

An aerial photograph of Budapest, Hungary, showing the city's architecture and the Danube River. A semi-transparent white rectangular box is centered over the image, containing the title text.

Programozási alapismeretek 5. előadás



Programozási alapismeretek



- További programozási tételek
- Másolás – függvényszámítás
- Kiválogatás
- Szétválogatás
- Metszet
- Unió
- Programozási tételek – visszatekintés

További programozási tételek



Mi az, hogy programozási tétel?
Típusfeladat általános megoldása.

- Sorozat \rightarrow érték
- Sorozat \rightarrow sorozat
- Sorozat \rightarrow sorozatok
- Sorozatok \rightarrow sorozat



További programozási tételek



Mi az, hogy programozási tétel?
Típusfeladat általános megoldása.

- Sorozat → érték
- Sorozat → sorozat
- Sorozat → sorozatok
- Sorozatok → sorozat

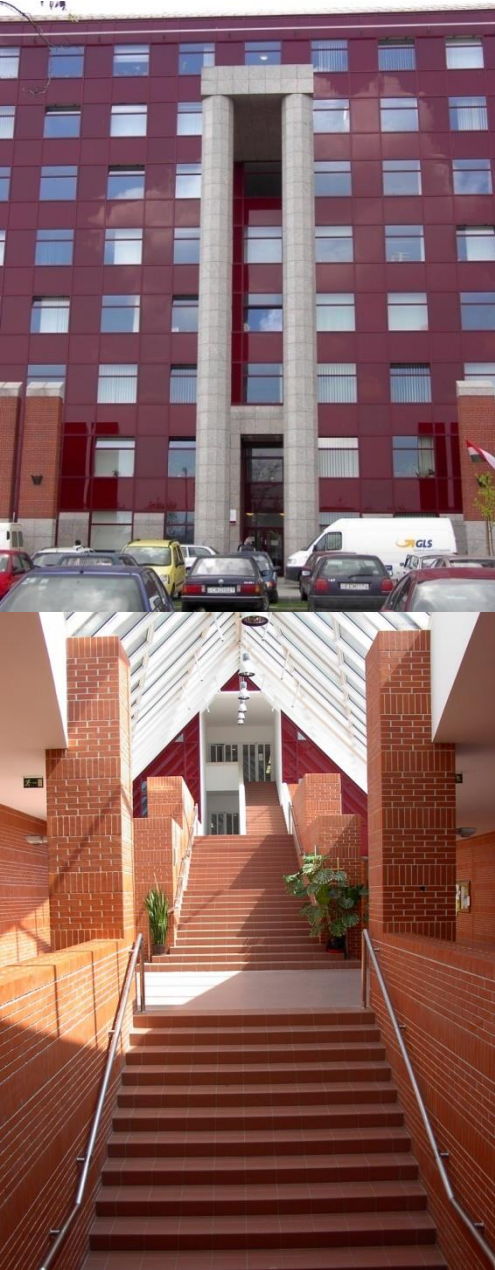


7. Másolás – függvényyszámítás



Feladatok:

- Egy **számsorozat tagjainak** adjuk meg az abszolút értékét!
- Egy **szöveget alakítsunk át** csupa kisbetűssé!
- **Számoljuk ki** két vektor összegét!
- Készítsünk függvénytáblázatot a $\sin(x)$ függvényről!
- Ismerjük N hónap sorszámát, adjuk meg a nevét!



Feladatok:

- Egy számsorozat tagjainak adjuk meg az abszolút értékét!
- Egy szöveget alakítsunk át csupa kisbetűssé!
- Számoljuk ki két vektor összegét!
- Készítsünk függvénytáblázatot a $\sin(x)$ függvényről!
- Ismerjük N hónap sorszámát, adjuk meg a nevét!

7. Másolás – függvényyszámítás



Mi bennük a közös?



Feladatok:

- Egy számsorozat tagjainak adjuk meg az abszolút értékét!
- Egy szöveget alakítsunk át csupa kisbetűssé!
- Számoljuk ki két vektor összegét!
- Készítsünk függvénytáblázatot a $\sin(x)$ függvényről!
- Ismerjük N hónap sorszámát, adjuk meg a nevét!

7. Másolás – függvényyszámítás



Mi bennük a közös?

N darab „valamihez” kell hozzárendelni másik N darab „valamit”, ami akár az előbbitől különböző típusú is lehet. A darabszám marad, a sorrend is marad. Az elemeken operáló függvény ugyanaz.



7. Másolás – függvényszámítás függvényszámítás

N darab „valamihez” kell hozzárendelni másik N darab „valamit”, ami akár az előbbtől különböző típusú is lehet. A darabszám marad, a sorrend is marad.



Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
 $X \in H_1^N$
 $f: H_1 \rightarrow H_2$
- Kimenet: $Y \in H_2^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i (1 \leq i \leq N): Y_i = f(X_i)$
Másként₁: $Y_{1..N} = f(X_{1..N})$
Másként₂: $Y = f(X)$ – kissé „pongyola”, de kifejező

7. Másolás – függvényyszámítás függvényyszámítás

Algoritmus:

N darab „valamihez” kell hozzárendelni másik N darab „valamit”, ami akár az előbbtől különböző típusú is lehet. A darabszám marad, a sorrend is marad.

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $X \in H_1^N$
 $f: H_1 \rightarrow H_2$
- Kimenet: $Y \in H_2^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i (1 \leq i \leq N): Y_i = f(X_i)$

Változó

i: Egész

$i = 1..N$

$Y[i] := f(X[i])$

7. Másolás – függvényszámítás

N darab „valamihez” kell hozzárendelni másik N darab „valamit”, ami akár az előbbtől különböző típusú is lehet. A darabszám marad, a sorrend is marad.

