

第一章 随机事件与概率——课堂练习

一填空题：

1. 某射手射击命中率为 0.6, 重复独立射击 3 次, 则恰好命中 2 次的概率为_____;
2. 设 $P(A)=0.4, P(A+B)=0.7$, 若 A, B 相互独立, 则 $P(A-B)=$ _____;
3. 设事件 A, B 相互独立, $P(A)=0.1, P(B)=0.2$, 则 $P(\overline{A} \overline{B})=$ _____;
4. 设 $P(A)=0.4, P(B)=0.5, P(A-B)=0.2$, , 则 $P(A+B)=$ _____.
5. 某人向同一目标独立地进行四次射击, 每次命中率相同, 若至少命中一次的概率为 $\frac{15}{16}$, 则此人命中率为_____.

二计算题：

1. 甲乙两袋中各有 3 只白球, 2 只黑球, 从甲袋中任取一球放入乙袋中, 再从乙袋中取出一球 (1) 求从乙袋中取出一球为白球的概率. (2) 若已知从乙袋中取出一球为白球, 求从甲袋取出白球的概率.
2. 某学院某专业有一班, 二班, 三班组成, 其中一、二、三班各占总人数的 25%、35%、40%, 三个班的学生参加某次考试, 三个班的不及格率分别为 0.05、0.04、0.02, 试求: (1) 从三个班的试卷中任取一份, 取到不及格试卷的概率; (2) 已知取到不及格试卷, 该试卷是哪个班的可能性最大?
3. 某学生连续参加两科考试, 已知第一科及格的概率为 0.7, 在第一科及格的情况下, 第二科也及格的概率为 0.6, 如果第一科不及格, 第二科及格的概率为 0.4, 求 (1) 求第二科及格的概率; (2) 在第二科及格的条件下, 第一科也及格的概率.
4. 甲袋中装有 5 只红球, 4 只白球, 乙袋中装有 4 只红球, 5 只白球, 从甲袋中任取一球放入乙袋中, 再从乙袋中取出一球, (1) 求从乙袋中取出一球为白球的概率; (2) 若已知从乙袋中取出一球为白球, 求从甲袋取出白球的概率.
5. A, B 为事件, 证明 $P(A-B)=P(A)-P(AB)$, 若 $P(A)=0.7, P(A-B)=0.3$, 试求 $P(\overline{AB})$.
6. 一大楼有 5 个同类型的供水设备, 调查表明在某 t 时刻每个设备被使用的概

率为 0.1, 问在同一时刻(1)恰有 2 个设备被使用的概率;(2)至少有一个设备被使用的概率.

7. 甲、乙两人独立地对同一目标射击一次, 其命中率分别为 0.5 和 0.4, 现已知目标被击中, 求它是被乙击中的概率.

第一章 随机事件与概率——课堂练习参考答案

一填空题:

1. 某射手射击命中率为 0.6, 重复独立射击 3 次, 则恰好命中 2 次的概率为 0.432;
2. 设 $P(A)=0.4$, $P(A+B)=0.7$, 若 A, B 相互独立, 则 $P(A-B)=$ 0.2 ;
3. 设事件 A, B 相互独立, $P(A)=0.1$, $P(B)=0.2$, 则 $P(A \bar{B})=$ 0.08 ;
4. 设 $P(A)=0.4$, $P(B)=0.5$, $P(A-B)=0.2$, , 则 $P(A+B)=$ 0.7 .
5. 某人向同一目标独立地进行四次射击, 每次命中率相同, 若至少命中一次的概率为 $\frac{15}{16}$, 则此人命中率为 $\frac{1}{2}$.

二计算题:

1. 甲乙两袋中各有 3 只白球, 2 只黑球, 从甲袋中任取一球放入乙袋中, 再从乙袋中取出一球 (1) 求从乙袋中取出一球为白球的概率. (2) 若已知从乙袋中取出一球为白球, 求从甲袋取出白球的概率.

