

# 走れメラス 27

## 1. 純情

損得抜きで、一途に、何かを思いつめること。  
世に媚びず、拗ねず、おもねらない、純粹な気持ち。

ことばの国 清水義範

## 2. ロボット

ボート部の先輩がロボットの紹介をしてくれた。

曰く

Boston Dynamics のロボットの進化がスゴイですね

<https://youtu.be/rVlhMGQgDkY>



先輩は、このようなロボットがボートを漕いだらすごいだろうな、とのコメントであった。

私は、そのロボットの性能のすごさよりも、人間にいろいろ嫌がらせ(性能の高さを示すためにやっている)をされても、怒ることなくひたすら自分に与えられた任務を遂行する姿に見入った。  
これは、ロボットにとっては当たり前だが、人間にとっては当たり前ではない。

ロボットになろう！

## 3. 太陽

太陽はその人の性格をみて当てる光の量をコントロールしない。  
いい人へも、悪い人へも、平等に光を当てる。

## 4. アジの開き

スーパーで、アジの開きを買ってきて何気なく見ているうちに、ハラハラと涙がこぼれた。  
アジが哀れでならなかった。

まん丸の、涼しい目を見張ったあのかわいいアジが、体を切り裂かれ、押し広げられ、全身どころ

その内部までも赤裸々に、あますところなく露出されられて、あお向けに寝かされているのである。骨の構造、肉の配列、脂肪の片寄り、精髓と血あいのからまりぐあい、内臓をこそげとったあとなど、その生理のからくり、秘密が隠しようもなく、ことごとく暴露されている。

機能も能力も、そして生きざまさえあからさまになってしまっているのだ。

アジにだって、ここだけは人に見せたくない、知られたくないというところがそれぞれにあるに違いない。

そうした個々の願望を一切無視して、ただもう一方的に、一律に押し広げさえすればいいという方針はいかがなものか。アジがどんなに恥ずかしい思いをしているか、一度でも考えたことがあるのだろうか。

(もしこれが自分だったら)

と、アジを押し広げた人は考えなかったのだろうか。

しかも魚屋やスーパーなどでは、その押し広げたところにわざわざ照明を当てたりして、その開きぐあいをより効果的に見せようとしている。

アジはこのように開かれた体を、恥ずかしいからといって自分で閉じることができない。

そのところが一層哀れでならない。

東海林さだおの味わい方      東海林さだお

## 5. カリントウ

カリントウには、「基本形」というものがない。

不幸にして、誰もそれを考えてやらなかった。

それをいいことに、全員勝手気ままメチャクチャ、袋の中に規律というものがまるでない。

全員が生まれたまんま、この世に出てきてそのままの姿勢で暮らしているのである。

百人百様

人間の指紋が一人ずつ違うように、カリントウが千本あったら千本ことごとく違う。

そして、一本一本が荒々しい。

まるでケンカ腰でこの世にでてきたような、こわいものなしのツラがまえ。

和菓子界の野獣派、という印象がある。

東海林さだおの味わい方      東海林さだお

## 6. ケーキ

ケーキは、心を子供モードに切り替えてから食べるとおいしい。言葉づかいなんかも幼児化させて、

「このデコレーションのギザギザんとこ、おいちーなー」

なんて言いながら食べるとおいちい。

東海林さだおの味わい方      東海林さだお

## 7. トースターと朝食

エジソンは、電気を配電する事業の立ち上げと電球の普及のために、電気の使い道を考えなければならず、それで思いついたのがトースターです。なおトースターの登場まで、人々の食事は1日2食だったのですが、エジソンはトースターを売るために「朝食にパンをトースターで焼いて食べる」ことを流行らせました。そこから人々は1日3食になっていったようです。

