

## 1. Összegzés

*Feladat:* Adott egy  $f:[m..n] \rightarrow H$  függvény. A  $H$  halmaz elemein értelmezett egy asszociatív, baloldali nulla elemmel rendelkező művelet (nevezzük ezt összeadásnak és jelölje a +). Határozzuk meg a függvény intervallumon felvett értékeinek összegét!

*Specifikáció:*

$$A = (m:\mathbb{Z}, n:\mathbb{Z}, s:H)$$

$$Ef = (m=m' \wedge n=n')$$

$$Uf = (Ef \wedge s = \sum_{i=m}^n f(i))$$

*Algoritmus:*

$s := 0$	
$i = m .. n$	$i:\mathbb{Z}$
$s := s + f(i)$	

## 2. Számlálás

*Feladat:* Adott egy  $\beta:[m..n] \rightarrow \mathbb{L}$  feltétel. Határozzuk meg, hogy hányszor teljesül az intervallumon a feltétel, azaz hányszor veszi fel az igaz értéket!

*Specifikáció:*

$$A = (m:\mathbb{Z}, n:\mathbb{Z}, c:\mathbb{N})$$

$$Ef = (m=m' \wedge n=n')$$

$$Uf = (Ef \wedge c = \sum_{i=m}^n 1)$$

*Algoritmus:*

$c := 0$	
$i = m .. n$	$i:\mathbb{Z}$
$\beta(i)$	
$c := c + 1$	

## 3. Maximum kiválasztás

*Feladat:* Adott egy  $f:[m..n] \rightarrow H$  függvény. A  $H$  halmaz elemein értelmezett egy teljes rendezési reláció. Határozzuk meg, melyik a függvény legnagyobb értéke és adjuk meg az egyik olyan intervallumbeli elemet, ahol a függvény ezt az értéket felveszi!

*Specifikáció:*

$$A = (m:\mathbb{Z}, n:\mathbb{Z}, max:H, ind:\mathbb{Z})$$

$$Ef = (m=m' \wedge n=n' \wedge m \leq n')$$

$$Uf = (Ef \wedge max, ind = \mathbf{MAX}_{i=m}^n f(i))$$

*Algoritmus:*

$max, ind := f(m), m$	
$i = m+1 .. n$	$i:\mathbb{Z}$
$max < f(i)$	
$max, ind := f(i), i$	

#### 4. Kiválasztás (szekvenciális vagy lineáris kiválasztás)

*Feladat:* Adott egy  $\beta:\mathbb{Z}\rightarrow\mathbb{L}$  feltétel és egy  $m$  egész szám. A feltétel az  $m$ -nél nagyobb vagy egyenlő egész számokra van értelmezve, legalábbis az első olyan egész számig, ahol a feltétel igaz értéket vesz fel (teljesül). Ilyen egész szám biztosan van. Határozzuk meg az  $m$ -nél nagyobb vagy egyenlő legelső olyan egész számot, amelyre a feltétel teljesül!

*Specifikáció:*

$$\begin{aligned} A &= (m:\mathbb{Z}, i:\mathbb{Z}) \\ Ef &= (m=m' \wedge \exists k \geq m: \beta(k)) \\ Uf &= (Ef \wedge i = \text{select}_{i \geq m} \beta(i)) \end{aligned}$$

*Algoritmus:*

$i := m$
$\neg \beta(i)$
$i := i+1$

#### 5. Keresés (szekvenciális vagy lineáris keresés)

*Feladat:* Adott egy  $\beta:[m..n]\rightarrow\mathbb{L}$  feltétel. Határozzuk meg az intervallum első olyan elemét, amelyre teljesül a feltétel!

(5/1. **Pesszimista eldöntés.** *Feladat:* Van-e olyan eleme az intervallumnak, amelyre teljesül a feltétel? –Ilyenkor mind a specifikációból, mind a programból elhagyhatjuk az *ind* változót és az azzal kapcsolatos részeket.)

*Specifikáció:*

$$\begin{aligned} A &= (m:\mathbb{Z}, n:\mathbb{Z}, l:\mathbb{L}, ind:\mathbb{Z}) \\ Ef &= (m=m' \wedge n=n') \\ Uf &= (Ef \wedge l, ind = \text{search}_{i=m}^n \beta(i)) \end{aligned}$$

*Algoritmus:*

$l, i := \text{hamis}, m$	$i:\mathbb{Z}$
$\neg l \wedge i \leq n$	
$l, ind := \beta(i), i$	
$i := i+1$	

#### 5/2. Optimista eldöntés

*Feladat:* Igaz-e, hogy az intervallumnak minden elemére teljesül a feltétel?

*Specifikáció:*

$$\begin{aligned} A &= (m:\mathbb{Z}, n:\mathbb{Z}, l:\mathbb{L}) \\ Ef &= (m=m' \wedge n=n') \\ Uf &= (Ef \wedge l = \forall_{i=m}^n \text{search} \beta(i)) \end{aligned}$$

*Algoritmus:*

$l, i := \text{igaz}, m$	$i:\mathbb{Z}$
$l \wedge i \leq n$	
$l := \beta(i)$	
$i := i+1$	

## 6. Feltételes maximumkeresés

*Feladat:* Adott egy  $f:[m..n] \rightarrow H$  függvény és egy  $\beta:[m..n] \rightarrow \mathbb{L}$  feltétel. A  $H$  halmaz elemein értelmezett egy teljes rendezési reláció. Határozzuk meg, melyik a függvény legnagyobb értéke azok között, amelyeket olyan intervallumbeli elemhez rendel, amelyek kielégítik a feltételt! Adjuk meg az egyik olyan intervallumbeli elemet, amelyre a feltétel teljesül és ahol a függvény ezt a maximális értéket felveszi!

*Specifikáció:*

$$A = (m:\mathbb{Z}, n:\mathbb{Z}, l:\mathbb{L}, ind:\mathbb{Z}, max:H)$$

$$Ef = (m=m' \wedge n=n')$$

$$Uf = (Ef \wedge (l, max, ind) = \underset{\substack{i=m \\ \beta(i)}}{\overset{n}{MAX}} f(i))$$

*Algoritmus:*

$l := hamis$			
$i = m .. n$			
$\neg \beta(i)$	$l \wedge \beta(i)$	$\neg l \wedge \beta(i)$	
$SKIP$	$max < f(i)$	$l, max, ind := igaz, f(i), i$	
	$max, ind := f(i), i$	$SKIP$	

**Megjegyzés:** A fenti programozási tételek rugalmasságát mutatják az alábbiak.

- Az indexet megadó eredményváltozó elhagyható, ha nincs rá szükség
  - maximum kereséseknél, lineáris keresésnél (eldöntés)
- Minimum keresés
  - Az algoritmus szempontjából mindegy, hogy a „<” vagy a „>” relációt használja. (Specifikációban: MAX helyett MIN)
- Legutolsó elem keresése
  - Maximum kereséseknél:  $max < f(i)$  helyett  $max \leq f(i)$  feltétel
  - Lineáris keresésnél, kiválasztásnál:  $i := i - 1$