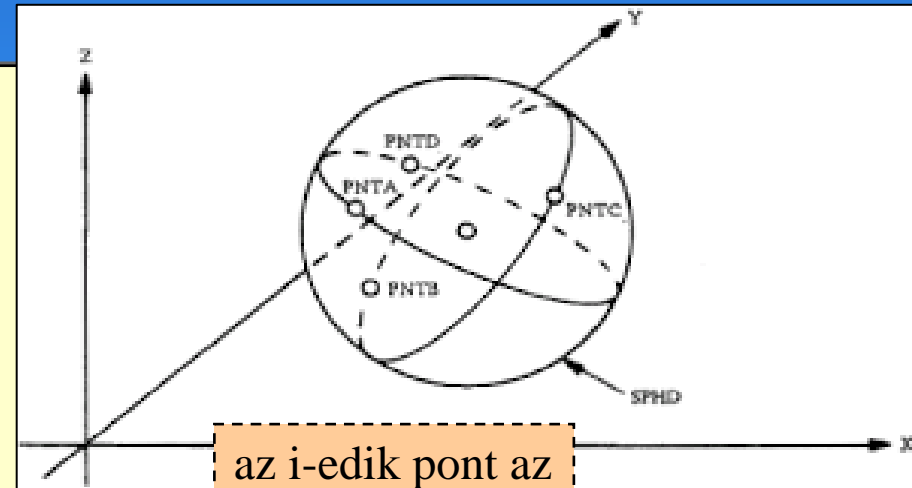
**absztrakció**

$$A = (v:Point^n, s:Sphere, c:\mathbb{N})$$

$$Ef = (v = v' \wedge s = s')$$

$$Uf = (v = v' \wedge s = s' \wedge c = \sum_{i=1}^n 1$$

$v[i] \in s$



az  $i$ -edik pont az  $s$  gömbben van

```
Sphere s;  
... // s tulajdonságainak beállítása  
  
vector<Point> v(n);  
... // a v-beli pontok tulajdonságainak beállítása  
  
int c = 0;  
for(int i=0; i<n; ++i){  
    if(s.contains(v[i])) ++c;  
}  
  
cout << "result: " << c << endl;
```

A C++ számára  
ismeretlen típusok  
ismeretlen művelettel.

# Gömb típusa

*a típus értékhalmaza:*

egy Sphere típusú adat lehetséges értékei

$\text{Sphere} = \{h \in 2^{\text{Point}} \mid \exists c \in \text{Point} \wedge \exists r \in \mathbb{R}: \forall p \in h: \text{distance}(c, p) \leq r\}$

*a típus műveletei:*

a gömbökkel végezhető művelet

gömbök	Benne van-e egy pont a gömbben: $l := \text{contains}(s, p) \quad s : \text{Sphere}, p : \text{Point}, l : \mathbb{L}$
$\text{centre} : \text{Point}$ $\text{radius} : \mathbb{R}$	$l := \text{distance}(s.\text{centre}, p) \leq s.\text{radius}$

Invariáns:  $\text{radius} \geq 0.0$

*a típus értékeinek reprezentációja:*

egy értéknek (gömbnek) a számítógép memóriájában történő ábrázolásához szükséges adatok

*a típus műveleteinek implementációja:*

a művelet működését leíró program, amely az eredeti típus érték (gömb) helyett az azt helyettesítő középponttal és sugárral dolgozik.

# Pont típusa

*a típus értékhalmaza:*

egy Point típusú adat lehetséges értékei

Point = {térbeli pontok}

*a típus műveletei:*

a pontokkal végezhető művelet

térbeli pontok	Két pont távolsága: $d := distance(p_1, p_2) \quad p_1, p_2 : \text{Point}, d : \mathbb{R}$
$x, y, z : \mathbb{R}$	$d := sqrt((p_1.x - p_2.x)^2 + (p_1.y - p_2.y)^2 + (p_1.z - p_2.z)^2)$

*a típus értékeinek reprezentációja:*

egy értéknek (térbeli pontnak) a számítógép memóriájában történő ábrázolásához szükséges adatok

*a típus műveleteinek implementációja:*

a művelet működését leíró program, amely az eredeti típus érték (pont) helyett az azt helyettesítő koordinátákkal dolgozik.

# Típus

## Típus-specifikáció

típus-értékek	$T$	$F_1 \quad \dots \quad F_n$ olyan feladatok, amelyek állapotterében szerepel a $T$	műveletek
reprezentáció	$R$ $repr: R \rightarrow T$ $inv: R \rightarrow \mathbb{L}$	$S_1 \quad \dots \quad S_m$ olyan programok, amelyek állapotterében szerepel az $R$	implementáció

## Típus-implementáció

### a reprezentáció helyessége:

minden  $T$ -beli érték helyettesíthető  $inv$ -et kielégítő  $R$ -beli adattal, és minden  $inv$ -et kielégítő  $R$ -beli adat helyettesít  $T$ -beli értéket.

### az implementáció helyessége:

minden feladatot megold egy program abban az értelemben, amilyen értelemben a típusértékeket  $inv$ -et kielégítő  $R$ -beli adatokkal lehet helyettesíteni.

invariáns

## Típus

- repr : R

láthatóság:

-, #, +

+  $F_1(\dots)$

...