## 8. やさしい人

やさしい人は

強く 静かだ

冬に咲く

花に

似ている

ほんとうのこと は 永田和美

## 9. 花ひらく

花ひらくまで

深く 深く

根をおろす

タンポポ  
蒲公英の

秘めた力

ほんとうのこと は 永田和美

## 10. 季節

季節が

変わった

生きかえるような

今朝の

水の冷たさ

ほんとうのこと は 永田和美

## 11. ほんとうのこと

ほんとうのこと

は

自分に

だけ

言う

ほんとうのこと は 永田和美



永田和美

## 12. いちばん強いもの

この世で

いちばん強いのは

芯の芯から

やわらかい

こころ

ほんとうのこと は 永田和美

## 13. 大切なもの

何も

いらない

大切な

ひとつ を

見つけるのだ

ほんとうのこと は 永田和美

## 14. 雲

雲が  
あんなに  
楽しそうなのは  
果てしなく大きな空に  
抱かれているからだ

ほんとうのこと は 永田和美

### 15. 神様の与えるもの

神様が  
与えてくださるのは  
いつも  
私にちょうどよいこと  
不平は言うまい

ほんとうのこと は 永田和美

### 16. わたし

ぶつかって  
ぶつかって  
これ以上  
こわれなくなったところに  
わたしのかたちがある

ほんとうのこと は 永田和美

### 17. 自分

自分を  
励ますのは  
自分しかいないのだ  
泣いてなど  
いられない

ほんとうのこと は 永田和美

### 18. 正解

「正解」  
などないから  
「どうしたいのか」  
と

自分に問うのだ

ほんとうのこと は 永田和美

### 19. あなたの海

驚かされるのは

おもしろいよ

知らないところは

おもしろいよ

あなたの海で泳ごう

ほんとうのこと は 永田和美

### 20. 愛する

一人のひとを

愛しつづけていく美しさ

愛されるより

愛する人になろう

強く愛する人に

ほんとうのこと は 永田和美

### 21. 後悔

ひとのこころを

深く美しく

彫り上げるのは

後悔という

痛みかもしれない

ほんとうのこと は 永田和美

### 22. ひとりぼっちがたまらなかつたら

私が忘れた歌を

だれかが思い出して歌うだろう

私が捨てたことばは

きっとだれかが生かして使うのだ

だから私は

いつまでもひとりではない

そう言いかけながら

一日じゅう 沖のかもめを見ていた日もあった

寺山修司

### 23. ひとり

いろんなとりがいます

あおいとり

あかいとり

わたりとり

こまどり むくどり もず つぐみ

でも

ぼくがいつでも

わすれられないのは

ひとり

という名のとりです

寺山修司

### 24. 教育パパ

私の父の金田一京助というのが大変な教育パパで、私は学問は何でもよくできなければいけないと、試験の答案でも何でも、鞆からひっぱりだして点検するのである。

金田一春彦      自然と人生

### 25. 変形方法

私は算数の試験に 7 点をとると 9 点に書き換え、6 点をとってくると 8 点に書き換えるなど苦心して、父にみせたものだった。

金田一春彦      自然と人生

茶

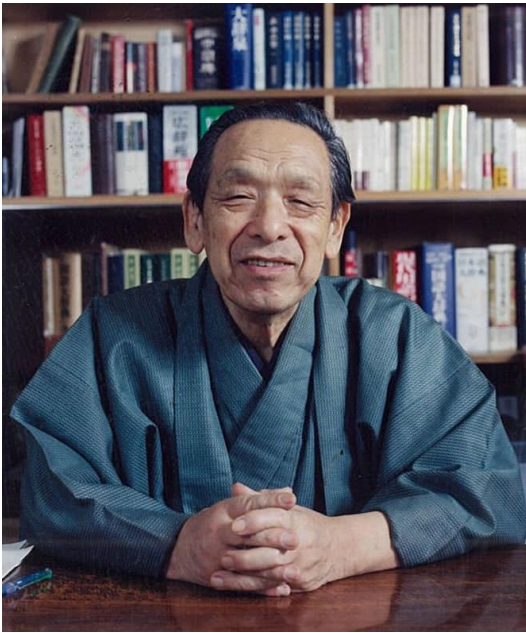
茶 茶

茶 茶 茶

### 26. 茶 茶 茶 茶

オーイお茶

金田一春彦      自然と人生



金田一春彦

## 27. 人生

この年になって、しみじみ思うことは、父京助がアイヌ語の研究をした大きな業績である。  
父はアイヌ語の文法の大要を明らかにし、またユーカラの名作を記録したが、あれはあの時に父  
がやらなかったら、誰もすることはできなかった。父の名はその点で不滅である。

私は今地方に講演に行けば歓迎を受けるが、私が死んでしまったら、世の中から忘れ去られるで  
あろう。

齢すでにかたむき余命いくばくとなった今は、それは寂しいがどうにもならないことである。

金田一春彦      自然と人生

## 28. ケネディーの言葉

私ハ日本ニ来テ、日本デハバスに入ル時ニ親子キョウダイミナ同ジフロニハイルトイウ話ヲ聞イテ、  
私モ日本人ニ生マレレバヨクッタナアト思イマシタ。

ソウシテ、マリリン・モンローガ私ノ妹ダッタラドンナニヨクッタロート思イマシタ。

金田一春彦      自然と人生

## 29. 美人と美男

赤瀬川:コンピュータで似顔絵を描くのがあるんです。これ、顔学会でやってたんだけど、例えば  
十人ぐらいの顔を合わせて平均値にすると、だいたい美人と美男子になるんですよ。

東海林:つまり美人とか美男子は所詮ただの平均像なわけね。

軽老モーロー会議中      東海林さだお 赤瀬川源原平



### 30. 手帳

東海林: 山本さんは、例えば対談があるのを忘れてすっぽかしたとかはないですか。

山本: 僕は頭でおぼえて手帳は使ったことがなかったんですが、この頃は書いておかないと忘れるから使ってます。でも、手帳をみるのを忘れる。

軽老モーロー会議中

東海林さだお 赤瀬川源原平

### 31. 不尽根数

例えば  $\sqrt{2}$  のように自然数の比で表現できない数。

### 32. 不尽根数間の関係

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{d}$$

となる関係の数。

$$\begin{aligned} (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 &= a + b + 2\sqrt{ab} \\ &= a + b + \frac{2}{c}\sqrt{(ca)(cb)} \end{aligned}$$

より、

$$ca, cb$$

が平方数になればいい。

### 33. 不尽根数間の関係の例 1

$$a=3, b=12$$

の場合、

$$ac=3c$$

$$bc=3 \times 2^2 c$$

より、

$c=3$  となればいい。このとき、

$$a + b + \frac{2}{c}\sqrt{(ca)(cb)}$$

$$= 3 + 12 + \frac{2}{3}\sqrt{(3 \times 3)(3 \times 3 \times 2^2)}$$

$$= 15 + \frac{2}{3} \times 3 \times 6$$

$$= 27$$

よって、

$$\sqrt{3} + \sqrt{12} = \sqrt{27}$$

となる。

この検算をしよう。

$$\begin{aligned}
 (\sqrt{3} + \sqrt{12})^2 &= 3 + 12 + 2\sqrt{3 \times 12} \\
 &= 15 + 2 \times 6 \\
 &= 27 \\
 &= (\sqrt{27})^2
 \end{aligned}$$

となる。

### 34. 不尽根数間の関係の例 2

$$a = 3, b = 7$$

の場合、

$$ac = 3c$$

$$bc = 7c$$

となり、これをみたす  $c$  は存在しない。

### 35. 不尽根数間の関係の例 3

$$a = 3, b = af^2$$

の場合、

$$ac = ac$$

$$bc = af^2c$$

より、 $c = a$  とすればいい。

このとき

$$\begin{aligned}
 (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 &= a + b + 2\sqrt{ab} \\
 &= a + b + 2\sqrt{aaf^2} \\
 &= a + b + 2af
 \end{aligned}$$

よって、

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a + b + 2af}$$

となる。

### 36. 不尽根数間の関係の例 4

$$a = 3, b = a \frac{f^2}{g^2}$$

の場合、

$$ac = ac$$

$$bc = a \frac{f^2}{g^2} c$$

より、 $c=a$ とすればいい。

このとき

$$\begin{aligned}(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 &= a + b + 2\sqrt{ab} \\&= a + b + 2\sqrt{aa \frac{f^2}{g^2}} \\&= a + b + 2a \frac{f}{g}\end{aligned}$$

よって、

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a + b + 2a \frac{f}{g}}$$

となる。

### 37. 小さくなる

めいの6歳の娘が片付けをしない妹に

「お片付けしないと、大きくなれないよ！」

と注意。

妹から

「え！小さくなるの？」

と返され、言葉を失っていた。

清水義範 はじめてわかる国語

### 38. 国際人

国際性の必要を唱える日本人は、国際人になる利益として、外人に笑われないこと又は外人に負けないことというような理想を掲げる。

在日外国人が望む国際人は外国人に対し「異人」意識を持たないこと、そして外人も同じ人間であり、日本人に負けないほど日本食を喜んで食べられるし、時に日本の文化を正しく理解できると認めてくれることである。

