3. táblás gyakorlat – visszavezetés

Adott a síkon néhány pont a koordinátáival. Mi a legközelebbi pont távolsága azok közül, amelyek az origótól megadott távolságon kívül helyezkednek el?

Definiáljuk a pontok típusát:

$$Pont \coloneqq record(x{:}\,\mathbb{Z}, y{:}\,\mathbb{Z})$$

Meg kell adnunk azt a bizonyos „megadott távolság”-ot. Legyen ez egy plusz bemenő változó, egy paraméter. Neve legyen mondjuk d, mint dávolság. Vagy disztansz, vagy mi.

$$A_1 = (p{:}\,Pont^n, d{:}\,\mathbb{Q}, tav{:}\,\mathbb{Q})$$

Persze nem biztos, hogy van is ilyen pont, mert lehet, hogy mindenki nagyon közel van az origóhoz, tehát a fenti állapottér nem teljes, kell még egy változó, ami megmondja van-e találat, ez legyen l, mert mindig az szokott lenni.

$$A_2 = (p{:}\,Pont^n, d{:}\,\mathbb{Q}, tav{:}\,\mathbb{Q}, l{:}\,\mathbb{L})$$

A *leg…-ebbi valami valamije azok közül akik valamik*, ez határozottan egy feltételes maximumkeresés. Mivel minket most csak a távolság érdekel, az nem is, hogy melyik pont van tav távolságra, ezért az ind-et nyugodtan elhagyhattuk.

$$ef = (p = p' \wedge d = d' \wedge d \geqq 0)$$

Arra, hogy d nem negatív, nincs szükségünk. Viszont azért elég logikus, így beleírtam az előfeltételbe. De nincs jelentősége. Mindenesetre azt fontos tudni, hogy nem feltétlenül a választott tétel előfeltétele kell hogy visszaköszönjön itt, hanem a konkrét feladaté. Ami persze jó esetben tartalmazza a választott tételét is, különben nem tudnám visszavezetni rá. Ezért van az, hogy ha egy bizonyos feladatra maximumkiválasztást próbálok ráhúzni, az csak akkor megy, ha az intervallum nem üres, de ha ugyanerre maximumkeresést, akkor nyugodtan lehet üres. Ugyanakkor ha tudom biztosítani, hogy nem üres, akkor ezt a tényt nyugodt szívvel odaírhatom.

$$uf = \left(ef \wedge (l, tav) = \underset{\sqrt{p[i].x^2 + p[i].y^2} > d}{\overset{n}{\underset{i=1}{MIN}}} \left(\sqrt{p[i].x^2 + p[i].y^2} \right) \right)$$

Visszavezetés (feltételes maximumkeresés)

$[m..n]$	$\sim$	$[1..n]$
H	$\sim$	$\mathbb{Q}$
ind	$\sim$	elhagyva
$<$	$\sim$	$>$
$f(i)$	$\sim$	$\sqrt{p[i].x^2 + p[i].y^2}$
$\beta(i)$	$\sim$	$\sqrt{p[i].x^2 + p[i].y^2} > d$

Struktogram:

<table>
<tr><td colspan="5">$l :=\downarrow$</td></tr>
<tr><td colspan="5">$i = 1..n$</td></tr>
<tr><td rowspan="3"></td><td>$\sqrt{p[i].x^2 + p[i].y^2} \leqq d$</td><td colspan="2">$\sqrt{p[i].x^2 + p[i].y^2} > d \wedge l$</td><td>$\sqrt{p[i].x^2 + p[i].y^2} > d \wedge \neg l$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$SKIP$</td><td colspan="2">$\sqrt{p[i].x^2 + p[i].y^2} < tav$</td><td rowspan="2">$l, tav :=\uparrow, \sqrt{p[i].x^2 + p[i].y^2}$</td></tr>
<tr><td>$tav := \sqrt{p[i].x^2 + p[i].y^2}$</td><td>$SKIP$</td></tr>
</table>

$i: \mathbb{N}$

A fenti struktogramban egy bizonyos kifejezés ($\sqrt{p[i].x^2 + p[i].y^2}$) elég sűrűn előfordul. Most az egy dolog, hogy ez részben azért van így mert mind a β feltételben, mind az f függvényben szerepel, de tény, ami tény sokszor szerepel, és gyököt vonni relatíve erőforrás-igényes művelet, és különben is, nem igazán jó ötlet ugyanazt a kódrészletet sokszor leírni, hiszen ha egy helyen változik (mert rájövünk hogy elrontottunk valamit), jó eséllyel több helyen is változnia kell, amit pedig hajlamosak vagyunk elfelejteni.

Ezért most át fogom ezt úgy alakítani, hogy a gyökvonást csak egyszer (illetve egyszer / ciklusmag-végrehajtás) kelljen végrehajtani. Ezt az átalakítást tehát akkor érdemes megtenni, ha „esztétikai”, „minőségi”, vagy hatékonysági okok vannak rá.

Ezt hívjuk úgy, hogy *függvény helyettesítése változóval*, és mindössze annyit jelent, hogy bevezetünk egy segédváltozót, aminek értékül adjuk az érintett kifejezés értékét:

<table>
<tr><td colspan="5">$l :=\downarrow$</td></tr>
<tr><td colspan="5">$i = 1..n$</td></tr>
<tr><td rowspan="4"></td><td colspan="4">$gyok := \sqrt{p[i].x^2 + p[i].y^2}$</td></tr>
<tr><td>$gyok \leqq d$</td><td colspan="2">$gyok > d \wedge l$</td><td>$gyok > d \wedge \neg l$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$SKIP$</td><td colspan="2">$gyok < tav$</td><td rowspan="2">$l, tav :=\uparrow, gyok$</td></tr>
<tr><td>$tav := gyok$</td><td>$SKIP$</td></tr>
</table>

$i: \mathbb{N}$
$gyok: \mathbb{Q}$

Nyilván ciklusmag-végrehajtásonként újra kell számolni $gyok$ értékét, hiszen i is szerepel benne, ami minden körben más és más értéket vesz fel.