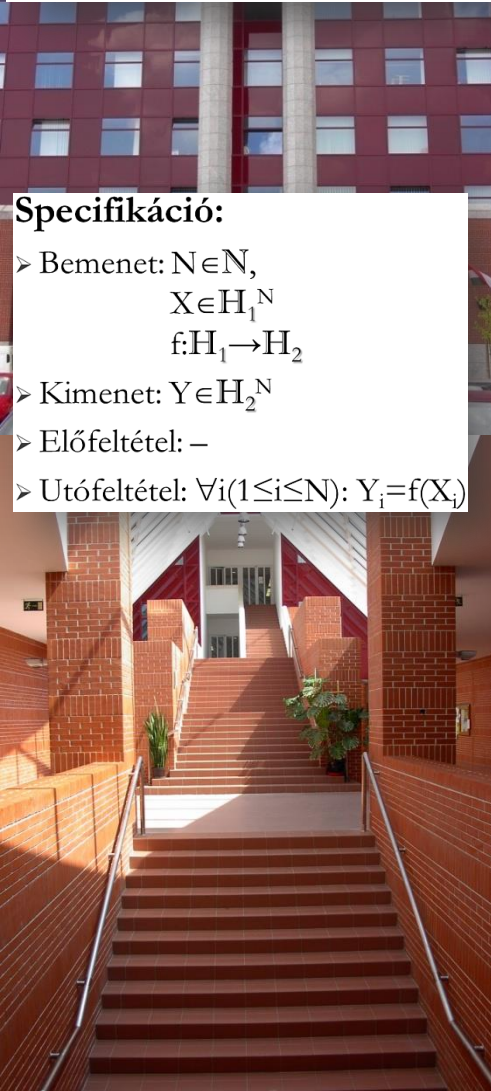
Specifikáció (egy gyakori speciális eset):

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $X \in H_1^N$
 $f: H_1 \rightarrow H_2$
- Kimenet: $Y \in H_2^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i (1 \leq i \leq N): Y_i = f(X_i)$

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
 $X \in H^N$
 $G: H \rightarrow H$
 $T: H \rightarrow L$

- Kimenet: $Y \in H^N$
- Előfeltétel: –



7. Másolás – függvényszámítás

N darab „valamihez” kell hozzárendelni másik N darab „valamit”, ami akár az előbbtől különböző típusú is lehet. A darabszám marad, a sorrend is marad.

Specifikáció (egy gyakori **speciális eset**):

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $X \in H_1^N$
 $f: H_1 \rightarrow H_2$
- Kimenet: $Y \in H_2^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N): Y_i = f(X_i)$

➤ Bemenet: $N \in \mathbb{N}$

$X \in H^N$

$G: H \rightarrow H$

$T: H \rightarrow L$

➤ Kimenet: $Y \in H^N$

➤ Előfeltétel: –

➤ Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N): Y_i = \begin{cases} G(X_i), & \text{ha } T(X_i) \\ X_i, & \text{egyébként} \end{cases}$

7. Másolás – függvényszámítás

N darab „valamihez” kell hozzárendelni másik N darab „valamit”, ami akár az előbbtől különböző típusú is lehet. A darabszám marad, a sorrend is marad.

Specifikáció (egy gyakori speciális eset):

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $X \in H_1^N$
 $f: H_1 \rightarrow H_2$
- Kimenet: $Y \in H_2^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i (1 \leq i \leq N): Y_i = f(X_i)$

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
 $X \in H^N$

$G: H \rightarrow H$
 $T: H \rightarrow L$

$f: H \rightarrow H$

- Kimenet: $Y \in H^N$
- Előfeltétel: –

- Utófeltétel: $\forall i (1 \leq i \leq N): Y_i = \begin{cases} G(X_i), & \text{ha } T(X_i) \\ X_i, & \text{egyébként} \end{cases}$

7. Másolás – függvényszámítás

N darab „valamihez” kell hozzárendelni másik N darab „valamit”, ami akár az előbbtől különböző típusú is lehet. A darabszám marad, a sorrend is marad.

Specifikáció (egy gyakori speciális eset):

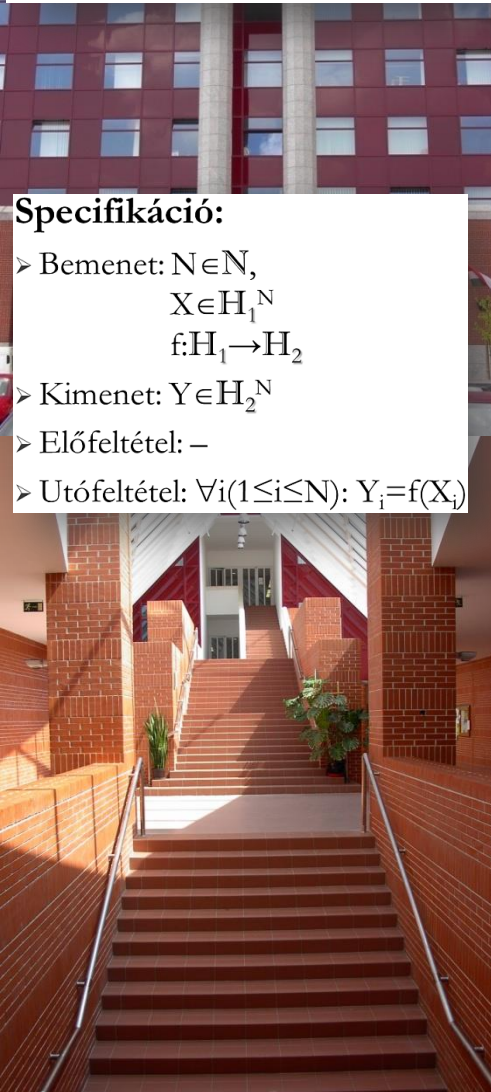
Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $X \in H_1^N$
 $f: H_1 \rightarrow H_2$
- Kimenet: $Y \in H_2^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i (1 \leq i \leq N): Y_i = f(X_i)$

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
 $X \in H^N$
 $G: H \rightarrow H$
 $T: H \rightarrow L$

- Kimenet: $Y \in H^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i (1 \leq i \leq N):$

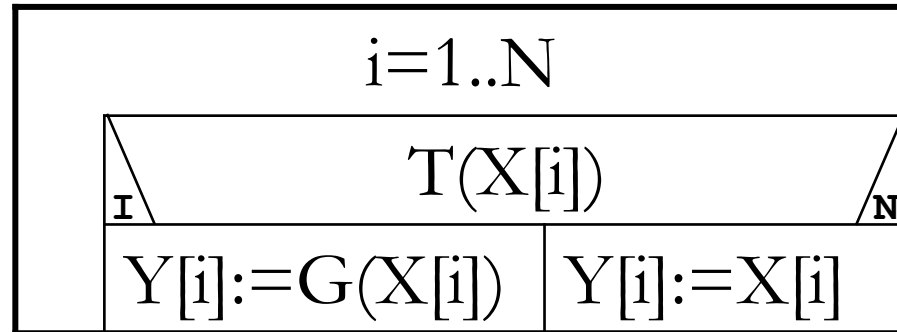
$(T(X_i) \rightarrow Y_i = G(X_i) \text{ és}$
 $\text{nem } T(X_i) \rightarrow Y_i = X_i)$



7. Másolás – függvényszámítás

Algoritmus:

Változó
i:Egész



N darab „valamihez” kell hozzárendelni másik N darab „valamit”, ami akár az előbbtől különböző típusú is lehet. A darabszám marad, a sorrend is marad.

