

The background of the slide is a black and white aerial photograph of the University of Roland Eötvös campus. The image shows a large, historic building complex with many windows and a central courtyard, situated along a river. The text "Programozási alapismeretek" and "8. előadás" is overlaid on the image in a white serif font.

Programozási alapismeretek

8. előadás

Tartalom

- Programozási tételek alkalmazása
- Sorozatszámítás –
rekordok: jövedelem
- Maximum-kiválasztás –
rekordok: legkorábbi születésnap
- Függvény a feltételben
- Mátrixok
- Rekordok vektora
- Vektorok rekordja



Tartalom

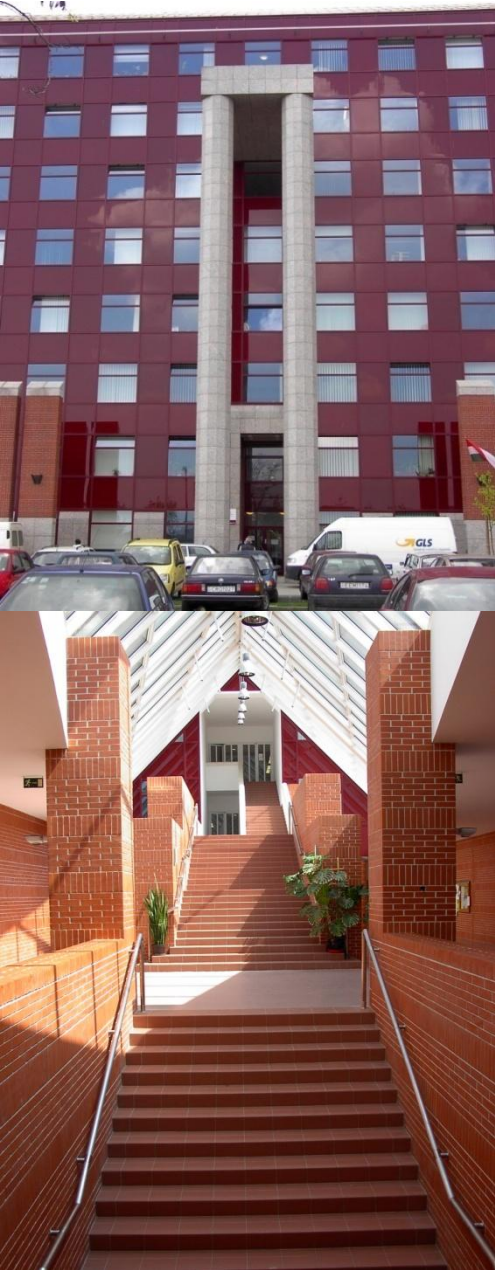
- Programozási tételek alkalmazása
- Sorozatszámítás –
rekordok: jövedelem
- Maximum-kiválasztás
rekordok: legkorábbi születésnap
- Függvény a feltételben
- Mátrixok
- Rekordok vektora
- Vektorok rekordja

A nagy
sémaitások
előadása



Tartalom

- Programozási tételek alkalmazása
- Sorozatszámítás –
rekordok: jövedelem
- Maximum-kiválasztás –
rekordok: legkorábbi születésnap
- Függvény a feltételben
- Mátrixok
- Rekordok vektora
- Vektorok rekordja



Programozási tételek alkalmazása

Feladat:

Egy folyón N helyen mérik a vízállást, amit egy referenciamagassághoz képest centiméterben adnak meg. Elsőfokú árvízvédelmi készültséget kell elrendelni, ha a magasság meghaladja a 800 centimétert, másodfokút, ha meghaladja a 900 centimétert és harmadfokút, ha meghaladja az 10 métert. Folyószakasznak nevezzük a leghosszabb egymás mellett levő egyforma tulajdonságú mérésekből álló sorozatokat. **Árvíz**nek nevezzük azt a **folyószakaszt**, ahol minden hely legalább elsőfokú készültségű.

Adjuk meg, hogy hány folyószakaszon volt árvíz!



Feladat:

Egy folyón N helyen méri a vízállást, amit egy referenciamagassághoz képest centiméterben adnak meg. **Elsőfokú** árvédelmi készültséget kell elrendelni, ha a magasság meghaladja a 800 centimétert, **másodfokú**t, ha meghaladja a 900 centimétert és **harmadfokú**t, ha meghaladja az 10 métert. Folyószakasznak nevezzük a leghosszabb egymás mellett levő egyforma tulajdonságú mérésekből álló sorozatokat. **Árvíz**nek nevezzük azt a **folyószakaszt**, ahol minden hely legalább elsőfokú készültségű.

Adjuk meg, hogy hány folyószakaszon volt árvíz!

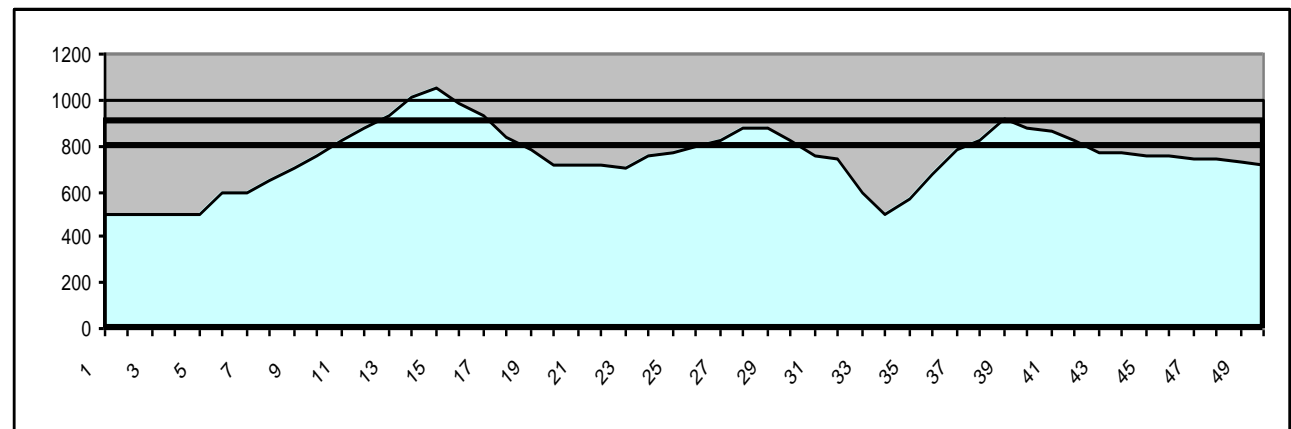


Programozási tételek alkalmazása



Adjuk meg, hogy **hány** folyószakaszon volt árvíz!

A feladat szöveg alapján ez egy **megszámolás** programozási tétel.



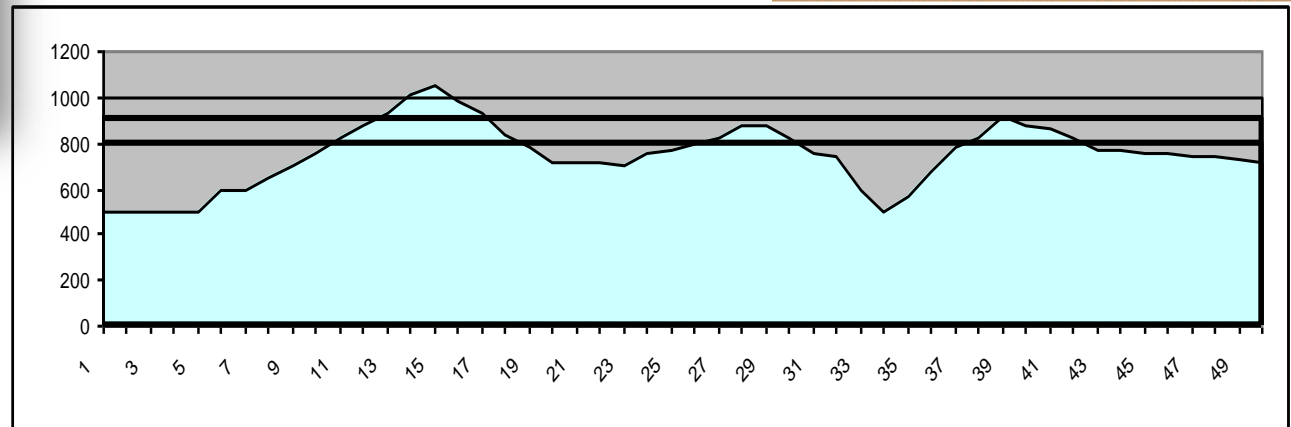
Feladat:

Egy folyón N helyen méri a vízállást, amit egy referenciamagassághoz képest centiméterben adnak meg. **Elsőfokú** árvédelmi készültséget kell elrendelni, ha a magasság meghaladja a 800 centimétert, **másodfokú**t, ha meghaladja a 900 centimétert és **harmadfokú**t, ha meghaladja az 10 métert. Folyószakasznak nevezzük a leghosszabb egymás mellett levő egyforma tulajdonságú mérésekből álló sorozatokat. **Árvíz**nek nevezzük azt a **folyószakaszt**, ahol minden hely legalább elsőfokú készültségű.

Adjuk meg, hogy hány folyószakaszon volt árvíz!



Programozási tételek alkalmazása



Specifikáció₁:

➤ Bemenet: $N \in \mathbb{N}, F \in \mathbb{N}^N$

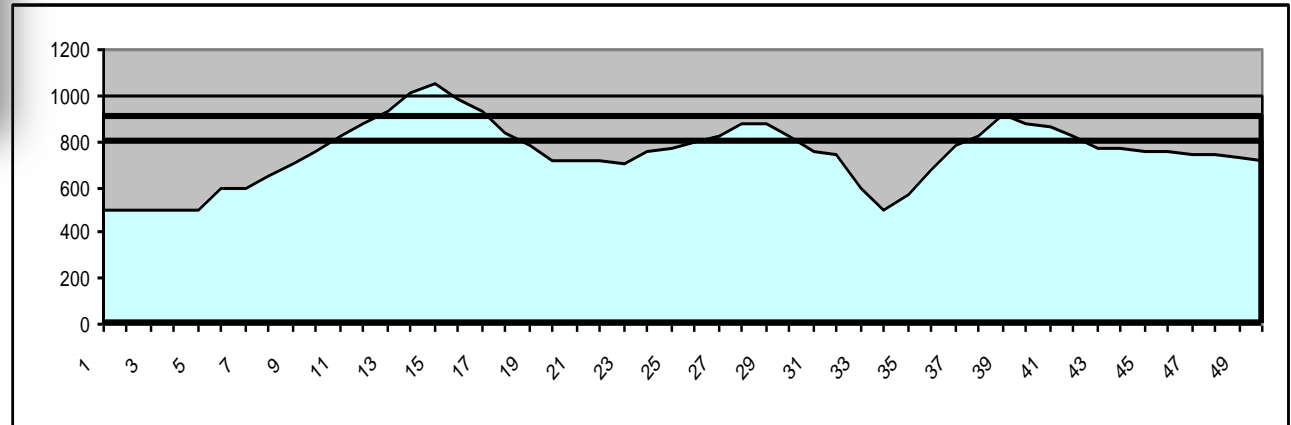
Feladat:

Egy folyón N helyen méri a vízállást, amit egy referenciamagassághoz képest centiméterben adnak meg. **Elsőfokú** árvédelmi készültséget kell elrendelni, ha a magasság meghaladja a 800 centimétert, **másodfokú**t, ha meghaladja a 900 centimétert és **harmadfokú**t, ha meghaladja az 10 métert. Folyószakasznak nevezzük a leghosszabb egymás mellett levő egyforma tulajdonságú mérésekből álló sorozatokat. **Árvíz**nek nevezzük azt a **folyószakaszt**, ahol minden hely legalább elsőfokú készültségű.

Adjuk meg, hogy hány folyószakaszon volt árvíz!



Programozási tételek alkalmazása



Specifikáció₁:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, F \in \mathbb{N}^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$

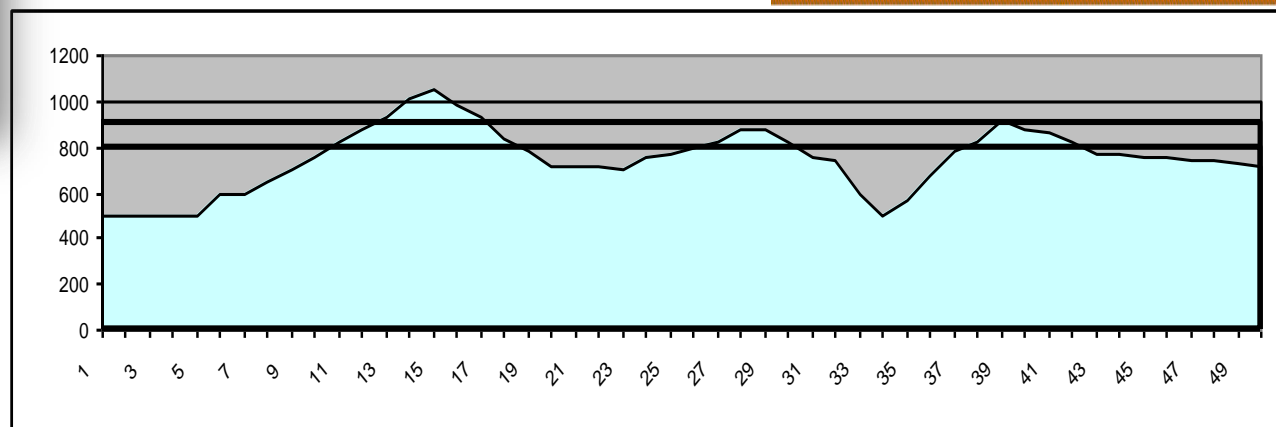
Feladat:

Egy folyón N helyen méri a vízállást, amit egy referenciamagassághoz képest centiméterben adnak meg. **Elsőfokú** árvédelmi készültséget kell elrendelni, ha a magasság meghaladja a 800 centimétert, **másodfokú**t, ha meghaladja a 900 centimétert és **harmadfokú**t, ha meghaladja az 10 métert. Folyószakasznak nevezzük a leghosszabb egymás mellett levő egyforma tulajdonságú mérésekből álló sorozatokat. **Árvíz**nek nevezzük azt a **folyószakaszt**, ahol minden hely legalább elsőfokú készültségű.

Adjuk meg, hogy hány folyószakaszon volt árvíz!