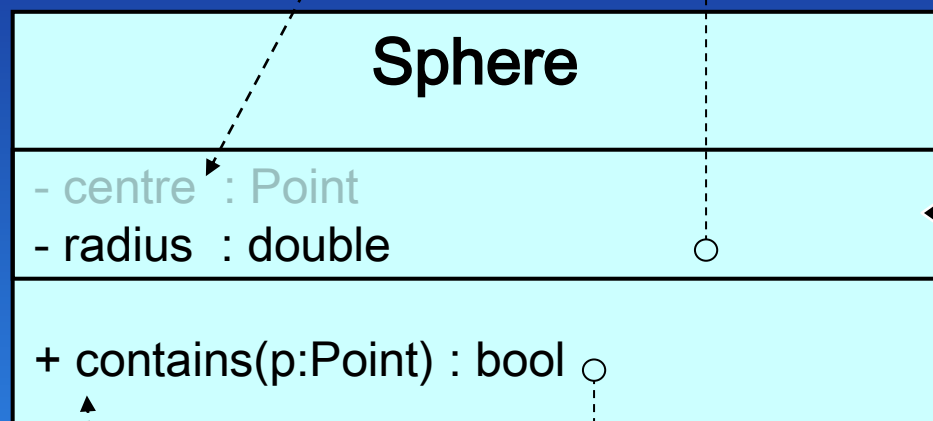
+  $F_n(\dots)$

művelet törzse

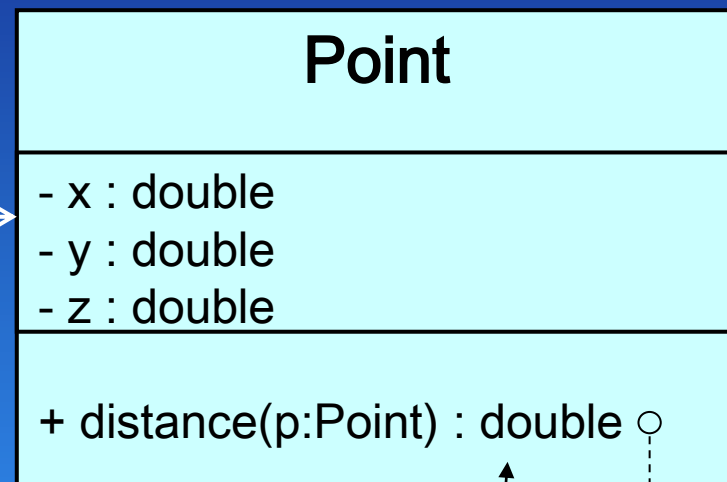
# Típusok osztálydiagramja

A Sphere nélkülözhetetlen tartozéka  
a centre : Point privát adattag

Invariáns:  $\text{radius} \geq 0.0$



- centre



return centre.distance( p )  $\leq$  radius

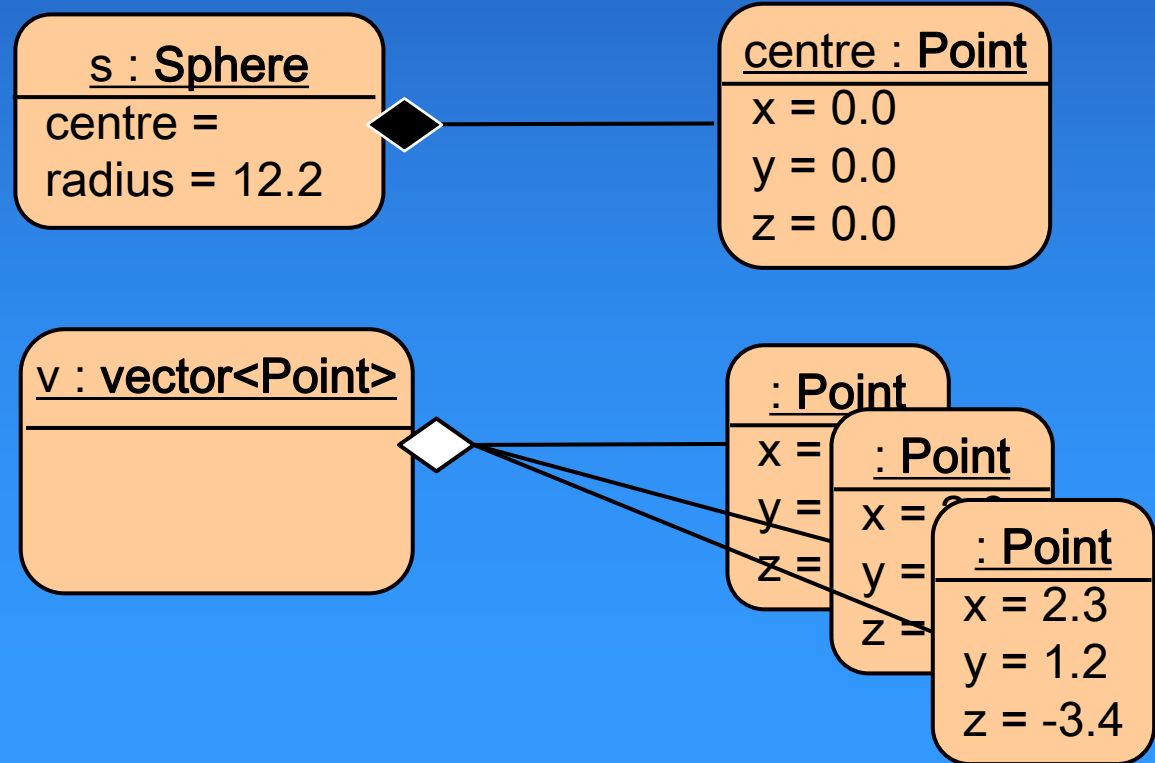
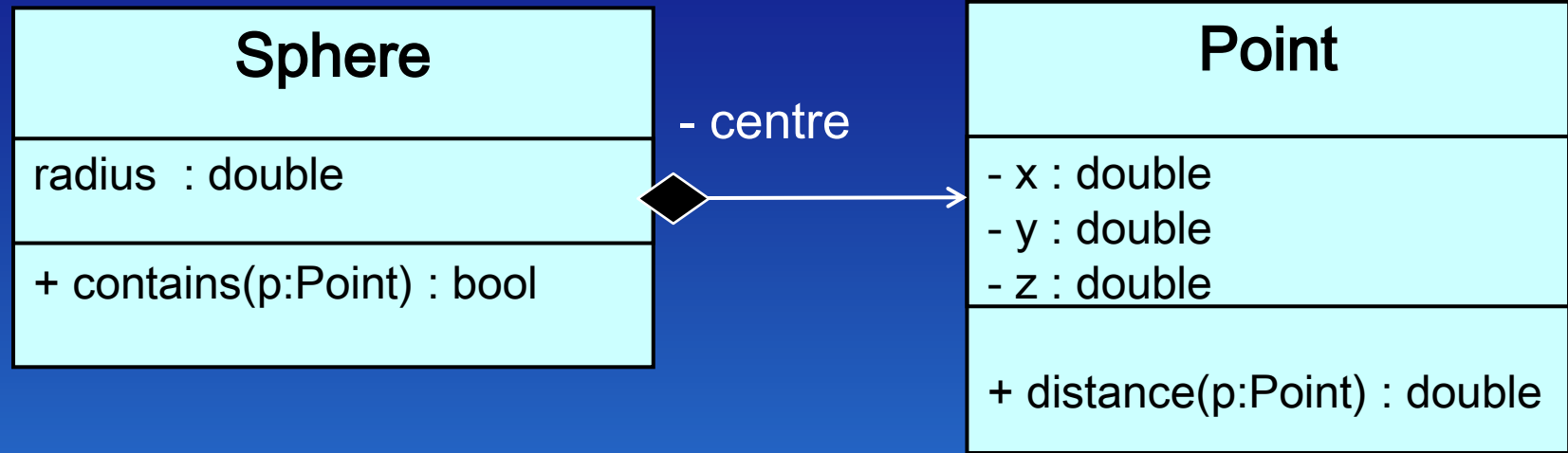
Valójában két paramétere van, mert az objektum orientált hívás módja:  
`bool l = s.contains(p)`  
ahol az `s:Sphere` a kitüntetett (default, this) paraméter, amelynek adattagjaira a metódus törzsében közvetlenül hivatkozhatunk.

return  $\text{sqrt}((x - p.x)^2 + (y - p.y)^2 + (z - p.z)^2)$

Az objektum orientált hívás módja:  
`double d = centre.distance(p)`  
ahol `centre:Point`.



