

1. Bài 1 (5,0 điểm): Tính tổng – TINHTONG.*

Linh là học sinh rất yêu thích toán học và thường nghiên cứu các bài toán về tính tổng. Hôm nay, cô giáo cho một bài toán về tính tổng nhưng Linh nghĩ mãi không tìm ra lời giải nên nhờ các bạn học sinh giỏi tin học giúp, bài toán như sau:

Cho số nguyên dương N ($1 \leq N \leq 10^9$).

Yêu cầu: Tính tổng $S(N) = 1 + 2 + 3 + \dots + N$.

Dữ liệu vào: Đọc từ bàn phím theo cấu trúc sau:

- Dòng thứ nhất: Nhập số nguyên dương T là số lượng test ($1 \leq T \leq 10^5$).
- T dòng tiếp theo, mỗi dòng nhập một số nguyên dương N .

Dữ liệu ra: Xuất ra màn hình gồm T dòng, mỗi dòng một số $S(N)$ là tổng tương ứng với test đã cho.

Ví dụ:

Dữ liệu nhập vào	Kết quả xuất ra
2	6
3	15
5	

Giải thích: $T = 2$ nghĩa là có 2 test dữ liệu vào.

Test 1: $N = 3$ thì $S(3) = 1 + 2 + 3 = 6$.

Test 2: $N = 5$ thì $S(5) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$.

2. Bài 2 (5,0 điểm): Nguyên tố - NGUYENTO.*

Số nguyên tố là số tự nhiên lớn hơn 1 và có hai ước là một và chính nó. Một số nguyên tố được gọi là số nguyên tố “đẹp” khi nó không chứa chữ số 3, 5 và 7; ví dụ: các 2, 11, 19 là các số nguyên tố đẹp, các số 3, 5, 7, 37, 73 không phải là số nguyên tố “đẹp”.

Cho số nguyên dương N ($1 \leq N \leq 10^6$).

Yêu cầu: Đếm tất cả các số nguyên tố “đẹp” thuộc đoạn từ 1 đến N .

Dữ liệu vào: Đọc từ bàn phím số nguyên dương N .

Dữ liệu ra: Xuất ra màn hình một số nguyên dương duy nhất là số lượng số nguyên tố “đẹp”.

Ví dụ:

Dữ liệu nhập vào	Kết quả xuất ra
20	3

Giải thích: Với $N = 20$, thì có các số nguyên tố là 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19; như vậy chỉ có 3 số nguyên tố 2, 11, 19 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

3. Bài 3 (5,0 điểm): Truy vấn – TRUYVAN.*

Cho một dãy số nguyên gồm N phần tử a_1, a_2, \dots, a_N đã được sắp xếp tăng và Q truy vấn. Mỗi truy vấn gồm ba số L, R ($1 \leq L \leq R \leq N$) và S ($0 \leq S \leq 2 * 10^9$); trong đó L và R là số nguyên dương, S là số nguyên.

Yêu cầu: Bạn hãy lập trình trả lời Q truy vấn, mỗi truy vấn yêu cầu tìm số nhỏ nhất lớn hơn hoặc bằng S thuộc đoạn L đến R (đoạn L đến R chính là dãy con liên tiếp $a_L, a_{L+1}, a_{L+2}, \dots, a_R$).

Dữ liệu vào: Đọc từ bàn phím theo cấu trúc sau:

- Dòng thứ nhất: Nhập hai số nguyên dương N ($1 \leq N \leq 10^5$), Q ($1 \leq Q \leq 10^5$).
- Dòng thứ hai: Nhập N số nguyên a_1, a_2, \dots, a_N ($0 \leq a_i \leq 2 * 10^9$, $1 \leq i \leq N$).
- Q dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm ba số nguyên L, R, S thể hiện một truy vấn.

Các số trên một dòng cách nhau một khoảng trắng.

Dữ liệu ra: Xuất ra màn hình gồm Q dòng, mỗi dòng gồm một số nguyên để trả lời câu truy vấn tương ứng. Nếu không có kết quả thì in ra -1.

Ví dụ:

Dữ liệu nhập vào	Kết quả xuất ra
5 3	2
2 2 8 9 10	8
1 3 2	-1
1 4 7	
1 5 20	

Giải thích:

$N = 5$ và dãy số có 5 phần tử là: 2, 2, 8, 9, 10.