Programozási tételek alkalmazása



Specifikáció₁:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, F \in \mathbb{N}^N$
- Kimenet: $D_b \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: —

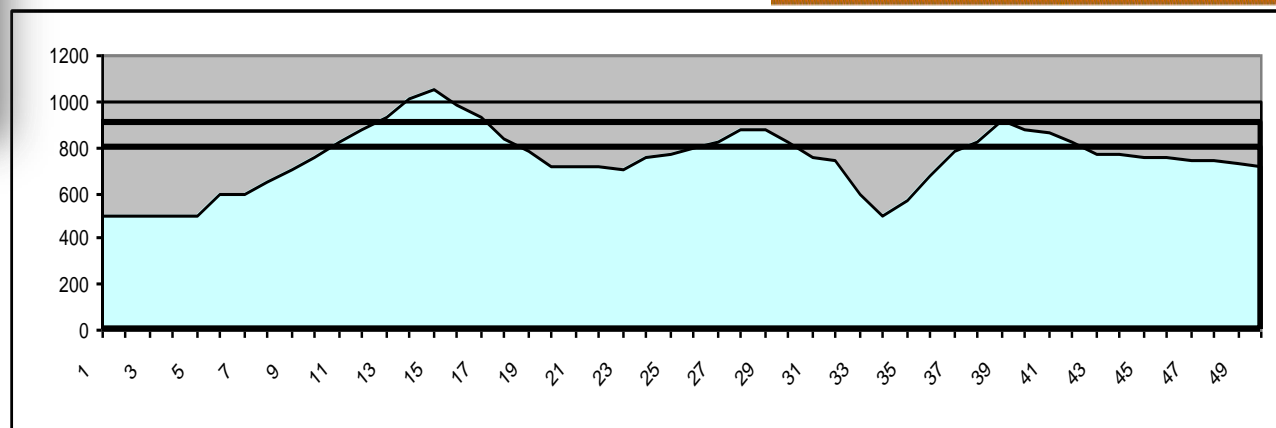
Feladat:

Egy folyón N helyen méri a vízállást, amit egy referenciamagassághoz képest centiméterben adnak meg. **Elsőfokú** árvédelmi készültséget kell elrendelni, ha a magasság meghaladja a 800 centimétert, **másodfokú**t, ha meghaladja a 900 centimétert és **harmadfokú**t, ha meghaladja az 10 métert. Folyószakasznak nevezzük a leghosszabb egymás mellett levő egyforma tulajdonságú mérésekből álló sorozatokat. **Árvíz**nek nevezzük azt a **folyószakaszt**, ahol minden hely legalább elsőfokú készültségű.

Adjuk meg, hogy hány folyószakaszon volt árvíz!



Programozási tételek alkalmazása



Specifikáció₁:

➤ Bemenet: $N \in \mathbb{N}, F \in \mathbb{N}^N$

➤ Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$

➤ Előfeltétel: —

➤ Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^{N-1} 1$

$F_i \leq 800$ és $F_{i+1} > 800$ vagy $i=1$ és $F_i > 800$

Azaz annyi szakaszon volt árvíz, ahány helyen **árvíz kezdődött** vagy **már az elején is árvíz volt**.

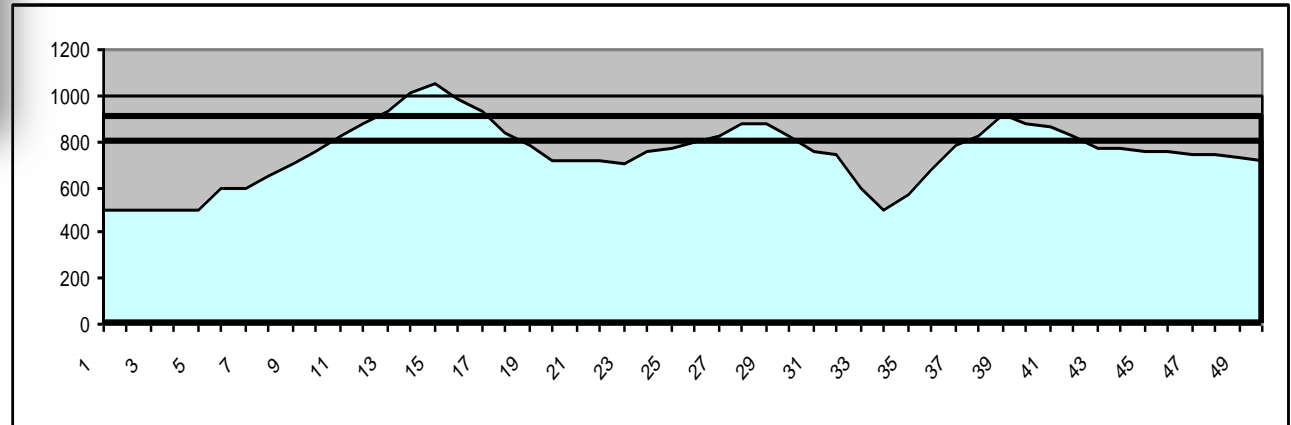
Feladat:

Egy folyón N helyen méri a vízállást, amit egy referenciamagassághoz képest centiméterben adnak meg. **Elsőfokú** árvédelmi készültséget kell elrendelni, ha a magasság meghaladja a 800 centimétert, **másodfokú**t, ha meghaladja a 900 centimétert és **harmadfokú**t, ha meghaladja az 10 métert. Folyószakasznak nevezzük a leghosszabb egymás mellett levő egyforma tulajdonságú mérésekből álló sorozatokat. **Árvíz**nek nevezzük azt a **folyószakaszt**, ahol minden hely legalább elsőfokú készültségű.

Adjuk meg, hogy hány folyószakaszon volt árvíz!



Programozási tételek alkalmazása



Specifikáció₂:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, F \in \mathbb{N}^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: —

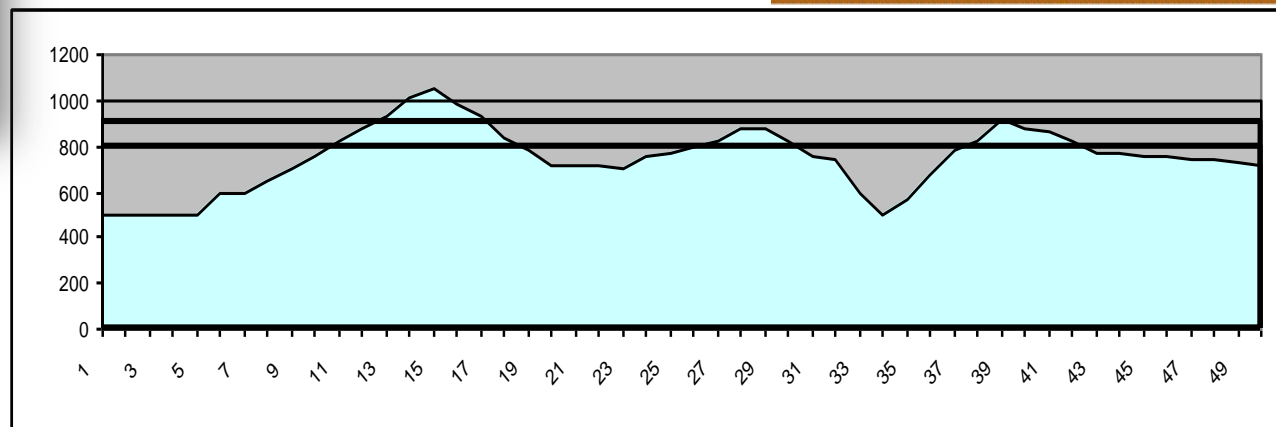
Feladat:

Egy folyón N helyen méri a vízállást, amit egy referenciamagassághoz képest centiméterben adnak meg. **Elsőfokú** árvédelmi készültséget kell elrendelni, ha a magasság meghaladja a 800 centimétert, **másodfokú**t, ha meghaladja a 900 centimétert és **harmadfokú**t, ha meghaladja az 10 métert. Folyószakasznak nevezzük a leghosszabb egymás mellett levő egyforma tulajdonságú mérésekből álló sorozatokat. **Árvíz**nek nevezzük azt a **folyószakaszt**, ahol minden hely legalább elsőfokú készültségű.

Adjuk meg, hogy hány folyószakaszon volt árvíz!



Programozási tételek alkalmazása



Specifikáció₂:

➤ Bemenet: $N \in \mathbb{N}, F \in \mathbb{N}^N$

➤ Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$

➤ Előfeltétel: —

➤ Utófeltétel: $Db = \sum_{i=2}^N 1$

$F_i \leq 800$ és $F_{i-1} > 800$ vagy $i=N$ és $F_i > 800$

Azaz annyi szakaszon volt árvíz, ahány helyen **árvíz végződött** vagy **már a végén is árvíz volt**.

Programozási tételek alkalmazása

Algoritmus₁:

Specifikáció₁:

➤ Bemenet: $N \in \mathbb{N}, F \in \mathbb{N}^N$

➤ Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$

➤ Előfeltétel: —

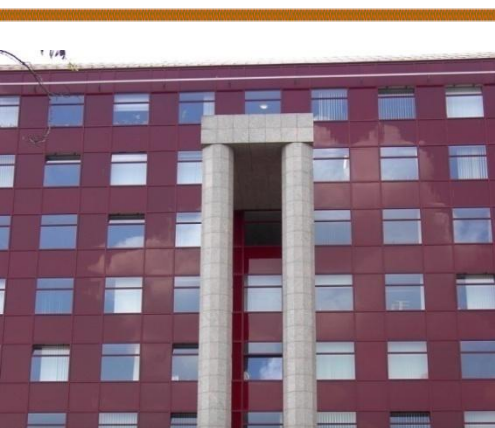
➤ Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^{N-1} 1$

$F_i \leq 800$ és $F_{i+1} > 800$ vagy $i=1$ és $F_1 > 800$

Változó
 i : Egész

I \ N		$F[1] > 800$	
		Db:=1	Db:=0
		$i=1..N-1$	
		I \ N	
		$F[i] \leq 800$ és $F[i+1] > 800$	
		Db:=Db+1	—

Különválasztva a csak egyszer ($i=1$ -nél) teljesülőt a többitől. (Optimizálás.)



Programozási tételek alkalmazása



Algoritmus₂:

Specifikáció₂:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, F \in \mathbb{N}^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: —
- Utófeltétel: $Db = \sum_{i=2}^N 1$

$F_i \leq 800$ és $F_{i-1} > 800$ vagy $i=N$ és $F_i > 800$



I \ N		$F[N] > 800$									
		Db:=1	Db:=0								
		$i = 2..N$									
		<table> <tr> <th colspan="2">I \ N</th><th colspan="2">$F[i] \leq 800$ és $F[i-1] > 800$</th></tr> <tr> <th colspan="2"></th><th>Db:=Db+1</th><th>—</th></tr> </table>		I \ N		$F[i] \leq 800$ és $F[i-1] > 800$				Db:=Db+1	—
I \ N		$F[i] \leq 800$ és $F[i-1] > 800$									
		Db:=Db+1	—								

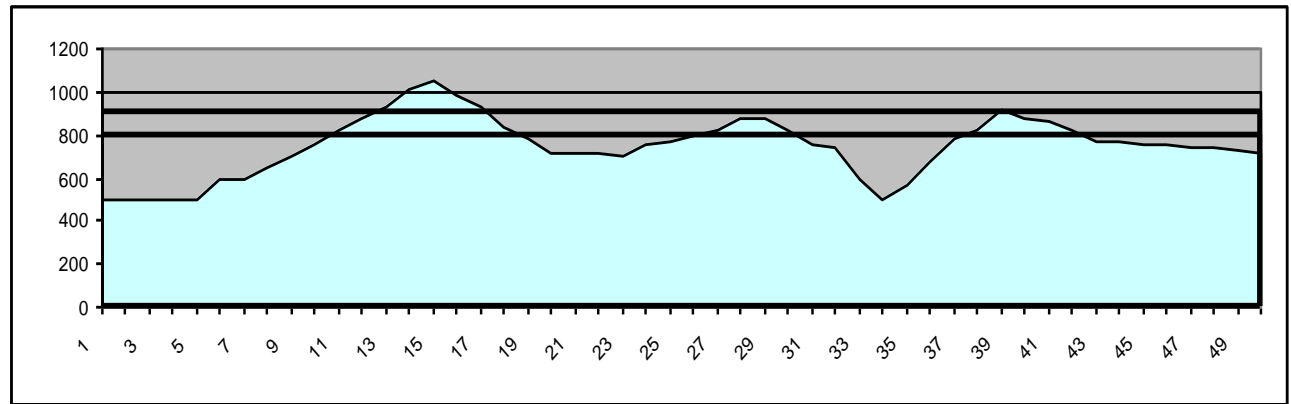
Változó
i: Egész

Különválasztva a csak egyszer ($i=N$ -nél) teljesülőt a többtől. (Optimizálás.)

Programozási tételek alkalmazása

Feladat:

Egy folyón N helyen mérik a vízállást, amit egy referenciamagassághoz képest centiméterben adnak meg. ... Adjuk meg az árvizek hosszát! Feltehetjük, hogy az **első és az utolsó mérésnél** nem volt árvíz.



Feladat:

Egy folyón N helyen mérik a vízállást, amit egy referenciamagassághoz képest centiméterben adnak meg. ... Adjuk meg az árvizek hosszát! Feltehetjük, hogy az **első és az utolsó mérésnél** nem volt árvíz.

Programozási tételek alkalmazása



Specifikáció: (kiválogatás+másolás)

➤ Bemenet: $N \in \mathbb{N}, F \in \mathbb{N}^N$



Feladat:

Egy folyón N helyen mérik a vízállást, amit egy referenciamagassághoz képest centiméterben adnak meg. ... Adjuk meg az árvizek hosszát! Feltehetjük, hogy az **első és az utolsó mérésnél** nem volt árvíz.

Programozási tételek alkalmazása



Specifikáció: (kiválogatás+másolás)

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, F \in \mathbb{N}^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, H \in \mathbb{N}^{Db}$



Feladat:

Egy folyón N helyen mérik a vízállást, amit egy referenciamagassághoz képest centiméterben adnak meg. ... Adjuk meg az árvizek hosszát! Feltehetjük, hogy az **első és az utolsó mérésnél** nem volt árvíz.

Programozási tételek alkalmazása



Specifikáció: (kiválogatás+másolás)

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, F \in \mathbb{N}^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, H \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: $N \geq 1$ és $F_1 \leq 800$ és $F_N \leq 800$



Feladat:

Egy folyón N helyen mérik a vízállást, amit egy referenciamagassághoz képest centiméterben adnak meg. ... Adjuk meg az árvizek hosszát! Feltehetjük, hogy az **első és az utolsó mérésnél** nem volt árvíz.