Specifikáció (egy gyakori speciális eset):

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
 $X \in H^N$
 $G: H \rightarrow H$
 $T: H \rightarrow L$
- Kimenet: $Y \in H^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i (1 \leq i \leq N):$
 $(T(X_i) \rightarrow Y_i = G(X_i))$ és
 $\text{nem } T(X_i) \rightarrow Y_i = X_i$

7. Másolás – függvényyszámítás



Specifikáció:

➤ Bemenet: $N \in \mathbb{N}$

$$X \in H_1^N$$

$$f: H_1 \rightarrow H_2$$

➤ Kimenet: $Y \in H_2^N$

➤ Előfeltétel: –

➤ Utófeltétel: $\forall i (1 \leq i \leq N): Y_i = f(X_i)$

$$(P, Q) \in (\mathbb{R} \times \mathbb{R})^N$$

$$P, Q \in \mathbb{R}^N$$

$$f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f((p_i, q_i)) := p_i + q_i$$



7. Másolás – függvényyszámítás



Specifikáció:

$$(P, Q) \in (\mathbb{R} \times \mathbb{R})^N$$

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
 $P, Q \in \mathbb{R}^N$
 $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f((p_i, q_i)) := p_i + q_i$
- Kimenet: $R \in \mathbb{R}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N): R_i = P_i + Q_i$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $X \in H_1^N$
 $f: H_1 \rightarrow H_2$
- Kimenet: $Y \in H_2^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N): Y_i = f(X_i)$



➤ Számoljuk ki két vektor összegét!

7. Másolás – függvényszámítás

Specifikáció:

$$(P, Q) \in (\mathbb{R} \times \mathbb{R})^N$$

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
 $P, Q \in \mathbb{R}^N$
 $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f((p_i, q_i)) := p_i + q_i$
- Kimenet: $R \in \mathbb{R}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i (1 \leq i \leq N): R_i = P_i + Q_i$

Algoritmus:

Változó
i: Egész

Algoritmus:

i = 1..N

Y[i] := f(X[i])

i = 1..N

R[i] := P[i] + Q[i]

8. Kiválogatás

Feladatok:

- Adjuk meg egy osztály kitűnő tanulóit!
- Adjuk meg egy természetes szám összes osztóját!
- Adjuk meg egy mondat magas hangrendű szavait!
- Adjuk meg emberek egy halmazából a 180 cm felettieket!
- Adjuk meg egy év azon napjait, amikor délben nem fagyott!
- Adjuk meg egy szó magánhangzóit!



Feladatok:

- Adjuk meg egy osztály kitűnő tanulóit!
- Adjuk meg egy természetes szám összes osztóját!
- Adjuk meg egy mondat magas hang-rendű szavait!
- Adjuk meg emberek egy halmazából a 180 cm felettieket!
- Adjuk meg egy év azon napjait, amikor délben nem fagyott!
- Adjuk meg egy szó magánhangzóit!

3. Kiválogatás



Mi bennük a közös?

Feladatok:

- Adjuk meg egy osztály kitűnő tanulóit!
- Adjuk meg egy természetes szám összes osztóját!
- Adjuk meg egy mondat magas hang-rendű szavait!
- Adjuk meg emberek egy halmazából a 180 cm felettieket!
- Adjuk meg egy év azon napjait, amikor délben nem fagyott!
- Adjuk meg egy szó magánhangzóit!

3. Kiválogatás



Mi bennük a közös?

N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt!

N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt!

8. Kiválogatás



Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$
 $T: H \rightarrow L$



N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt!

8. Kiválogatás



Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$
 $T: H \rightarrow L$
- Kimenet: $D_b \in \mathbb{N}$, $Y \in \mathbb{N}^{D_b}$

Statikus tömb-deklaráció
esetében: N



N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt!

8. Kiválogatás



Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X \in H^N$
 $T: H \rightarrow L$
- Kimenet: $D_b \in \mathbb{N}, Y \in \mathbb{N}^{D_b}$
- Előfeltétel: –

Statikus tömb-deklaráció
esetében: N



N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt!

8. Kiválogatás

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X \in H^N$
 $T: H \rightarrow L$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, Y \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^N 1$ és

Statikus tömb-deklaráció
esetében: N

L. Megszámolás tételt!

$$\forall i (1 \leq i \leq Db): T(X_{Y_i}) \text{ és} \\ Y \subseteq (1, 2, \dots, N)$$



N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt!

8. Kiválogatás

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X \in H^N$
 $T: H \rightarrow L$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, Y \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^N 1$ és

Statikus tömb-deklaráció
esetében: N

L. Megszámolás tételt!

$$\forall i (1 \leq i \leq Db): T(X_{Y_i}) \text{ és } Y \subseteq (1, 2, \dots, N)$$

$$\text{Másképp: } (Db, Y) = \text{Kiválogat}_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^N i$$



8. Kiválogatás

L. Megszámolás tételt!

Algoritmus:

Változó
i:Egész

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
 $X \in H^N$
 $T: H \rightarrow L$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
 $Y \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^N 1$ és
 $T(X_i)$
 $\forall i(1 \leq i \leq Db): T(X_{Y_i})$ és
 $Y \subseteq (1, 2, \dots, N)$

Db:=0	
i=1..N	
I	T(X[i])
	Db:=Db+1
	Y[Db]:=i
N	

Megjegyzés:

A sorszám általánosabb, mint az érték. Ha mégis érték kellene, akkor **Y[Db]:=X[i]** szerepelne. (Ekkor a specifikációt is módosítani kell! Lásd később!)

N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt!

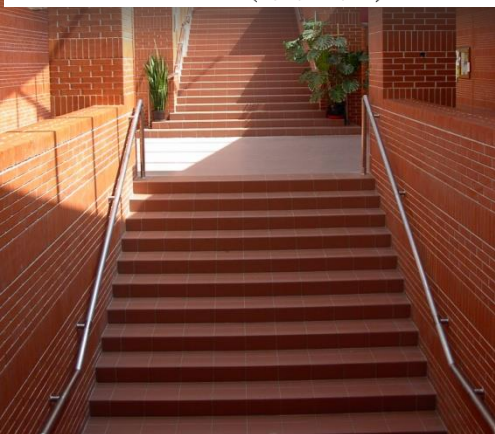
8. Kiválogatás



Értékek kiválogatása (tömören): Specifikáció₂:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
 $X \in H^N$
 $T: H \rightarrow L$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
 $Y \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^N 1_{T(X_i)}$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq Db): T(X_{Y_i})$ és
 $Y \subseteq (1, 2, \dots, N)$



N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt!