$Q = 3$ nghĩa là có 3 truy vấn, gồm:

- Truy vấn 1 có kết quả là 2 vì 2 là giá trị nhỏ nhất thuộc đoạn $[1, 3]$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- Truy vấn 2 có kết quả là 8 vì 8 là giá trị nhỏ nhất thuộc đoạn $[1, 4]$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- Truy vấn 3 có kết quả là -1 vì không có số nào nhỏ nhất thuộc đoạn $[1, 5]$ lớn hơn hoặc bằng 20.

4. Bài 4 (5,0 điểm): Xếp nhóm – XEPNHOM.*

Tại buổi sinh hoạt ngoại khóa, các học sinh tham gia hoạt động này được chia thành N nhóm, nhóm thứ i có s_i ($1 \leq s_i \leq 4$) học sinh; nhà trường cần chuẩn bị những chiếc bàn cho hoạt động này, mỗi bàn có thể chứa tối đa 4 học sinh.

Yêu cầu: Hãy lập trình giúp Ban tổ chức chuẩn bị ít nhất bao nhiêu chiếc bàn để có thể xếp cho đủ các nhóm học sinh với điều kiện học sinh trong cùng nhóm phải ngồi cùng bàn (một bàn có thể có nhiều hơn 1 nhóm).

Dữ liệu vào: Đọc từ bàn phím theo cấu trúc sau:

- Dòng thứ nhất: Nhập số nguyên N ($1 \leq N \leq 10^5$) là số nhóm học sinh.
- Dòng thứ hai: Nhập dãy số nguyên dương s_1, s_2, \dots, s_N ($1 \leq s_i \leq 4, 1 \leq i \leq N$), s_i là số học sinh trong nhóm thứ i .

Các số trên một dòng cách nhau một khoảng trắng. Dữ liệu đảm bảo bài toán luôn có nghiệm.

Dữ liệu ra: Xuất ra màn hình một số nguyên dương duy nhất là số lượng bàn tối thiểu cần chuẩn bị.

Ví dụ:

Dữ liệu nhập vào	Kết quả xuất ra
5 1 2 4 3 3	4

5. Sơn bảng- Tên chương trình: PAINT.???

Có k người thợ cần sơn n tấm bảng đặt cố định được xếp thành một hàng dài và được đánh số thứ tự lần lượt từ 1 đến n , để sơn tấm bảng thứ i thì cần tốn là a_i đơn vị thời gian (với $i=1, 2, \dots, n$). Để hoàn thành công việc này trong khoảng thời gian sớm nhất có thể, các người thợ đã thống nhất với nhau là chia n tấm bảng thành k phần, mỗi phần gồm các tấm bảng đặt cạnh nhau (có chỉ số liên tiếp nhau), mỗi người thợ phụ trách một phần. Bài toán đặt ra cho những người thợ lúc này là làm sao chia n tấm bảng thành k phần để k người thợ hoàn thành trong khoảng thời gian ngắn nhất.

Yêu cầu: Hãy cho biết thời gian ngắn nhất t cần hoàn thành công việc sơn n tấm bảng của k người thợ.

Dữ liệu: vào từ file **PAINT.INP**

- Dòng đầu chứa số nguyên dương n và k ($k \leq 100, n \leq 300, k \leq n$)
- Trong n dòng sau, dòng thứ i chứa số nguyên dương a_i ($a_i \leq 1000; i=1, 2, \dots, n$)

Kết quả: ghi vào file **PAINT.OUT** chứa duy nhất số nguyên dương t là đáp án bài toán.

Ví dụ:

PAINT.INP	PAINT.OUT
4 3 1	6

5	
3	
5	

Giải thích: 4 tấm bảng được đánh số thứ tự lần lượt từ 1 đến 4. Khi đó để chia 4 bảng thành 3 phần sẽ có những cách chia như sau: $\{[1], [2], [3,4]\}$; $\{[1], [2,3], [4]\}$; $\{[1,2], [3], [4]\}$.

□ Thời gian hoàn thành ngắn nhất là 6 đơn vị thời gian ứng với cách chia $\{[1,2], [3], [4]\}$ tương ứng thời gian thực hiện là $\{[1,5], [3], [5]\}$.

