

асм.timus.ru, Задача 1475. Курочка-Ряба.

По условию задачи снаряд (яйцо) – материальная точка падает с высоты h на наклонную поверхность (прямоугольный треугольник с катетами H и l) ударяется (удар абсолютно упругий, т.е. механическая энергия не переходит в другие виды энергии).

Следующий рисунок (Fig. 1) схематично изображает геометрию задачи:

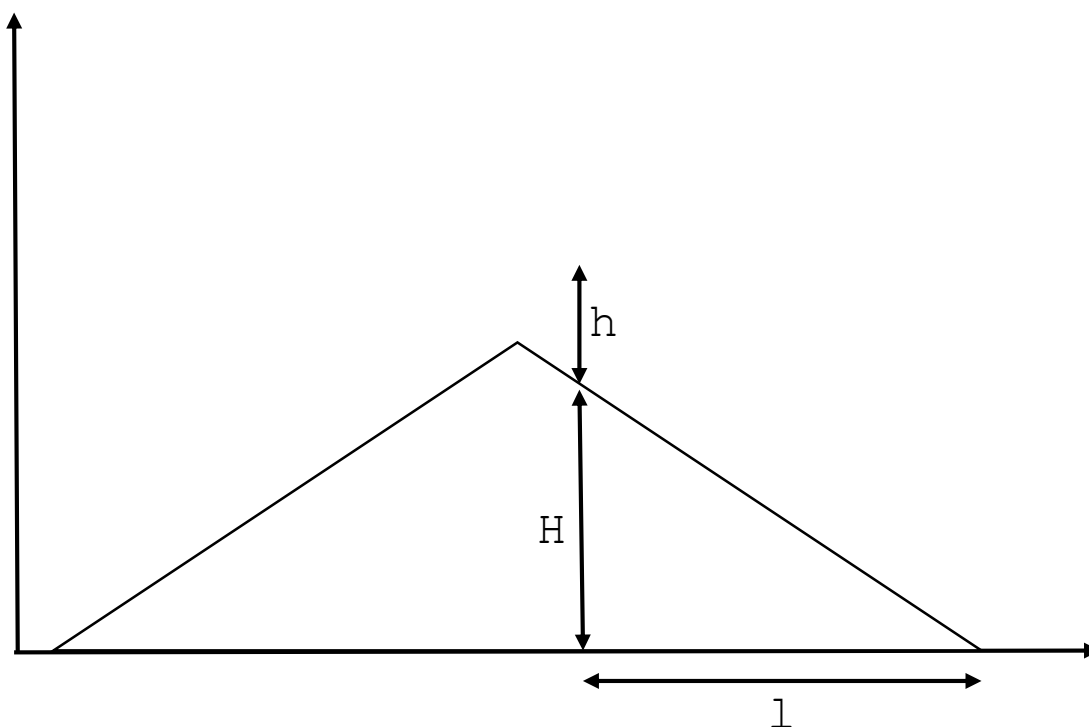


Figure 1 - Схема падения

Необходимо определить количество раз, которое снаряд ударится о поверхность.

Для решения задачи перейдём в другую координатную плоскость (Fig. 2):

