

Маятник Фуко

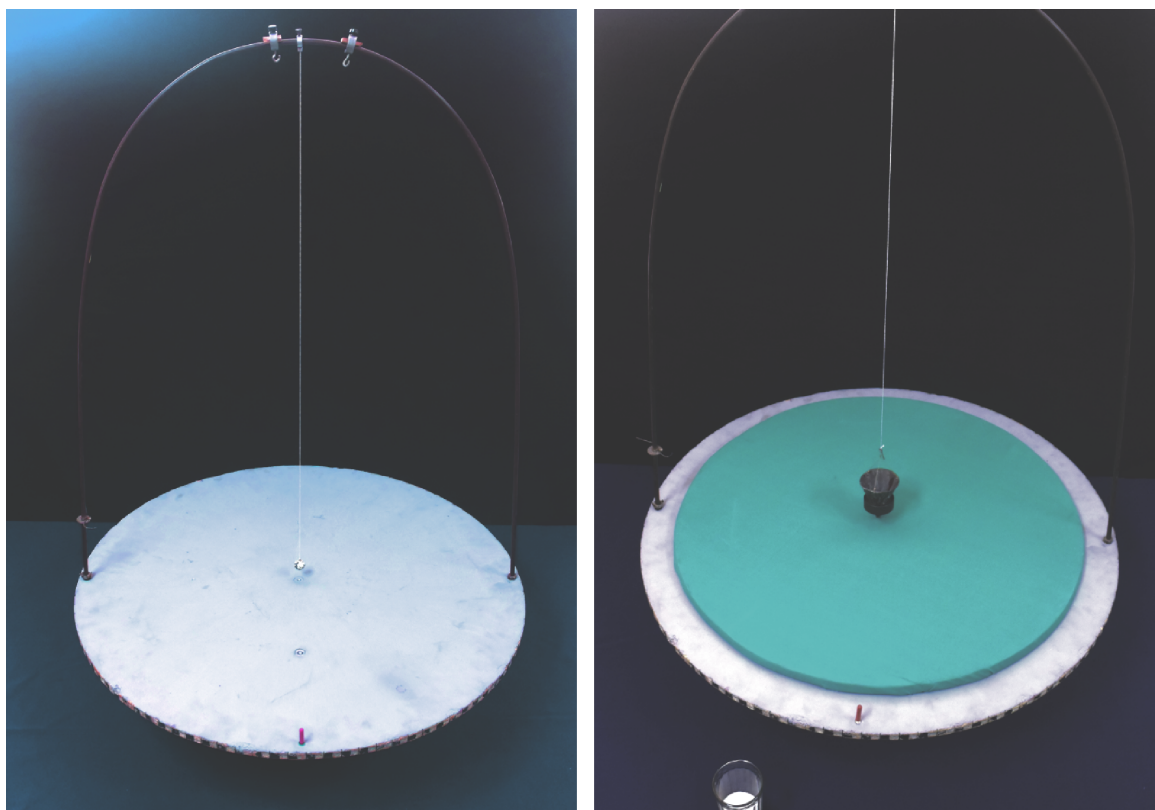


Рис. 1: Демонстрация способности математического маятника сохранять плоскость качания в пространстве при вращении платформы

Оборудование:

1. Платформа на вращающейся подставке
2. Отвес на специальном штативе (шарик и воронка с песком)
3. Маятник в виде ядра массой 20 кг, подвешенном за стальной трос к потолку

Основные определения:

В середине XIX века Жан Бернард Леон Фуко смог провести опыт, который продемонстрировал суточное вращение Земли достаточно наглядно. Опыт этот был проведен неоднократно, а публично сам экспериментатор представил его в 1851 году в здании Пантеона в Париже.