8. Kiválogatás

Értékek kiválogatása (tömören):

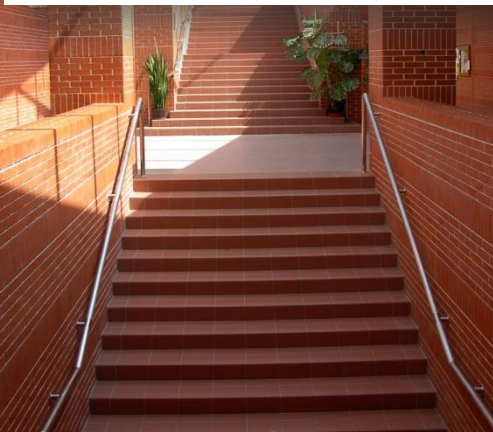
Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
 $X \in H^N$
 $T: H \rightarrow L$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
 $Y \in N^{Db}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^N 1_{T(X_i)}$ és
 $\forall i(1 \leq i \leq Db): T(X_{Y_i})$ és
 $Y \subseteq (1, 2, \dots, N)$

Specifikáció₂:

- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, Y \in H^{Db}$
- Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^N 1_{T(X_i)}$ és

$$\forall i(1 \leq i \leq Db): T(Y_i) \text{ és } Y \subseteq X$$



N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt!

8. Kiválogatás

Értékek kiválogatása (tömören):

Specifikáció₂:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
 $X \in H^N$
 $T: H \rightarrow L$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
 $Y \in N^{Db}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^N 1_{T(X_i)}$ és
 $\forall i(1 \leq i \leq Db): T(X_{Y_i})$ és
 $Y \subseteq (1, 2, \dots, N)$

- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, Y \in H^{Db}$
- Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^N 1_{T(X_i)}$ és

$$\forall i(1 \leq i \leq Db): T(Y_i) \text{ és } Y \subseteq X$$

$$\text{Másképp: } (Db, Y) = \text{Kiválogat}_{\sum_{i=1}^N 1_{T(X_i)}} X_i$$

8. Kiválogatás

Specifikáció:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
 $X \in \mathbb{H}^N$
 $T: \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
 $Y \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^N 1$ és
 $\forall i(1 \leq i \leq Db): T(X_{Y_i})$
 $Y \subseteq (1, 2, \dots, N)$

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, H \in \mathbb{R}^N,$
 $Poz: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{L}, Poz(x) := x > 0$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, NF \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel₁: $Db = \sum_{i=1}^N 1$ és
 $H_i > 0$
 $\forall i(1 \leq i \leq Db): H_{NF_i} > 0$ és
 $NF \subseteq (1, 2, \dots, N)$



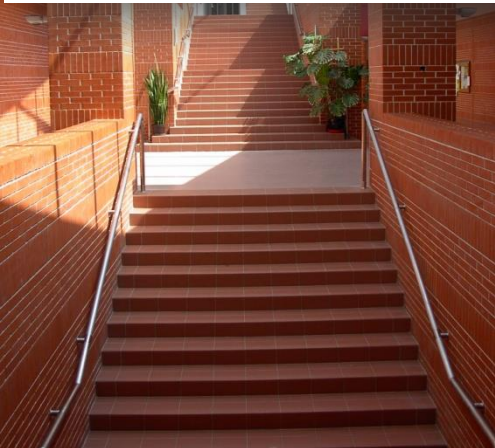
8. Kiválogatás

Specifikáció:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
 $X \in \mathbb{H}^N$
 $T: \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
 $Y \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^N 1$ és
 $\forall i(1 \leq i \leq Db): T(X_{Y_i})$
 $Y \subseteq (1, 2, \dots, N)$

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, H \in \mathbb{R}^N,$
 $Poz: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{L}, Poz(x) := x > 0$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, NF \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel₁: $Db = \sum_{i=1}^N 1$ és
 $H_i > 0$
 $\forall i(1 \leq i \leq Db): H_{NF_i} > 0$ és
 $NF \subseteq (1, 2, \dots, N)$
- Utófeltétel₂: $(Db, NF) = \text{Kiválogat } i$
 $\sum_{i=1}^N H_i > 0$



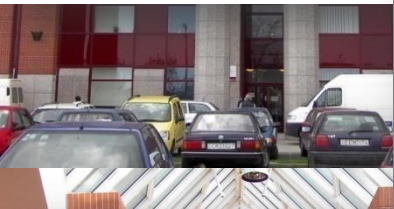
8. Kiválogatás

Algoritmus:

Változó
i:Egész

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
 $X \in \mathbb{H}^N$
 $T: \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
 $Y \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^N 1_{T(X_i)}$ és
 $\forall i(1 \leq i \leq Db): T(X_{Y_i})$ és
 $Y \subseteq (1, 2, \dots, N)$



Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, H \in \mathbb{R}^N$,
 $Poz: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{L}, Poz(x) := x > 0$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, NF \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^N 1_{H_i > 0}$ és
 $\forall i(1 \leq i \leq Db): H_{NF_i} > 0$ és
 $NF \subseteq (1, 2, \dots, N)$



Db:=0	
i=1..N	
T(X[i])	
Db:=Db+1	—
Y[Db]:=i	—

Db:=0	
i=1..N	
H[i]>0	
Db:=Db+1	—
NF[Db]:=i	

10. Szétválogatás

Feladatok:

- Adjuk meg egy osztály kitűnő és nem kitűnő tanulóit!
- Adjuk meg emberek egy halmazából a 180 cm felettieket és a nem 180 cm felettieket!
- Adjuk meg egy számsorozatból a páros és a páratlan számokat is!
- Adjuk meg egy év azon napjait, amikor délen fagyott és amikor nem fagyott!
- Adjuk meg egy angol szó magán- és mássalhangzóit!



Feladatok:

- Adjuk meg egy osztály kitűnő és nem kitűnő tanulóit!
- Adjuk meg emberek egy halmazából a 180 cm felettieket és a nem 180 cm felettieket!
- Adjuk meg egy számsorozatból a páros és a páratlan számokat is!
- Adjuk meg egy év azon napjait, amikor délben fagyott és amikor nem fagyott!
- Adjuk meg egy angol szó magán- és mássalhangzóit!

