

Сложение движений

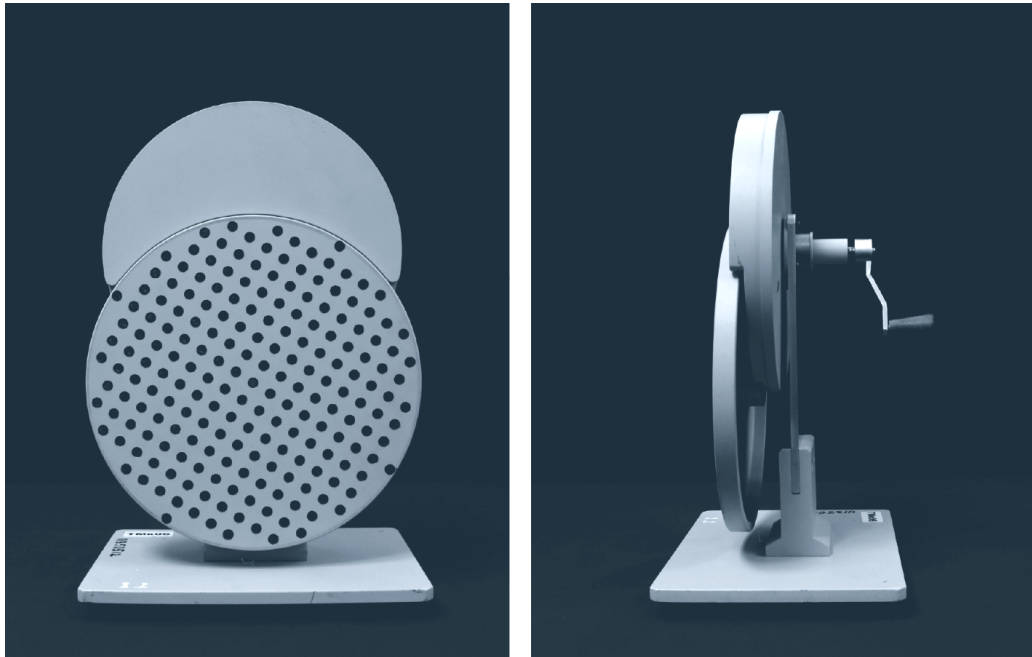


Рис. 1: Демонстрация сложения параллельных вращений

Оборудование:

1. Диск диаметром 26 см, поверхность которого покрыта темными кружками диаметром 1 см.
2. Подставка с механизмом, приводящим диск во вращение как вокруг его собственной горизонтальной оси, так и в вертикальной плоскости его движения.

Основные определения:

Вообще говоря, при движении твердого тела разные точки движутся по различным траекториям с различными скоростями. Но оказывается, что всегда можно произвольное движение твердого тела представить как сумму независимых движений: поступательного и вращательного.

Поступательным движением твердого тела называется такое движение, при котором любая прямая, проведенная в теле, остается параллельной самой себе. При поступательном движении все точки тела движутся одинаково.

Вращательным движением твердого тела называется такое движение, при котором все точки тела движутся по concentрическим окружностям, а все центры этих окружностей лежат на одной прямой, называемой осью вращения.

Краткое описание:

Закрепленный на подставке диск обладает горизонтальной осью вращения, проходящей через его центр. При этом вращательный механизм способен приводить в движение по окружности и саму ось.

Раскрутив изначально неподвижный диск вокруг собственной оси, можно наблюдать вращение темных кружков. Удаленные от центра пятна при быстром вращении начнут сливаться в линии, а кружок в центре диска, лежащий на оси вращения, останется неподвижным (рис.2).