ドナルド・キーン 日本語の美

### 39. 肩がき

「病気をするというのはね、医者にとって肩がきですよ」

遠藤周作 面白可笑しくこの世を渡れ

### 40. 挨拶

ムヤタク、と覚える。

遠藤周作 面白可笑しくこの世を渡れ

#### 41. 時には母のない子のように

時には母のない子のように  
だまって海をみつめていたい

時には母のない子のように  
ひとりで旅に出てみたい

だけど心はすぐかわる  
母のない子になったなら  
だれにも愛を話せない

時には母のない子のように  
長い手紙を書いてみたい

時には母のない子のように  
大きな声で叫んでみたい

だけど心はするかわる  
母のない子になったなら  
だれにも愛を話せない

寺山修二 かもめ

#### 42. 山羊にひかれて

山羊にひかれてゆきたいの  
遙かな国までゆきたいの  
しあわせそれともふしあわせ  
山のむこうに何がある

愛した人も わかれた人も  
大草原に 吹く風まかせ

山羊にひかれてゆきたいの  
思い出だけをみちづれに  
しあわせそれともふしあわせ  
それをたずねて旅をゆく

**43. 家なき子**

母のない子も恋をする  
家のない子も恋をする  
だから私も恋をする

流れる雲も恋をする  
空のひばりも恋をする  
だからわたしも恋をする

だけど私はわからない  
恋するすべてがわからない  
ユーカリの花咲く頃に

母のない子も恋をする  
家のない子も恋をする  
だから私も恋をする

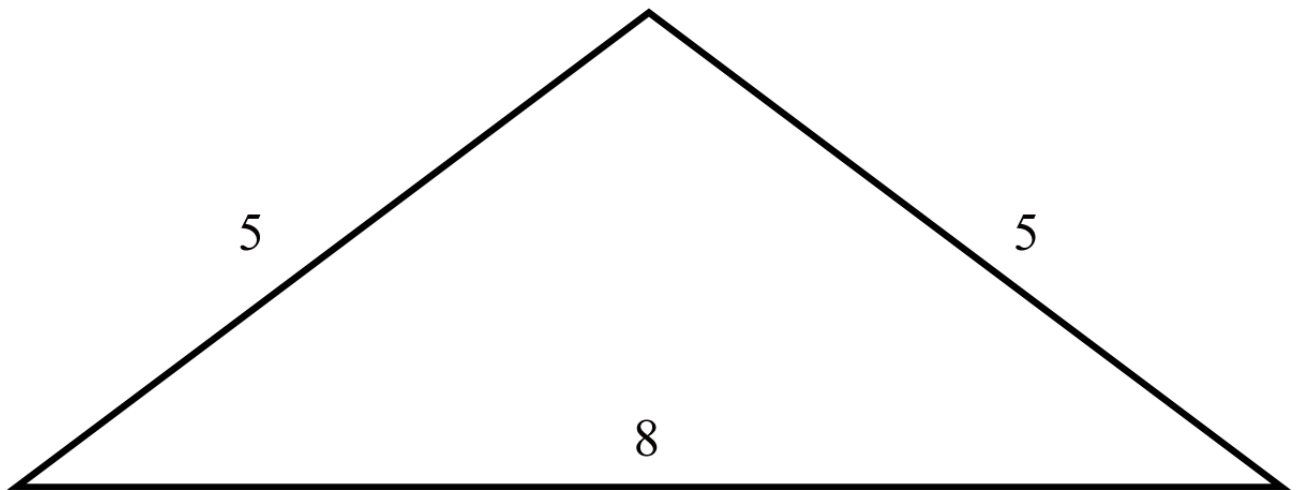
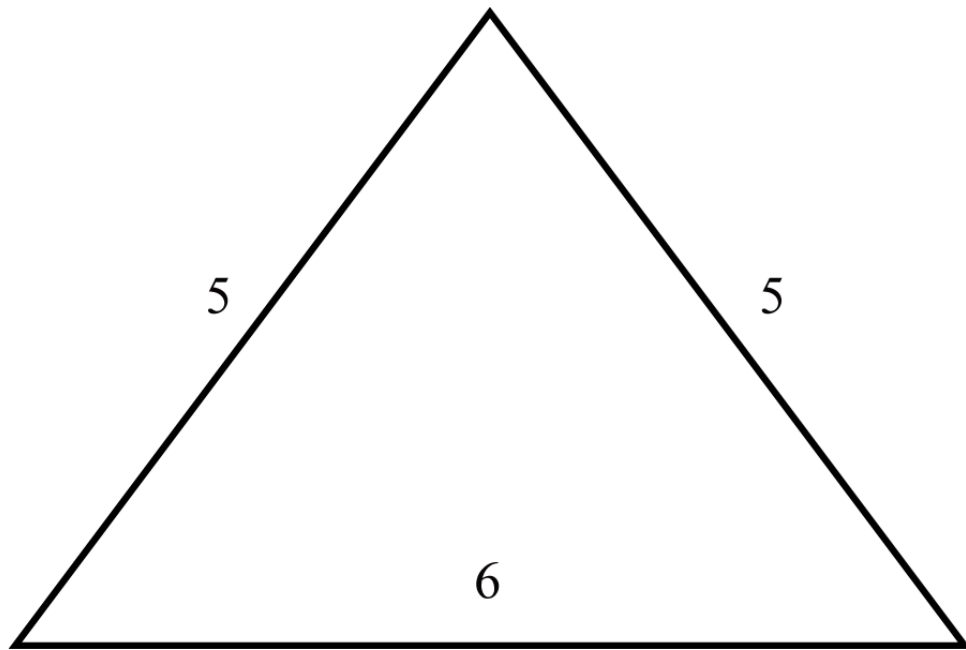
**44. さよならだけが人生ならば**

