

### 3. táblás gyakorlat – visszavezetés

Adottak az  $x$  és  $y$  vektorok, ahol  $y$  elemei az  $x$  indexei közül valók. Keressünk az  $x$  vektornak az  $y$ -ban megjelölt elemei között páros számot!

Ha már keresni kell, próbáljuk *lineáris keresésre* visszavezetni. Kérdéses, hogy melyik tömbben is kell keresni. Járjuk be az  $x$ -et, és legyen az a feltétel, hogy „ $y$ -ban megjelölt elem, és értéke páros”? De azt hogy formalizálom, hogy „ $y$ -ban megjelölt<sup>1</sup>”?

Járjuk hát be  $y$ -t! Mivel  $y$  elemei  $x$  indexei, ezért minden  $y[i]$  egy olyan  $x$ -beli index lesz, ami  $y$ -ban meg van jelölve. Ezért ezek között már csak az  $x$ -ben páros értékűt kell megtalálni.

Példa:

Ha  $x = [1,3,6,7,8,9]$  és  $y = [2,4,1,5]$ , akkor  $x$  indextartománya az  $[1..6]$ , hiszen egy 6 elemű tömbről van szó,  $y$  elemei pedig a „megjelölt”  $x$ -beli indexek. Most tehát bejárjuk  $y$ -t, és sorra megnézzük, hogy  $x$  „ $y[i]$ ”-edik eleme páros-e:

$x[2] = 3$ , nem páros,  $x[4] = 7$ , nem páros,  $x[1] = 1$ , nem páros és  $x[5] = 8$ , páros. A megoldás:  $l = igaz$ ,  $ind = 4$ . Ha  $x[5]$  se lett volna páros,  $l = hamis$  lett volna a helyes megoldás.

Láthattuk, hiába volt  $x$ -ben a 8-ason kívül még egy páros szám (a 6-os), mivel annak indexe nem volt benne az  $y$ -ban, ezért azt nem vizsgáltuk.

$$A = (x : \mathbb{Z}^n, y : [1..n]^m, l : \mathbb{L}, ind : \mathbb{N})$$

$$ef = (x = x' \wedge y = y')$$

$$uf = \left( ef \wedge (l, ind) = \bigvee_{i=1}^m SEARCH(2|x[y[i]]) \right)$$

Visszavezetés (lineáris keresés):

$$\begin{aligned} [m..n] &\sim [1..m] \\ \beta(i) &\sim 2|x[y[i]] \end{aligned}$$

Struktogram:

$l, i := \downarrow, 1$	$i : [1..m]$
$\neg l \wedge i \leq m$	
$l, ind := 2 x[y[i]], i$	
$i := i + 1$	

Na jól van, de most így mivel  $y$  indextartományát jártuk be, ezért az  $ind$  a végén nem azt fogja megadni, hogy  $x$  melyik eleme az első olyan páros, ami  $y$ -ban meg van jelölve, hanem azt, hogy ez a bizonyos elem  $y$ -ban hányadik. Tehát az „index indexét” határoztuk meg... ami kissé csúnyácska megoldás.

Ha arra vagyunk kíváncsiak, hogy  $x$ -ben hányadik, akkor a válasz:  $y[ind]$ , ha pedig ennek az értékét keressük, akkor  $x[y[ind]]$ .

<sup>1</sup> Egymásba ágyazott tételekkel megoldható, de az a téma majd csak később kerül sorra

Legyen most ez utóbbinak a meghatározása a feladat!

$$A = (x : \mathbb{Z}^n, y: [1..n]^m l: \mathbb{L}, ertekek: \mathbb{Z})$$

$$ef = (x = x' \wedge y = y')$$

$$uf_1 = (ef \wedge l = (\exists i \in [1..m]: 2|x[y[i]]) \wedge (l \rightarrow \exists ind \in [1..m]: 2|x[y[ind]]) \wedge ertekek = x[y[ind]]))$$

avagy, ha megengedjük, hogy az utófeltételben is használjunk segédváltozókat (*ind*):

$$uf_2 = \left( ef \wedge (l, ind) = \underset{i=1}{\overset{m}{SEARCH}} (2|x[y[i]]) \wedge (l \rightarrow ertekek = x[y[ind]]) \right)$$

Megj.: Azért a két utófeltétel nem teljesen ekvivalens egymással, hiszen a *SEARCH*-be azt is bele szoktuk érteni, hogy az *ind* az első  $\beta$  tulajdonságú elem indexe, de a mi feladatunk ezt most nem várta el. Ezért  $uf_2$  szigorúbb, mint  $uf_1$ . De semmi baj, mert ha a szigorú  $uf_2$ -höz tudunk öt megoldó programot találni, akkor az nyilván a kevésbé szigorú eredeti feladatot is megoldja. Avagy ha bizonyítottan megtaláljuk az első  $\beta$  tulajdonságú elemet, akkor egyúttal az is igaz, hogy találtunk „egy tetszőleges”  $\beta$  tulajdonságú elemet is, ahogy az eredeti feladat kérte.

A feladat utófeltétele felfogható egy *összetett függvényként*, ahol is, először meghatározzuk *ind* és *l* értékét, majd ezt felhasználva adunk értéket az *ertekek* nevű változónak. Maga ez az értékadás mint látjuk, feltételes. Ezért felfogható egy *esetszétválasztásos* függvénynek is:

$$ertekek = \begin{cases} x[y[ind]], & \text{ha } l \text{ igaz} \\ \text{bármilyen}, & \text{különben} \end{cases}$$

A feladat első fele így egy *lineáris keresésre* való *visszavezetés*, ami az első oldalon van részletezve. Ez az összetett függvény belső függvénye.

Ezt követően egy *szekvenciával* hozzácsaphatjuk a külső függvényt, ami pedig a fent definiált esetszétválasztásnak megfelelő elágazás lesz:

$l, i := \downarrow, 1$	$i: [1..m], ind: [1..m]$	ez itt a <i>lineáris</i> keresés
$\neg l \wedge i \leq m$		
$l, ind := 2 x[y[i]], i$		
$i := i + 1$		
$l$	ez meg itt az <i>esetszétválasztással</i>	<i>definiált függvény kibontása</i>
$ertekek := x[y[ind]] \quad SKIP$		

Itt *ind* is segédváltozó, hiszen a kutyát se érdekli, hogy *y*-ban hányadik helyen van az *ertekek* indexe... Másképp fogalmazva: *ind* nincs az állapottéren, ezért a struktogramban segédváltozóként be kell vezetni (deklarálni kell). Viszont *ind*-et még a ciklus előtt, az első használata előtt kell bevezetnem, ha azt akarom, hogy a ciklus után is „éljen”, használható legyen.