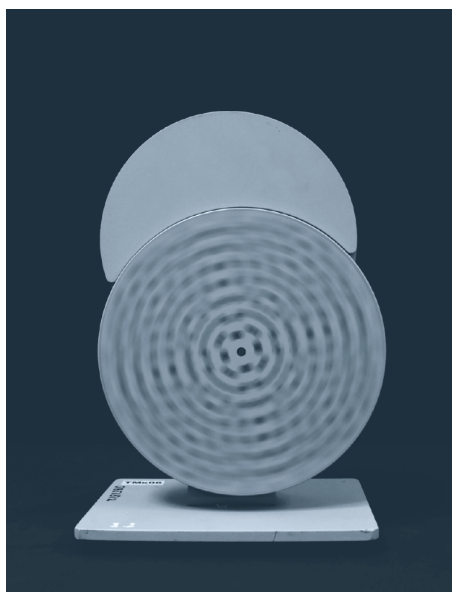


Рис. 2: Вращение диска вокруг собственной оси, проходящей через его центр

Если при вращении диска его центральная ось начнет двигаться по окружности в вертикальной плоскости, параллельной диску (рис.3), то результирующее движение можно описать как вращение вокруг мгновенной оси, которая совершает круговое движение. В каждый момент времени мгновенная ось вращения твердого тела оказывается в новом положении, которое можно обнаружить по положению кружка, кажущегося неподвижным. Этот неразмытый кружок не совпадает с центром диска, а перемещается по окружности в вертикальной плоскости.

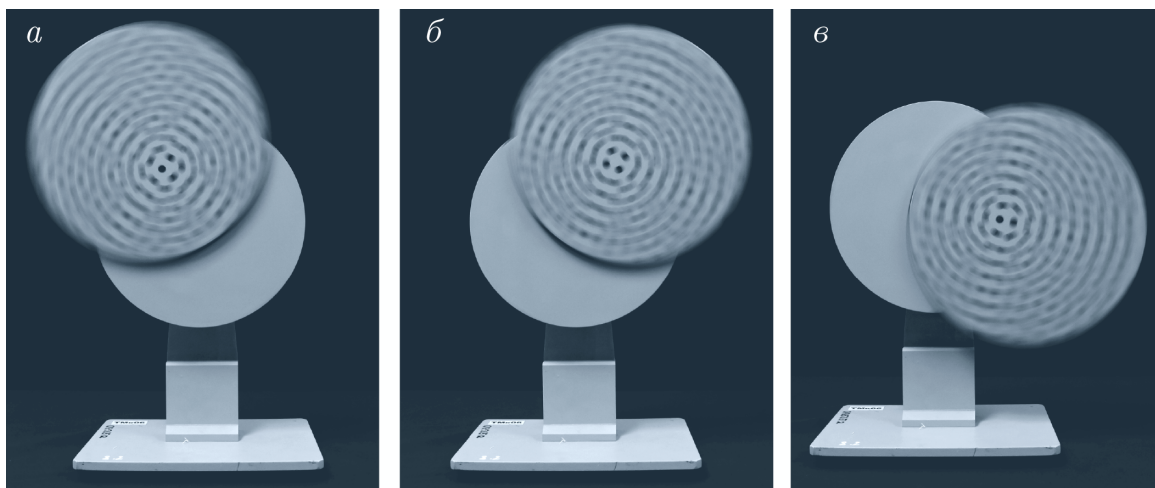


Рис. 3: Четкое пятно находится не в центре, что связано с появлением новой — мгновенной оси вращения. Вращение диска вокруг мгновенной оси возникает в результате наложения движения диска вокруг собственной оси и перемещении оси вращения по окружности

Теория:

Пусть диск вращается против хода часовой стрелки. Обозначим угловую скорость его вращения через ω_1 (рис.4,б).

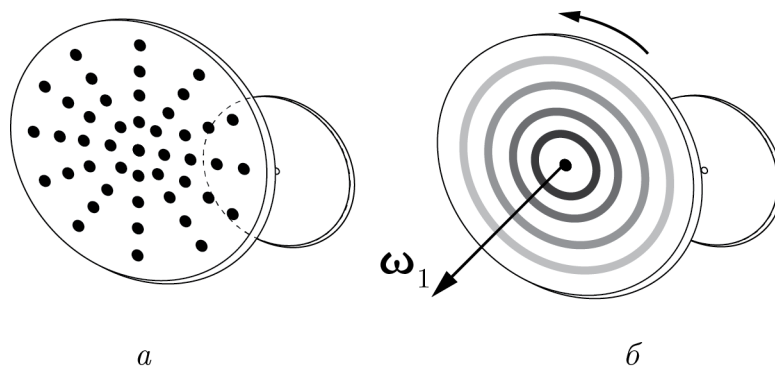


Рис. 4: а — схематичное изображение неподвижного диска на штативе; б — направление вектора угловой скорости диска при его вращении против хода часовой стрелки

Так как ось диска жестко связана с валом на штативе, то при вращении вала (рис.5а) с угловой скоростью ω_2 , результирующая угловая скорость вращения диска ω равна векторной сумме скоростей диска и вала: $\omega = \omega_1 + \omega_2$.

