

Сложение угловых скоростей

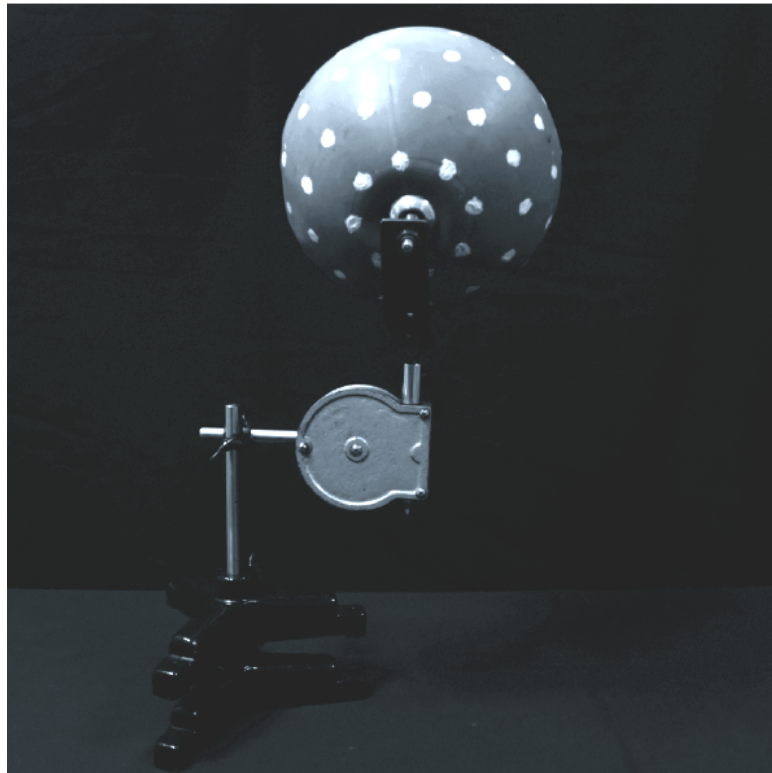


Рис. 1: Демонстрация сложения угловых скоростей на центробежной машине

Оборудование:

1. Шар диаметром 35 см, покрытый по линиям широт рядом пятен белого цвета диаметром 1 см
2. Вращающийся держатель
3. Машина с червячным механизмом

Основные определения:

Угловая скорость — величина, характеризующая быстроту вращения твердого тела. При равномерном вращении тела вокруг неподвижной оси его угловая скорость численно равна приращению угла поворота φ за промежуток времени Δt

$$\omega = \Delta\varphi/\Delta t.$$

В общем случае угловая скорость численно равна отношению элементарного угла поворота $d\varphi$ к соответствующему элементарному промежутку времени dt , то есть

$$\omega = d\varphi/dt.$$

Таким образом,

вектор угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ численно равен величине угловой скорости, лежит на оси вращения, и направление его связано с направлением вращения правилом буравчика.

Поскольку угловая скорость — вектор, то приращение ее также вектор и, следовательно, вектором является угловое ускорение:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}.$$

Между векторами угловой и линейной скоростей существует связь.

Вектор линейной скорости точки при вращательном движении равен векторному произведению вектора угловой скорости на радиус-вектор точки

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}.$$

Краткое описание:

Шар закрепляется в специальном держателе, в котором он может вращаться вокруг наклонной оси, а вместе с держателем — вокруг вертикальной оси при помощи червячной машины. Таким образом вращать шар можно вокруг наклонной, а затем вертикальной оси, либо одновременно вокруг обеих осей.

При быстром вращении шара вокруг наклонной оси пятна на его поверхности сливаются и образуют параллельные ряды (рис.2,*а*) Направление оси вращения шара совпадает с направлением угловой скорости вращения ω_1 .