Szétválogatás



Mi bennük a közös?

Feladatok:

- Adjuk meg egy osztály kitűnő és nem kitűnő tanulóit!
- Adjuk meg emberek egy halmazából a 180 cm felettieket és a nem 180 cm felettieket!
- Adjuk meg egy számsorozatból a páros és a páratlan számokat is!
- Adjuk meg egy év azon napjait, amikor délben fagyott és amikor nem fagyott!
- Adjuk meg egy angol szó magán- és mássalhangzóit!

Szétválogatás



Mi bennük a közös?

N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt, illetve nem rendelkezőt! Azaz az összes bemeneti elemet „besoroljuk” a kimenet valamely sorozatába.

N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt, illetve nem rendelkezőt!

10. Szétválogatás



Specifikáció:

➤ Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
 $X \in H^N$
 $T: H \rightarrow L$



N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt, illetve nem rendelkezőt!

10. Szétválogatás



Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
 $X \in H^N$
 $T: H \rightarrow L$
- Kimenet: $D_b \in \mathbb{N}$
 $Y \in \mathbb{N}^{D_b}$, $Z \in \mathbb{N}^{N-D_b}$



N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt, illetve nem rendelkezőt!

10. Szétválogatás



Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
 $X \in H^N$
 $T: H \rightarrow L$
- Kimenet: $D_b \in \mathbb{N}$
 $Y \in \mathbb{N}^{D_b}$, $Z \in \mathbb{N}^{N-D_b}$
- Előfeltétel: —



N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt, illetve nem rendelkezőt!

10. Szétválogatás



Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
 $X \in H^N$
 $T: H \rightarrow L$
- Kimenet: $D_b \in \mathbb{N}$
 $Y \in \mathbb{N}^{D_b}$, $Z \in \mathbb{N}^{N-D_b}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $D_b = \sum_{i=1}^N 1_{T(X_i)}$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq D_b): T(X_{Y_i})$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq N-D_b): \text{nem } T(X_{Z_i})$ és
 $Y \subseteq (1, 2, \dots, N)$ és $Z \subseteq (1, 2, \dots, N)$



N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt, illetve nem rendelkezőt!

10. Szétválogatás



Specifikáció₂:

➤ Utófeltétel₂:

$$(Db, Y, Z) = \text{Szétválogatás}_{T(X_i)}^N$$



N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt, illetve nem rendelkezőt!

10. Szétválogatás



Specifikáció₂:

➤ Utófeltétel₂:

$$(Db, Y, Z) = \text{Szétváloga } t \text{ } i \text{ }_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^N$$

➤ Értékek szétválogatása esetén:

$$(Db, Y, Z) = \text{Szétváloga } t \text{ } X_i \text{ }_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^N$$



10. Szétválogatás

Algoritmus:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
 $X \in H^N$
 $T: H \rightarrow L$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
 $Y \in \mathbb{N}^{Db}$, $Z \in \mathbb{N}^{N-Db}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^N 1_{T(X_i)}$ és
 $\forall i(1 \leq i \leq Db): T(X_{Y_i})$ és
 $\forall i(1 \leq i \leq N-Db): \text{nem } T(X_{Z_i})$ és
 $Y \subseteq (1, 2, \dots, N)$ és $Z \subseteq (1, 2, \dots, N)$

Db:=0									
DbZ:=0									
i=1..N									
<table border="1"> <tr> <th colspan="2">T(X[i])</th></tr> <tr> <th>I</th><th>N</th></tr> <tr> <td>Db:=Db+1</td><td>DbZ:=DbZ+1</td></tr> <tr> <td>Y[Db]:=i</td><td>Z[DbZ]:=i</td></tr> </table>		T(X[i])		I	N	Db:=Db+1	DbZ:=DbZ+1	Y[Db]:=i	Z[DbZ]:=i
T(X[i])									
I	N								
Db:=Db+1	DbZ:=DbZ+1								
Y[Db]:=i	Z[DbZ]:=i								

Változó

DbZ,

i:Egész

Megjegyzés:

Itt is szerepelhetne $:=i$ helyett $:=X[i]$, ha csak az értékekre lenne szükségünk. (A specifikáció is módosítandó!)

10. Szétválogatás

Probléma:

Y-ban és Z-ben együtt csak N darab elem van, azaz elég lenne egyetlen N -elemű tömb.



10. Szétválogatás

Probléma:

Y-ban és Z-ben együtt csak N darab elem van, azaz elég lenne egyetlen N -elemű tömb.

Megoldás:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
 $X \in H^N$
 $T: H \rightarrow L$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
 $Y \in \mathbb{N}^{Db}$, $Z \in \mathbb{N}^{N-Db}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^N 1$ és
 $\forall i(1 \leq i \leq Db): T(X_{Y_i})$ és
 $\forall i(1 \leq i \leq N-Db): \text{nem } T(X_{Z_i})$ és
 $Y \subseteq (1, 2, \dots, N)$ és $Z \subseteq (1, 2, \dots, N)$

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Y \in \mathbb{N}^N$

10. Szétválogatás

Probléma:

Y-ban és Z-ben együtt csak N darab elem van, azaz elég lenne egyetlen N-elemű tömb.

Megoldás:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
 $X \in H^N$
 $T: H \rightarrow L$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
 $Y \in \mathbb{N}^{Db}$, $Z \in \mathbb{N}^{N-Db}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^N 1$ és
 $\forall i(1 \leq i \leq Db): T(X_{Y_i})$ és
 $\forall i(1 \leq i \leq N-Db): \text{nem } T(X_{Z_i})$ és
 $Y \subseteq (1, 2, \dots, N)$ és $Z \subseteq (1, 2, \dots, N)$

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Y \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^N 1$ és

$\forall i(1 \leq i \leq Db): T(X_{Y_i})$ és

$\forall i(Db+1 \leq i \leq N): \text{nem } T(X_{Z_i})$ és

$Y \in \text{Permutáció}(1, 2, \dots, N)$

**Permutáció(1,2,...,N):=az 1..N
számok összes permutációjának
halmaza**

10. Szétválogatás

Specifikáció₂:

➤ Utófeltétel₂:

$$(Db, Y) = \text{Szétváloga } t_2 i$$

$$\begin{matrix} N \\ i=1 \\ T(X_i) \end{matrix}$$

> Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X \in H^N$
 > Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, Y \in \mathbb{N}^N$
 > Előfeltétel: –
 > Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^N 1$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq Db): T(X_{Y_i})$ és
 $\forall i (Db+1 \leq i \leq N): \text{nem } T(X_{Y_i})$ és
 $Y \in \text{Permutáció}(1, 2, \dots, N)$



10. Szétválogatás

Specifikáció₂:

➤ Utófeltétel₂:

$$(Db, Y) = \text{Szétváloga } t_2 \underset{T(X_i)}{i=1}^N$$

➤ Értékek szétválogatása esetén:

$$(Db, Y) = \text{Szétváloga } t_2 \underset{T(X_i)}{i=1}^N X_i$$

➤ Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$
 ➤ Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Y \in \mathbb{N}^N$
 ➤ Előfeltétel: –
 ➤ Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^N 1$ és
 $\forall i(1 \leq i \leq Db): T(X_{Y_i})$ és
 $\forall i(Db+1 \leq i \leq N): \text{nem } T(X_{Y_i})$ és
 $Y \in \text{Permutáció}(1, 2, \dots, N)$



10. Szétválogatás

Algoritmus:

Változó

DbZ,

i:Egész

> Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$
 > Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Y \in \mathbb{N}^N$
 > Előfeltétel: –
 > Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^N 1$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq Db): T(X_{Y_i})$ és
 $\forall i (Db+1 \leq i \leq N): \text{nem } T(X_{Y_i})$ és
 $Y \in \text{Permutáció}(1, 2, \dots, N)$

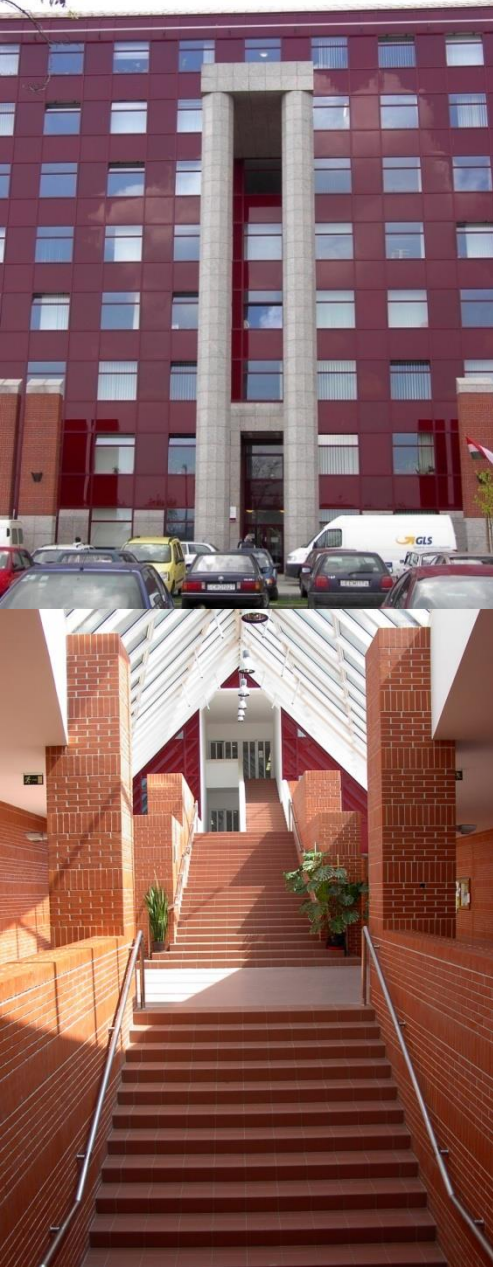
Db:=0													
DbZ:=N+1													
i=1..N													
<table><tr><td>I \</td><td colspan="2">T(X[i])</td><td>/N</td></tr><tr><td></td><td>Db:=Db+1</td><td>DbZ:=DbZ-1</td><td></td></tr><tr><td></td><td>Y[Db]:=i</td><td>Y[DbZ]:=i</td><td></td></tr></table>		I \	T(X[i])		/N		Db:=Db+1	DbZ:=DbZ-1			Y[Db]:=i	Y[DbZ]:=i	
I \	T(X[i])		/N										
	Db:=Db+1	DbZ:=DbZ-1											
	Y[Db]:=i	Y[DbZ]:=i											



11. Metszet

Feladatok:

- Adjuk meg két természetes szám közös osztóit!
- A télen és a nyáron megfigyelhető madarak alapján adjuk meg a nem költöző madarakat!
- Két ember szabad órái alapján mondjuk meg, hogy mikor beszélgethetnek egymással!
- Adjuk meg azokat az állatfajokat, amelyeket a budapesti és a veszprémi állatkertben is megnézhetünk!



Feladatok:

- Adjuk meg két természetes szám közös osztóit!
- A télen és a nyáron megfigyelhető madarak alapján adjuk meg a nem költöző madarakat!
- Két ember szabad órái alapján mondjuk meg, hogy mikor beszélgethetnek egymással!
- Adjuk meg azokat az állatokat, amelyeket a budapesti és a veszprémi állatkertben is megnézhetünk!

11. Metszet

Mi bennük a közös?



Feladatok:

- Adjuk meg két természetes szám közös osztóit!
- A télen és a nyáron megfigyelhető madarak alapján adjuk meg a nem költöző madarakat!
- Két ember szabad órái alapján mondjuk meg, hogy mikor beszélgethetnek egymással!
- Adjuk meg azokat az állatokat, amelyeket a budapesti és a veszprémi állatkertben is megnézhetünk!

11. Metszet



Mi bennük a közös?

Ismerünk két halmazt (tetszőleges, de azonos típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek mindkét halmazban szerepelnek!

Ismerünk két halmazt (tetszőleges típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek mindkét halmazban szerepelnek!

11. Metszet



Specifikáció:

➤ Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$, $Y \in H^M$



Ismerünk két halmazt (tetszőleges típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek mindkét halmazban szerepelnek!

11. Metszet

Deklarációs méret lehet még: $\min(N, M)$



Specifikáció:

- Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}, X \in H^N, Y \in H^M$
- Kimenet: $D \in \mathbb{N}, Z \in H^{D_b}$



Ismerünk két halmazt (tetszőleges típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek mindkét halmazban szerepelnek!

11. Metszet

Deklarációs méret lehet még: $\min(N, M)$



Specifikáció:

- Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}, X \in H^N, Y \in H^M$
- Kimenet: $D \in \mathbb{N}, Z \in H^{D \times b}$
- Előfeltétel: **HalmazE**(X) és HalmazE(Y)

Az elemtartalmazás egyértelmű-e.