Если угловые скорости ω_1 и ω_2 направлены в одну сторону (как показано на рис.6), то мгновенная ось вращения будет лежать на отрезке, соединяющем центры диска и вала. В противном случае, мгновенная ось

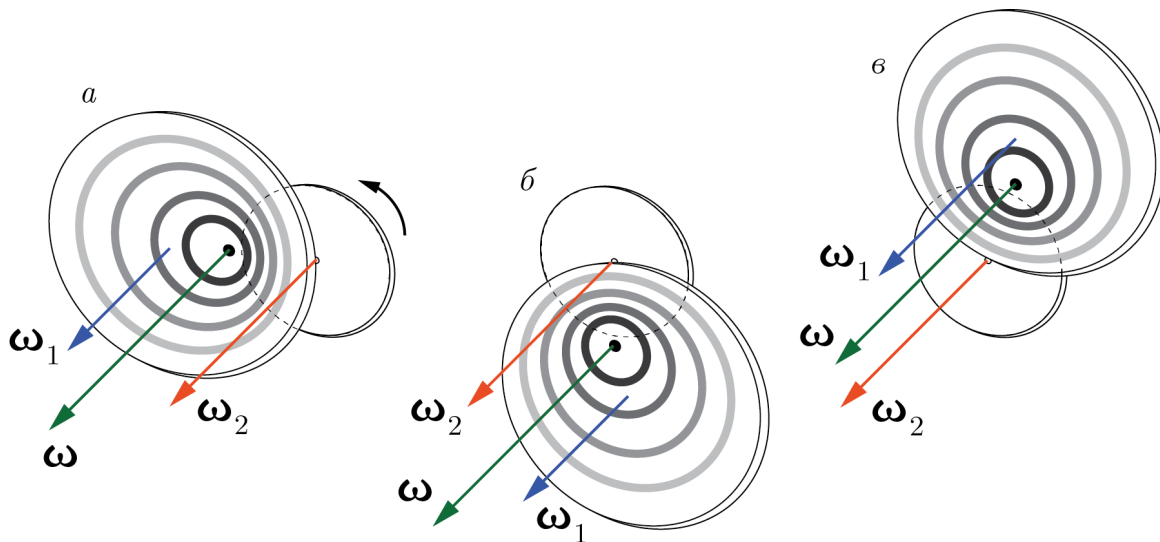


Рис. 5: Вектор результирующей угловой скорости ω направлен вдоль мгновенной оси вращения, проходящей через точку на прямой, соединяющей центры диска и вала

вращения будет лежат за пределами этого отрезка. Положение мгновенной оси вращения можно определить через соотношение угловых скоростей:

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1},$$

где через l_1 и l_2 обозначены расстояния от центра диска и вала до мгновенной оси (неразмытого пятна).

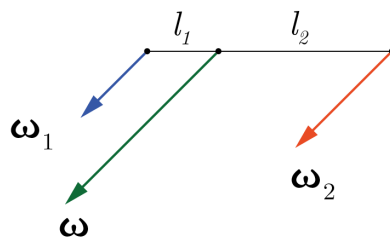


Рис. 6: Векторы угловых скоростей диска и вала складываются, а направление результирующего вектора угловой скорости ω совпадает с мгновенной осью вращения

Таким образом, по положению резкого пятна на вращающемся диске (рис.3) можно судить о соотношении угловых скоростей вращающихся тел. Чем больше собственная угловая скорость вращения диска по сравнению со скоростью вращения вала, тем ближе мгновенная ось вращения расположена к оси диска.