Ràng buộc dữ liệu: 20% tests với $k \leq n \leq 20$

6. Bài 2: Dãy con (7 điểm) Tên file chương trình NUMBER.PAS

Cho dãy số nguyên gồm n phần tử b_1, b_2, \dots, b_n .

Yêu cầu: Hãy cho biết có bao nhiêu dãy con của dãy trên thỏa mãn các phần tử có giá trị chẵn, lẻ hoặc lẻ, chẵn xen kẽ nhau? Biết rằng dãy con của dãy b_1, b_2, \dots, b_n trong trường hợp này là dãy số nhận được khi ta xóa đi x phần tử trong dãy đó ($0 \leq x \leq n-2$).

Dữ liệu vào từ file ‘NUMBER.INP’ gồm:

- Dòng đầu là giá trị của số nguyên dương n ($n \leq 20$).
- Dòng thứ 2 chứa n số nguyên b_i , mỗi số cách nhau một khoảng trắng ($i=1, 2, \dots, n$; $|b_i| < 10^6$).

Kết quả ghi vào file ‘NUMBER.OUT’ một số nguyên duy nhất là số lượng dãy con thỏa mãn yêu cầu.

Ví dụ:

NUMBER.INP
4
2 -3 9 4

NUMBER.OUT
6

Theo ví dụ trên dãy số 2 -3 9 4 \rightarrow Có 6 dãy con thỏa mãn yêu cầu: 2 -3; 2 9; -3 4; 9 4; 2 -3 4; 2 9 4.

7. THUVIEN Thư viện

Tại thư viện ABC, để quản lý số lượt đầu sách (đầu sách là tên của quyển sách) mượn đọc tại thư viện, trên mỗi đầu sách người quản lý thư viện ghi ký hiệu bằng một số nguyên dương (đảm bảo ký hiệu này là duy nhất, không trùng nhau). Dựa vào ký hiệu này, người quản lý sẽ thống kê được số lượt đầu sách đã cho mượn. Biết trong thư viện có N đầu sách ($0 < N \leq 1000$), đầu sách thứ i được ký hiệu bằng giá trị $A[i]$ ($0 < A[i] \leq 1000$).

Yêu cầu: Hãy giúp người quản lý thư viện liệt kê số lượt cho mượn của từng đầu sách có trong thư viện.

Input:

- Dòng đầu ghi một số nguyên N
- Dòng thứ hai ghi dãy số nguyên A gồm N phần tử (Mỗi phần tử có giá trị tương ứng với ký hiệu đầu sách đã cho mượn)

Output: ghi số lượt từng đầu sách đã cho mượn (xếp theo thứ tự tăng dần theo ký hiệu của từng đầu sách).

Ví dụ:

THUVIEN . INP	THUVIEN . OUT
5	Dau sach 1: 1 luot
2 6 2 1 4	Dau sach 2: 2 luot
	Dau sach 4: 1 luot
	Dau sach 6: 1 luot

8. HAINAM Hái nắm

Mario là trò chơi huyền thoại với hình ảnh chàng nắm lùn tài ba, dũng cảm, đáng yêu. Sau thời gian nghiên cứu lập trình. An đã cho ra Mario hái nắm phiên bản mới đơn giản ngộ nghĩnh. Có N cây nắm ($1 \leq N \leq 100$), mỗi cây nắm có mức độ khó khác nhau được đánh giá bởi giá trị $A[i]$. Để hái được cây nắm thứ i thì nhân vật Mario cần phải có kỹ năng lớn hơn hoặc bằng mức độ khó $A[i]$. Mỗi khi hái được cây nắm độ khó là $A[i]$ thì kỹ năng hái nắm của nhân vật Mario được tăng thêm một lượng là $A[i]$. Ban đầu kỹ năng hái nắm của nhân vật Mario là S ($0 < S \leq 1000$).

Yêu cầu: Em hãy cho biết nhân vật Mario có thể hái được tối đa bao nhiêu cây nắm.

Input

- Dòng đầu ghi 2 số nguyên dương N, S .
- Dòng 2 ghi dãy số nguyên A gồm có N phần tử. ($0 \leq A[i] \leq 10^9$)

Output: ghi một số nguyên duy nhất là số lượng cây nắm lớn nhất mà nhân vật có thể hái được.