# Kompozíciós modell



# Point

- x : double  
- y : double  
- z : double

+ Point()  
+ Point(double,double,double)  
+ set(double,double,double)  
+ distance(p:Point) : double

Konstruktor:  
Point a

a : Point

x =  
y =  
z =

b : Point

x = 2.3  
y = 1.2  
z = -3.4

Point b(2.3, 1.2, -3.4)

C++ osztály implicit módon mindig rendelkezik egy `Pont(){} üres (default) konstruktorral`, amíg nem definiálunk mást explicit módon.

másképp: `Point() {set(0.0,0.0,0.0);}`

`Point(double x,double y,double z) {set(x,y,z);}`

```
class Point{  
public:
```

```
    Point():_x(0.0), _y(0.0), _z(0.0) {}
```

```
    Point(double x, double y, double z) :_x(x), _y(y), _z(z) {}
```

```
    void set(double x, double y, double z) {_x = x; _y = y; _z = z;}
```

```
    double distance(const Point &p) const{  
        return sqrt(pow(_x-p._x,2)+pow(_y-p._y,2)+pow(_z-p._z,2));  
    }
```

```
private:
```

```
    double _x, _y, _z;
```

```
};
```

konstans metódus: nem változtatja meg az adattagokat

# Sphere

- centre : Point
- radius : double
- + Sphere(double,double,double,double)
- + contains(p:Point) : bool

```
class Sphere {  
public:  
    enum Errors { NEGATIVE_RADIUS };  
  
    Sphere(double x, double y, double z, double r) : _centre(x,y,z) {  
        if(r<0) throw NEGATIVE_RADIUS; _radius = r;  
    }  
  
    bool contains(const Point &p) const {  
        return _centre.distance(p) <= _radius;  
    }  
private:  
    Point _centre;  
    double _radius;  
};
```

beágyazott felsorolás típus

Sphere(...) { \_centre.set(x,y,z); ... }

Point metódusait hívják

A konstruktor ellenőrzi az invariánst:  
hibás input esetén kivételt dob.

```
int main()
{
    double x,y,z,r;
    ... // x,y,z,r beolvasása
    try{
        Sphere s(x,y,z,r);
    } catch (Sphere::Errors err) {
        if (err==Sphere::NEGATIVE_RADIUS) cout << ... ;
    }
    int n; cin >> n;
    // n ellenőrzése
    vector<Point> v(n);

    for(int i=0; i<n; ++i){
        cout << i+1 << ". points:" << endl;
        ... // x,y,z beolvasása
        v[i].set(x,y,z);
    }

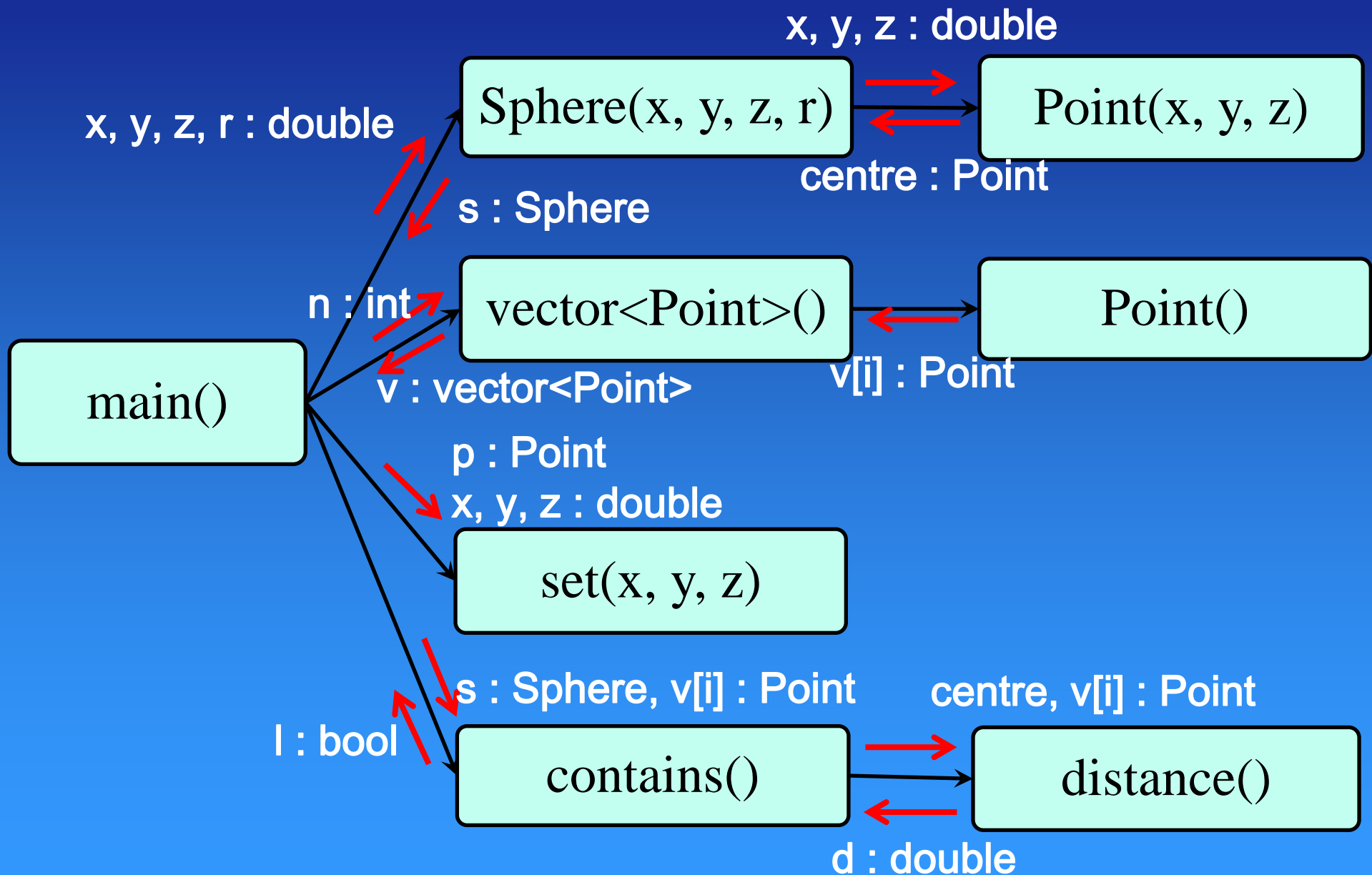
    int c = 0;
    for(int i=0; i<n; ++i){
        if(s.contains(v[i])) ++c;
    }
    cout << "result: " << c << endl;
    return 0;
}
```