Programozási tételek alkalmazása



Specifikáció: (kiválogatás+másolás)

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, F \in \mathbb{N}^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, H \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: $N \geq 1$ és $F_1 \leq 800$ és $F_N \leq 800$

- Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^{N-1} 1$ és $F_i \leq 800$ és $F_{i+1} > 800$

$$\forall i (1 \leq i \leq Db): H_i = \text{árvízvég}_i - \text{árvízkezdet}_i - 1$$



Feladat:

Egy folyón N helyen mérik a vízállást, amit egy referenciamagassághoz képest centiméterben adnak meg. ... Adjuk meg az árvizek hosszát! Feltehetjük, hogy az **első és az utolsó mérésnél** nem volt árvíz.

Programozási tételek alkalmazása



Specifikáció: (kiválogatás+másolás)

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, F \in \mathbb{N}^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, H \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: $N \geq 1$ és $F_1 \leq 800$ és $F_N \leq 800$

- Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^{N-1} 1$ és $F_i \leq 800$ és $F_{i+1} > 800$

$$\forall i (1 \leq i \leq Db): H_i = \text{árvízvég}_i - \text{árvízkezdet}_i - 1$$

- Definíció:

$$\text{árvízvég} \in \mathbb{N}^{Db} \dots$$

$$\text{árvízkezdet} \in \mathbb{N}^{Db} \dots$$



Programozási tételek alkalmazása

Algoritmus: (kiválogatás \supset megszámlolás)

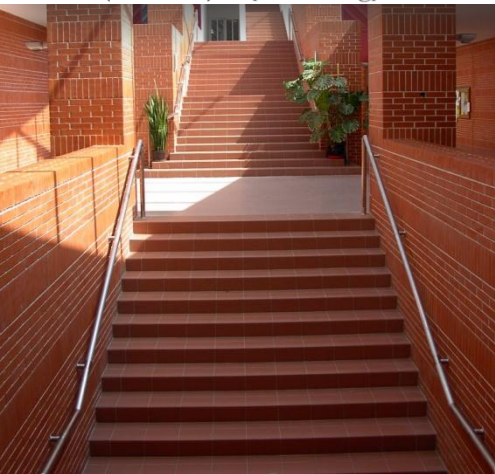
Egyszerűsítő ötlet: a megfelelő számlálót árvízkezdetnél nullázzuk, árvíznél pedig növeljük.

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, F \in \mathbb{N}^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, H \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: $N \geq 1$ és $F_1 \leq 800$ és $F_N \leq 800$

- Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^{N-1} 1$ és

$\forall i (1 \leq i \leq Db): H_i = \text{árvízvégi} - \text{árvízkezdeti} - 1$





Programozási tételek alkalmazása



Algoritmus: (kiválogatás \supset megszámlolás)

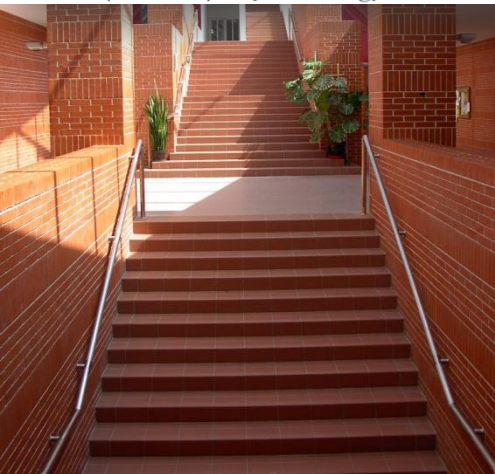
Egyszerűsítő ötlet: a megfelelő számlálót árvízkezdetnél nullázzuk, árvíznél pedig növeljük.

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, F \in \mathbb{N}^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, H \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: $N \geq 1$ és $F_1 \leq 800$ és $F_N \leq 800$

- Utófeltétel: $Db = \sum_{i=1}^{N-1} 1$ és $F_i \leq 800$ és $F_{i+1} > 800$

$\forall i (1 \leq i \leq Db): H_i = \text{árvízvégi} - \text{árvízkezdeti} - 1$



Változó
i: Egész

Db:=0	
i=1..N-1	
I	N
F[i] ≤ 800 és F[i+1] > 800	
Db:=Db+1	—
H[Db]:=0	
I	N
F[i] > 800	
H[Db]:=H[Db]+1	—

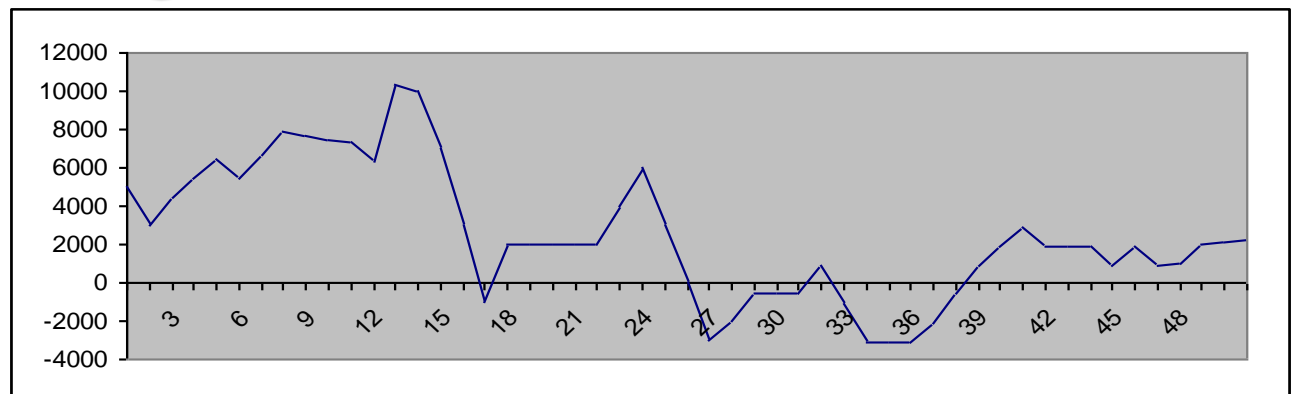


Programozási tételek alkalmazása

Feladat:

Lóversenyre járunk. N napon át naponta feljegyeztük, hogy mennyit nyertünk (≥ 0) vagy veszítettünk (< 0). Ha kezdetben X forintunk volt, akkor mely napon kellett először kölcsön kérnünk?

Összegzés és keresés programozási tétel!



Feladat:

Lóversenyre járunk. N napon át naponta feljegyeztük, hogy mennyit nyertünk (≥ 0) vagy veszítettünk (< 0). Ha kezdetben X forintunk volt, akkor mely napon kellett először kölcsön kérnünk?

Programozási tételek alkalmazása



Specifikáció: (keresés+összegzés)

➤ Bemenet: $N, X \in \mathbb{N}, P \in \mathbb{Z}^N$



Feladat:

Lóversenyre járunk. N napon át naponta feljegyeztük, hogy mennyit nyertünk (≥ 0) vagy veszítettünk (< 0). Ha kezdetben X forintunk volt, akkor mely napon kellett először kölcsön kérnünk?

Programozási tételek alkalmazása



Specifikáció: (keresés+összegzés)

- Bemenet: $N, X \in \mathbb{N}, P \in \mathbb{Z}^N$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}, Nap \in \mathbb{N}$



Feladat:

Lóversenyre járunk. N napon át naponta feljegyeztük, hogy mennyit nyertünk (≥ 0) vagy veszítettünk (< 0). Ha kezdetben X forintunk volt, akkor mely napon kellett először kölcsön kérnünk?

Programozási tételek alkalmazása



Specifikáció: (keresés+összegzés)

- Bemenet: $N, X \in \mathbb{N}, P \in \mathbb{Z}^N$
- Kimenet: $\text{Van} \in \mathbb{L}, \text{Nap} \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $X > 0$



Lóversenyre járunk. N napon át naponta feljegyeztük, hogy mennyit nyertünk (≥ 0) vagy veszítettünk (< 0). Ha kezdetben X forintunk volt, akkor mely napon kellett először kölcsön kérnünk?

Programozási tételek alkalmazása



Specifikáció: (keresés+összegzés)

- Bemenet: $N, X \in \mathbb{N}, P \in \mathbb{Z}^N$
- Kimenet: $\text{Van} \in \mathbb{L}, \text{Nap} \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $X > 0$
- Utófeltétel: $\text{Van} = \exists i (1 \leq i \leq N):$

$$X + \sum_{j=1}^i P_j \leq 0 \quad \text{és}$$

$$\text{Van} \rightarrow$$

$$(1 \leq \text{Nap} \leq N \quad \text{és} \quad X + \sum_{j=1}^{\text{Nap}} P_j \leq 0 \quad \text{és}$$

$$\forall i (1 \leq i < \text{Nap}) \quad \text{és} \quad X + \sum_{j=1}^i P_j > 0)$$



Feladat:

Lóversenyre járunk. N napon át naponta feljegyeztük, hogy mennyit nyertünk (≥ 0) vagy veszítettünk (< 0). Ha kezdetben X forintunk volt, akkor mely napon kellett először kölcsön kérnünk?

Programozási tételek alkalmazása



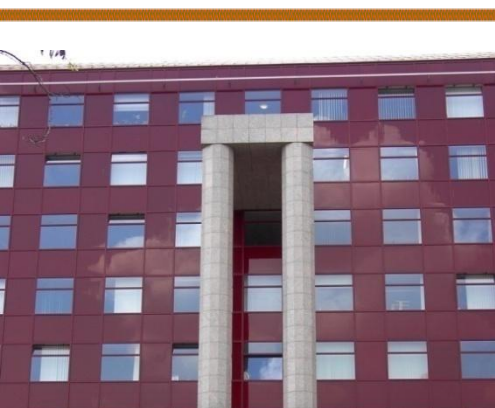
Specifikáció: (keresés+összegzés)

- Bemenet: $N, X \in \mathbb{N}, P \in \mathbb{Z}^N$
- Kimenet: $\text{Van} \in \mathbb{L}, \text{Nap} \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $X > 0$
- Utófeltétel: $\text{Van} = \exists i (1 \leq i \leq N): X + \sum_{j=1}^i P_j \leq 0$ és
 $\text{Van} \rightarrow$

$$\left(1 \leq \text{Nap} \leq N \text{ és } X + \sum_{j=1}^{\text{Nap}} P_j \leq 0 \text{ és } \right. \\ \left. \forall i (1 \leq i < \text{Nap}) \text{ és } X + \sum_{j=1}^i P_j > 0 \right)$$

Rövidebben: $\text{Van}, \text{Nap} \models \bigvee_{i=1}^N \text{Keres } i$
 $X + \sum_{j=1}^i P_j \leq 0$





Programozási tételek alkalmazása

Algoritmus: (keresés+összegzés)

Változó
i,S:Egész

Specifikáció:

- Bemenet: $N, X \in \mathbb{N}, P \in \mathbb{Z}^N$
- Kimenet: $\text{Van} \in \mathbb{L}, \text{Nap} \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $X > 0$
- Utófeltétel: $\text{Van} = \exists i(1 \leq i \leq N): X + \sum_{j=1}^i P_j \leq 0$ és
 $\text{Van} \rightarrow$
 $(1 \leq \text{Nap} \leq N \text{ és } X + \sum_{j=1}^{\text{Nap}} P_j \leq 0 \text{ és}$
 $\forall i(1 \leq i < \text{Nap}) \text{ és } X + \sum_{j=1}^i P_j > 0)$



$S := X$

$i := 1$

$i \leq N$ és $S + P[i] > 0$

$S := S + P[i]$

$i := i + 1$

$\text{Van} := i \leq N$

I	Van		N
Nap := i		—	

Sorozatszámítás

rekordok: jövedelem

Feladat:

Mennyi a jövedelmünk, ha ismertek a bevételeink és a vele szemben elszámolt kiadásaink?

Így specifikáltuk ezt a 4. előadásban.

Specifikáció:

Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $B_e, K_i \in \mathbb{Z}^N$

Kimenet: $S \in \mathbb{Z}$

Előfeltétel: $\forall i (1 \leq i \leq N): B_{e_i}, K_{i_i} \geq 0$

Utófeltétel: $S = \sum_{i=1}^N B_{e_i} - K_{i_i}$

Specifikáció (összegzés):

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $X \in H^N$
- Kimenet: $S \in H$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $S = \sum_{i=1}^N X_i$

Sorozatszámítás (összegzés)
tétel.

Sorozatszámítás rekordok: jövedelem

Így specifikálhatjuk a 6. előadás után.

Specifikáció₂:

➤ Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,

$Jöv \in \mathbb{N}^{N \times N}$, $Nyer = Be \times Ki$, $Be, Ki = N$

Specifikáció (összegzés):

➤ Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $X \in H^N$

➤ Kimenet: $S \in H$

➤ Előfeltétel: –

➤ Utófeltétel: $S = \sum_{i=1}^N X_i$

Sorozatszámítás (összegzés)
tétel.

Sorozatszámítás rekordok: jövedelem

Így specifikálhatjuk a 6. előadás után.

Specifikáció₂:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $Jöv \in \text{Nyer}^N$, $\text{Nyer} = \text{Be} \times \text{Ki}$, $\text{Be}, \text{Ki} = \mathbb{N}$
- Kimenet: $S \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $S = \sum_{i=1}^N Jöv_i.be - Jöv_i.ki$

Specifikáció (összegzés):

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $X \in \mathbb{H}^N$
- Kimenet: $S \in \mathbb{H}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $S = \sum_{i=1}^N X_i$

Sorozatszámítás (összegzés)
tétel.

Sorozatszámítás rekordok: jövedelem

Így specifikálhatjuk a 6. előadás után.

Specifikáció₂:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $Jöv \in \text{Nyer}^N$, $\text{Nyer} = \text{Be} \times \text{Ki}$, $\text{Be}, \text{Ki} = \mathbb{N}$
- Kimenet: $S \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $S = \sum_{i=1}^N Jöv_i.be - Jöv_i.ki$

Megjegyzés: értelmezhetjük úgy, hogy

$$\Sigma(Jöv_{1..N}) := \Sigma(Jöv_{1..N-1}) \oplus Jöv_N,$$

ahol $\oplus: \mathbb{N} \times \text{Nyer} \rightarrow \mathbb{N}$; $S \oplus F := S + F.be - F.ki \Rightarrow$

Specifikáció (összegzés):

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $X \in \mathbb{H}^N$
- Kimenet: $S \in \mathbb{H}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $S = \sum_{i=1}^N X_i$

Sorozatszámítás (összegzés)
tétel.

Sorozatszámítás rekordok: jövedelem



Így specifikálhatjuk a 6. előadás után.