さよならだけが  
人生ならば  
またくる春は何だろう  
はるかなはるかな地の果てに  
咲いてる野の百合何だろう

さよならだけが  
人生ならば  
めぐりあう日は何だろう  
やさしいやさしい夕焼けと  
ふたりの愛は何だろう

**45. 二つの三角形の面積 1**

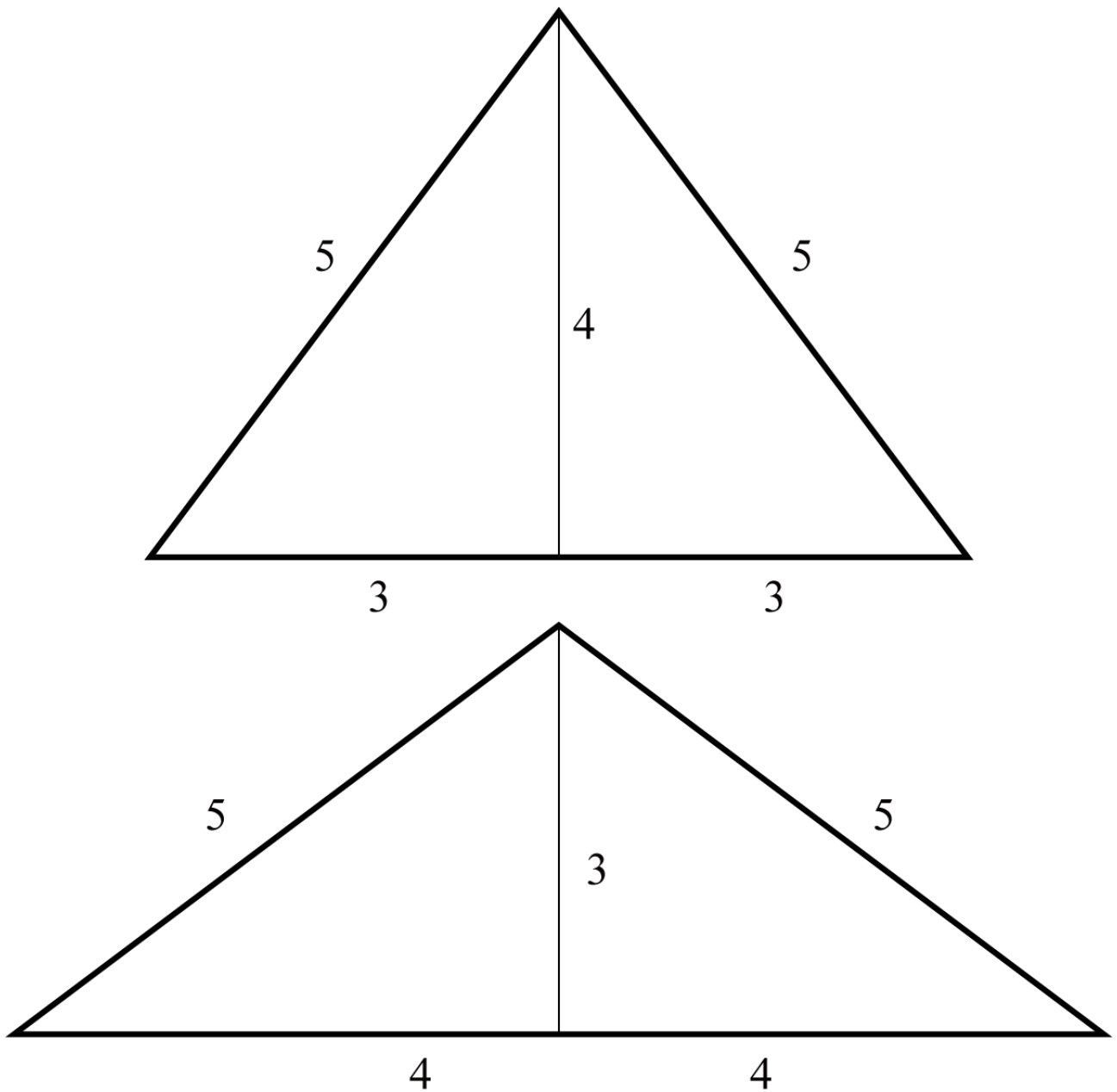
図に示す二つの三角形の面積の大小を議論せよ。



#### 46. 二つの三角形の面積 2

図に示す二つの三角形の面積の大小を議論せよ。

同じ三角形を組み合わせたものであることから、同じ面積となる。

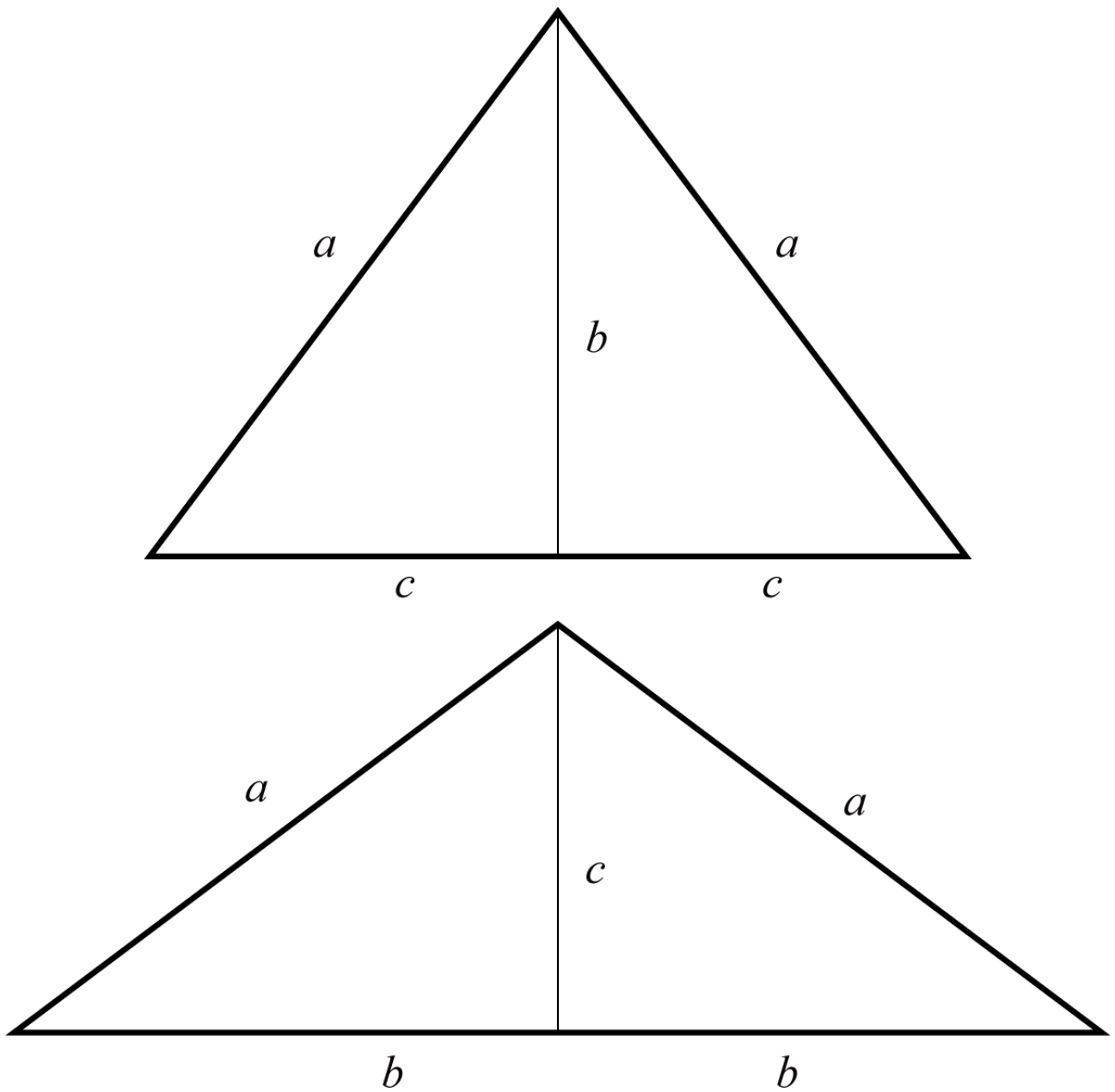


#### 47. 二つの三角形の面積 3

図に示す二つの三角形の面積の大小を議論せよ。

図に示す二つの三角形の面積は等しい。

つまり、面積の等しい三角形は無限に存在する。

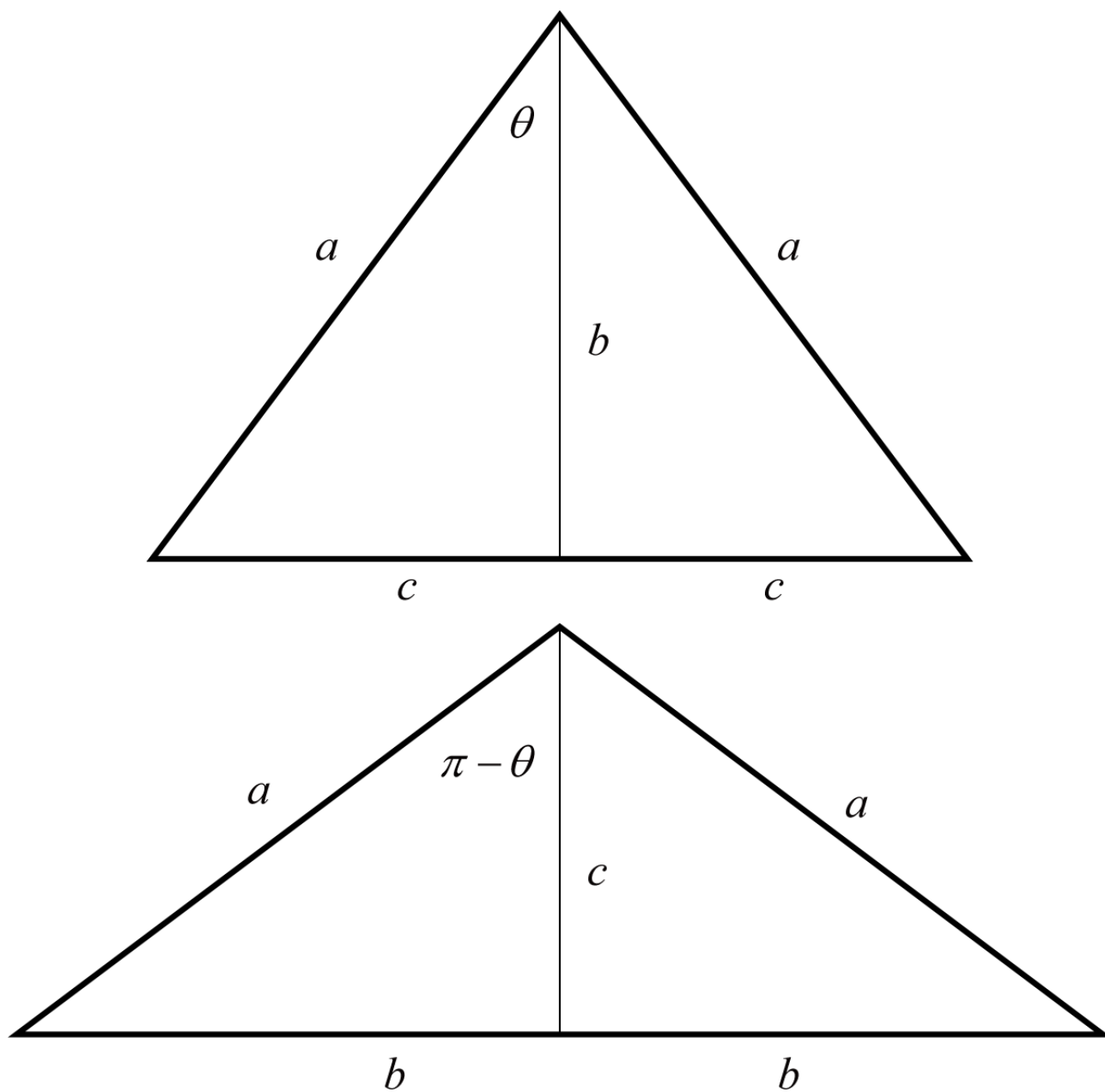


#### 48. 二つの三角形の面積 4

図に示す二つの三角形の面積の大小を議論せよ。

図に示すような角度の関係の二つの三角形にすればいい。





#### 49. 二つの三角形の面積 5

角度  $\theta$  の三角形の面積  $S$  は

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{1}{2} a \cos \theta a \sin \theta \times 2 \\
 &= a^2 \cos \theta \sin \theta \\
 &= \frac{a^2}{2} \sin(2\theta)
 \end{aligned}$$

となる。  $\theta' = \pi - \theta$  となる三角形の面積を  $S'$  とすると

$$\begin{aligned}
S' &= \frac{a^2}{2} \sin(2\theta') \\
&= \frac{a^2}{2} \sin(2(\pi - \theta)) \\
&= \frac{a^2}{2} \sin(2\theta) \\