Ví dụ:

HAINAM . INP	HAINAM . OUT
5 2	3
18 2 5 14 3	

9. Truyền tin (7 điểm) Tên file chương trình TRANS.PAS

Tin tức được truyền đi từ một máy phát tin hiệu gọi là thiết bị gốc, máy này chỉ có một cổng để truyền tin hiệu. Có tới nhiều đối tượng cần nhận tin hiệu do đó người ta sử dụng thêm các thiết bị trung gian, một thiết bị trung gian có một số cổng nhất định và một dây dẫn chung cho các cổng, muốn thiết bị trung gian này hoạt động cần phải nối dây dẫn của thiết bị này tới cổng của thiết bị gốc hoặc nối tới một cổng của thiết bị trung gian khác đang hoạt động. Các đối tượng cần nhận tin hiệu có thể kết nối tới cổng của thiết bị gốc hoặc các cổng của thiết bị trung gian đang hoạt động để nhận tin hiệu. Lưu ý mỗi cổng chỉ có thể kết nối một thiết bị.

Yêu cầu: Có M đối tượng cần nhận tin hiệu hãy cho biết phải sử dụng ít nhất bao nhiêu thiết bị trung gian trong N thiết bị trung gian hiện có để tất cả M đối tượng đều nhận được tin hiệu.

Dữ liệu vào: Từ file TRANS.INP

- Dòng đầu tiên là hai số nguyên dương N, M cách nhau một khoảng trắng ($N, M \leq 10^5$)

- N dòng tiếp theo mỗi dòng một số nguyên a_i là số cổng kết nối của thiết bị trung gian thứ i ($a_i \leq 10^3$)

Dữ liệu ra: Ghi vào file **TRANS.OUT** một số nguyên duy nhất là số thiết bị trung gian ít nhất cần sử dụng. Nếu sử dụng hết vẫn không đủ thì ghi -1.

Ví dụ:

TRANS.INP	TRANS.OUT
3 4	2
3	
2	
2	

10. STICKERS Stickers

Bài tập thủ công của Nam là dùng các sticker để tạo thành một dãy số S theo một nghĩa nào đó. Mỗi sticker là 1 chữ số có giá trị từ 0 đến 9. Có 10 loại sticker tương ứng như hình bên dưới.



Để tiết kiệm, Nam không mua mới mà thu nhặt các sticker từ anh trai để lại. Trong quá trình thu nhặt, Nam nhận thấy cặp (2, 5) có thể thay thế cho nhau bằng cách lật ngược lại, cặp (6, 9) cũng có tính chất tương tự. Các sticker thu nhặt từ anh trai được mô tả bởi dãy số T.

Do giáo viên yêu cầu tạo thật nhiều dãy số S nên Nam muốn biết trước với số lượng sticker thu nhặt được thì có thể tạo tối đa bao nhiêu dãy số S.

Yêu cầu: cho 2 dãy số T và S gồm không quá 10^5 các chữ số có giá trị từ 0 đến 9. Tính số lượng dãy số S có thể tạo được nhiều nhất bằng cách sử dụng các chữ số từ dãy số T.

Input: Từ tập tin văn bản **STICKERS.INP**

- Dòng đầu tiên chứa dãy số chữ T
- Dòng thứ hai chứa dãy số chữ S.

Output: Ghi ra tập tin văn bản **STICKERS.OUT** số lượng dãy số S tạo được nhiều nhất.

Input	Output	Giải thích
4444223	2	
445		
668888	1	
899		

11. DOWRY Chia gia tài

Do tuổi đã cao, Phú Ông quyết định chia toàn bộ ruộng đất của mình cho 3 người con. Đất của Phú Ông là một hình chữ nhật khá rộng lớn.

Bằng $n + 1$ đường rào ngang và $m + 1$ đường rào dọc song song, Phú Ông ngăn đất thành n dòng, m cột. Mảnh đất giới hạn bởi các đường rào ngang và dọc gọi là lô đất, như vậy Phú Ông có $n \times m$ ô đất. Lô đất ở dòng i , cột j có giá trị a_{ij} .