Sphere(x,y,z,r) azon belül Point(x,y,z)

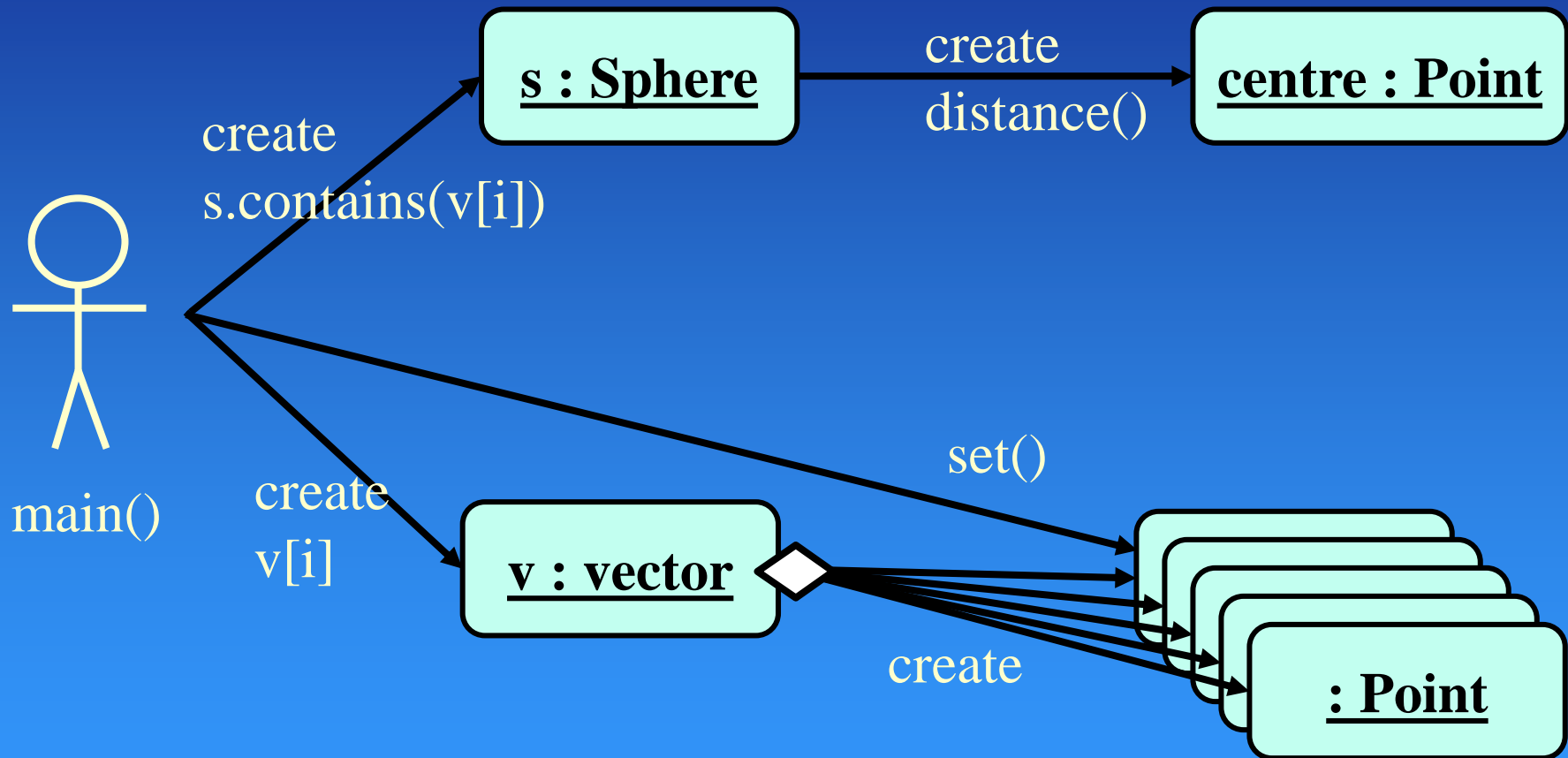
kivétel lekezelése

Point() *n*-szer

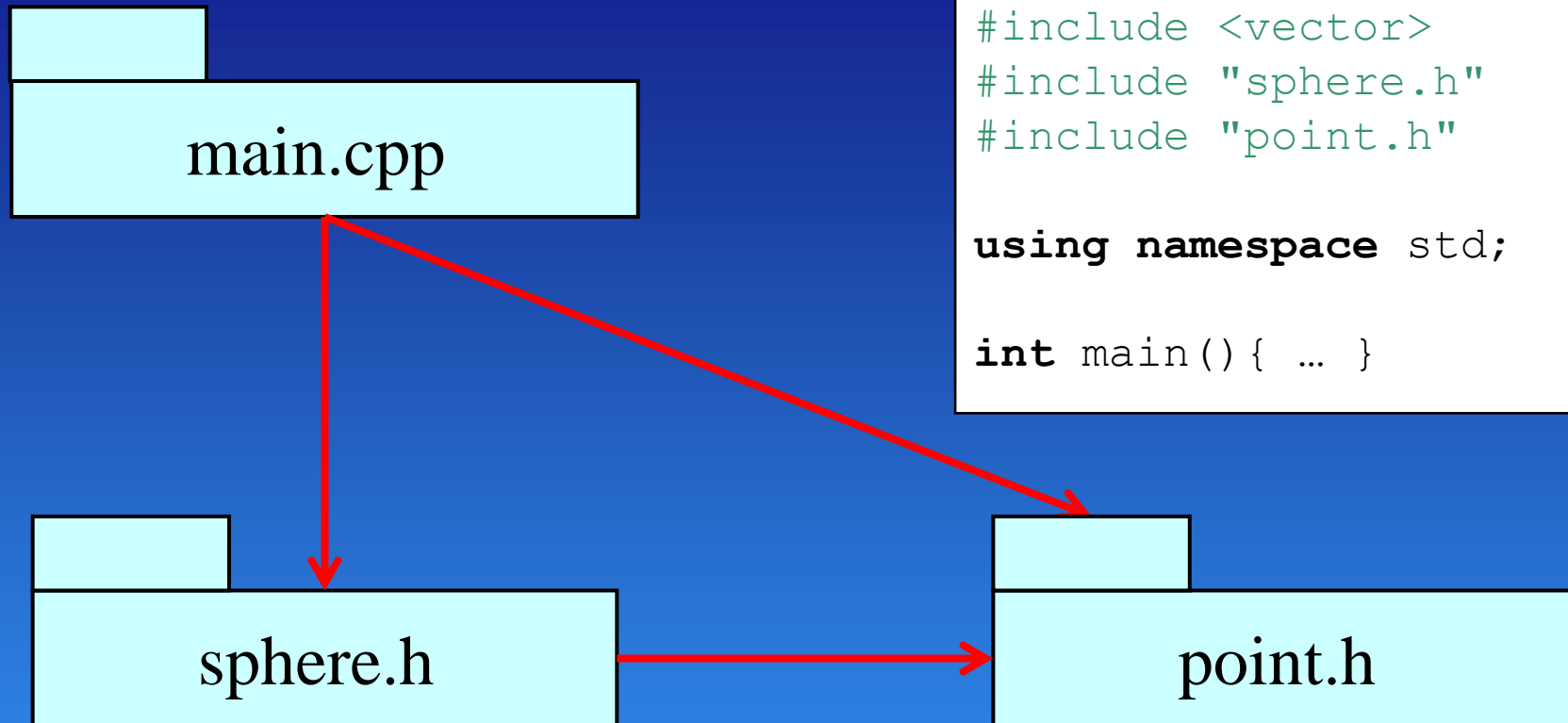
# Modulszerkezet (procedurális szemlélet)