Specifikáció₂:

➤ Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $Jöv \in \boxed{Nyer^N}$, $Nyer = Be \times Ki$, $Be, Ki = N$

➤ Kimenet: $S \in \mathbb{N}$

➤ Előfeltétel: –

~~➤ Utófeltétel: $S = \sum_{i=1}^N Jöv_i.be - Jöv_i.ki$~~

Megjegyzés: értelmezhetjük úgy, hogy

$$\Sigma(Jöv_{1..N}) := \Sigma(Jöv_{1..N-1}) \oplus Jöv_N,$$

ahol $\oplus: \mathbb{N} \times Nyer \rightarrow \mathbb{N}$; $S \oplus F := S + F.be - F.ki \Rightarrow$

➤ Utófeltétel: $S = \sum_{i=1}^N \boxed{Jöv_i}$

Specifikáció (összegzés):

➤ Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $X \in \boxed{H^N}$

➤ Kimenet: $S \in \mathbb{H}$

➤ Előfeltétel: –

➤ Utófeltétel: $S = \sum_{i=1}^N \boxed{X_i}$

Sorozatszámítás (összegzés)
tétel.

Sorozatszámítás rekordok: jövedelem

Így specifikálhatjuk a 6. előadás után.

Specifikáció₂:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $Jöv \in \text{Nyer}^N$, $\text{Nyer} = \text{Be} \times \text{Ki}$, $\text{Be}, \text{Ki} = \mathbb{N}$
- Kimenet: $S \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $S = \sum_{i=1}^N Jöv_i$
- Definíció:

$$\Sigma(Jöv_{1..N}) := \Sigma(Jöv_{1..N-1}) \oplus Jöv_N ;$$

$$\oplus : \mathbb{N} \times \text{Nyer} \rightarrow \mathbb{N}; \quad S \oplus F := S + F.be - F.ki$$

Specifikáció (összegzés):

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $X \in \mathbb{H}^N$
- Kimenet: $S \in \mathbb{H}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $S = \sum_{i=1}^N X_i$

Sorozatszámítás (összegzés)
tétel.

Sorozatszámítás rekordok: jövedelem

Algoritmus₁ – „régí” változat:

Változó
i:Egész

S:=0

i=1..N

S:=S+Be[i]–Ki[i]

S:=0

i=1..N

S:=S+X[i]

Sorozatszámítás rekordok: jövedelem

Algoritmus₁ – „régí” változat:

$S := 0$

$i = 1..N$

$S := S + Be[i] - Ki[i]$

Változó

i :Egész

$S := 0$

$i = 1..N$

$S := S + X[i]$

Algoritmus₂ – „új” változat:

$S := 0$

$i = 1..N$

$S := S \oplus Jöv[i]$

Változó

i :Egész

Megírandó a \oplus operátor!

$S \oplus F := S + F.be - F.ki$

Sorozatszámítás rekordok: jövedelem

Típus- és függvényfej-
definíciók.

Kód – operátor (egy „minimum program”):

```
//TNyer típus definiálása:
typedef struct {int be, ki;} TNyer; //reprezentáció
int operator +(int s, TNyer x); //TNyer típusú hozzáadás operátor fejsora
//a lényegi számítás függvénye:
int sum(int n, const TNyer t[]); //n TNyer 'összege' függvény fejsora
//Billentyűre várás:
void billreVar();

int main()
{
    //bemenet -csak most: konstansok, így nem kell beolvasni!-:
    const TNyer Jov[]={10,5},{5,10},{100,50}; //jövedelem tömb értékei
    int N=sizeof Jov / sizeof(TNyer); //aktuális elemszám
    //kimenet -mindjárt számítással-:
    int S=sum(N,Jov);
    //eredménymegjelenítés:
    cout << "Ossz jovedelem:" << S << endl;

    billreVar();
    return 0;
}

//TNyer típusú hozzáadás operátor definíciója:
int operator +(int s, TNyer x)
{
    return s + x.be - x.ki;
}

//n TNyer 'összege' függvény definíciója:
int sum(int n, const TNyer t[])
{
    int sum=0;
    for (int i=0; i<n; i++)
    {
        sum=sum+t[i].be - t[i].ki;
    }
    return sum;
}
```

Függvények definíciói.

Sorozatszámítás rekordok: jövedelem

Típus- és függvényfej-
definíciók.

Kód – operátor (egy „minimum program”):

```
//TNyer típus definiálása:
typedef struct {int be, ki;} TNyer; //reprezentáció
int operator +(int s, TNyer x); //TNyer típusú hozzáadás operátor fejsora
//a lényegi számítás függvénye:
int sum(int n, const TNyer t[]); //n TNyer 'összege' függvény fejsora
//Billentyűre várás:
void billreVar();

int main()
{
    //bemenet -csak most: konstansok, így nem kell beolvasni!-:
    const TNyer Jov[]={10,5},{5,10},{100,50}}; //jövedelem tömb értékei
    int N=sizeof Jov / sizeof(TNyer); //aktuális elemszám
    //kimenet -mindjárt számítással-:
    int S=sum(N,Jov);
    //eredménymegjelenítés:
    cout << "Ossz jovedelem:" << S << endl;

    billreVar();
    return 0;
}

//TNyer típusú hozzáadás operátor definíciója:
int operator +(int s, TNyer x)
{
    return s + x.be - x.ki;
}

//n TNyer 'összege' függvény definíciója:
int sum(int n, const TNyer t[])
{
    int sum=0;
    for (int i=0; i<n; i++)
    {
        sum=sum+t[i].be - t[i].ki;
    }
    return sum;
}
```

Függvények definíciói.

Sorozatszámítás rekordok: jövedelem

Típus- és függvényfej-
definíciók.

Kód – operátor (egy „minimum program”):

```
//TNyer típus definiálása:
typedef struct {int be, ki;} TNyer; //reprezentáció
int operator +(int s, TNyer x); //TNyer típusú hozzáadás operátor fejsora
//a lényegi számítás függvénye:
int sum(int n, const TNyer t[]); //n TNyer 'összege' függvény fejsora
//Billentyűre várás:
void billreVar();

int main()
{
    //bemenet -csak most: konstansok, így nem kell beolvasni!-:
    const TNyer Jov[]={10,5},{5,10},{100,50}; //jövedelem tömb értékei
    int N=sizeof Jov / sizeof(TNyer); //aktuális elemszám
    //kimenet -mindjárt számítással-:
    int S=sum(N,Jov);
    //eredménymegjelenítés:
    cout << "Ossz jovedelem:" << S << endl;

    billreVar();
    return 0;
}

//TNyer típusú hozzáadás operátor definíciója:
int operator +(int s, TNyer x)
{
    return s + x.be - x.ki;
}

//n TNyer 'összege' függvény definíciója:
int sum(int n, const TNyer t[])
{
    int sum=0;
    for (int i=0; i<n; i++)
    {
        sum+=t[i].be - t[i].ki;
    }
    return sum;
}
```

Függvények definíciói.

De jó lenne, ha nem
kellene újraírni a sum
függvényt csak amiatt,
h. más típusú elemeket
kell összeadni!

Kód
jegyzet-
ként



Maximum

rekordok: legkorábbi születésnap



Feladat:

Melyik a **leg**korábbi a születésnap?



Maximum

rekordok: legkorábbi születésnap

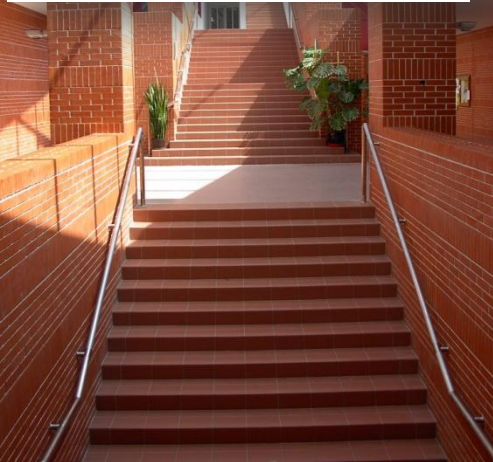
Feladat:

Melyik a **leg**korábbi a születésnap?

Specifikáció₁:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $X \in H^N$
- Kimenet: $\text{Max} \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $N > 0$
- Utófeltétel: $1 \leq \text{Max} \leq N$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq N): X_{\text{Max}} \geq X_i$



Maximum

rekordok: legkorábbi születésnap

Feladat:

Melyik a **leg**korábbi a születésnap?

Specifikáció₁:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbf{N}$,
 $X \in H^N$
- Kimenet: $Max \in \mathbf{N}$
- Előfeltétel: $N > 0$
- Utófeltétel: $1 \leq Max \leq N$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq N): X_{Max} \geq X_i$

➤ Bemenet: $N \in \mathbf{N}$, $Hó, Nap \in \mathbf{Z}^N$

➤ Kimenet: $Min \in \mathbf{N}$

➤ Előfeltétel: $N > 0 \dots$

➤ Utófeltétel: $1 \leq Min \leq N$ és

$$\forall i (1 \leq i \leq N): \begin{aligned} &Hó_{Min} < Hó_i \text{ vagy} \\ &Hó_{Min} = Hó_i \text{ és} \\ &Nap_{Min} \leq Nap_i \end{aligned}$$

Maximum

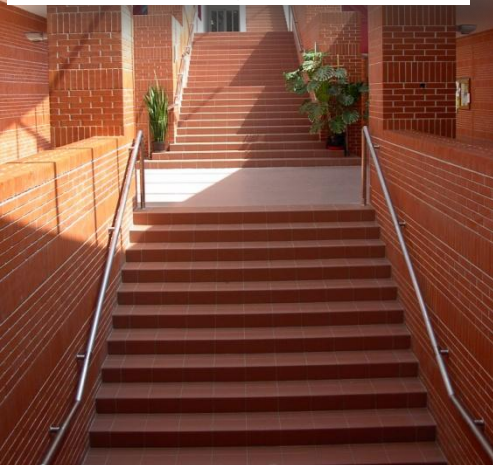
rekordok: legkorábbi születésnap

Specifikáció₂:

- Bemenet: $N \in \mathbf{N}$,
 $Szül \in \text{Dátum}^N$,
 $\text{Dátum} = \text{Hó} \times \text{Nap}$, $\text{Hó}, \text{Nap} = \mathbf{N}$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbf{N}$,
 $X \in H^N$
- Kimenet: $\text{Max} \in \mathbf{N}$
- Előfeltétel: $N > 0$
- Utófeltétel: $1 \leq \text{Max} \leq N$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq N): X_{\text{Max}} \geq X_i$



Maximum

rekordok: legkorábbi születésnap

Specifikáció₂:

- Bemenet: $N \in \mathbf{N}$,
 $Szül \in \text{Dátum}^N$,
 $\text{Dátum} = \text{Hó} \times \text{Nap}$, $\text{Hó}, \text{Nap} = \mathbf{N}$
- Kimenet: $\text{Min} \in \mathbf{N}$
- Előfeltétel: $N > 0 \dots$
- Utófeltétel: $1 \leq \text{Min} \leq N$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq N): Szül_{\text{Min}} \leq Szül_i$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbf{N}$,
 $X \in H^N$
- Kimenet: $\text{Max} \in \mathbf{N}$
- Előfeltétel: $N > 0$
- Utófeltétel: $1 \leq \text{Max} \leq N$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq N): X_{\text{Max}} \geq X_i$

Maximum

rekordok: legkorábbi születésnap

Specifikáció₂:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $Szül \in \text{Dátum}^N$,
 $\text{Dátum} = \text{Hó} \times \text{Nap}$, $\text{Hó}, \text{Nap} = \mathbb{N}$
- Kimenet: $\text{Min} \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $N > 0 \dots$
- Utófeltétel: $1 \leq \text{Min} \leq N$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq N): Szül_{\text{Min}} \leq Szül_i$
- Definíció:
 $\leq: \text{Dátum} \times \text{Dátum} \rightarrow \mathbb{L}$
 $d1 \leq d2 := d1.\text{hó} < d2.\text{hó}$ vagy
 $d1.\text{hó} = d2.\text{hó}$ és $d1.\text{nap} \leq d2.\text{nap}$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $X \in H^N$
- Kimenet: $\text{Max} \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $N > 0$
- Utófeltétel: $1 \leq \text{Max} \leq N$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq N): X_{\text{Max}} \geq X_i$

Maximum

rekordok: legkorábbi születésnap

Specifikáció₂:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $Szül \in \text{Dátum}^N$,
 $\text{Dátum} = \text{Hó} \times \text{Nap}$, $\text{Hó}, \text{Nap} = \mathbb{N}$
- Kimenet: $\text{Min} \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $N > 0 \dots$
- Utófeltétel: $\text{Min} = \underset{i=1}{\overset{N}{\text{MinInd}}} Szül[i]$
- Definíció:
 $\leq : \text{Dátum} \times \text{Dátum} \rightarrow \mathbb{L}$
 $d1 \leq d2 := d1.hó < d2.hó \text{ vagy}$
 $d1.hó = d2.hó \text{ és } d1.nap \leq d2.nap$





Maximum

rekordok: legkorábbi születésnap



Max:=1	Változó i:Egész
i=2..N	
$X[i] > X[Max]$	
Max:=i	—

Min:=1	
i=2..N	
$Szül[i] < Szül[Min]$	
Min:=i	—

Változó
i:Egész



Természetesen meg kell még írni az **TDátum** típusra a $<$ relációt megvalósító függvényt (operátort).

Az világos, hogy a specifikációban felbukkanó \leq és az algoritmusbeli $<$ a relációk egymással kifejezhetők.



Maximum rekordok: legkorábbi születésnap



Max:=1	Változó i:Egész
i=2..N	
$X[i] > X[Max]$	
Max:=i	—

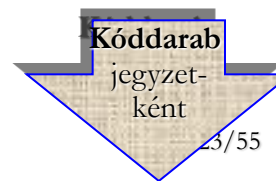
Min:=1	
i=2..N	
$Szül[i] < Szül[Min]$	
Min:=i	—

Változó
i:Egész



Természetesen meg kell még írni az **TDátum** típusra a $<$ relációt megvalósító függvényt (operátort).

Az világos, hogy a specifikációban felbukkanó \leq és az algoritmusbeli $<$ a relációk egymással kifejezhetők.



Maximum

rekordok: legkorábbi születésnap

Max:=1	Változó i:Egész
i=2..N	
$X[i] > X[Max]$	
Max:=i	—

Min:=1	
i=2..N	
$Szül[i] < Szül[Min]$	
Min:=i	—

Változó
i:Egész



De jó lenne, ha nem kellene újraírni a MinInd függvényt csak amiatt, h. mástípusú elemeket kell összehasonlítani!

Természetesen meg kell még írni az **TDátum** típusra a $<$ relációt megvalósító függvényt (operátort).

Az világos, hogy a specifikációban felbukkanó \leq és az algoritmusbeli $<$ a relációk egymással kifejezhetők.

Kóddarab
jegyzet-
ként

Függvény a feltételben

Feladat:

Adjunk meg egy magánhangzót egy magyar szóban!