Để chia đất cho 3 người con, ban đầu ông tách thành 2 miếng rời nhau bằng một đường rào ngang hoặc rào dọc. Miếng đất thứ nhất được chia cho con đầu. Với miếng đất thứ hai, ông cũng tách thành 2 miếng rời nhau bằng 1 đường rào ngang hoặc rào dọc trên miếng đất này và chia cho 2 người còn lại. Kết quả là mỗi người con được 1 miếng đất có dạng hình chữ nhật (số lô đất trong mỗi miếng có thể khác nhau). Để công bằng, Phú Ông muốn các miếng đất có giá trị bằng nhau. Giá trị của miếng đất bằng tổng giá trị tất cả lô đất thuộc miếng đất đó.

Yêu cầu: Hãy giúp Phú Ông tìm ra cách chia thỏa mong muốn hoặc thông báo không thể thực hiện'

Input: Từ tập tin văn bản **DOWRY.INP**

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên **n** và **m** ($1 \leq n, m \leq 1000$).
- Dòng thứ **i** trong **n** dòng sau chứa **m** số nguyên $a_{i1}, a_{i2} \dots a_{im}$ ($1 \leq |a_{ij}| \leq 10^6$) – giá trị của **m** lô đất tương ứng trên dòng **i**.

Output: ghi ra tập tin văn bản **DOWRY.OUT**

- Dòng đầu tiên ghi thông báo **YES** nếu tìm được một cách chia, ngược lại ghi thông báo **NO**.
- Trường hợp tìm được một cách chia thì hai dòng tiếp theo chứa mô tả đường tách thứ nhất và thứ hai tương ứng. Mỗi đường tách được mô tả theo dạng c i - trong đó $c = \{N, D\}$ cho biết đường tách là ngang hay dọc và i là đường tách liền kề với dòng hoặc cột thứ i. Dòng và cột được đánh số bắt đầu từ 1.

Input	Output	Giải thích
3 4 3 8 1 -6 2 -3 2 2 -1 8 1 1	YES N 1 D 2	Một cách chia thỏa yêu cầu $\begin{array}{r rrrr} 3 & 8 & 1 & -6 \\ 2 & -3 & 2 & 2 \\ -1 & 8 & 1 & 1 \end{array}$
2 2 -8 6 10 -3	NO	Không có cách thực hiện

12. DSQUARE Ước chính phương

Số chính phương là một số nguyên dương bằng bình phương của một số nguyên dương khác. Như vậy các số sau được gọi là số chính phương: 1, 4, 9, 16, 25, ... Ta quan tâm các số nguyên dương n tồn tại ước là một số chính phương lớn hơn 1. Các số đầu tiên thỏa điều kiện là : 4, 8, 9, 12, 16, 18, 20, 24,...

Yêu cầu: cho 2 số nguyên L, R ($2 \leq L < R \leq 10^9$). Đếm số lượng các cặp số nguyên (a, b) sao cho $L \leq a < b \leq R$ và $a \times b$ có chứa ước là số chính phương lớn hơn 1.

Input: từ tập tin văn bản **DSQUARE.INP** chứa hai số nguyên L, R ($2 \leq L < R \leq 10^9$; $R - L \leq 10^3$).

Output: ghi ra tập tin văn bản **DSQUARE.OUT** số cặp thỏa yêu cầu.

Input	Output	Giải thích
2 5	3	(2, 4), (3, 4), (4, 5)
2 10	26	(2,4), (2,6), (2,8), (2,9), (2,10) (3,4), (3,6), (3,8), (3,9), (4,5) (4,6), (4,7), (4,8), (4,9), (4,10), (5,8), (5,9), (5,10), (6,8), (6,9), (6,10), (7,8), (7,9), (8,9), (8,10), (9,10).

13. Đoạn có K phần tử - 'SUMMAXK.???'

Cho dãy số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n .

Yêu cầu: Hãy cho biết đoạn có K phần tử có tổng lớn nhất là bao nhiêu (các phần tử này phải nằm liên tiếp nhau trong dãy).

Dữ liệu vào từ file 'SUMMAXK.INP':

- Dòng thứ nhất chứa số nguyên dương n, k ($n < 10^7$).

- n dòng tiếp theo, dòng thứ i chứa số nguyên a_i ($|a_i| < 10_{12}$; $i=1, 2, \dots, n$).

Kết quả ghi vào file ‘SUMMAXK.OUT’ một số nguyên duy nhất là số lượng phần tử.

Ví dụ :

SUMMAXK.INP	SUMMAXK.OUT
5 3 7 6 -1 -5 5	12