# Együttműködési diagram (objektum orientált szemlélet)



# Csomag szerkezet



```
#include <iostream>
#include <vector>
#include "sphere.h"
#include "point.h"

using namespace std;

int main() { ... }
```

```
#ifndef _SPHERE_H
#define _SPHERE_H

#include "point.h"
class Sphere{...};

#endif // _SPHERE_H
```

```
#ifndef _POINT_H
#define _POINT_H

class Point{...};

#endif // _POINT_H
```

# Fekete doboz tesztelés vázlat

## *Számlálás tesztje:*

intervallum hossza: nulla, egy vagy több pont a tömbben  
intervallum (1..n) eleje: csak a tömb legelső pontja esik bele a gömbbe  
intervallum (1..n) vége: csak a tömb utolsó pontja esik bele a gömbbe  
intervallum (1..n) túlindexelése: nagyon nagy sugarú gömb  $n=0$  mellett  
funkció szerint: 0, 1 vagy több pont is legyen a gömbben

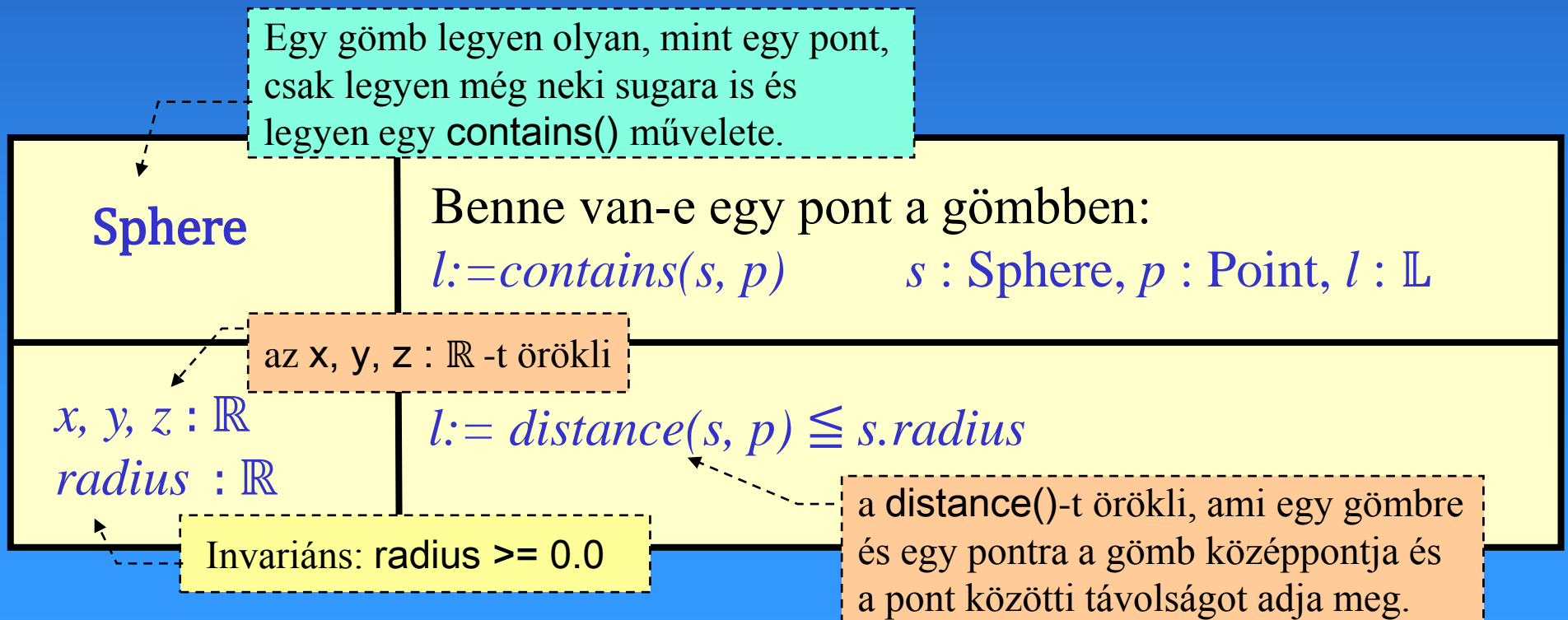
## *Osztályok tesztje*

- Egyenként teszteljük a metódusokat.
- Külön ügyelünk arra, hogy a metódusok (köztük a konstruktorok) nem sértik-e meg a típus-invariánst (ezt a konstans metódusoknál nem kell vizsgálni).
- Integrációs teszt: a metódusok tetszőleges variációinak végrehajtásait kell vizsgálni.