Ismerünk két halmazt (tetszőleges típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek mindkét halmazban szerepelnek!

11. Metszet

Deklarációs méret lehet még: $\min(N,M)$



Specifikáció:

- Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}, X \in H^N, Y \in H^M$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, Z \in H^{Db}$
- Előfeltétel: **HalmazE**(X) és HalmazE(Y)
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ X_i \in Y}}^N 1$ és

$\forall i(1 \leq i \leq Db): (Z_i \in X \text{ és } Z_i \in Y)$ és HalmazE(Z)

Az elemtartalmazás egyértelmű-e.



Ismerünk két halmazt (tetszőleges típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek mindkét halmazban szerepelnek!

11. Metszet



Specifikáció₃:

➤ Utófeltétel₂:

Specifikáció:

- Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$, $Y \in H^M$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Z \in H^{Db}$
- Előfeltétel: $\text{HalmazE}(X)$ és $\text{HalmazE}(Y)$
- Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^N 1$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq Db): (Z_i \in X \text{ és } Z_i \in Y) \text{ és } \text{HalmazE}(Z)$

$$(Db, Z) = \text{Metszet}(N, X, M, Y)$$



Ismerünk két halmazt (tetszőleges típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek mindkét halmazban szerepelnek!

11. Metszet



Specifikáció₃:

➤ Utófeltétel₂:

Specifikáció:

- Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$, $Y \in H^M$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Z \in H^{Db}$
- Előfeltétel: $HalmazE(X)$ és $HalmazE(Y)$
- Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^N 1$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq Db): (Z_i \in X \text{ és } Z_i \in Y) \text{ és } HalmazE(Z)$

$$(Db, Z) = \text{Metszet}(N, X, M, Y)$$

Másképp: $(Db, Z) = \text{Kiválogat} \sum_{i=1}^N X_i$



11. Metszet

Algoritmus:

Változó

i,j:Egész

Specifikáció:

- > Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$, $Y \in H^M$
- > Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Z \in H^{Db}$
- > Előfeltétel: $\text{HalmazE}(X)$ és $\text{HalmazE}(Y)$
- > Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^N 1$ és $\forall i (1 \leq i \leq Db): (Z_i \in X \text{ és } Z_i \in Y) \text{ és } \text{HalmazE}(Z)$

Kiválogatás tétel!

Eldöntés tétel!

$Db := 0$

$i := 1..N$

$j := 1$

$j \leq M \text{ és } X[i] \neq Y[j]$

$j := j + 1$

$j \leq M$

$Db := Db + 1$

$Z[Db] := X[i]$

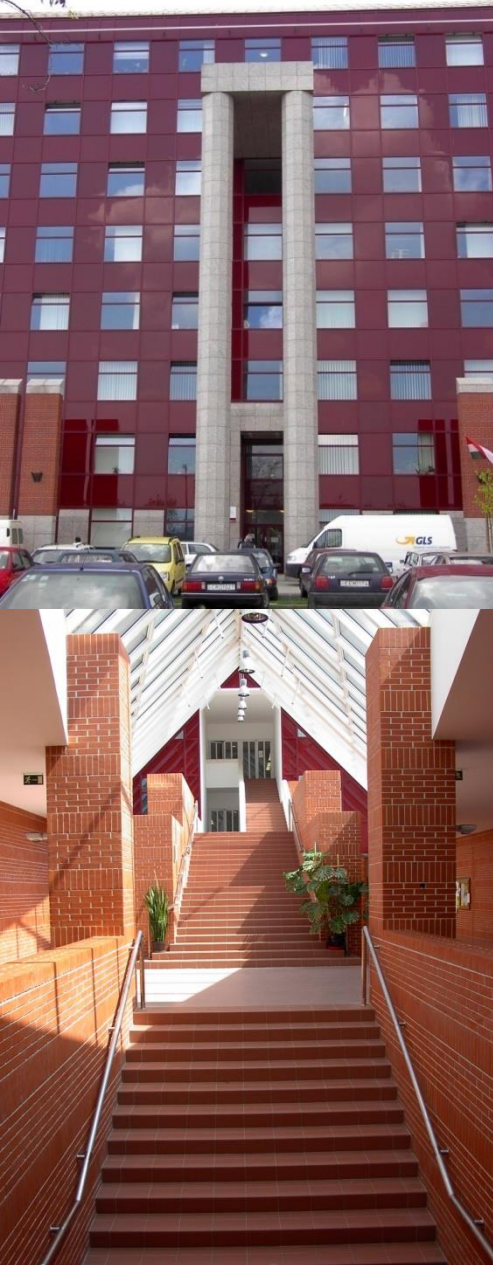
Megjegyzés:

A megoldás egy kiválogatás és egy eldöntés.

11. Metszet

Feladatvariációk:

- Ismerünk két halmazt, meg kell adnunk a közös **elemek számát**!
- Ismerünk két halmazt, meg kell adnunk, hogy **van-e** közös **elemük**!
- Ismerünk két halmazt, meg kell adnunk **egy**et közös **elemeik** közül!



12. Unió

Feladatok:

- Két szakkör tanulói alapján soroljuk fel a szakkörre járókat!
- A télen és a nyáron megfigyelhető madarak alapján adjuk meg, hogy a milyen madarakat figyeltek meg!
- Két ember szabad órái alapján mondjuk meg, hogy mikor tudjuk elérni valamelyiket!
- Adjuk meg azokat az állatfajokat, amelyeket a budapesti vagy a veszprémi állatkertben megnézhetünk!



12. Unió

Feladatok:

- Két szakkör tanulói alapján adjuk meg a szakkörre járókat!
- A télen és a nyáron megfigyelhető madarak alapján adjuk meg a megfigyelhető madarakat!
- Két ember szabad órái alapján mondjuk meg, hogy mikor tudjuk elérni valamelyiket!
- Adjuk meg azokat az állatokat, amelyeket a budapesti vagy a veszprémi állatkertben megnézhetünk!



Mi bennük a közös?

12. Unió

Feladatok:

- Két szakkör tanulói alapján adjuk meg a szakkörre járókat!
- A télen és a nyáron megfigyelhető madarak alapján adjuk meg a megfigyelhető madarakat!
- Két ember szabad órái alapján mondjuk meg, hogy mikor tudjuk elérni valamelyiket!
- Adjuk meg azokat az állatokat, amelyeket a budapesti vagy a veszprémi állatkertben megnézhetünk!