&= S
\end{aligned}$$

となる。

## 50. 約数

100 より小さい数で、約数が 1 とその数自身を含めて丁度 3 個ある数は何か？

その数が違う素数の積  $ab$  であったとする。この場合、約数の数は

$$1, a, b, ab$$

の 4 個となる。したがって、これを満たす数の形式は、 $a$  を素数として

$$a^2$$

である。これが、100 より小さいのは

$$2^2 = 4$$

$$3^2 = 9$$

$$5^2 = 25$$

$$7^2 = 49$$

の 4 個である。

## 51. 100 円玉を数える

ある銀行員は毎日仕事の終わりに 100 円玉を集計する。

1 年に 250 日その集計をやるとして、1 日に数えた 100 円玉の合計がちょうど 1 万円の倍数になる日は何日あるだろうか？

1 万円の倍数になる確率は

$$\frac{1}{100}$$

よって、1 年では

$$250 \times \frac{1}{100} = 2.5$$

日。

## 52. 平方数

$$(p-10)(p+14)$$

の値が平方数になる正の整数  $p$  を求めよ。

$$(p-10)(p+14)=k^2$$

とする。これを展開して

$$p^2+4p-140=k^2$$

$$(p+2)^2-144=k^2$$

$$(p+2-k)(p+2+k)=144=2^4 \times 3^2$$

ここで、ふたつの整数  $(p+2-k)$  と  $(p+2+k)$  とは偶奇が一致している必要がある。また、

$$(p+2-k) \leq (p+2+k)$$

したがって、

$$\begin{aligned}(p+2-k)(p+2+k) &= 2 \times (2^3 \times 3^2) \\ &= 2^2 \times (2^2 \times 3^2) \\ &= 2^3 \times (2 \times 3^2) \\ &= (2 \times 3) \times (2^3 \times 3) \\ &= (2^2 \times 3) \times (2^2 \times 3)\end{aligned}$$

