3. táblás gyakorlat – visszavezetés

Számoljuk meg, hány páros szám van egy tömbben…

A) … összegzéssel

B) … számlálással

A)

$$A = (t : \mathbb{Z}^n, c : \mathbb{N})$$

$$ef = (t = t')$$

$$uf = \left(ef \wedge c = \sum_{i=1}^{n} f(t,i)\right),$$

ahol:

$$f: \mathbb{Z}^n \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}, \text{ és}$$

$$\forall i \in [1..n]: f(t,i) = \begin{cases} 1, & ha\ 2|t[i] \\ 0, & különben \end{cases}$$

Mivel ha összegzésre akarjuk visszavezetni, akkor nem használhatunk feltételes összegzést, ezért voltunk kénytelenek egy esetszétválasztásos függvényt használni.

Egyébként használhattuk volna a χ függvényt is:

$$uf_2 = \left(ef \wedge c = \sum_{i=1}^{n} \chi(2|t[i])\right)$$

Visszavezetés (összegzés):

H	$\sim$	$\mathbb{N}$
$[m..n]$	$\sim$	$[1..n]$
$f(i)$	$\sim$	$f(t,i)$
s	$\sim$	c

Struktogram:

$c := 0$		
$i = 1..n$		$i: \mathbb{N}$
	$c := c + f(t,i)$	

A ciklusmagban egy nem megengedett kifejezés áll, mert annak egy részét (f-et) nem írtuk meg. Magát azt, hogy $c := c + f(t,i)$ nem tudjuk átírni, de ha kiemeljük egy változóba a nem megengedett részt (ezt hívjuk úgy, hogy *függvény helyettesítése változóval-transzformáció*), akkor egy fokkal könnyebb dolgunk lesz, hiszen nem egy nem megengedett kifejezésünk lesz egy értékadáson belül, hanem lesz egy nem megengedett értékadásunk, majd egy már teljesen jó másik értékadásunk.

<table>
<tr><td colspan="2">$c := 0$</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">$i = 1..n$</td><td>$i: \mathbb{N}$</td></tr>
<tr><td></td><td>$sv := f(t,i)$</td><td>$sv: \mathbb{N}$</td></tr>
<tr><td></td><td>$c := c + sv$</td><td>ez már oké, hiszen sv is meg c is egyszerű szám</td></tr>
</table>

A nem megengedett értékadástól pedig mivel f egy esetszétválasztással definiált függvény, már könnyen meg tudunk szabadulni.

<table>
<tr><td colspan="3">$c := 0$</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">$i = 1..n$</td><td>$i: \mathbb{N}$</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">$2|t[i]$</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>$sv := 1$</td><td>$sv := 0$</td><td>$sv: \mathbb{N}$</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">$c := c + sv$</td><td></td></tr>
</table>

De ha eleve a $c := c + f(t,i)$ értékadásba képzeljük bele a fenti transzformációt és így egy lépést kihagyunk, az is helyes megoldás:

<table>
<tr><td colspan="3">$c := 0$</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">$i = 1..n$</td><td>$i: \mathbb{N}$</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">$2|t[i]$</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>$c := c + 1$</td><td>$c := c + 0$</td><td>(else ág: vagy $SKIP$)</td></tr>
</table>

Hasonló módszerrel minden számlálásos feladatot meg lehet oldani összegzéssel. Az összegzés általánosabb tétel.

Persze nyilván az ilyen feladatokat számlálással fogjuk többnyire megoldani:

B)

$$A = (t : \mathbb{Z}^n, c : \mathbb{N})$$

$$ef = (t = t')$$

$$uf = \left(ef \wedge c = \sum_{\substack{i=1 \\ 2|t[i]}}^{n} 1 \right)$$

Visszavezetés (számlálás):

$[m..n] \sim [1..n]$
$\beta(i) \sim 2|t[i]$

Struktogram:

<table>
<tr><td colspan="3">$c := 0$</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">$i = 1..n$</td><td>$i: \mathbb{N}$</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">$2|t[i]$</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>$c := c + 1$</td><td>$SKIP$</td><td></td></tr>
</table>

Egyébként ha a fenti χ függvényes összegzést vezettük volna vissza, akkor centire ugyanezt a struktogramot kaptuk volna… mint ahogy a bonyolultabb f függvényes esetben is… a megfelelő transzformációk elvégzése után.