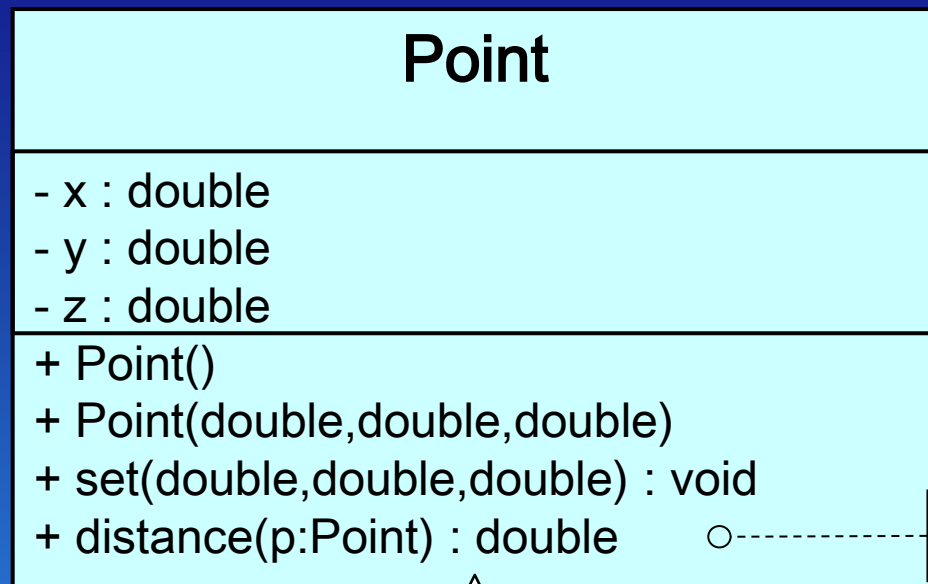


# Egy másik modellje a feladat típusainak

Point	Két pont távolsága: $d := \text{distance}(p_1, p_2) \quad p_1, p_2 : \text{Point}, d : \mathbb{N}$
$x, y, z : \mathbb{R}$	$d := \text{sqrt}((p_1.x - p_2.x)^2 + (p_1.y - p_2.y)^2 + (p_1.z - p_2.z)^2)$

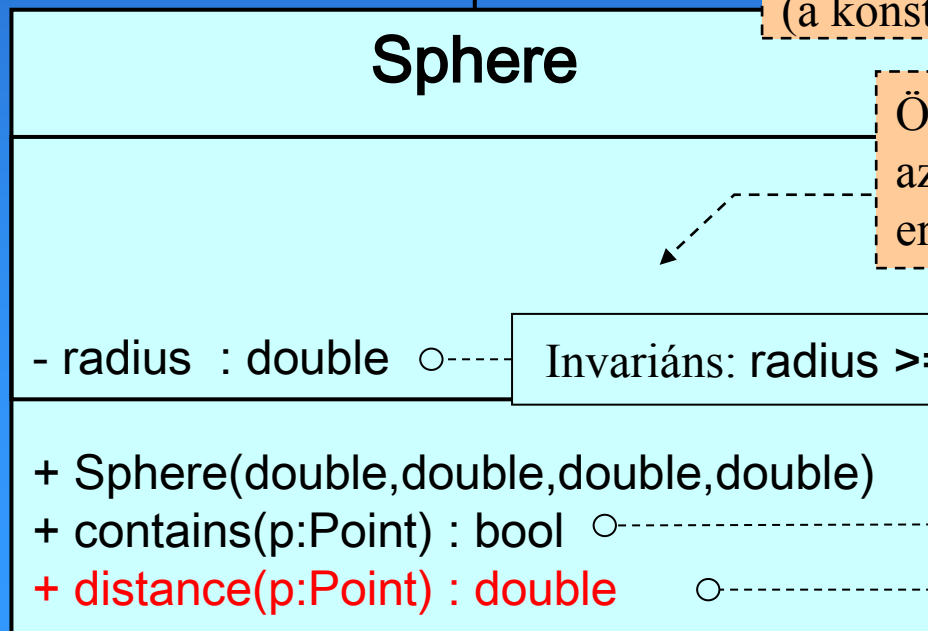


# Származtatásos modell



return  $\sqrt{(x - p.x)^2 + (y - p.y)^2 + (z - p.z)^2}$

A Sphere rendelkezik a Point elemeivel (örökli azokat), bár közvetlenül nem éri el annak privát (-) tagjait. (a konstruktorok nem öröklődnek)



Invariáns:  $\text{radius} \geq 0.0$

Önmagában egy s gömb és egy p pont távolságára az örökölt distance() metódus nem ad jó eredményt, ez csak a contains() céljainak felel meg.

return **Point::distance(p)  $\leq$  radius**

return **Point::distance(p) - radius**

## Point

- x : double
- y : double
- z : double

- + Point()
- + Point(double,double,double)
- + set(double,double,double) : void
- + distance(p:Point) : double

```
class Point{
public:
    Point():_x(0.0), _y(0.0), _z(0.0) {}

    Point(double x, double y, double z) :_x(x), _y(y), _z(z) {}

    void set(double x, double y, double z){_x = x; _y = y; _z = z;}

    double distance(const Point &p) const{
        return sqrt(pow(_x-p._x,2)+pow(_y-p._y,2)+pow(_z-p._z,2));
    }
private:
    double _x, _y, _z;
};
```

# Sphere

- radius : double

+ Sphere(double,double,double,double)

+ contains(p:Point) : bool

protected származtatás: az öröklött publikus tagokat védetté teszi, így a `distance()` metódus is védett lesz, azaz kívülről gömbökre nem használható.

```
class Sphere : protected Point {  
public:
```

származtatás

```
    enum Errors { NEGATIVE_RADIUS };
```

Az ősosztály konstruktora hívódik meg az öröklött adattagok beállítására.

```
    Sphere(double x, double y, double z, double r) : Point(x,y,z) {  
        if( r<0) throw NEGATIVE_RADIUS; _radius = r;  
    }
```

```
    bool contains(const Point &p) const {  
        return distance(p) <= _radius;  
    }
```

```
private:
```

```
    double _radius;
```

```
};
```

# Ugyanaz a fő program

```
int main()
{
    double x,y,z,r;
    ... // x,y,z,r beolvasása
    try{
        Sphere s(x,y,z,r);
    catch(Sphere::Errors err){
        if(err==Sphere::NEGATIVE_RADIUS) cout << ... ;
    }

    int n; cin >> n;
    vector<Point> v(n);
    for(int i=0; i<n; ++i){
        cout << i+1 << ". points:" << endl;
        ... // x,y,z beolvasása
        v[i].set(x,y,z);
    }

    int c = 0;
    for(int i=0; i<n; ++i){
        if(s.contains(v[i])) ++c;
    }
    cout << "result: " << c << endl;
    return 0;
}
```

# Egy újabb modellje a feladat típusainak

<b>Sphere</b>	Két gömb távolsága: $d := \text{distance}(s_1, s_2) \quad s_1, s_2 : \text{Sphere}, d : \mathbb{N}$ Benne van-e egy pont a gömbben: $l := \text{contains}(s_1, s_2) \quad s_1, s_2 : \text{Sphere}, l : \mathbb{L}$
$x, y, z : \mathbb{R}$ $\text{radius} : \mathbb{R}$	$d := \text{sqrt}((s_1.x - s_2.x)^2 + (s_1.y - s_2.y)^2 + (s_1.z - s_2.z)^2) - s_1.\text{radius} - s_2.\text{radius}$ $l := \text{distance}(s_1, s_2) - 2 \cdot s_2.\text{radius} \leq 0$

Invariáns:  $\text{radius} \geq 0.0$

A pont egy speciális gömb,  
aminek a sugara nulla.