Маятник Фуко - устройство, используемое для демонстраций, подтверждающих факт суточного вращения Земли. Маятник представляет собой массивный груз, подвешенный на проволоке или нити, верхний конец которой укреплен (например, с помощью карданного шарнира) так, что позволяет маятнику качаться в любой вертикальной плоскости. Если маятник Фуко отклонить от вертикали и отпустить без начальной скорости, то, поскольку действующие на груз маятника силы тяжести и натяжения нити лежат все время в плоскости качаний маятника и не могут вызвать ее вращения, эта плоскость будет сохранять неизменное положение по отношению к звездам (к инерциальной системе отсчета, связанной со звездами).

В основу опыта был положен уже известный в то время экспериментальный факт: плоскость качания маятника на нити сохраняется независимо от вращения основания, к которому подвешен маятник. Маятник стремится сохранить параметры движения в инерциальной системе отсчета, плоскость которой неподвижна относительно звезд. На плоскость вращения маятника влияет как географическая широта места, где он установлен, так и длина подвеса (длинные маятники вращаются быстрее). Если поместить маятник Фуко на полюсе, то при вращении Земли плоскость маятника будет оставаться неизменной, и наблюдатели, вращающиеся вместе с планетой, должны видеть, как плоскость качаний маятника поворачивается без воздействия на него каких-либо сил. Таким образом, период вращения маятника на полюсе равен периоду обращения Земли вокруг своей оси – 24 часам. На других широтах период будет несколько больше, т. к. на маятник действуют силы инерции, возникающие во вращающихся системах – силы Кориолиса. На экваторе плоскость маятника вращаться не будет – период равен бесконечности.

Краткое описание:

Убедиться в способности маятника сохранять плоскость колебаний в пространстве можно при помощи специальной модели, состоящей из небольшого маятника в виде шарика на нити 20–30 мм (рис.2), подвешенного над круглой платформой, вращающимся на центробежной машине. Диаметр вращающейся платформы такой же, как в опыте с отвесами.

