

2. táblás gyakorlat – specifikáció, összegzésre visszavezetés

Specifikáljuk az alábbi feladatot:

Hány osztója van egy természetes számnak?

$$A = (a: \mathbb{N}, db: \mathbb{N})$$

Amikor a kérdés arról szól, hogy valamiből hány darab van, akkor a megoldást tartalmazó változó nyilvánvalóan mindig természetes szám lesz.

$$ef = (a = a')$$

$$uf_1 = \left(ef \wedge db = \sum_{\substack{i=1 \\ i|a}}^a 1 \right)$$

Amit itt láthatunk, az az ún. *feltételes összegzés*; annyiszor adjuk össze az 1-et, ahányszor igaz az $i|a$ felétel az $[1..a]$ intervallumon.

Ha valamiért nem akarjuk megengedni ezt a fajta nagyoperátort, hanem csak a hagyományos szummázást, akkor sem kell megijednünk, hiszen nyugodtan összegezhetjük egy olyan kitalált függvény értékeit is, ami bizonyos esetekben 0-t, bizonyos esetekben pedig az eredetileg is összegzendő értékeket adja vissza.

$$uf_2 = \left(ef \wedge db = \sum_{i=1}^a f(i, a) \right)$$

ahol:

$f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, úgy hogy:

$$\forall i, a \in \mathbb{N}: f(i, a) = \begin{cases} 1 & \text{ha } i|a \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

De egyébként nem kell feltalálni ezt a függvényt újból. Használhatjuk a χ (*khî*) függvényt, mely tetszőleges logikai állításhoz 1-et rendel ha az igaz és 0-t, ha az hamis:

$$uf_3 = \left(ef \wedge db = \sum_{i=1}^a \chi(i|a) \right)$$