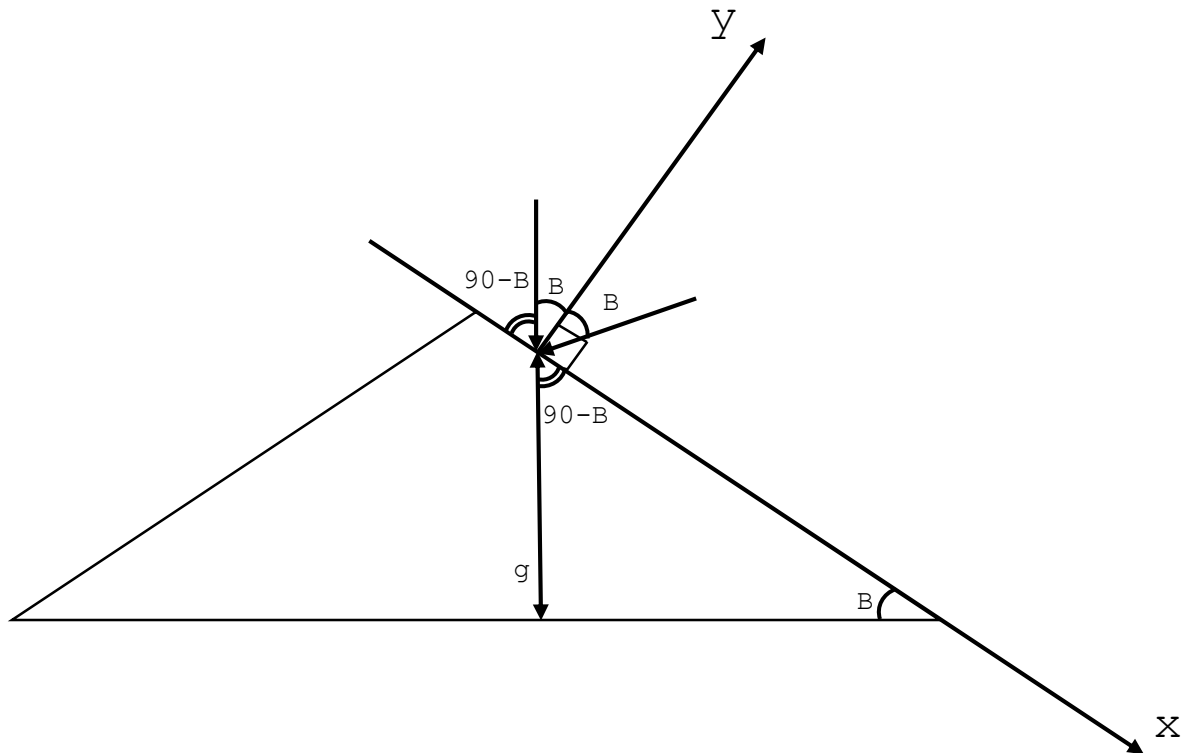


Figure 2 - Новая координатная плоскость

Пусть ось OX будет направлена вдоль склона по которому будет ударяться снаряд. Ось OY – перпендикулярна OX. Начало координат – место первого удара.

Не трудно увидеть, что в первый раз снаряд отскочит от поверхности под углом B ($\tan B = H / l$) относительно оси OY, что в свою очередь равно $(90 - B)$ относительно оси OX.

Определим вектор движения снаряда по обеим осям:

$$V_x = V_0 * \cos(90 - B) + g * \cos(B - 90) * t$$

$$V_y = V_0 * \sin(90 - B) + g * \sin(B - 90) * t$$

После преобразования получим:

$$V_x = V_0 * \sin(B) + g * \sin(B) * t$$

$$V_y = V_0 * \cos(B) - g * \cos(B) * t$$

Где V_0 – начальная скорость, которая равна $V_0 = \sqrt{2 * g * h}$ (это можно показать исходя из закона сохранения энергии). Так же для каждой координаты теперь действует сила тяжести, которая в новой системе координат действует на обе координаты.

Найдём время когда снаряд во второй раз достигнет оси ОУ. Для этого определим расстояние пройденное снарядом по обеим осям:

$$S_x = V_0 * \sin(B) * t + \frac{g * \sin(B) * t^2}{2}$$

$$S_y = V_0 * \cos(B) * t - \frac{g * \cos(B) * t^2}{2}$$

При ударе $S_y = 0$, откуда:

$$V_0 * \cos(B) * t = \frac{g * \cos(B) * t^2}{2}$$

Откуда получаем:

$$t = \frac{2 * v_0}{g}$$

Подставив значение времени в уравнения направления скорости – получим вектор направления скорости в момент удара:

$$V_x = 3 * V_0 * \sin(B)$$

$$V_y = -V_0 * \cos(B)$$

Так как при ударе угол падения равен углу отражения, то новый вектор направления движения снаряда после удара равен:

$$V_x = 3 * V_0 * \sin(B) + g * \sin(B) * t$$

$$V_y = V_0 * \cos(B) - g * \cos(B) * t$$

А значит что время 2го, 3го и последующих ударов будет равно:

$$t = \frac{2 * v_0}{g}$$

При этом расстояние, которое снаряд преодолевает за каждый из промежутков равно:

$$8 * h * \sin B, 16 * h * \sin B, 32 * h * \sin B, \dots$$

Таким образом, для того чтобы определить сколько раз снаряд ударил по поверхности, нужно решить неравенство:

$$h * \sin B (8 + 16 + \dots + 8n) > \sqrt{H^2 + l^2}$$

Которое можно преобразовать в:

$$4 * n^2 + 4 * n - \frac{H^2 + l^2}{H * h} > 0$$

Решение – минимальное значение n при котором выполняется данное неравенство.

Я применил для этого метод бинарного поиска.

Результат:

Язык: Java

Время: 0,75 секунды.

Память: 6 668 КБ