Számítógépes Grafika

Hajder L. és Valasek G.
hajder@inf.elte.hu

Eötvös Loránd Tudományegyetem
Informatikai Kar

2017/2018. I. félév

Tartalom

Tartalom

Motiváció

- A színterünk képét akarjuk előállítani: vetíteni egy síkra
- Az ember által látott képet nem lehet előállítani affin transzformációk segítségével. A "távolodó" párhuzamosok összetartanak, nem maradnak párhuzamosak.
- Ez a látvány előállítható *központi vetítéssel*. Ez a transzformáció a *homogén térben* lineáris transzformáció.
- Az affin transzformációk nem "bántották" az ideális elemeket, a fentiekhez azonban ez "kell"

Általános eset

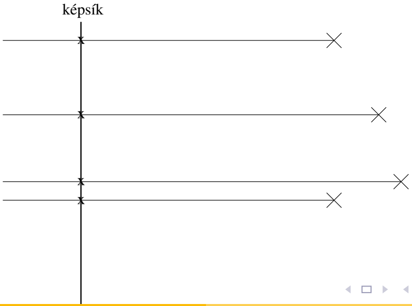
Ha egy *homogén* transzformációs mátrix utolsó sora nem $[0,0,0,1]$, akkor az olyan *homogén lineáris transzformáció*, ami az eukleidészi térnek nem lineáris transzformációja.

Tartalom

Párhuzamos (merőleges) vetítés

- A mátrix ami megadja egyszerű, például az XY síkra való vetítés

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

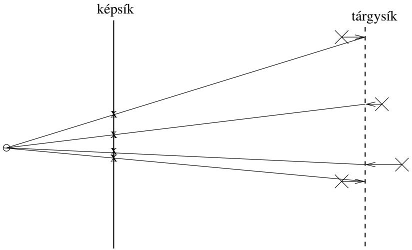


Tartalom

Skálázottan párhuzamos vetítés

- A párhuzamos vetítéssel majdnem megegyezik.
- A mátrix ami megadja egyszerű, például az XY síkra való vetítés

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$



Tartalom

Ismétlés: homogén osztás

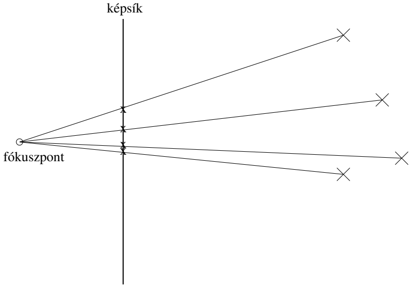
- Mivel egy **T** ”valódi” projektív transzformáció utolsó sora nem $[0, 0, 0, 1]^T$, ezért

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

  transzformáció után, $w \neq 1$ általános esetben.
- Ha ezt a pontot az eukleidészi térbe szeretnénk átvinni (mert pl. meg akarjuk jeleníteni), akkor végig kell osztanunk w-vel.
- (Persze csak akkor, ha $w \neq 0$)
- Ezt nevezzünk homogén osztásnak.
- Értelmezhető alacsonyabb dimenzióban is.

Perspektív transzformáció

- Fókuszpontba gyűjti a sugarakat.
- Fókusztávolság: fókuszpont és a képsík távolsága
- Hívják projektív (vetítő) transzformációnak és középpontos vetítésnek is.

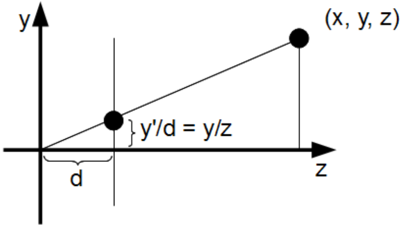


Középpontos vetítés

- Perspektív transzformáció képlete:

$$x' = d\frac{x}{z}$$
$$y' = d\frac{y}{z}$$

- d neve: fókusztávolság



Perspektív transzformáció 2D-s homogén transzformációval

- Perspektív transzformáció alakja:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ \frac{Z}{d} \end{bmatrix}$$

- Homogén osztást elvégezve:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ \frac{Z}{d} \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} d\frac{X}{Z} \\ d\frac{X}{Z} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Perspektív transzformáció 3D-s homogén transzformációval

- Perspektív transzformáció módosul:

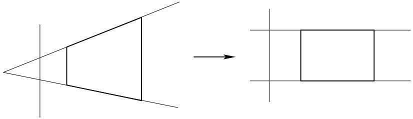
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ \frac{Z}{d} \end{bmatrix}$$

- Homogén osztást elvégezve:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ \frac{Z}{d} \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} d\frac{X}{Z} \\ d\frac{Y}{Z} \\ d \\ 1 \end{bmatrix}$$

Homogén osztás hatása

- A homogén osztás a vetítő egyeneseken levő pontokat ugyanabba a képpontba viszi.
- Felfogható úgy, hogy a perspektív transzformációból párhuzamos vetítést csinál.