である。よって、

$$\begin{cases} p+2-k=2 \\ p+2+k=2^3 \times 3^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p+2-k=2^2 \\ p+2+k=2^2 \times 3^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p+2-k=2^3 \\ p+2+k=2 \times 3^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p+2-k=2 \times 3 \\ p+2+k=2^3 \times 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p+2-k=2^2 \times 3 \\ p+2+k=2^2 \times 3 \end{cases}$$

となる。それぞれで  $p$  を評価すると

$$p=10, 11, 13, 18, 35$$

となる。

### 53. 会員番号

クラブの会員として、ローマ字 2 文字、数字 2 桁の形式を割り当てた。つまり、あるメンバーの会員番号は

AB13

のようになる。このような会員番号で何人まで登録できるか。

アルファベットは 26 文字あり、数字は 10 文字ある。

もしも数字として、00 を許すとする  $26 \times 26 \times 10 \times 10 = 67600$  通りである。

00 を許さず 01 から始めるとすると  $26 \times 26 \times (10 \times 10 - 1) = 66924$  通りとなる。

#### 54. 二つの数

ある二つの数の和が 7 で積が 10 である。二つの数を求めることなく、この二つの数の平方和と逆数の和を求めよ。

二つの数を  $a, b$  とする。題意より

$$\begin{cases} a+b=7 \\ ab=10 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= (a+b)^2 - 2ab \\ &= 7^2 - 2 \times 10 \\ &= 29 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} &= \frac{a+b}{ab} \\ &= \frac{7}{10} \end{aligned}$$

二つの数は、実際は 2 と 5 であるから、

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= 2^2 + 5^2 \\ &= 29 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{5} \\ &= \frac{7}{10} \end{aligned}$$

となり一致する。

#### 55. 素数問題

全ての素数は、二つの例外を除いて、どれも 6 の倍数より 1 大きいか、1 小さいかになっている。それは何故か？

6 以上のすべての数は

$$\begin{aligned} &6n \\ &6n+1 \\ &6n+2 \\ &6n+3 \\ &6n+4 \\ &6n+5 \end{aligned}$$

で表現される。 $n$  は 1 以上である。

この中で  $6n+5$  は

$$6n+5 = 6(n+1) - 1$$

となるので、素数であれば、

$$6n+2$$

$$6n+3$$

$$6n+4$$

の形式はとらないことを証明すればいい。それぞれ

$$6n+2=2(3n+1)$$

$$6n+3=3(2n+1)$$

$$6n+4=2(3n+2)$$

となり、それぞれ、2,3,2 の倍数になるから素数ではない。

この表式では 6 以上の数しか表していない。それ未満の数は

2,3,4,5

である。この中で素数は 2,3,5 である。しかし、

$$5=6\times 1-1$$

であるから、これは 6 の倍数より 1 小さい数である。

2,3 は素数であり、この場合の例外となる。

ここで注意しなければならないのは、素数 5 以上の素数であれば、

$$6n\pm 1$$

であるが、

$6n\pm 1$  は素数である、という条件ではない。たとえば、25 は 5 の倍数であり素数ではないが

$$25=6\times 4+1$$

となる。

## 56. 間違った計算

以下の級数和  $s$  を考える。

$$S=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\cdots$$

この半分は

$$\frac{1}{2}S=\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{14}+\cdots$$

辺々引いて

$$\frac{1}{2}S=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}+\cdots$$

となる。この式から 2 番目の式を引いて

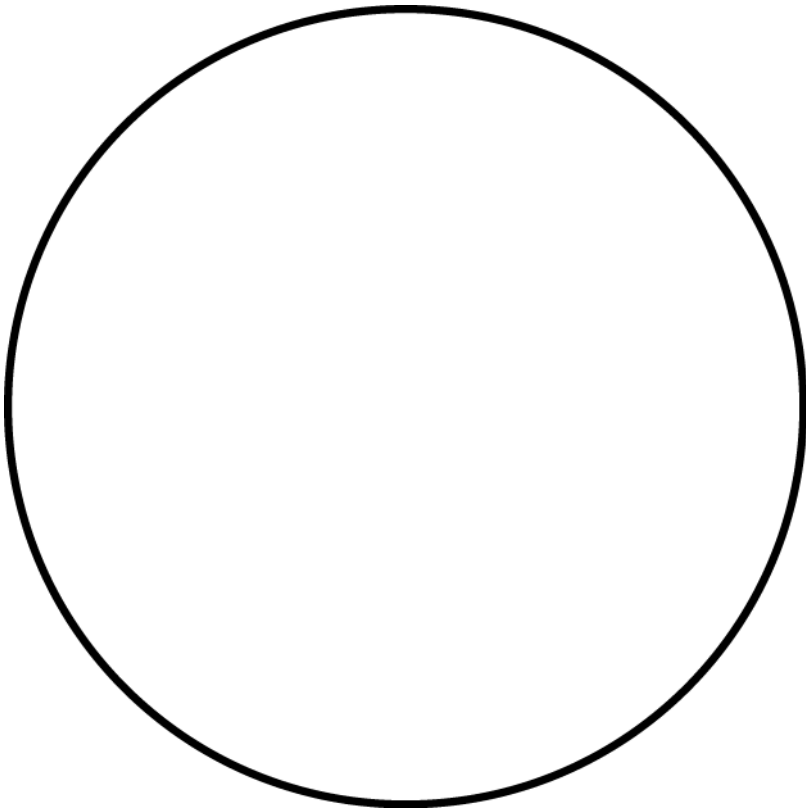
$$0=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{8}\right)+\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{10}\right)+\left(\frac{1}{11}-\frac{1}{12}\right)+\cdots$$

