

Отыскание центра масс

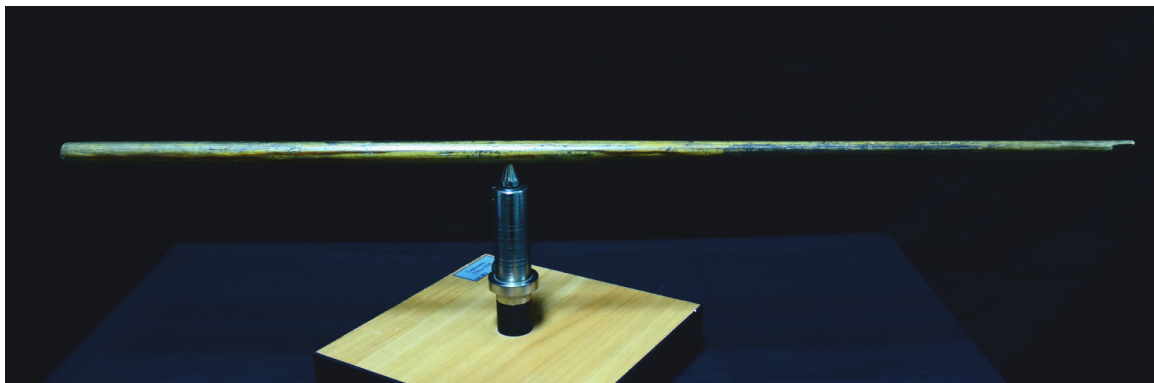


Рис. 1: Демонстрация одного из способов нахождения центра масс, основанного на свойствах сухого трения

Оборудование:

1. Протяженный предмет переменной толщины — указка с дециметровыми делениями или линейка.

Основные определения:

Центр масс — центр инерции, геометрическая точка, положение которой характеризует распределение масс в теле или механической системе. Координаты центра масс определяются формулами

$$x_c = \sum \frac{m_i x_i}{M}, y_c = \sum \frac{m_i y_i}{M}, z_c = \sum \frac{m_i z_i}{M},$$

или для тела при непрерывном распределении масс

$$x_c = \frac{1}{M} \int \rho x dV, y_c = \frac{1}{M} \int \rho y dV, z_c = \frac{1}{M} \int \rho z dV,$$

где m_i — массы материальных точек, образующих систему, x_i, y_i, z_i — координаты этих точек, $M = \sum m_i$ — масса системы, ρ — плотность, V — объем.

Понятие о центре масс отличается от понятия о центре тяжести тем, что последнее имеет смысл только для твердого тела, находящегося в поле тяжести; понятие же о центре масс не связано ни с каким силовым полем и имеет смысл для любой механической системы. Для твердого тела в однородном поле тяжести положения центра масс и центра тяжести совпадают.

Краткое описание:

В ходе демонстрации твердое тело (указка или линейка метровой длины) кладется на пальцы рук. Затем пальцы начинают сдвигать к центру тела. Тело в процессе опыта остается неподвижным, перемещаются лишь руки экспериментатора. В конечном счете место их соприкосновения произойдет в некоторой точке, которая и окажется центром масс тела. Следует обратить внимание на то, что при плавном перемещении рук проскальзывание происходит только между одним пальцем и телом, в то время как тело движется вместе с другим пальцем, оставаясь неподвижным относительно него.

Теория:

На тело, находящееся в гравитационном поле Земли, всегда действует сила тяжести Mg . Если рассмотреть протяженное тело, например, стержень, расположенный на двух опорах, то со стороны каждой опоры на тело будет действовать сила реакции N_1 и N_2 соответственно (рис.2,а). В общем случае эти силы не равны между собой, например, если масса распределена в стержне неравномерно.

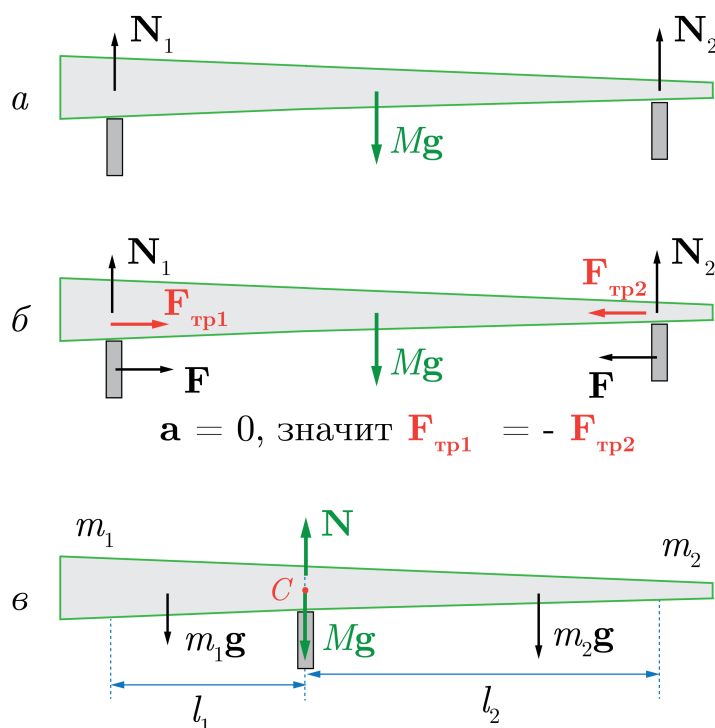


Рис. 2: Схематичное изображение твердого тела неправильной геометрической формы (а). положение центра масс такого тела определяется из условия его равновесия в однородном поле силы тяжести (б,в)

Если опоры (пальцы рук) начнут сближаться, то между ними и телом возникнут силы трения $F_{\text{тр}1}$ и $F_{\text{тр}2}$ (рис.2,б).

Из условия, что стержень под действием сил трения и реакции опоры не изменяет своей скорости, следует:

$$a_c = 0 : F_{\text{тр}1} = F_{\text{тр}2}. \quad (1)$$

Сумма сил в вертикальном направлении обращается в нуль, а также сумма моментов сил относительно центра масс равна нулю:

$$\begin{cases} Mg = N_1 + N_2 \\ N_1 l_1 = N_2 l_2. \end{cases} \quad (2)$$

Используя известную связь между силой трения и силой реакции опоры при скольжении тела, запишем равенство

$$\mu_1 N_1 = \mu_2 N_2, \quad (3)$$

и соотношение

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{l_2}{l_1}. \quad (4)$$

Таким образом, получим следующее выражение:

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{l_2}{l_1}, \quad (5)$$

откуда следует, что $\mu_1 \neq \mu_2$. В ходе эксперимента руки проскальзывают относительно тела попеременно, при этом в одной точке соприкосновения действует сила трения скольжения, в другой -- сила трения покоя. Полученное отношение коэффициентов трения μ_1 и μ_2 соответствует соотношению коэффициентов трения скольжения и покоя, первый из которых, как правило, немного меньше второго.