3. táblás gyakorlat – visszavezetés

Ismerjük néhány város lélekszámát, és hogy megyeszékhely-e. Igaz-e, hogy egy megyeszékhely lakossága sem kevesebb, mint 100000 fő?

Több olyan feladattípus is van, amelyhez lineáris keresést használhatunk:

- keressünk egy béta tulajdonságú elemet (van-e?) /pesszimista/
- keressük meg az első béta tulajdonságú elemet (van-e?) /pesszimista/
- keressük meg az utolsó béta tulajdonságú elemet (van-e?) /pesszimista, haladjunk az intervallumon visszafelé/
- van-e béta tulajdonságú elem? /pesszimista, itt elhagyhatjuk az ind változót/
- igaz-e, hogy az összes elem béta tulajdonságú /itt is elhagyhatjuk az indet, és használjunk optimista keresést/
- keressünk "nem béta" tulajdonságú elemet (van-e?) /pesszimista, ahol a tételbeli béta a "nem béta"/
- igaz-e, hogy nem minden elem béta tulajdonságú?
 avagy: van-e "nem béta" tulajdonságú elem?
 /pesszimista, a tételbeli béta a "nem béta", ind elhagyható/
- igaz-e hogy nincs béta tulajdonságú?
 avagy: igaz-e, hogy minden elem "nem béta" tulajdonságú?
 /optimista, a tételbeli béta a "nem béta", ind elhagyható/

Ökölszabály:

"van olyan" kvantor → pesszimista keresés "minden" kvantor → optimista keresés tagadott "van olyan" kvantor → optimista keresés, tagadott béta tagadott "minden" kvantor → pesszimista keresés, tagadott béta

Itt most arra vagyunk kíváncsiak, vajon igaz-e, hogy *nincs* olyan város, ami megyeszékhely, de lakossága kevesebb, mint 100000.

Ez a felsorolt esetek között az utolsó előttihez hasonlít a legjobban.

"igaz-e hogy *nincs* (megyeszékhely és 100000 alatti) tulajdonságú?" avagy: "igaz-e, hogy **minden** elem (nem megyeszékhely vagy nem 100000 alatti) tulajdonságú?"

Legyenek az adatok mondjuk két tömbben megadva. Az első tömbben logikai értékek jelzik, hogy az adott város megyeszékhely-e, a másodikban pedig számok vannak, ami az adott város lakosainak számát jelenti. A két tömb nyilván ugyanakkora.

$$A = (mszh : \mathbb{L}^n, lak : \mathbb{N}^n, l : \mathbb{L})$$

$$ef = (mszh = mszh' \land lak = lak')$$

$$uf = \left(ef \land l = \forall SEARCH_1 (\neg mszh[i] \lor \neg (lak[i] < 100000))\right)$$

$$i = 1$$

Visszavezetés (optimista lineáris keresés):

$$\begin{array}{lll} [\text{m..n}] & \sim & [1..n] \\ \beta(i) & \sim & \text{nem mszh[i] v nem lak[i]} < 100000 \\ \text{ind} & & \text{elhagytuk} \\ \end{array}$$

Struktogram:

l, i :=↑ ,1	<i>i</i> : ℕ
$l \wedge i \leq n$	
$l := \neg mszh[i] \lor \neg (lak[i] < 100000)$	
i := i + 1	

- - -

"Érdekességképpen" megjegyzem, hogy ezt a feladatot is meg lehet oldani pesszimista lineáris kereséssel. Keressük meg az első 100000 alatti megyeszékhelyt, majd tagadjuk le l-t. Ha l hamis volt (azaz nem volt 100000 alatti megyeszékhely), most igaz lesz, azaz azt fogja jelenteni, minden megyeszékhely legalább 100000-es. Ha l igaz volt, akkor pedig most hamis lesz, és jogosan, hiszen találtunk ellenpéldát az eredeti feladat kérdésére.

A teljes visszavezetést nem írom le, csak a struktogramot. Egészét tekintve ez egy összetett függvény, aminek első fele az l meghatározása, egy pesszimista lineáris keresés, második fele pedig l letagadása.

Nyilván nem javasolt így csinálni, a gyakorlatban se csináljuk soha így, csak illusztrálni szerettem volna, hogy a lin. ker. (is) mennyire rugalmas tud lenni:

$l,i:=\downarrow$,1	<i>i</i> : ℕ
$\neg l \wedge i \leq n$	
$l := mszh[i] \wedge lak[i] < 100000$	
i := i + 1	
$l \coloneqq \neg l$	