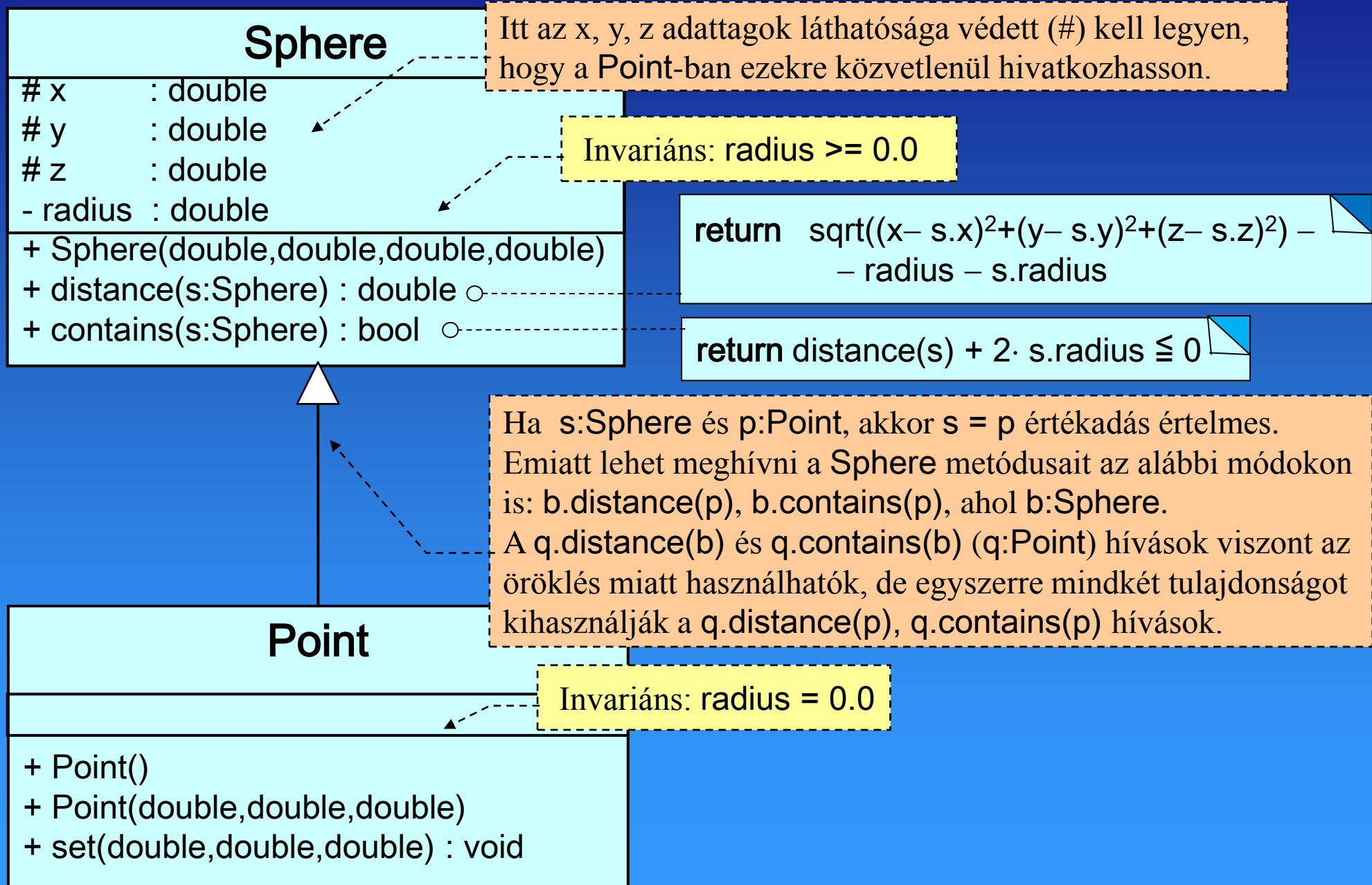
**Point**

Invariáns:  $\text{radius} = 0.0$

Az alábbi műveletek mind értelmesek:

$\text{distance}(s_1, s_2)$ ,  $\text{distance}(s_1, p_2)$ ,  $\text{distance}(p_1, s_2)$ ,  $\text{distance}(p_1, p_2)$   
 $\text{contains}(s_1, s_2)$ ,  $\text{contains}(s_1, p_2)$ ,  $\text{contains}(p_1, s_2)$ ,  $\text{contains}(p_1, p_2)$   
ahol  $s_1, s_2 : \text{Sphere}$ ,  $p_1, p_2 : \text{Point}$

# Altípusos modell



## Sphere

# x : double

# y : double

# z : double

- radius : double

+ Sphere(double,double,double,double)

+ distance(s:Sphere) : double

+ contains(s:Sphere) : bool

```
class Sphere {
public:
    enum Errors { NEGATIVE_RADIUS };

    Sphere(double x, double y, double z, double r) : _x(x), _y(y), _z(z) {
        if( r<0) throw NEGATIVE_RADIUS; _radius = r;
    }
    double distance(const Sphere &s) const {
        return sqrt(pow(_x-s._x,2) + pow(_y-s._y,2) + pow(_z-s._z,2))
            - _radius - s._radius;
    }
    bool contains(const Sphere &s) const {
        return distance(s) + 2*s._radius <= 0;
    }
protected:
    double _x, _y, _z;
private:
    double _radius;
};
```



## Point

- + Point()
- + Point(double,double,double)
- + set(double,double,double) : void

```
class Point : public Sphere {  
public:  
    Point():Sphere(0.0,0.0,0.0,0.0){}  
    Point(double x, double y, double z):Sphere(x,y,z,0.0){}  
    void set(double x, double y, double z){_x = x; _y = y; _z = z;}  
};
```