Mi bennük a közös?

Ismerünk két halmazt (tetszőleges, de azonos típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek legalább az egyik halmazban szerepelnek!

Ismerünk két halmazt (tetszőleges típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek legalább az egyik halmazban szerepelnek!

12. Unió



Specifikáció:

➤ Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$, $Y \in H^M$



Ismerünk két halmazt (tetszőleges típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek legalább az egyik halmazban szerepelnek!

12. Unió

Dekarációs méret lehet még: $N+M$



Specifikáció:

- Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}, X \in H^N, Y \in H^M$
- Kimenet: $D \in \mathbb{N}, Z \in H^{D_b}$



Ismerünk két halmazt (tetszőleges típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek legalább az egyik halmazban szerepelnek!

12. Unió

Dekarációs méret lehet még: $N+M$



Specifikáció:

- Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}, X \in H^N, Y \in H^M$
- Kimenet: $D \in \mathbb{N}, Z \in H^D$
- Előfeltétel: $\text{HalmazE}(X)$ és $\text{HalmazE}(Y)$



Ismerünk két halmazt (tetszőleges típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek legalább az egyik halmazban szerepelnek!

12. Unió

Dekarációs méret lehet még: $N+M$



Specifikáció:

- Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}, X \in H^N, Y \in H^M$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, Z \in H^{Db}$
- Előfeltétel: $\text{HalmazE}(X)$ és $\text{HalmazE}(Y)$

- Utófeltétel: $Db = N + \sum_{\substack{j=1 \\ Y_j \notin X}}^M 1$ és

$\forall i (1 \leq i \leq Db): (Z_i \in X \text{ vagy } Z_i \in Y)$ és $\text{HalmazE}(Z)$



Ismerünk két halmazt (tetszőleges típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek legalább az egyik halmazban szerepelnek!

12. Unió



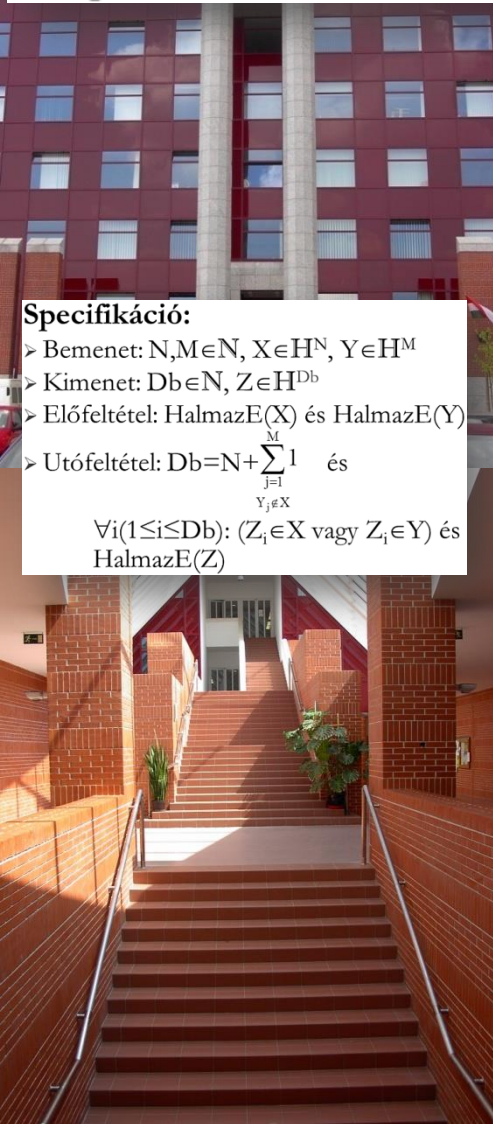
Specifikáció₂:

➤ Utófeltétel₂:

$$(Db, Z) = \text{Unió}(N, X, M, Y)$$

Specifikáció:

- Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$, $Y \in H^M$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Z \in H^{Db}$
- Előfeltétel: $\text{HalmazE}(X)$ és $\text{HalmazE}(Y)$
- Utófeltétel: $Db = N + \sum_{j=1}^M 1_{Y_j \notin X}$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq Db): (Z_i \in X \text{ vagy } Z_i \in Y) \text{ és } \text{HalmazE}(Z)$



Ismerünk két halmazt (tetszőleges típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek legalább az egyik halmazban szerepelnek!

12. Unió



Specifikáció₂:

➤ Utófeltétel₂:

Specifikáció:

- Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$, $Y \in H^M$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Z \in H^{Db}$
- Előfeltétel: $\text{HalmazE}(X)$ és $\text{HalmazE}(Y)$
- Utófeltétel: $Db = N + \sum_{\substack{j=1 \\ Y_j \notin X}}^M 1$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq Db): (Z_i \in X \text{ vagy } Z_i \in Y) \text{ és } \text{HalmazE}(Z)$

$$(Db, Z) = \text{Unió}(N, X, M, Y)$$

Másképp:

$$(Db, Z) = X + \text{Kiválogat } Y_j, \quad \substack{j=1 \\ Y_j \notin X}^M$$

12. Unió

Algoritmus:

Másolás tétel!

Változó

i, j : Egész

$Z := X$

$Db := N$

$j = 1..M$

$i := 1$

$i \leq N$ és $X[i] \neq Y[j]$

$i := i + 1$

$i > N$

I

N

$Db := Db + 1$

$Z[Db] := Y[j]$

—

Specifikáció:

- > Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$, $Y \in H^M$
- > Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Z \in H^{Db}$
- > Előfeltétel: $\text{HalmazE}(X)$ és $\text{HalmazE}(Y)$
- > Utófeltétel: $Db = N + \sum_{j=1}^M 1_{Y_j \notin X}$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq Db): (Z_i \in X \text{ vagy } Z_i \in Y) \text{ és } \text{HalmazE}(Z)$

Kiválogatás tétel!

Eldöntés tétel!

12. Unió

Feladatvariációk:

- Ismerünk két halmazt, meg kell adnunk az **elemek együttes számát!**
- Ismerünk két halmazt, meg kell adnunk a **különbségüket!**



Programozási tételek

➤ **Sorozat → sorozat**

7. Másolás – függvényszámítás

8. Kiválogatás

9. Rendezés (később lesz)

➤ **Sorozat → sorozatok**

10. Szétválogatás

➤ **Sorozatok → sorozat**

11. Metszet

12. Unió





Programozási alapismeretek

5. előadás vége