解: (1) 设 B : {从乙袋中取出一球为白球}

A_1 : {从甲袋中取一白球放入乙袋中}

A_2 : {从甲袋中取一黑球放入乙袋中}

$$P(B) = P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) = \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{6} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{6} = \frac{3}{5}$$

$$(2) P(A_1|B) = \frac{\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{6}}{\frac{3}{5}} = \frac{2}{3}$$

2. 某学院某专业有一班, 二班, 三班组成, 其中一、二、三班各占总人数的 25%、35%、40%, 三个班的学生参加某次考试, 三个班的不及格率分别为 0.05、0.04、0.02, 试求: (1) 从三个班的试卷中任取一份, 取到不及格试卷的概率; (2) 已知

取到不及格试卷，该试卷是哪个班的可能性最大？

解：（1）设 B：{取到不及格试卷}，

A_1, A_2, A_3 依次表示取到一、二、三班的试卷

$$\text{由全概率公式得：} \quad P(B) = \sum_{i=1}^3 P(A_i)P(B|A_i) = 0.0345$$

$$\text{（2）由贝叶斯公式得：} \quad P(A_1|B) = 0.3624, \quad P(A_2|B) = 0.4058,$$

$$P(A_3|B) = 0.2319$$

由此可见，该试卷是二班的可能性最大。

3. 某学生连续参加两科考试，已知第一科及格的概率为 0.7，在第一科及格的情况下，第二科也及格的概率为 0.6，如果第一科不及格，第二科及格的概率为 0.4，求（1）求第二科及格的概率；（2）在第二科及格的条件下，第一科也及格的概率.

（1）设 A：{第一科及格}，B：{第二科及格}

已知 $P(A) = 0.7$, $P(B|A) = 0.6$, $P(B|\bar{A}) = 0.4$, 则

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) \\ &= 0.6 \times 0.7 + 0.4 \times 0.3 = 0.54 \end{aligned}$$

$$\text{（2）} P(A|B) = \frac{0.6 \times 0.7}{0.54} = \frac{7}{9}$$

4. 甲袋中装有 5 只红球，4 只白球，乙袋中装有 4 只红球，5 只白球，从甲袋中任取一球放入乙袋中，再从乙袋中取出一球，（1）求从乙袋中取出一球为白球的概率；（2）若已知从乙袋中取出一球为白球，求从甲袋取出白球的概率.

（1）设 B：{从乙袋中取出一球为白球}

A_1 ：{从甲袋中取一白球放入乙袋中}

A_2 ：{从甲袋中取一红球放入乙袋中}

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) \\ &= \frac{4}{9} \cdot \frac{6}{10} + \frac{5}{9} \cdot \frac{5}{10} = \frac{49}{90} \end{aligned}$$

$$(2) P(A_1|B) = \frac{\frac{4}{9} \cdot \frac{6}{10}}{\frac{49}{90}} = \frac{24}{49}$$

5. A, B 为事件, 证明 $P(A-B) = P(A) - P(AB)$, 若 $P(A) = 0.7$, $P(A-B) = 0.3$, 试求 $P(\overline{AB})$.

因为 $A = (A-B) \cup AB$, $(A-B) \cap AB = \phi$

故 $P(A) = P(A-B) + P(AB)$

即 $P(A-B) = P(A) - P(AB)$

且 $P(\overline{AB}) = 1 - P(AB) = 1 - [P(A) - P(A-B)] = 0.6$

6. 一大楼有 5 个同类型的供水设备, 调查表明在某 t 时刻每个设备被使用的概率为 0.1, 问在同一时刻 (1) 恰有 2 个设备被使用的概率; (2) 至少有一个设备被使用的概率.

解: 以 X 表示 5 台设备中同时被使用的设备数, 则

$$(1) P\{X=2\} = C_5^2 0.1^2 0.9^3 = 0.0729;$$

$$(2) P\{X \geq 1\} = 1 - P\{X=0\} = 1 - 0.9^5 = 0.40951.$$

7. 甲、乙两人独立地对同一目标射击一次, 其命中率分别为 0.5 和 0.4, 现已知目标被击中, 求它是被乙击中的概率.

设 A_1 : 目标被甲射中, A_2 : 目标被乙射中, B : 目标被射中.

$$P(B) = 1 - P(\overline{A_1} \overline{A_2}) = 0.3, P(A_2|B) = \frac{0.4}{0.7} = \frac{4}{7}$$