Függvény a feltételben

Feladat:

Adjunk meg egy magánhangzót egy magyar szóban!

Specifikáció: (kiválasztás)

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $X \in H^N$
- Kimenet: $Ind \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $N > 0$ és $\exists i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$
- Utófeltétel: $1 \leq Ind \leq N$ és $T(X_{Ind})$

➤ Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $Szó \in K^N$

➤ Kimenet: $Mh \in \mathbb{N}$

➤ Előfeltétel: $N > 0$ és

$\exists i (1 \leq i \leq N): \text{MagánhangzóE}(Szó_i)$

➤ Utófeltétel: $1 \leq Mh \leq N$ és $\text{MagánhangzóE}(Szó_{Mh})$

Kiválasztás tétel.

Függvény a feltételben

Feladat:

Adjunk meg egy magánhangzót egy magyar szóban!

Specifikáció: (kiválasztás)

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $X \in H^N$
- Kimenet: $Ind \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $N > 0$ és $\exists i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$
- Utófeltétel: $1 \leq Ind \leq N$ és $T(X_{Ind})$

➤ Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $Szó \in K^N$

➤ Kimenet: $Mh \in \mathbb{N}$

➤ Előfeltétel: $N > 0$ és

$\exists i (1 \leq i \leq N): \text{MagánhangzóE}(Szó_i)$

➤ Utófeltétel: $1 \leq Mh \leq N$ és $\text{MagánhangzóE}(Szó_{Mh})$

Másképpen: $Mh = \bigcup_{i=1}^N \text{Kiválaszt } i$
 $\text{MagánhangzóE}(Szó_i)$

Kiválasztás tétel.

Függvény a feltételben

Feladat:

Adjunk meg egy magánhangzót egy magyar szóban!

Specifikáció: (kiválasztás)

Lehetne: Szó $\in S$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $X \in H^N$
- Kimenet: $Ind \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $N > 0$ és $\exists i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$
- Utófeltétel: $1 \leq Ind \leq N$ és $T(X_{Ind})$

➤ Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, Szó $\in K^N$

➤ Kimenet: $Mh \in \mathbb{N}$

➤ Előfeltétel: $N > 0$ és

$\exists i (1 \leq i \leq N): \text{MagánhangzóE}(\text{Szó}_i)$

➤ Utófeltétel: $1 \leq Mh \leq N$ és $\text{MagánhangzóE}(\text{Szó}_{Mh})$

Másképpen: $Mh = \bigvee_{i=1}^N \text{Kiválaszt } i$
 $\text{MagánhangzóE}(\text{Szó}_i)$

➤ Definíció:

$\text{MagánhangzóE}: K \rightarrow L$

$\text{MagánhangzóE}(B) = \exists i (1 \leq i \leq 14): B = \text{Mag}_i$

$\text{Mag} \in K^{14} = ("a", "á", \dots, "ű")$

Eldöntés tétel.

Kiválasztás tétel.

Függvény a feltételben



Kiválasztás tétel.

► Utófeltétel: $1 \leq Mh \leq N$ és $\text{MagánhangzóE}(\text{Szó}_{Mh})$

Algoritmus:

$Mh := 1$
nem $\text{MagánhangzóE}(\text{Szó}[i])$
$Mh := Mh + 1$



Függvény a feltételben

Algoritmus:

Mh:=1

nem MagánhangzóE(Szó[i])

Mh:=Mh+1

Kiválasztás tétel.

➤ Utófeltétel: $1 \leq Mh \leq N$ és $\text{MagánhangzóE}(\text{Szó}_{Mh})$

➤ Definíció:

$\text{MagánhangzóE}: K \rightarrow L$

$\text{MagánhangzóE}(B) = \exists i (1 \leq i \leq 14): B = \text{Mag}_i$

Eldöntés tétel.

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $X \in H^N$,
 $T: H \rightarrow L$
- Kimenet: $\text{Van} \in L$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\text{Van} = \exists i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$

MagánhangzóE(B:Karakter):Logikai

i:=1

$i \leq 14$ és $B \neq \text{Mag}[i]$

i:=i+1

$\text{MagánhangzóE} := i \leq 14$

Változó
i: Egész
Konstans
Mag: Tör

Mátrixok

Feladat:

Egy $N \times M$ -es raszterképet nagyítsunk a kétszeresére pontsokszorozással: minden régi pont helyébe 2×2 azonos színű pontot rajzolunk a nagyított képen.



Mátrixok

Problémák/**válaszok**:

- Hogyan ábrázoljunk egy képet?

A kép rendezett pontokból áll, azaz biztosan valamilyen sorozatként adható meg.

- Nehézkes lenne azonban a pontokra egy sorszámozást adni.

Kézenfekvőbb azt megmondani, hogy egy képpont a kép hányadik sorában, illetve oszlopában található, azaz alkalmazzunk **dupla indexelést**!

A kétindexes tömböket hívjuk **mátrix**nak.



Feladat:

Egy $N \times M$ -es rasterképet nagyítsunk a kétszeresére *pontokszorzással*: minden régi pont helyébe 2×2 azonos színű pontot rajzolunk a nagyított képen.

Mátrixok

$$:=(\mathbb{N}^M)^N$$

N – a sorok,

M – az oszlopok száma

Specifikáció:

➤ Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}, K \in \mathbb{N}^{N \times M}$



Feladat:

Egy $N \times M$ -es rasterképet nagyítsunk a kétszeresére *pontoskiszorozással*: minden régi pont helyébe 2×2 azonos színű pontot rajzolunk a nagyított képen.

Mátrixok

$$:= (\mathbb{N}^M)^N$$

N – a sorok,

M – az oszlopok száma

Specifikáció:

- Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}, K \in \mathbb{N}^{N \times M}$
- Kimenet: $NK \in \mathbb{N}^{2 \cdot N \times 2 \cdot M}$



Feladat:

Egy $N \times M$ -es raszterképet nagyítsunk a kétszeresére *pontokszorzással*: minden régi pont helyébe 2×2 azonos színű pontot rajzolunk a nagyított képen.

Mátrixok

$$:= (\mathbb{N}^M)^N$$

N – a sorok,

M – az oszlopok száma

Specifikáció:

- Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}, K \in \mathbb{N}^{N \times M}$
- Kimenet: $NK \in \mathbb{N}^{2 \cdot N \times 2 \cdot M}$
- Előfeltétel: –



Feladat:

Egy $N \times M$ -es raszterképet nagyítsunk a kétszeresére *pontokszorzással*: minden régi pont helyébe 2×2 azonos színű pontot rajzolunk a nagyított képen.

Mátrixok

$$:=(\mathbb{N}^M)^N$$

N – a sorok,

M – az oszlopok száma

Specifikáció:

- Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}, K \in \mathbb{N}^{N \times M}$
- Kimenet: $NK \in \mathbb{N}^{2 \cdot N \times 2 \cdot M}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N): \forall j(1 \leq j \leq M):$

$$NK_{2 \cdot i, 2 \cdot j} = K_{i, j} \text{ és}$$

$$NK_{2 \cdot i - 1, 2 \cdot j} = K_{i, j} \text{ és}$$

$$NK_{2 \cdot i, 2 \cdot j - 1} = K_{i, j} \text{ és}$$

$$NK_{2 \cdot i - 1, 2 \cdot j - 1} = K_{i, j}$$



Feladat:

Egy $N \times M$ -es raszterképet nagyítsunk a kétszeresére *pontokszorzással*: minden régi pont helyébe 2×2 azonos színű pontot rajzolunk a nagyított képen.

Mátrixok

$$:=(\mathbb{N}^M)^N$$

N – a sorok,

M – az oszlopok száma

Specifikáció:

- Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}, K \in \mathbb{N}^{N \times M}$
- Kimenet: $NK \in \mathbb{N}^{2 \cdot N \times 2 \cdot M}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N): \forall j(1 \leq j \leq M):$

$$NK_{2 \cdot i, 2 \cdot j} = K_{i,j} \text{ és}$$

$$NK_{2 \cdot i - 1, 2 \cdot j} = K_{i,j} \text{ és}$$

$$NK_{2 \cdot i, 2 \cdot j - 1} = K_{i,j} \text{ és}$$

$$NK_{2 \cdot i - 1, 2 \cdot j - 1} = K_{i,j}$$

Ez a **másolás** tétel egy variációja, csak egy elemből négy elem keletkezik.



Mátrixok

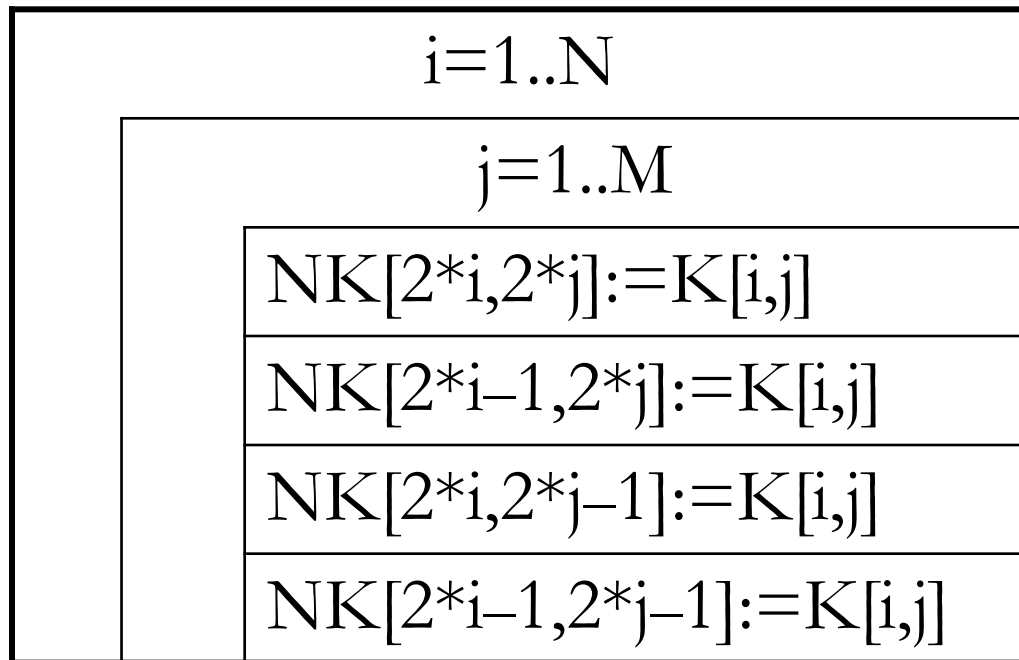
Algoritmus:

Változó

i, j : Egész

Specifikáció:

- Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}$, $K \in \mathbb{N}^{N \times M}$
- Kimenet: $NK \in \mathbb{N}^{2 \cdot N \times 2 \cdot M}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i (1 \leq i \leq N): \forall j (1 \leq j \leq M):$
 - $NK_{2 \cdot i, 2 \cdot j} = K_{i, j}$ és
 - $NK_{2 \cdot i - 1, 2 \cdot j} = K_{i, j}$ és
 - $NK_{2 \cdot i, 2 \cdot j - 1} = K_{i, j}$ és
 - $NK_{2 \cdot i - 1, 2 \cdot j - 1} = K_{i, j}$



Megjegyzés: programozási nyelvekben a mátrix elemének elérésére más jelölés is lehet, pl.: C++ esetén $K[i][j]$.

Mátrixok

Egy mátrix kódolási példa:
Írjunk mátrix-beolvasó eljárást!



Mátrixok

```
int_tomb_be("Matrix elemek?",...);
```

```
Matrix elemek?  
Sorok száma: 2  
Oszlopok száma: 3  
Kérem az elemeket!  
(1,1) :11  
(1,2) :12  
(1,3) :13  
(2,1) :21  
(2,2) :21  
(2,3) :huszonhárom  
Hibás az elem!  
23_
```

Egy mátrix kódolási példa:
Írjunk mátrix-beolvasó eljárást!

Megoldás:

```
//egy (min,max) közötti értékű, int elemekből álló,  
//(maxN, maxM) méretekkkel deklarált mat mátrix beolvasása billentyűzetről:  
void int_tomb_be(string kerd, int min, int max, int mat[maxN][maxM],  
                 int &n, int &m, int maxN, int maxM)  
{  
    cout << kerd << endl;  
    //tényleges méretek beolvasása:  
    be_int("Sorok száma: ", n, 0, maxN, "Hibás a sorok száma!");  
    be_int("Oszlopok száma: ", m, 0, maxM, "Hibás az oszlopok száma!");  
    //a mátrix beolvasása:  
    cout << "Kérem az elemeket!" << endl;  
    for (int i=1; i<=n; ++i)  
    {  
        for (int j=1; j<=m; ++j)  
        {  
            cout << "(" << i << ", " << j << ") :";  
            be_int("", mat[i-1][j-1], min, max, "Hibás az elem!");  
        }  
    }  
}
```

Mátrixok

```
int_tomb_be("Matrix elemek?",...);
```

```
Matrix elemek?  
Sorok száma: 2  
Oszlopok száma: 3  
Kérem az elemeket!  
(1,1) :11  
(1,2) :12  
(1,3) :13  
(2,1) :21  
(2,2) :21  
(2,3) :huszonhárom  
Hibás az elem!  
23_
```

Egy mátrix kódolási példa:
Írjunk mátrix-beolvasó eljárást!

Megoldás:

```
//egy (min,max) közötti értékű, int elemekből álló,  
//(maxN, maxM) méretekkkel deklarált mat mátrix beolvasása billentyűzetről:  
void int_tomb_be(string kerd, int min, int max, int mat[maxN][maxM],  
                 int &n, int &m, int maxN, int maxM)  
{  
    cout << kerd << endl;  
    //tényleges méretek beolvasása:  
    be_int("Sorok száma: ", n, 0, maxN, "Hibás a sorok száma!");  
    be_int("Oszlopok száma: ", m, 0, maxM, "Hibás az oszlopok száma!");  
    //a mátrix beolvasása:  
    cout << "Kérem az elemeket!" << endl;  
    for (int i=1; i<=n; ++i)  
    {  
        for (int j=1; j<=m; ++j)  
        {  
            cout << "(" << i << ", " << j << ") :";  
            be_int("", mat[i-1][j-1], min, max, "Hibás az elem!");  
        }  
    }  
}
```

Mátrixok

```
int_tomb_be("Matrix elemek?",...);
```

```
Matrix elemek?  
Sorok száma: 2  
Oszlopok száma: 3  
Kérem az elemeket!  
(1,1) :11  
(1,2) :12  
(1,3) :13  
(2,1) :21  
(2,2) :21  
(2,3) :huszonhárom  
Hibás az elem!  
23_
```

Egy mátrix kódolási példa:
Írjunk mátrix-beolvasó eljárást!