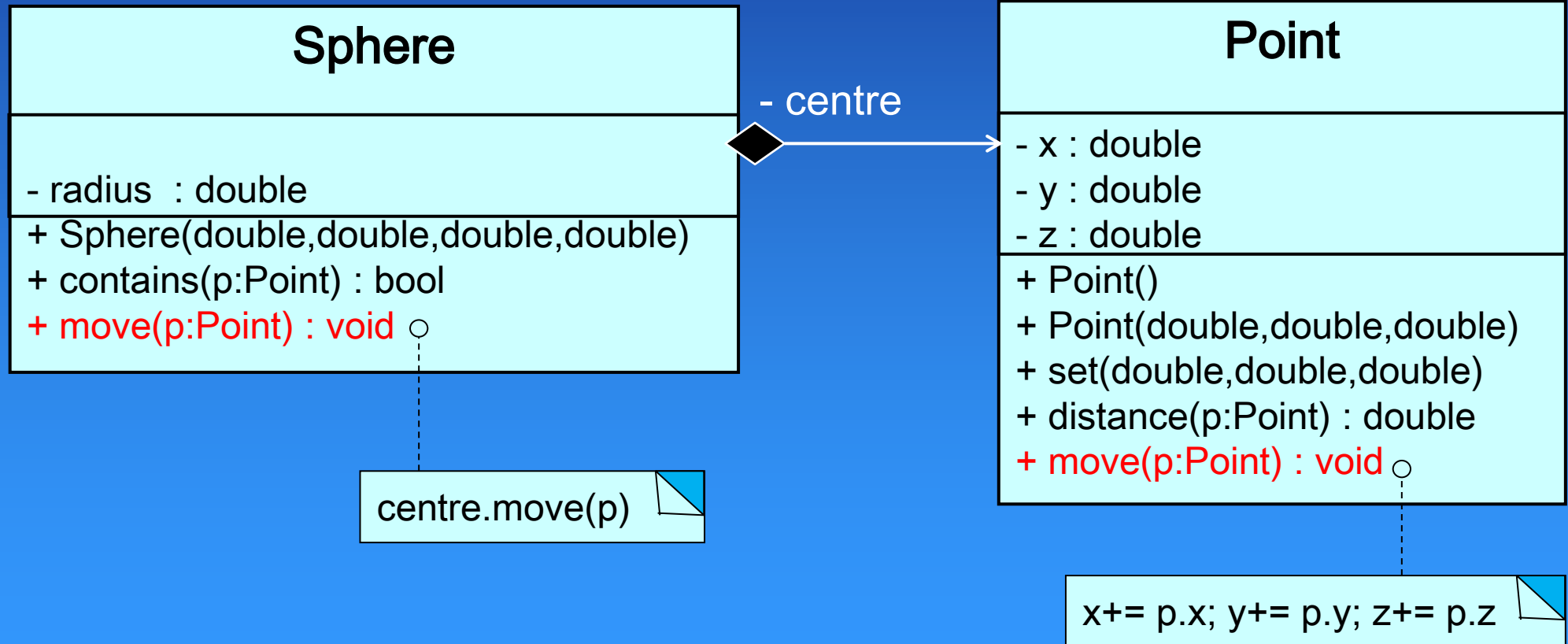
# Ugyanaz a fő program

```
int main()
{
    double x,y,z,r;
    ... // x,y,z,r beolvasása
    try{
        Sphere s(x,y,z,r);
    catch(Sphere::Errors err){
        if(err==Sphere::NEGATIVE_RADIUS) cout << ... ;
    }

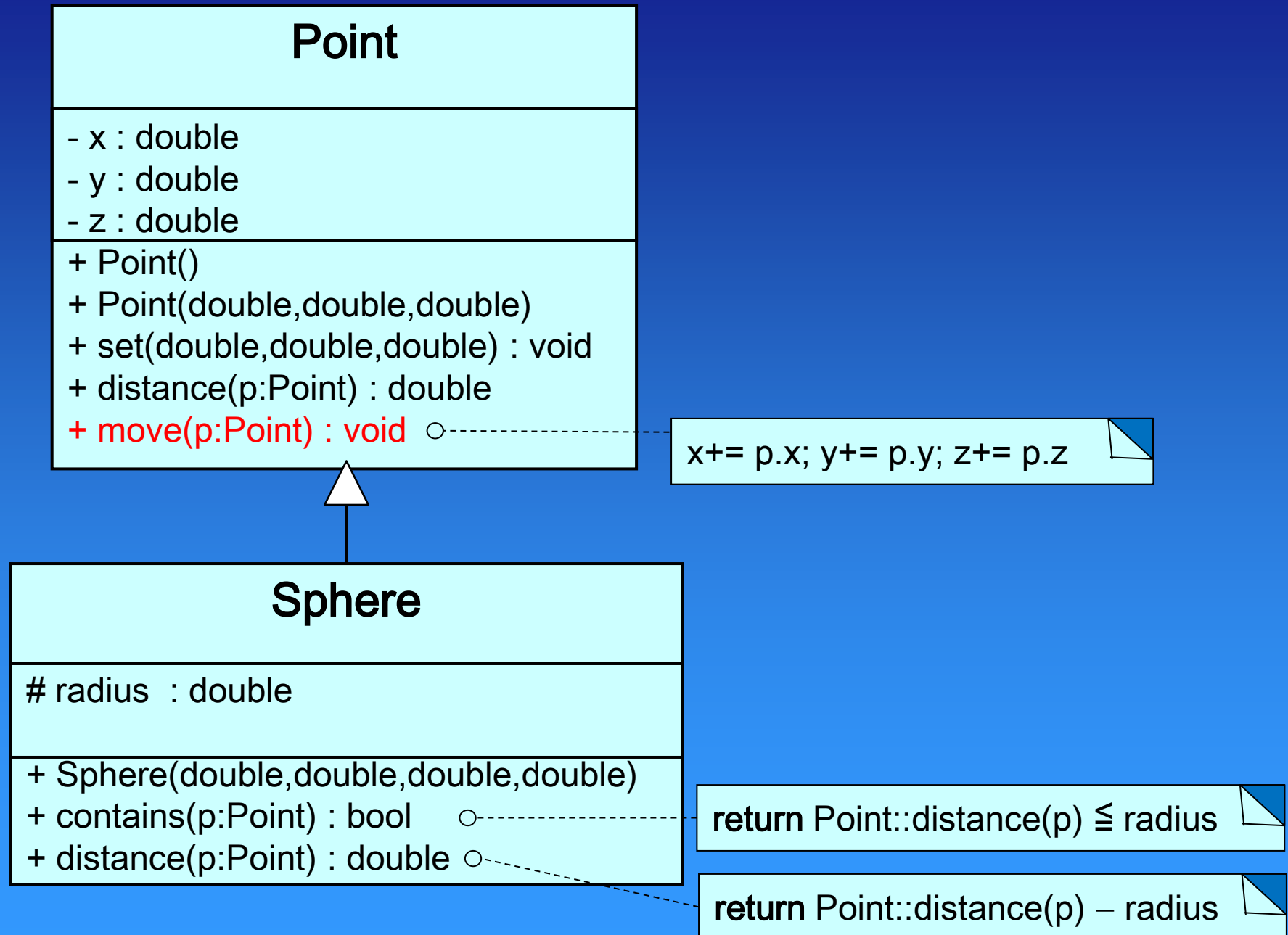
    int n; cin >> n;
    vector<Point> v(n);
    for(int i=0; i<n; ++i){
        cout << i+1 << ". points:" << endl;
        ... // x,y,z beolvasása
        v[i].set(x,y,z);
    }

    int c = 0;
    for(int i=0; i<n; ++i){
        if(s.contains(v[i])) ++c;
    }
    cout << "result: " << c << endl;
    return 0;
}
```

# *Kompozíciós modell eltolás művelettel kiegészítve*



# Származtatásos modell eltolás művelettel kiegészítve



# Altípusos modell eltolás művelettel kiegészítve