Speciális eset: pontok a $Z = 0$ síkon

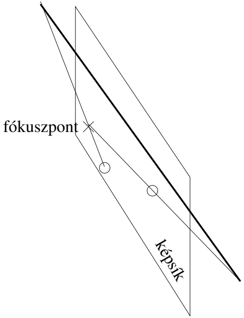
- Homogén osztás:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z/d \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} d\frac{X}{Z} \\ d\frac{Y}{Z} \\ 1 \end{bmatrix}$$

- $Z = 0$ esetén nullával osztunk: pont a végtelenben
- A végtelennek iránya van: (X, Y).

Speciális eset: $Z = 0$ síkot metsző egyenes

- Eredmény: egyenes (szakasz) kifordul



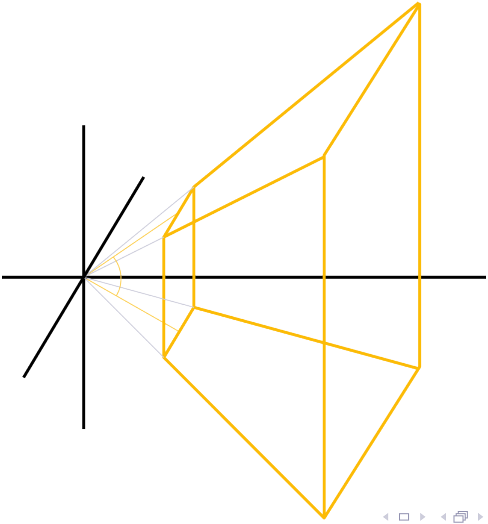
Kép a vetítés után:

- Következmény:
  - $Z = 0$ síkkal metszést figyelni kell vagy
  - Ki kell dobni ezeket az éleket.

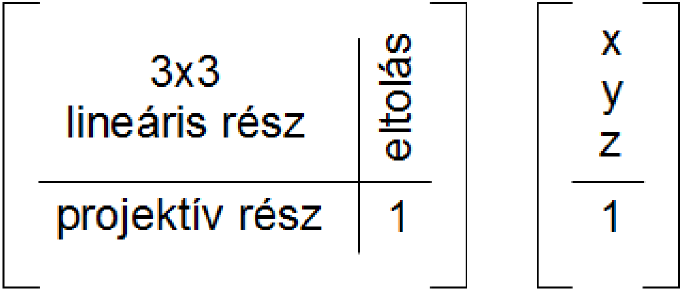
Perspektív transzformáció

- Központi vetítést valósít meg.
- Az origóbol a z tengely mentén "nézünk" a térre.
- A látótérnek egy csonkagúla felel meg.
- A transzformáció a szem pozícióban találkozó vetítő egyenesekből párhuzamosokat csinál.
- Paraméterei:
  - a gúla függőleges nyílásszöge (d fókusztávolság szabályozza)
  - a gúla alapjának az oldalainak az aránya,
  - a közeli vágósík távolsága
  - a távoli vágósík távolsága
    - A távoli vágósíkra a sok tárgy miatt van szükség (számítások csökkentése).

Láthatósági gúla



Összegzés: transzformációs mátrixok

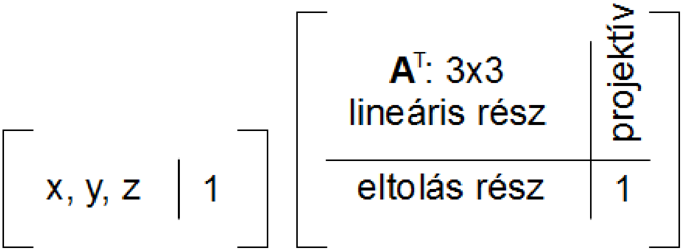


Megjegyzések

- Mi történik, ha a vektorunk negyedik koordinátája nulla (vagyis ha vektort azonosít a számnégyes)?
- Az eltolás rész nem hat rá!

Megjegyzések

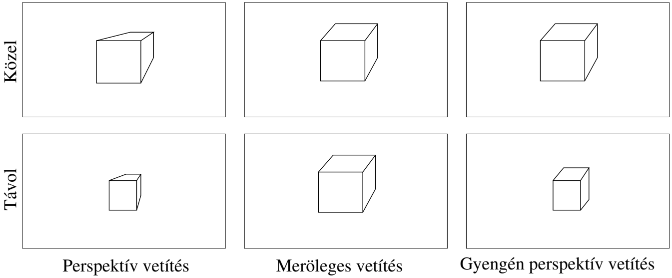
- Figyeljünk: nem mindenhol szoroznak jobbról a vektorokkal, balról is lehet:



Tartalom

Transzformációk összehasonlítása

- Végkövetkeztetés: a perspektív transzformáció "verhetetlen".



- Megjegyzés: valódi kameráknak vannak torzításai is