となる。括弧の中身はすべて正であるから、右辺は正の数になる。それが 0 であるから矛盾する。

実は最初の級数和は無限に発散する。は無限に発散する級数和を使って、普通に計算することはできない。

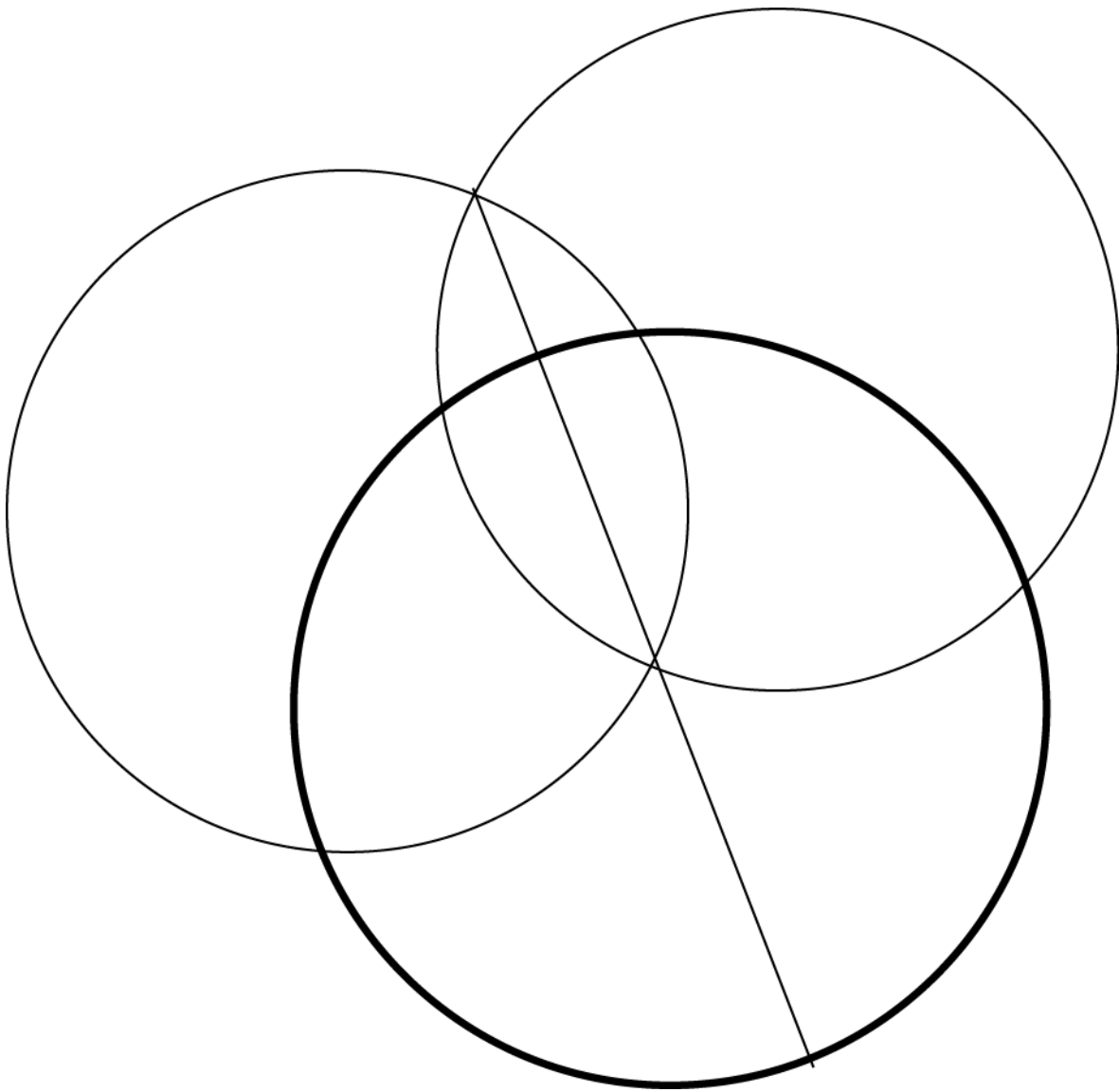
### 57. 円の中心 1

下の図の円の中心を求める。



### 58. 円の中心 2

円上の二点で同じ円を描き、交わった点を通るように直線を引く。  
その直線は円の中心を通る。

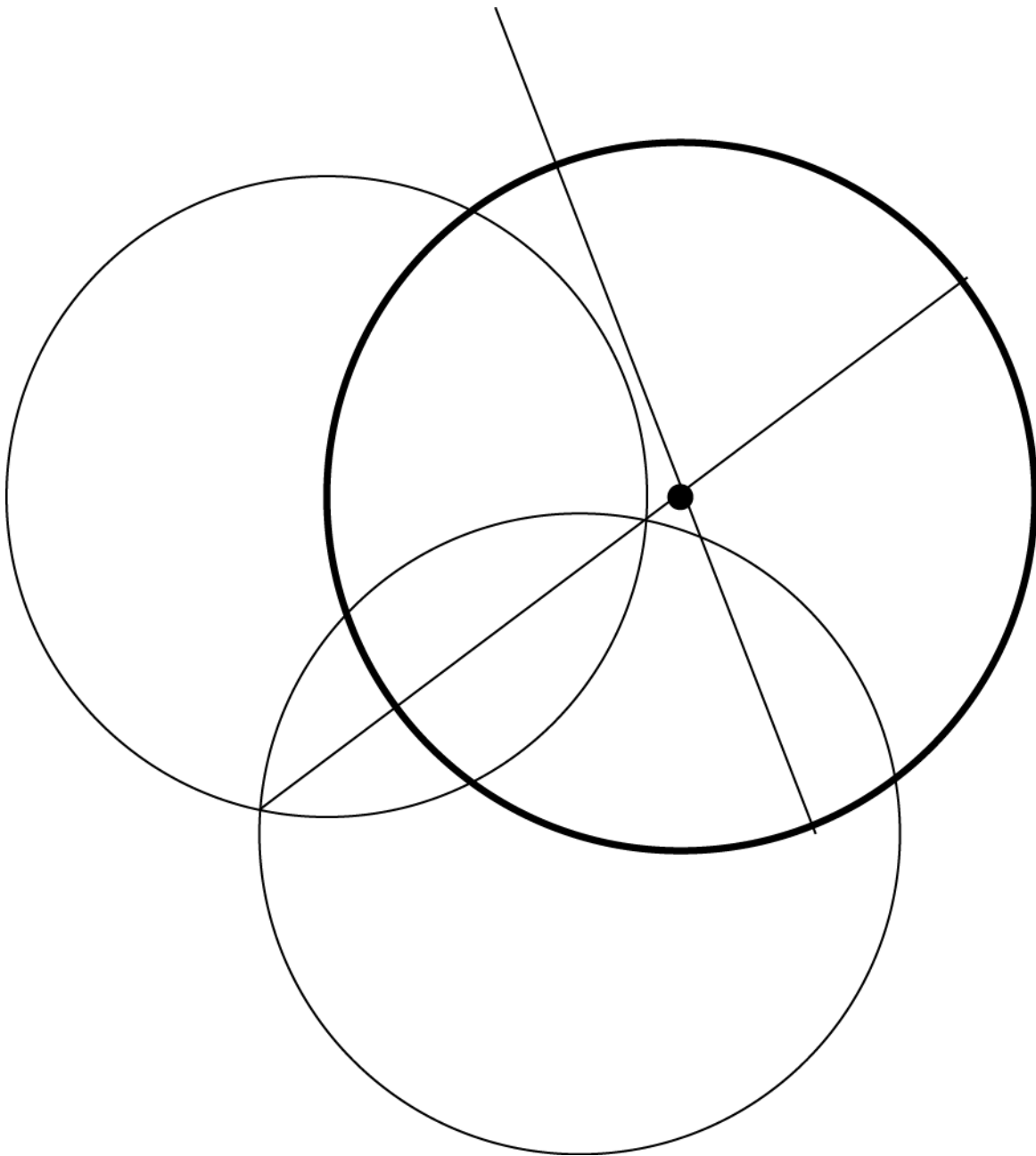


### 59. 円の中心 3

円上の先と違う二点で同じ円を描き、交わった点を通るように直線を引く。

その直線は円の中心を通る。

その直線の交わった点が円の中心となる。



#### 60. 約数さがし 1

12 の約数は 1,2,3,4,6,12 であるこの中から 3 個の約数を選ぶと

$$12=2+4+6$$

のようにもとの数をつくることができる。

このように、自分の約数の中から 3 個選んで、その和が元の数になるものは何か？

#### 61. 約数さがし 2

もとの数を  $n$  とすると

$$n = a + b + c$$



である。この場合、 $a < b < c < n$  であり、 $a, b, c$  は  $n$  の約数である。

この両辺を  $n$  で割ると、

$$1 = \frac{a}{n} + \frac{b}{n} + \frac{c}{n}$$

となる。ここで、 $a, b, c$  は  $n$  の約数であるから、

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{a}{n} + \frac{b}{n} + \frac{c}{n} \\ &= \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \end{aligned}$$

となる。ここで、 $x, y, z$  は自然数であり、

$$x > y > z \geq 2$$

である。

$$x > y > z \geq 3$$

とすると

$$1 = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \leq \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{47}{60}$$

となり、矛盾する。したがって、

$$z = 2$$

である。よって、

$$1 = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{2}$$

これから、

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

であり、

$$x > y > 2 \text{ である。}$$

これから、

$$x > y \geq 3 \text{ である。}$$

である。

$$y \geq 4$$

とすると

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \leq \frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{9}{20}$$

となり、矛盾する。したがって、

$$y = 3$$

となる。

したがって、