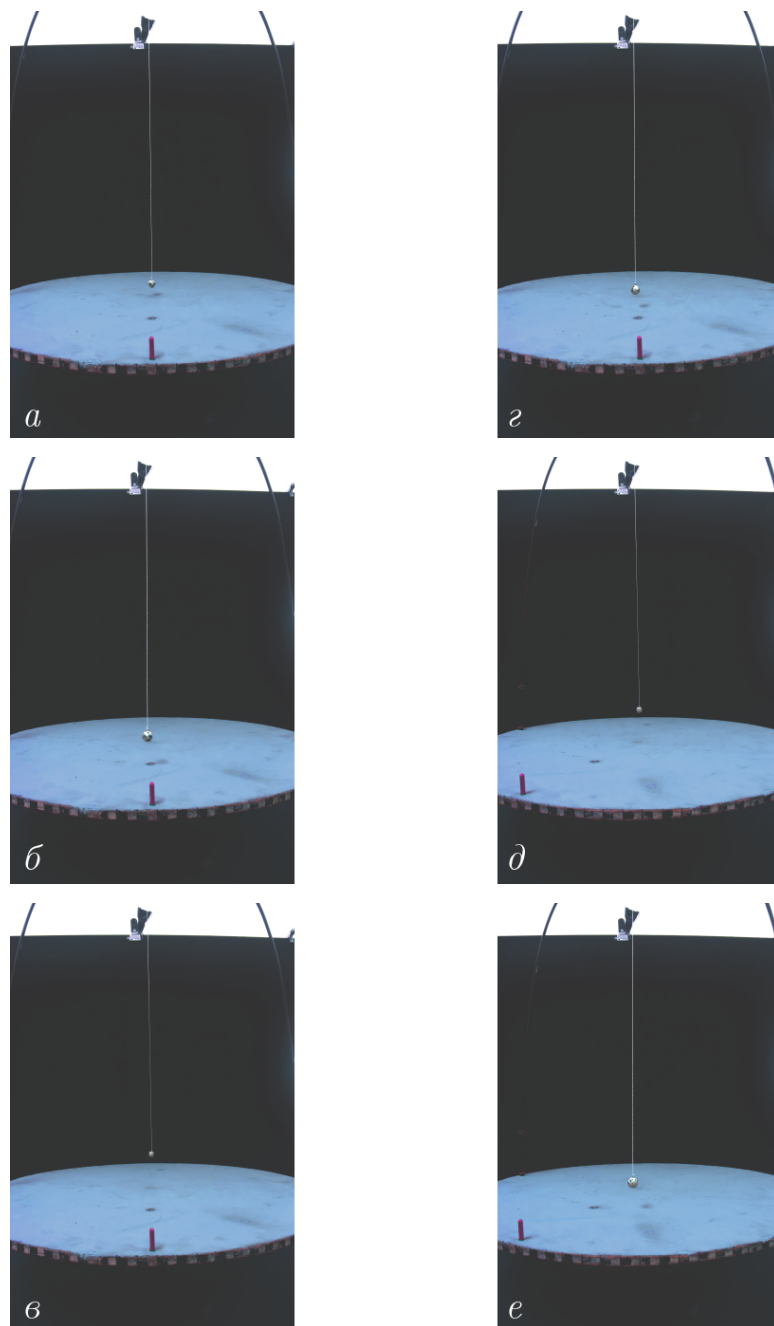


Рис. 2: Опыт с шариком демонстрирует сохранение плоскости качания маятника при вращении платформы

Шарик крепится к специальной опоре в виде дуги из проволоки за нить длиной 70 см. После начала движения маятник в плоскости подвеса платформа приводится в равномерное вращение. При этом можно наблюдать, как плоскость колебания маятника по отношению к аудитории остается неизменной. Наблюдатель же, находящийся на Земле и вращающийся вместе с ней, будет видеть, что плоскость качаний маятника медленно поворачивается относительно земной поверхности в сторону, противоположную направлению вращения Земли. Этим и подтверждается факт суточного вращения Земли.

Этот опыт можно показать с воронкой, из которой на платформу высыпается песок. После полного оборота высыпавшийся песок изобразит на платформе несколько фигур, в зависимости от того, какой была скорость вращения платформы. Период качаний маятника в ходе опыта не изменяется.

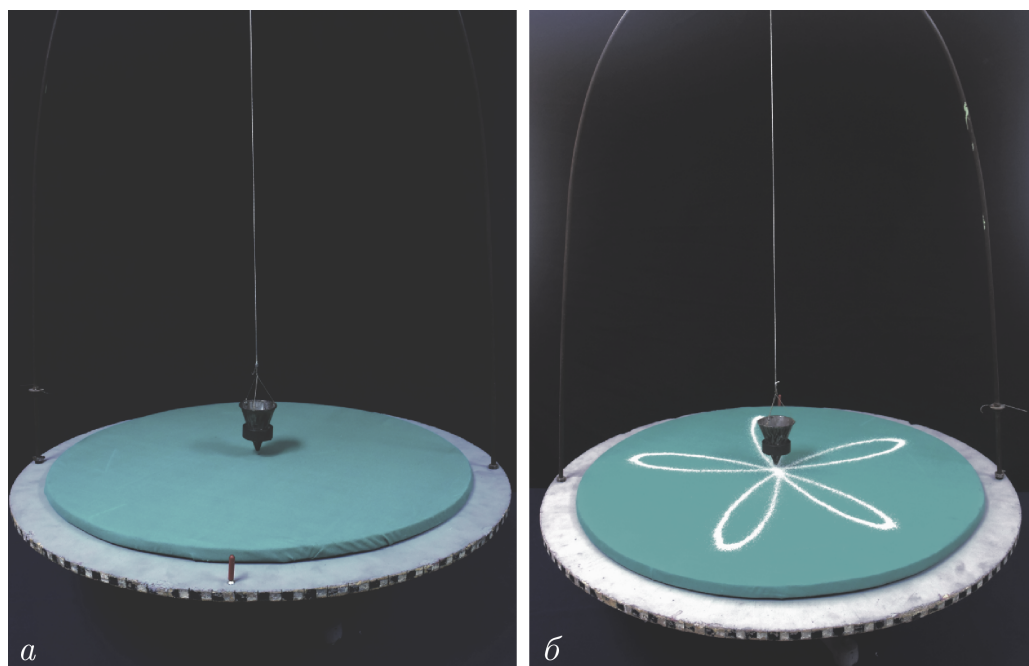


Рис. 3: Розетка, получаемая при записи качаний маятника во вращающейся системе. В представленном случае платформа начинала вращаться при прохождении маятником положения равновесия

