

姓名

学号

班级

系

学院

线

订

装

扬州大学试题纸

(2022 — 2023 学年第 一 学期)

2022 级 课程 高等数学三 (I) (期中) 卷

题目	1~5	6~10	11~15	16~20	总分
得分					

一、单项选择题 ($3' \times 5 = 15'$)

1. 若 $x \rightarrow \infty$ 时, $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 2} - mx - n$ 是无穷小, 则 m, n 的值是 ()

(A) $m = 1, n = 0$

(B) $m = 0, n = 1$

(C) $m = 1, n = 1$

(D) $m = -1, n = 0$

2. 曲线 $f(x) = \frac{\sin(1 - x^2)}{1 + x}$ ()

(A) 没有渐近线

(B) 仅有铅直渐近线

(C) 仅有水平渐近线

(D) 既有水平渐近线, 也有铅直渐近线

3. 已知函数 $f(x)$ 可导, 且 $f(x)f'(x) > 0$, 则 ()

(A) $f(1) > f(-1)$

(B) $f(1) < f(-1)$

(C) $|f(1)| > |f(-1)|$

(D) $|f(1)| < |f(-1)|$

4. 已知函数 $f(x) = \frac{mx^2 + nx + m + 1}{x^2 + 1}$ 在 $x = -\sqrt{3}$ 处取得极小值 0, 那么 m, n 的

值是 ()

(A) $m = -1, n = -\sqrt{3}$

(B) $m = 0, n = \frac{\sqrt{3}}{3}$

(C) $m = \frac{1}{2}, n = \sqrt{3}$

(D) $m = 2, n = 3\sqrt{3}$

5. 已知函数 $y = f(x)$ 的 $n-2$ 阶导数为 $y^{(n-2)} = xe^{-x}$, 则 $y^{(n)} =$ ()

(A) $(1-x)e^{-x}$

(B) $(x-2)e^{-x}$

(C) $(2-x)e^{-x}$

(D) $(x-1)e^{-x}$

二、填空题 ($3' \times 5 = 15'$)

6. 设函数 $f(x) = \begin{cases} n \cos x, & x \geq 0 \\ \frac{\ln(m-2x)}{x}, & x < 0 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续, 那么 $mn =$ _____;

7. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2+x}{2-x} \right)^{\frac{1}{x}} =$ _____;

8. 设函数 $f(x) = \ln \sqrt{\frac{(1-x)e^x}{\arccos x}}$, 则 $f'(0) =$ _____;

9. 已知函数 $y = \arctan \frac{1-x^2}{1+x^2}$, 则 $dy =$ _____;

10. 曲线 $y = \frac{x}{(x+1)^2}$ 的凹区间是_____.

三、求解下列各题 ($6' \times 5 = 30'$)

11. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \sin x - \cos x}{3 \tan^2 x}$.

12. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x(1 - \cos \sqrt{x})}$.

13. 设函数 $y = \ln(1 + x + \sqrt{2x + x^2})$, 求 $y''|_{x=1}$.

14. 求曲线 $\begin{cases} x = e^{2t} \\ y = e^{-t} \end{cases}$ 在 $t=0$ 相应的点处的切线方程.

15. 讨论函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)x}{nx^2 + 1}$ 的连续性, 如果有间断点, 试判断间断点的类型.

四、求解下列各题 ($8' \times 5 = 40'$)

16. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} - e}{x}$.

17. 设 $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c, & x < 0 \\ \ln(1+x), & x \geq 0 \end{cases}$ 当常数 a, b, c 为何值时, 才能使得函

数 $f(x)$ 处处具有一阶连续导数, 但在 $x=0$ 处不存在二阶导数.

18. 设曲线 $y = f(x) = x^n$ (n 为正整数) 在点 $(1, 1)$ 处的切线与 x 轴的交点为 $(\xi, 0)$

试求 $\lim_{n \rightarrow \infty} f(\xi)$.

19. 已知函数 $y = y(x)$ 由方程 $x^3 + y^3 - 3x + 3y - 2 = 0$ 确定, 求 $y(x)$ 的极值.

20. 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续, 且 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 0$, 证明存在 $\xi \in (-\infty, +\infty)$, 使

$$f(\xi) + \xi = 0.$$