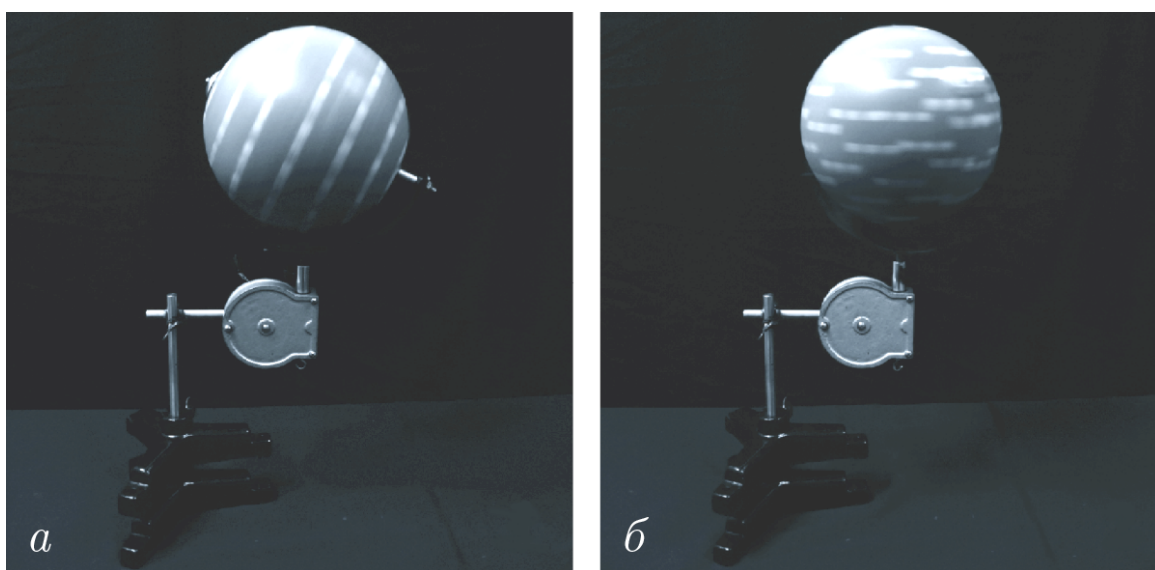


Рис. 2: *а* — вращение шара только вокруг наклонной (собственной) оси; *б* — вращение шара только вокруг вертикальной оси

При вращении шара только вокруг вертикальной оси пятна сливаются в линии (рис.2,*б*), которые лежат в горизонтальной плоскости, а оси этих линий совпадают с осью вращения держателя. Вектор ω_2 в этом случае направлен вертикально.

Теория:

Для перемещения, скорости и ускорения справедливы правила векторного сложения. Имея в виду эту справедливость векторного сложения, получается, что для механических движений справедлив принцип независимого сложения. Этот принцип гласит, что отдельные движения, в которых участвует тело в данной системе отсчета, не влияют друг на друга, что всегда любое движение можно представить как сумму других независимых движений.

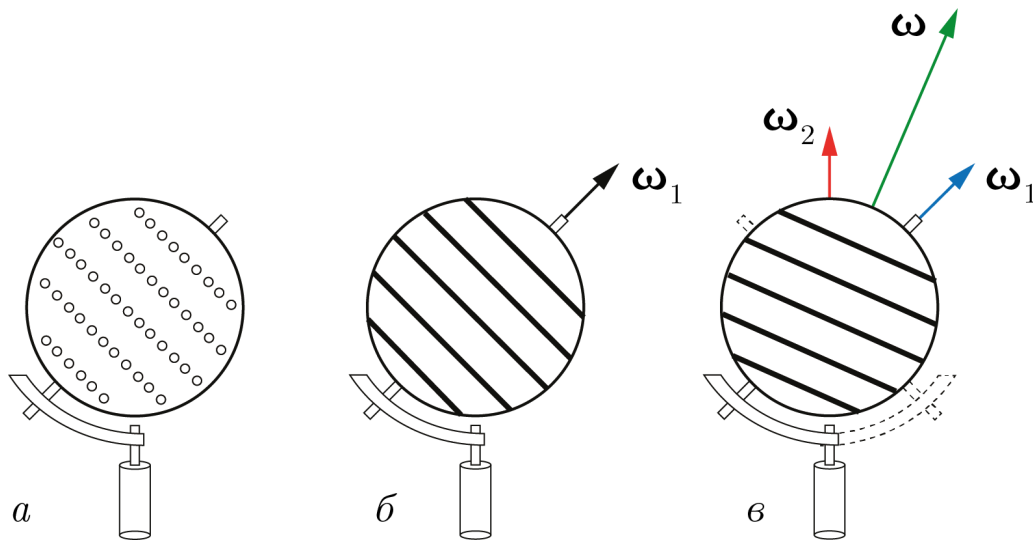


Рис. 3: *а* — схематичное изображение шара на вращающемся стержне (без вращения); *б* — вектор угловой скорости при вращении шара только вокруг собственной (наклонной) оси; *в* — сложение угловых скоростей при одновременном вращении шара вокруг собственной и вертикальной осей

Исходя из преобразований Галилея можно сделать важный вывод о связи скоростей при сложном движении тела. Для точек на поверхности шара, движущихся одновременно вокруг обеих осей, их результирующую линейную скорость можно представить в виде:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2. \quad (1)$$

Используя известную связь между линейной и угловой скоростями, можно получить следующее выражение:

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega}_2 \times \mathbf{r} = (\boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}_2) \times \mathbf{r}. \quad (2)$$

где через \mathbf{r} обозначен радиус-вектор, направленный из центра шара в рассматриваемую точку на его поверхности.

Следовательно, при одновременном вращении шара и держателя, результирующая угловая скорость ω также будет представлять собой геометрическую сумму ω_1 и ω_2 , и иметь направление, показанное на рис.3,б. Это направление легко определить опытным путем так как кружки, расположенные вблизи мгновенной оси (вдоль ω), не сливаются в линии.

Таким образом, при одновременном вращении шара вокруг собственной оси и вокруг оси вращения держателя вектор результирующей угловой скорости, а, следовательно, и мгновенная ось вращения также поворачиваются вокруг вертикальной оси держателя.