Megoldás:

De jó lenne, ha nem
kellene új függvényt
írni float vagy ...
vagy string (?)
elemű tömbhöz!

```
//egy (min,max) közötti értékű, int elemekből álló,  
//(maxN, maxM) méretekkel deklarált mat mátrix beolvasása billentyűzetről:  
void int_tomb_be(string kerd, int min, int max, int mat[maxN][maxM],  
                 int &n, int &m, int maxN, int maxM)  
{  
    cout << kerd << endl;  
    //tényleges méretek beolvasása:  
    be_int("Sorok száma: ",n,0,maxN,"Hibás a sorok száma!");  
    be_int("Oszlopok száma: ",m,0,maxM,"Hibás az oszlopok száma!");  
    //a mátrix beolvasása:  
    cout << "Kérem az elemeket!" << endl;  
    for (int i=1;i<=n;++i)  
    {  
        for (int j=1;j<=m;++j)  
        {  
            cout << "(" << i << ", " << j << ") :";  
            be_int("",mat[i-1][j-1],min,max,"Hibás az elem!");  
        }  
    }  
}
```

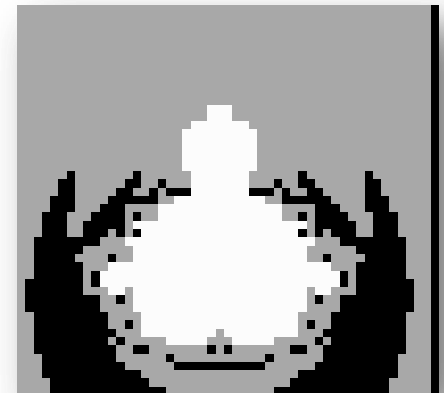
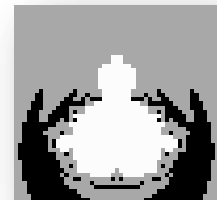


Mátrixok

Feladat:

Egy $N \times M$ -es raszterképet kicsinyítsünk a felére ($N/2 \times M/2$ méretűre) pontátlagolással: a kicsinyített kép minden pontja az eredeti kép 2×2 pontjának „átlaga” legyen!

„átlag”: színek
átlaga



Feladat:

Egy $N \times M$ -es raszterképet kicsinyítsünk a felére ($N/2 \times M/2$ méretűre) *pontátlagolással*: a kicsinyített kép minden pontja az eredeti kép 2×2 pontjának „átlaga” legyen!

Mátrixok



Specifikáció: (másolás)

- Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}, K \in \mathbb{N}^{N \times M}$
- Kimenet: $KK \in \mathbb{N}^{N/2 \times M/2}$
- Előfeltétel: $\text{PárosE}(N)$ és $\text{PárosE}(M)$
- Utófeltétel:

$$\forall i(1 \leq i \leq N/2): \forall j(1 \leq j \leq M/2):$$
$$KK_{i,j} = (K_{2*i,2*j} + K_{2*i-1,2*j} + K_{2*i,2*j-1} + K_{2*i-1,2*j-1}) / 4$$

- Definíció:

$$\text{PárosE}: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{L}$$

$$\text{PárosE}(x) := x \bmod 2 = 0$$



Mátrixok

Algoritmus:

➤ Utófeltétel:

$\forall i(1 \leq i \leq N/2): \forall j(1 \leq j \leq M/2):$
 $KK_{i,j} = (K_{2*i,2*j} + K_{2*i-1,2*j} +$
 $K_{2*i,2*j-1} + K_{2*i-1,2*j-1}) / 4$

$i = 1..N/2$

$j = 1..M/2$

$KK[i,j] := (K[2*i,2*j] + K[2*i-1,2*j] +$
 $K[2*i,2*j-1] + K[2*i-1,2*j-1]) / 4$

Változó

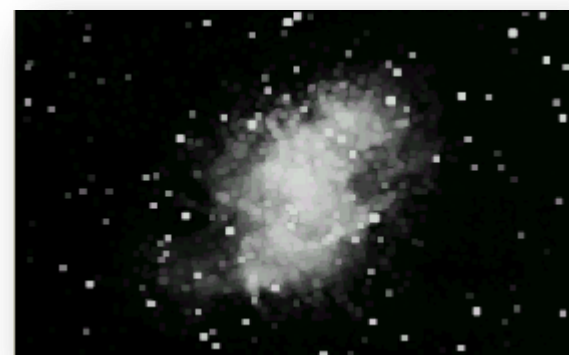
i,j : Egész

Megjegyzés: a színes képeknél az átlagolással baj lehet! Milyen szín egy **piros** és egy **kék** színű pont **átlaga**? RGB esetén a szín: **Rekord(piros,zöld,kék:Egész);** és az átlag?

Mátrixok

Feladat:

A Rák-köd képére alkalmazzunk egyféle Rank-szűrőt! Minden pontot helyettesítsünk magának és a 8 szomszédjának maximumával!



Feladat:

A Rák-köd képére alkalmazzunk egyféle *Rank-szűrőt*! Minden pontot helyettesítsünk magának és a 8 szomszédjának maximumával!

Mátrixok



Specifikáció: (maximum-kiválasztás)

- Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}$, $K \in \mathbb{N}^{N \times M}$
- Kimenet: $RK \in \mathbb{N}^{N \times M}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 < i < N): \forall j(1 < j < M):$

$$RK_{i,j} = \max_{p=i-1}^{i+1} \max_{q=j-1}^{j+1} K_{p,q} \quad \text{és}$$

$$\forall j(1 \leq j \leq M):$$

$$RK_{1,j} = K_{1,j} \quad \text{és} \quad RK_{N,j} = K_{N,j}$$

$$\forall i(1 \leq i \leq N):$$

$$RK_{i,1} = K_{i,1} \quad \text{és} \quad RK_{i,M} = K_{i,M}$$



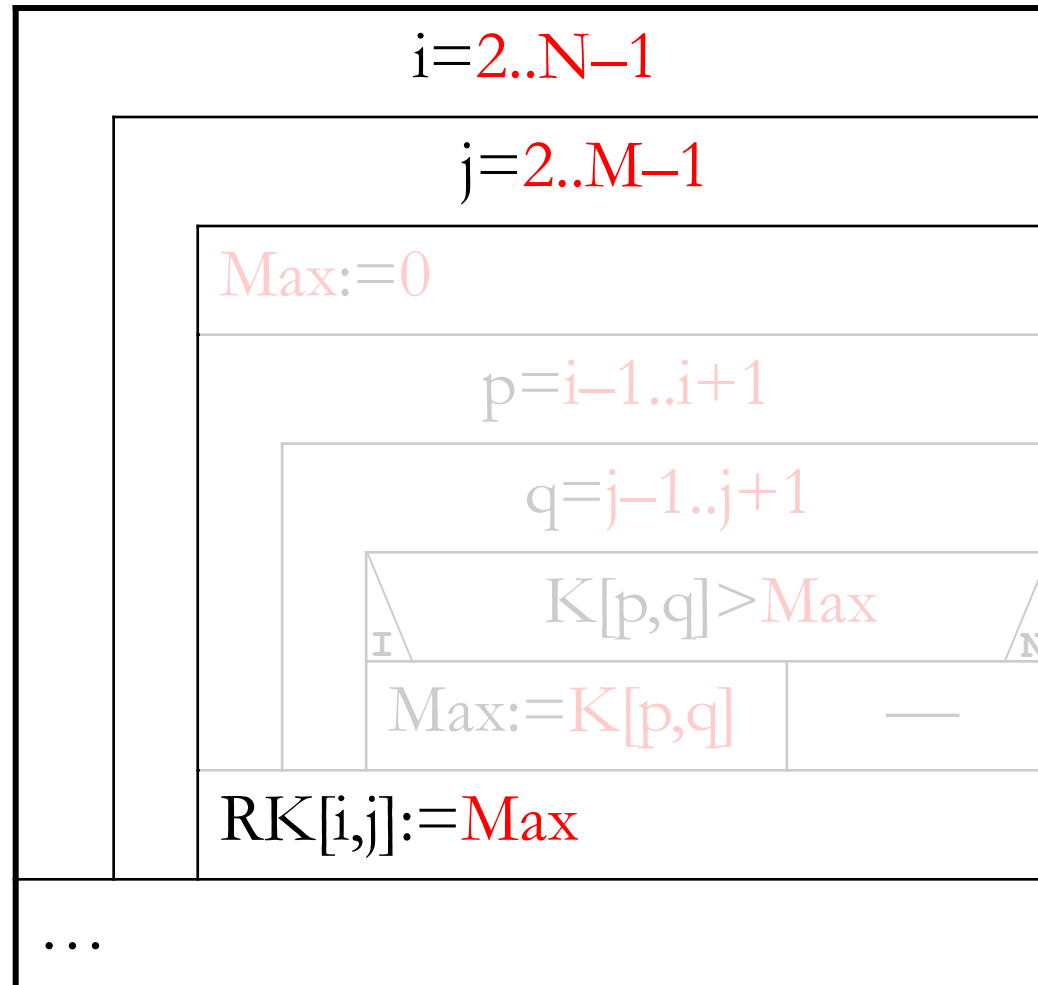
Mátrixok

Algoritmus:

Változó

i,j:Egész

> Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N): \forall j(1 \leq j \leq M):$
 $RK_{i,j} = \max_{p=i-1}^{i+1} \max_{q=j-1}^{j+1} K_{p,q}$ és
 $\forall i(1 \leq i \leq N): \forall j(1 \leq j \leq M):$
 $RK_{1,j} = K_{1,j}$ és $RK_{N,j} = K_{N,j}$
 $RK_{i,1} = K_{i,1}$ és $RK_{i,M} = K_{i,M}$



Mátrixok

Algoritmus:

Változó

i, j : Egész

> Utófeltétel: $\forall i (1 \leq i < N): \forall j (1 \leq j < M):$
 $RK_{i,j} = \max_{p=i-1}^{i+1} \max_{q=j-1}^{j+1} K_{p,q}$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq N): \forall j (1 \leq j \leq M):$
 $RK_{1,j} = K_{1,j}$ és $RK_{N,j} = K_{N,j}$
 $RK_{i,1} = K_{i,1}$ és $RK_{i,M} = K_{i,M}$

Specifikáció:

- > Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $X \in H^N$
- > Kimenet: $Max \in \mathbb{N}$
- > Előfeltétel: $N > 0$
- > Utófeltétel: $1 \leq Max \leq N$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq N): X_{Max} \geq X_i$

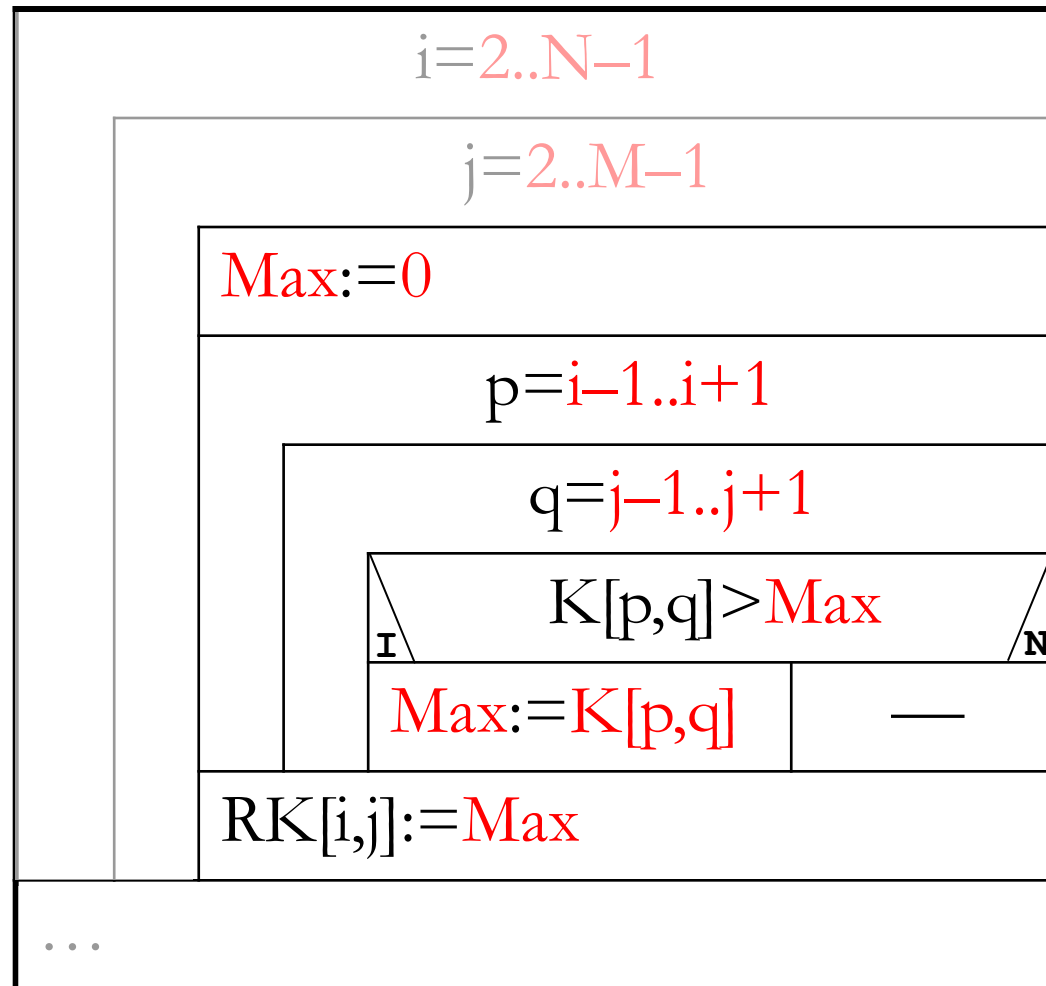
$Max := 1$

$i := 2..N$

$X[i] > X[Max]$

$Max := i$

Maximumérték-
kiválasztás tétel.