Теория:

Представим себе маятник, помещенный над Северным полюсом Земли (рис.4) на длинном, свободно вращающемся подвесе. Отведем его из положения равновесия и дадим возможность свободно качаться. Маятник движется под действием силы тяжести и натяжения подвеса. Обе они лежат в плоскости качания маятника, следовательно, плоскость качания должна сохранять свое положение в пространстве. Земля же поворачивается под маятником. проекция плоскости качания на поверхность Земли у полюса поворачивается в направлении, противоположном вращению Земли, со скоростью 15 градусов в час. Таким образом, в неподвижной системе отсчета поворот проекции плоскости качания маятника есть результат постоянства положения плоскости качания и вращения относительно Земли.

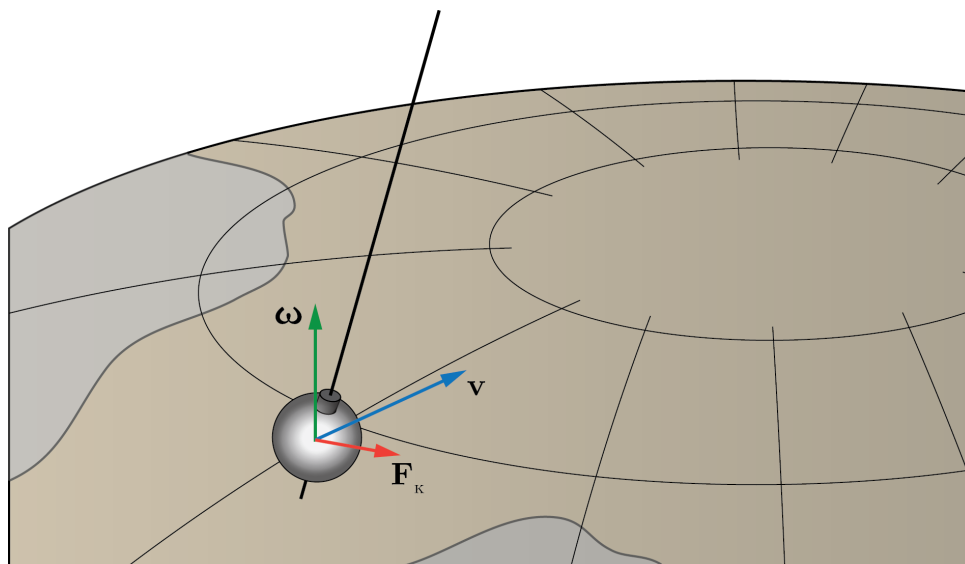


Рис. 4: Схема опыта Фуко

Рассматривая движение маятника в системе координат, связанной с Землей, необходимо к указанным выше силам добавить силу Кориолиса. На полюсе скорость маятника v при большой длине подвеса можно считать перпендикулярной оси вращения Земли и, следовательно, вектору угловой скорости ω . Сила Кориолиса, действующая на маятник, будет равна $F_k = 2mv\omega$.

Будучи перпендикулярной плоскости, включающей векторы v и ω , эта сила инерции лежит в горизонтальной плоскости и в соответствии с правилом буравчика направлена вправо от направления движения маятника. Так как сила Кориолиса никакой другой силой не уравновешивается, она заставляет поворачиваться плоскость качания маятника по часовой стрелки (рис.5).