Mátrixok

Algoritmus (folytatás):

Változó
i,j:Egész

> Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N): \forall j(1 \leq j \leq M):$
 $RK_{i,j} = \max_{p=i-1}^{i+1} \max_{q=j-1}^{j+1} K_{p,q}$ és
 $\forall j(1 \leq j \leq M):$
 $RK_{1,j} = K_{1,j}$ és $RK_{N,j} = K_{N,j}$
 $\forall i(1 \leq i \leq N):$
 $RK_{i,1} = K_{i,1}$ és $RK_{i,M} = K_{i,M}$

...

j=1..M

$RK[1,j] := K[1,j]$

$RK[N,j] := K[N,j]$

i=1..N

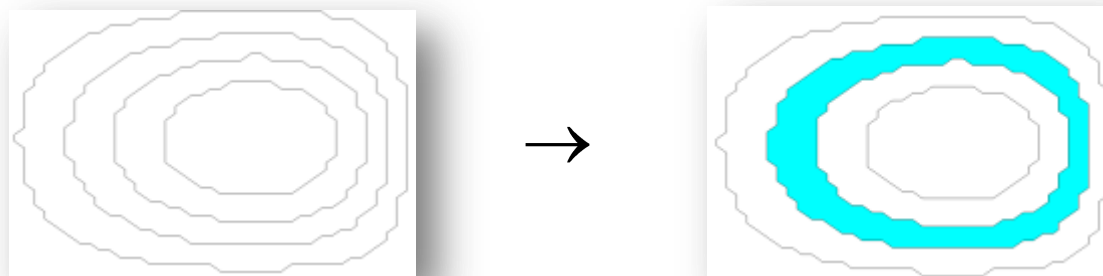
$RK[i,1] := K[i,1]$

$RK[i,M] := K[i,M]$

Mátrixok

Feladat:

Egy kép egy adott (fehér színű) tartományát egy (A,B) belső pontjából kiindulva fessük be világoskékre!



Festendők a „**belső pontok**”, ha $\text{Belső}(i,j) = \text{Igaz}$.

Ahol $\text{Belső}: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{L}$

$\text{Belső}(i,j) = (i=A \text{ és } j=B \text{ vagy}$

$\text{Fehér}(i,j) \text{ és}$

$(\text{Belső}(i-1,j) \text{ vagy } \text{Belső}(i+1,j) \text{ vagy}$
 $\text{Belső}(i,j-1) \text{ vagy } \text{Belső}(i,j+1))$)



Mátrixok

Specifikáció:

- Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}$, $K \in \mathbb{N}^{N \times M}$, $A, B \in \mathbb{N}$
- Kimenet: $KK \in \mathbb{N}^{N \times M}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N): \forall j(1 \leq j \leq M):$
 $\text{Belső}(i, j) \rightarrow KK_{i,j} = \text{világoskék és}$
 $\text{nem Belső}(i, j) \rightarrow KK_{i,j} = K_{i,j}$



Mátrixok

Specifikáció:

- Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}$, $K \in \mathbb{N}^{N \times M}$, $A, B \in \mathbb{N}$
- Kimenet: $KK \in \mathbb{N}^{N \times M}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N): \forall j(1 \leq j \leq M):$
 $\text{Belső}(i,j) \rightarrow KK_{i,j} = \text{világoskék}$ és
 $\text{nem Belső}(i,j) \rightarrow KK_{i,j} = K_{i,j}$

Algoritmus:

$KK := K$
$\text{Festés}(A, B)$



Mátrixok

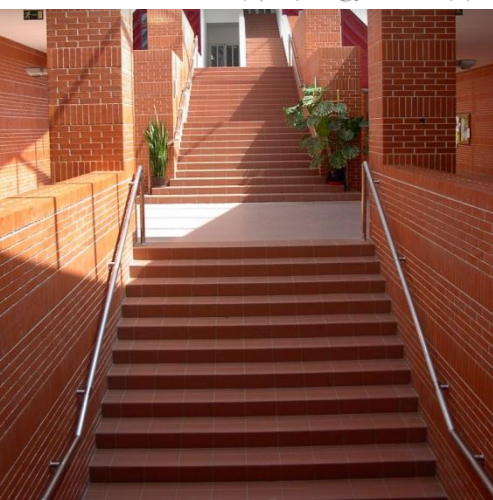
Algoritmus:

➤ Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N): \forall j(1 \leq j \leq M):$
 $\text{Belső}(i,j) \rightarrow \text{KK}_{i,j} = \text{világoskék és}$
 $\text{nem Belső}(i,j) \rightarrow \text{KK}_{i,j} = \text{K}_{i,j}$

Festés(i,j :Egész)



➤ Definíció:
 $\text{Belső}(i,j) = (i=A \text{ és } j=B \text{ vagy}$
 $\text{Fehér}(i,j) \text{ és}$
 $(\text{Belső}(i-1,j) \text{ vagy } \text{Belső}(i+1,j) \text{ vagy}$
 $\text{Belső}(i,j-1) \text{ vagy } \text{Belső}(i,j+1)))$



KK[i,j]:=világoskék	
I	N
KK[i-1,j]=fehér	
Festés(i-1,j)	—
I	N
KK[i+1,j]=fehér	
Festés(i+1,j)	—
I	N
KK[i,j-1]=fehér	
Festés(i,j-1)	—
I	N
KK[i,j+1]=fehér	
Festés(i,j+1)	—

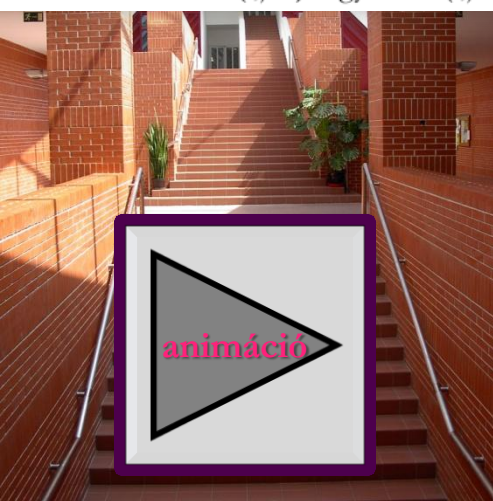
Mátrixok

Algoritmus:

Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N): \forall j(1 \leq j \leq M):$
 $\text{Belső}(i,j) \rightarrow \text{KK}_{i,j} = \text{világoskék és}$
 $\text{nem Belső}(i,j) \rightarrow \text{KK}_{i,j} = \text{K}_{i,j}$



Definíció:
 $\text{Belső}(i,j) = (i=A \text{ és } j=B \text{ vagy}$
 $\text{Fehér}(i,j) \text{ és}$
 $(\text{Belső}(i-1,j) \text{ vagy Belső}(i+1,j) \text{ vagy}$
 $\text{Belső}(i,j-1) \text{ vagy Belső}(i,j+1)))$



Festés(i,j:Egész)

KK[i,j]:=világoskék	
I \	KK[i-1,j]=fehér és i>1
Festés(i-1,j)	—
I \	KK[i+1,j]=fehér és i<N
Festés(i+1,j)	—
I \	KK[i,j-1]=fehér és j>1
Festés(i,j-1)	—
I \	KK[i,j+1]=fehér és j<M
Festés(i,j+1)	—

Rekordok vektora

Feladat:

Egy adott napon N -szer volt földrengés. Ismerjük az egyes rengések időpontját. Mondjuk meg, hogy hány másodpercenként volt földrengés!



Rekordok vektora

Feladat:

Egy adott napon N -szer volt földrengés. Ismerjük az egyes rengések időpontját. Mondjuk meg, hogy hány másodpercenként volt földrengés!

Megoldás felé:

- Definiálni kellene, mi az idő!
Az időt megadhatjuk az (óra, perc, másodperc) hármassal, azaz az idő:
$$\text{Idő} = \text{Ó} \times \text{P} \times \text{Mp}, \quad \text{Ó}, \text{P}, \text{Mp} = \mathbb{N}$$
- Algoritmikus sablon: **Másolás** tétel!



Egy adott napon N -szer volt földrengés. Ismerjük az egyes rengések időpontját. Mondjuk meg, hogy hány másodpercenként volt földrengés!

Rekordok vektora



Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, R \in \text{Idő}^N$
 $\text{Idő} = \text{Ó} \times \text{P} \times \text{Mp}, \text{ Ó, P, Mp} = \mathbb{N}$
- Kimenet: $T \in \mathbb{N}^{N-1}$
- Előfeltétel: $\forall i (1 \leq i \leq N): 0 \leq R_i.\text{ó} \leq 23$ és
 $0 \leq R_i.\text{p} \leq 59$ és $0 \leq R_i.\text{mp} \leq 59$ és
 $\forall i (1 \leq i < N): R_i < R_{i+1}$
- Utófeltétel: $\forall i (1 \leq i \leq N-1): T_i = R_{i+1} - R_i$
- Definíció: $- : \text{Idő} \times \text{Idő} \rightarrow \mathbb{N}$
 $i1 - i2 := \dots ??? \dots$
 $< : \text{Idő} \times \text{Idő} \rightarrow \mathbb{L}$
 $i1 < i2 := \dots ??? \dots$



Rekordok vektora

Idők különbsége



Rekordok vektora

Idők különbsége

1. megoldási ötlet:

Felfoghatjuk úgy, mint két **háromjegyű szám** különbsége, ahol a három jegy nem azonos alapú. (**Vegyes alapú számrendszer.**)
Majd **másodpercekké** konvertáljuk.



Rekordok vektora

Idők különbsége

1. megoldási ötlet:

Felfoghatjuk úgy, mint két **háromjegyű szám** különbsége, ahol a három jegy nem azonos alapú. (**Vegyes alapú számrendszer.**)
Majd **másodpercekké** konvertáljuk.

2. megoldási ötlet:

Kifejezzük az időket **másodpercben**, így már két egész szám különbségét kell kiszámolni.



Rekordok vektora

Idők különbsége

1. megoldási ötlet:

Felfoghatjuk úgy, mint két **háromjegyű szám** különbsége, ahol a három jegy nem azonos alapú. (**Vegyes alapú számrendszer.**)

Majd **másodpercekké** konvertáljuk.

2. megoldási ötlet:

Kifejezzük az időket **másodpercben**, így már két egész szám különbségét kell kiszámolni.

$$\text{másodpercben}(i) := i.o * 3600 + i.p * 60 + i.mp$$

Meggondolandó, h. mekkora egész szám kell hozzá? ($24 * 3600 = 86\,400$) Milyen típusú lehet? (>2 byte)



Rekordok vektora

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, R \in \text{Idő}^N$
 $\text{Idő} = \text{Ó} \times \text{P} \times \text{Mp}, \text{ Ó, P, Mp} = \mathbb{N}$
- Kimenet: $T \in \mathbb{N}^{N-1}$
- Előfeltétel: $\forall i (1 \leq i \leq N): 0 \leq R_i.\text{ó} \leq 23 \text{ és}$
 $0 \leq R_i.\text{p} \leq 59 \text{ és } 0 \leq R_i.\text{mp} \leq 59 \text{ és}$
 $\forall i (1 \leq i < N): R_i < R_{i+1}$
- Utófeltétel: $\forall i (1 \leq i \leq N-1): T_i = R_{i+1} - R_i$
- Definíció:
 $- : \text{Idő} \times \text{Idő} \rightarrow \mathbb{N}$
 $i1 - i2 := i1.\text{ó} * 3600 + i1.\text{p} * 60 + i1.\text{mp} -$
 $(i2.\text{ó} * 3600 + i2.\text{p} * 60 + i2.\text{mp})$



Rekordok vektora

Algoritmus₁:

Változó

i:Egész

S:Tömb[...]

➤ Utófeltétel: $\forall i (1 \leq i \leq N-1): T_i = R_{i+1} - R_i$

➤ Definíció:

– :Idő \times Idő \rightarrow N

$i1 - i2 := i1.o*3600+i1.p*60+i1.mp -$
 $(i2.o*3600+i2.p*60+i2.mp)$

$i=1..N$

$S[i] := R[i].o*3600 +$
 $R[i].p*60 + R[i].mp$

$i=1..N-1$

$T[i] := S[i+1] - S[i]$

Megjegyzések:

1. Egy **S** segédtömböt használunk.
2. A TIdők közötti „-” operátor az S-en keresztül, közvetve kerül az algoritmusba.

Rekordok vektora

Algoritmus₂:

Változó

i:Egész

S:Tömb[...]

➤ Utófeltétel: $\forall i (1 \leq i \leq N-1): T_i = R_{i+1} - R_i$

➤ Definíció:

`másodpercben(i) := i.o*3600 + i.p*60 + i.mp`

$i = 1..N$

$S[i] := \text{másodpercben}(R[i])$

$i = 1..N-1$

$T[i] := S[i+1] - S[i]$

Megjegyzések:

1. A `másodpercben` fv. megvalósítandó!
2. Ha a különbség (óra, perc, másodperc)-ben kell, akkor $T[i]$ -ből vissza kell alakítani!
Újabb művelet.

Rekordok vektora

Algoritmus₃:

Változó
i:Egész

➤ Utófeltétel: $\forall i (1 \leq i \leq N-1): T_i = R_{i+1} - R_i$
➤ Definíció:

`másodpercben(i) := i.o*3600 + i.p*60 + i.mp`

$i = 1..N-1$

$T[i] := \text{másodpercben}(R[i+1]) - \text{másodpercben}(R[i])$

Megjegyzés:

A `másodpercben` fv. segítségével (sőt anélkül is) **megspórolható az S** segéd tömb; és így az előkészítő ciklus... de cserében majdnem minden $R[i]$ -t kétszer számítunk át másodpercekre.

Rekordok vektora

Algoritmus₄:

Változó
i:Egész

- Utófeltétel: $\forall i (1 \leq i \leq N-1): T_i = R_{i+1} - R_i$
- Definíció:

`másodpercben(i) := i.o*3600+i.p*60+i.mp`

$i = 1..N-1$

$T[i] := R[i+1] - R[i]$

Megjegyzés:

A $-$ operátort definiálni kell, amelyben a **másodpercekben** fv. (v. annak törzse) felhasználható!

Vektorok rekordja

Feladat:

Ismerjük egy ember összes telefonszámát és e-levél címét. Egy adott telefonszámról és e-levél címről el kell döntenünk, hogy lehet-e az adott emberé!



Vektorok rekordja

Feladat:

Ismerjük egy ember összes telefonszámát és e-levél címét. Egy adott telefonszámról és e-levél címről el kell döntenünk, hogy lehet-e az adott emberé!

Kérdések/**válaszok:**

- Hogyan ábrázoljuk a specifikációban?

$\text{Ember} = \text{Dbt} \times \text{Dbe} \times \text{Telefon} \times \text{Elevél},$
 $\text{Dbt}, \text{Dbe} = \mathbb{N}, \text{Telefon} = \mathbb{S}^{\text{Dbt}}, \text{Elevél} = \mathbb{S}^{\text{Dbe}}$



Vektorok rekordja

Feladat:

Ismerjük egy ember összes telefonszámát és e-levél címét. Egy adott telefonszámról és e-levél címről el kell döntenünk, hogy lehet-e az adott emberé!

Kérdések/**válaszok**:

- Hogyan ábrázoljuk a specifikációban?

$\text{Ember} = \text{Dbt} \times \text{Dbe} \times \text{Telefon} \times \text{Elevél},$
 $\text{Dbt}, \text{Dbe} = \mathbf{N}, \text{Telefon} = \mathbf{S}^{\text{Dbt}}, \text{Elevél} = \mathbf{S}^{\text{Dbe}}$

- Hogyan ábrázoljuk az algoritmusban?

$\text{TEmber} = \text{Rekord}(\text{dbt}, \text{dbe} : \mathbf{Egész},$
 $\text{telefon} : \text{Tömb}[1.. \text{MaxT} : \mathbf{Szöveg}],$
 $\text{elevél} : \text{Tömb}[1.. \text{MaxE} : \mathbf{Szöveg}])$



Feladat:

Ismerjük egy ember összes telefonszámát és e-levél címét. Egy adott telefonszámról és e-levél címről el kell döntenünk, hogy lehet-e az adott emberé!

Vektorok rekordja



Specifikáció:

- Bemenet: $X \in \text{Ember}$, $\text{Tel}, \text{Elev} \in \mathbf{S}$,
 $\text{Ember} = \text{Dbt} \times \text{Dbe} \times \text{Telefon} \times \text{Elevél}$,
 $\text{Dbt}, \text{Dbe} = \mathbf{N}$, $\text{Telefon} = \mathbf{S}^{\text{Dbt}}$, $\text{Elevél} = \mathbf{S}^{\text{Dbe}}$

Kimenet: $\text{Lehet} \in \mathbf{L}$

- Előfeltétel: ...
- Utófeltétel: $\text{Lehet} = \text{Tel} \in X.\text{telefon}$ és
 $\text{Elev} \in X.\text{elevél}$



Vektorok rekordja

Feladat:

Ismerjük egy ember összes telefonszámát és e-levél címét. Egy adott telefonszámról és e-levél címről el kell döntenünk, hogy lehet-e az adott emberé!



Specifikáció:

- Bemenet: $X \in \text{Ember}$, Tel , $\text{Elev} \in \mathbf{S}$,
 $\text{Ember} = \text{Dbt} \times \text{Dbe} \times \text{Telefon} \times \text{Elevél}$,
 $\text{Dbt}, \text{Dbe} = \mathbf{N}$, $\text{Telefon} = \mathbf{S}^{\text{Dbt}}$, $\text{Elevél} = \mathbf{S}^{\text{Dbe}}$

Kimenet: $\text{Lehet} \in \mathbf{L}$

- Előfeltétel: ...
- Utófeltétel: $\text{Lehet} = \text{Tel} \in X.\text{telefon}$ és
 $\text{Elev} \in X.\text{elevél}$

Megjegyzés:

$s \in \mathbf{S} \leftrightarrow s = S_1 \text{ vagy } s = S_2 \dots \rightarrow$

\rightarrow Algoritmikus sablon: **eldöntés tétel**

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbf{N}$,
 $X \in \mathbf{H}^N$,
 $T: \mathbf{H} \rightarrow \mathbf{L}$
- Kimenet: $\text{Van} \in \mathbf{L}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\text{Van} = \exists i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$

Vektorok rekordja

Algoritmus:

Specifikáció:

- Bemenet: $X \in \text{Ember}$, $\text{Tel}, \text{Elev} \in S$,
 $\text{Ember} = \text{Dbt} \times \text{Dbe} \times \text{Telefon} \times \text{Elevél}$,
 $\text{Dbt}, \text{Dbe} \in N$, $\text{Telefon} = S^{\text{Dbt}}$, $\text{Elevél} = S^{\text{Dbe}}$
 Kimenet: $\text{Lehet} \in L$
- Előfeltétel: ...
- Utófeltétel: $\text{Lehet} = \text{Tel} \in X.\text{telefon}$ és
 $\text{Elev} \in X.\text{elevél}$

Változó

i, j : Egész

$i := 1$	
$i \leq X.\text{dbt}$ és $X.\text{telefon}[i] \neq \text{Tel}$	
$i := i + 1$	
$i \leq X.\text{dbt}$	
$j := 1$	
$j \leq X.\text{dbe}$ és $X.\text{elevél}[j] \neq \text{Elev}$	
$j := j + 1$	
$\text{Lehet} := i \leq X.\text{dbt}$ és $j \leq X.\text{dbe}$	



Vektorok rekordja

Algoritmus:

Változó

i, j : Egész

Specifikáció:

- Bemenet: $X \in \text{Ember}$, Tel , $\text{Elev} \in \mathbf{S}$,
 $\text{Ember} = \text{Dbt} \times \text{Dbe} \times \text{Telefon} \times \text{Elevél}$,
 $\text{Dbt}, \text{Dbe} \in \mathbf{N}$, $\text{Telefon} = \mathbf{S}^{\text{Dbt}}$, $\text{Elevél} = \mathbf{S}^{\text{Dbe}}$
- Kimenet: $\text{Lehet} \in \mathbf{L}$
- Előfeltétel: ...
- Utófeltétel: $\text{Lehet} = \text{Tel} \in X.\text{telefon}$ és
 $\text{Elev} \in X.\text{elevél}$

$i := 1$

$i \leq N$ és nem $T(X[i])$

$i := i + 1$

Van: $i \leq N$

$i := 1$

$i \leq X.\text{dbt}$ és $X.\text{telefon}[i] \neq \text{Tel}$

$i := i + 1$

$i \leq X.\text{dbt}$

I

N

$j := 1$

$j \leq X.\text{dbe}$ és $X.\text{elevél}[j] \neq \text{Elev}$

$j := j + 1$

$\text{Lehet} := i \leq X.\text{dbt}$ és $j \leq X.\text{dbe}$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbf{N}$,
 $X \in \mathbf{H}^N$,
 $T: \mathbf{H} \rightarrow \mathbf{L}$
- Kimenet: $\text{Van} \in \mathbf{L}$
- Előfeltétel: —
- Utófeltétel: $\text{Van} = \exists i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$

Vektorok rekordja

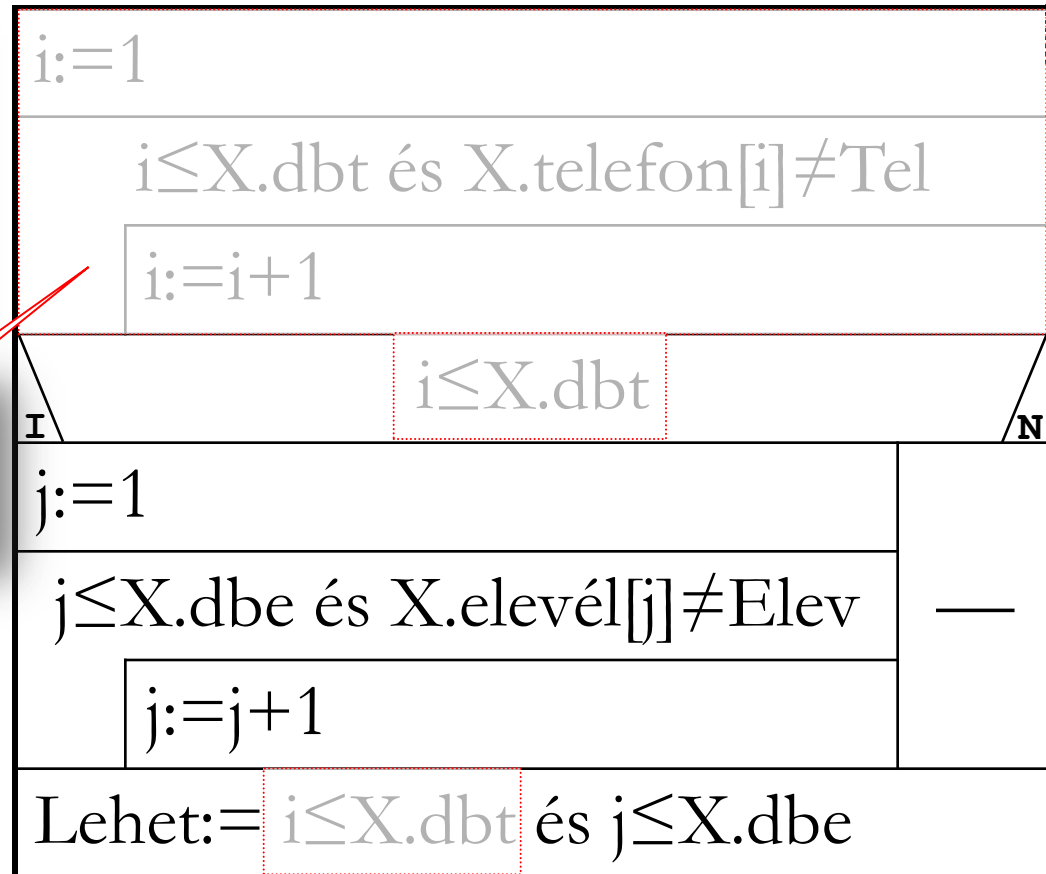
Algoritmus:

Specifikáció:

- Bemenet: $X \in \text{Ember}$, $\text{Tel}, \text{Elev} \in \mathbf{S}$,
 $\text{Ember} = \text{Dbt} \times \text{Dbe} \times \text{Telefon} \times \text{Elevél}$,
 $\text{Dbt}, \text{Dbe} \in \mathbf{N}$, $\text{Telefon} = \mathbf{S}^{\text{Dbt}}$, $\text{Elevél} = \mathbf{S}^{\text{Dbe}}$
- Kimenet: $\text{Lehet} \in \mathbf{L}$
- Előfeltétel: ...
- Utófeltétel: $\text{Lehet} = \text{Tel} \in X.\text{telefon}$ és
 $\text{Elev} \in X.\text{elevél}$

Változó

i, j : Egész



$i := 1$

$i \leq N$ és nem $T(X[i])$

$i := i + 1$

Van := $i \leq N$

Eldöntés tétel

- Bemenet: $N \in \mathbf{N}$,
 $X \in \mathbf{H}^N$,
 $T: \mathbf{H} \rightarrow \mathbf{L}$
- Kimenet: $\text{Van} \in \mathbf{L}$
- Előfeltétel: —
- Utófeltétel: $\text{Van} = \exists i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$

Vektorok rekordja

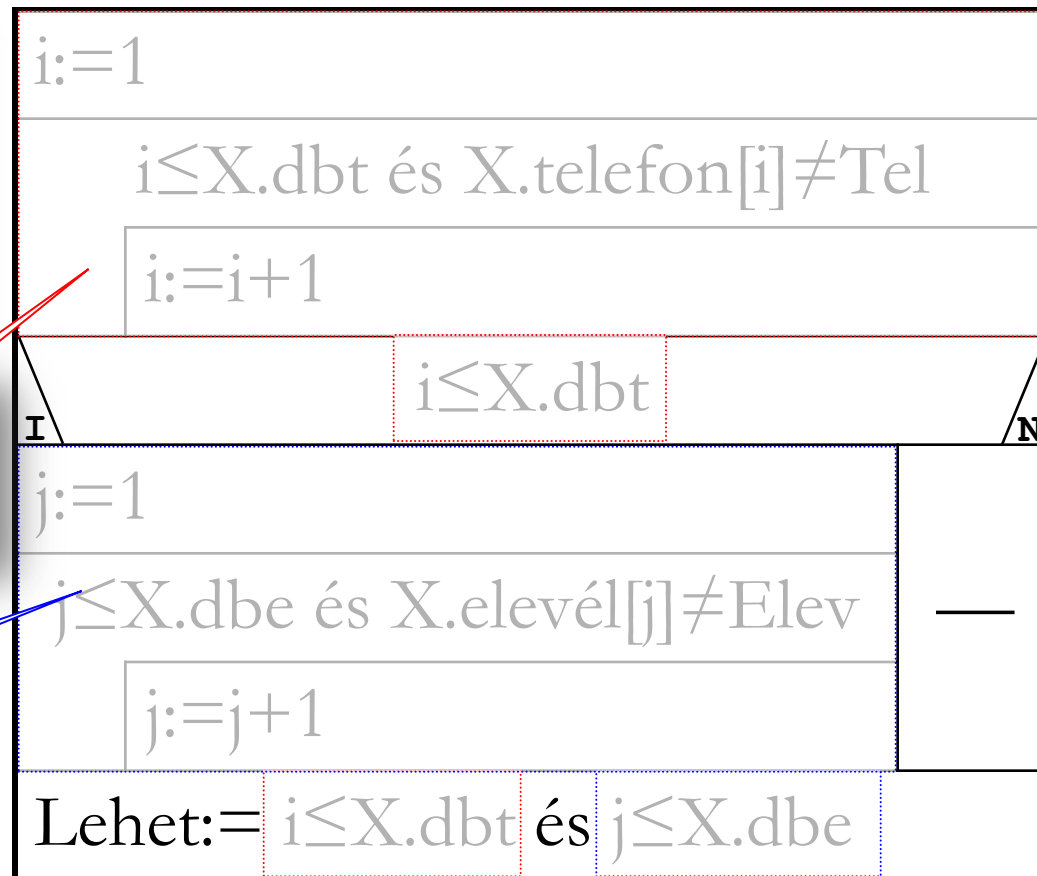
Algoritmus:

Specifikáció:

- Bemenet: $X \in \text{Ember}$, $\text{Tel}, \text{Elev} \in \mathbf{S}$,
 $\text{Ember} = \text{Dbt} \times \text{Dbe} \times \text{Telefon} \times \text{Elevél}$,
 $\text{Dbt}, \text{Dbe} \in \mathbf{N}$, $\text{Telefon} = \mathbf{S}^{\text{Dbt}}$, $\text{Elevél} = \mathbf{S}^{\text{Dbe}}$
- Kimenet: $\text{Lehet} \in \mathbf{L}$
- Előfeltétel: ...
- Utófeltétel: $\text{Lehet} = \text{Tel} \in X.\text{telefon}$ és
 $\text{Elev} \in X.\text{elevél}$

Változó

i, j : Egész



$i := 1$

$i \leq N$ és nem $T(X[i])$

$i := i + 1$

Van: $i \leq N$

Eldöntés tétel

Eldöntés tétel

$T: \mathbf{H} \rightarrow \mathbf{L}$

- Bemenet: $X \in \mathbf{S}$
- Kimenet: $\text{Van} \in \mathbf{L}$
- Előfeltétel: —
- Utófeltétel: $\text{Van} = \exists i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$

Vektor-rekord

További példák:

KÉP[i,j].**piros** – az (i,j) képpont RGB kódjának piros része

EMBER[j].**telefon**[i].**körzetszám** – a j-edik ember i-edik telefonszámának a körzetszáma

T.lap[i].**él**[j].**pont**[1].**x** – a T test i-edik lapja j-edik éle 1. végpontjának x-koordinátája





Programozási alapismeretek

8. előadás vége