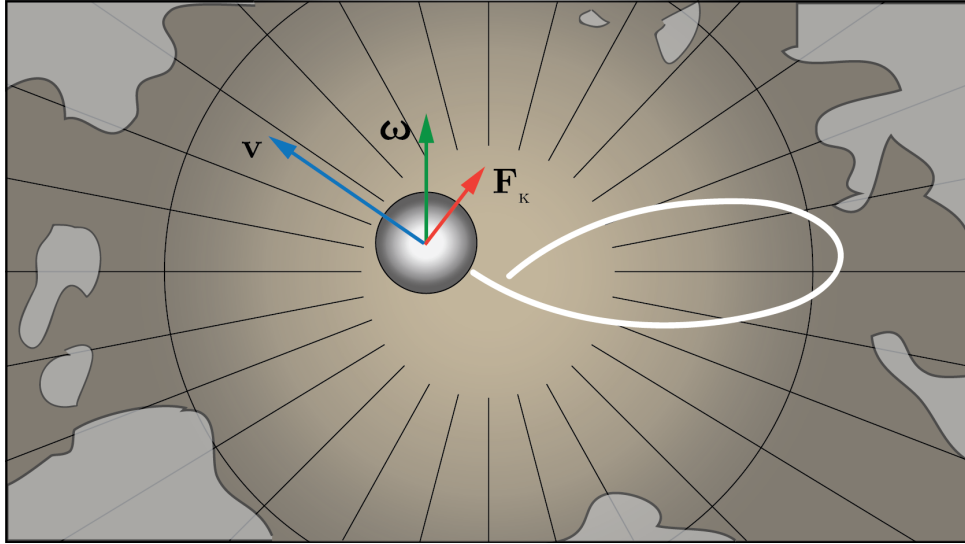


Рис. 5: Схематичное изображение траектории маятника, которую описывает на поверхности Земли груз, совершающий колебания на северном полюсе

Можно сделать следующее замечание по поводу выбора размеров маятника для демонстрации опыта Фуко.

Если наибольшее отклонение l при качании маятника мало по сравнению с его длиной L , то есть $l \ll L$, то исходя из этого можно считать колебания гармоническими. Для таких колебаний период определяется следующим выражением:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (1)$$

Запишем время затухания t в виде $t = nT$

$$t = nT, \quad (2)$$

где n — число колебаний маятника.

Разумно положить, что по порядку величины n определяется отношением максимального значения потенциальной энергии маятника к среднему значению работы \bar{A} силы сопротивления за период колебаний:

$$n \sim \frac{U}{\bar{A}} \quad (3)$$

В каждый момент сила сопротивления, действующая на груз со стороны воздуха, представляет собой:

$$F_c = \rho v^2 R^2, \quad (4)$$

где ρ_v — плотность воздуха, v — мгновенная скорость, R — линейный размер груза.

Выполняя операция осреднения, получим

$$\bar{v}^2 = \frac{1}{2}\omega^2 l^2, \quad (5)$$

где $\omega = \sqrt{g/L}$ — циклическая частота колебаний. Тогда $\bar{F}_c = \rho_v R^2 \omega^2 l^2$ и $\bar{A} = \rho_v R^2 \omega^2 l^2$.

Далее можно показать, что максимальная высота подъема маятника

$$H = L - L \cos \alpha \approx \frac{l^2}{2L}, \quad (6)$$

и

$$U \approx \frac{Mgl^2}{2L} \sim \frac{\rho g R^3 l^2}{2L}, \quad (7)$$

где M — масса груза, ρ — его плотность.

В результате получаем искомое время затухания маятника Фуко:

$$t = nT \sim \frac{U}{\bar{A}} T \sim \sqrt{\frac{L}{g}} \frac{\rho}{\rho_v} \frac{R}{l} \quad (8)$$

Именно в этом выражении заключается ответ на замечание по поводу параметров подвеса для демонстрации опыта Фуко. Рассмотрев маятник, линейные размеры которого меньше используемого в данной демонстрации в 100 раз. Согласно выражению (8) время затухания t для такого маятника уменьшится в 10 раз, а, соответственно, ослабнет эффект вращения плоскости колебаний. По этой причине для демонстрации суточного вращения Земли применяется маятник Фуко в виде массивного ядра на очень большом подвесе.