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{x} + \frac{1}{3}$$

これから、

$$x = 6$$

となる。したがって、

$$1 = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$$

以外にない。

$$1 = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6}$$

となる。これから

$$6 = 3 + 2 + 1$$

となる。したがって、

$$6k = 3k + 2k + k$$

であり、上のような性質を持つ数は 6 の倍数に限ることが分かる。

## 62. 無限週数の和 1

以下の無限等比級数の和を考える。

$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots$$

この両辺に等比  $1/2$  を掛けると

$$\frac{1}{2}S = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \cdots$$

辺々引いて

$$\frac{1}{2}S = \frac{1}{2}$$

よって、

$$S = 1$$

となる。

## 63. 無限週数の和 2

初項  $a$ 、等比  $r$  の無限等比級数の和は

$$S = \frac{a}{1-r}$$

である。ただし、 $0 < r < 1$  とする。

この和が  $n$  になる、等比は

$$n = \frac{a}{1-r}$$

より、

$$r = 1 - \frac{a}{n}$$

のように定めればいい。

#### 64. 数当て

$$a + b = 1$$

$$a^2 + b^2 = 1$$

の二つが成り立つ場合、

$$a^7 + b^7$$

を求めよ。

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

より、

$$ab = 0$$

これより、 $a, b$  は

$$x^2 - x = x(x-1) = 0$$

の 2 解。つまり、1, 0

よって

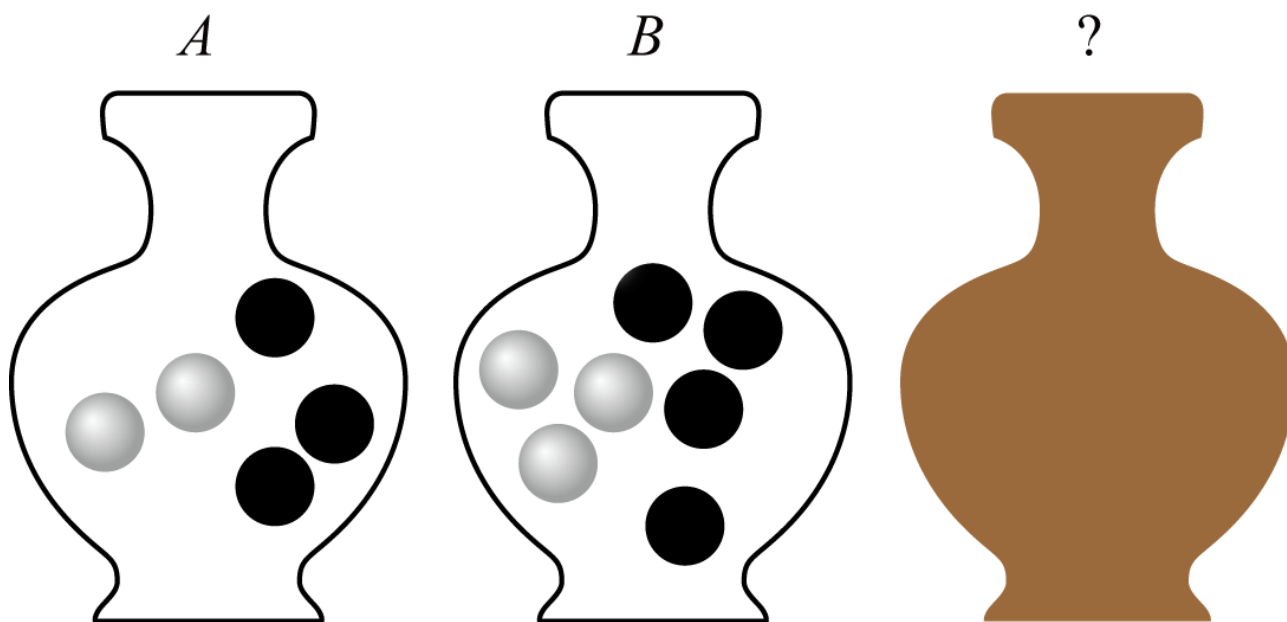
$$a^7 + b^7 = 1^7 + 0^7 = 1$$

#### 65. 壺問題 1

図のように白玉と黒玉がはいっている二つの壺がある。

どちらの壺からとったか不明であるが、とった玉は白であった。

この場合、壺 A から取った確率はいくらか？



### 66. 壺問題 2

壺 A にはトータル 5 個、壺 B にはトータル 7 個ある。

最小公倍数は 35 である。

壺の選択は等価とするから、35 の 2 倍の回数取り出すとする。

つまりそれぞれ 35 回づつ球をとりだす。

壺 A の場合は 35 回のうち白玉を取りだす回数は

$$35 \times \frac{2}{5} = 14$$

壺 B の場合は 35 回のうち白玉を取りだす回数は

$$35 \times \frac{3}{7} = 15$$

よって、白玉を取りだした場合にそれが A である確率は

$$\frac{14}{14+15} = \frac{14}{29}$$

### 67. 壺問題 3

壺 A にはトータル 5 個、壺 B にはトータル 7 個ある。

壺の選択は等価とする。

白玉が取り出された場合に壺 A である確率は

$$\begin{aligned}
 P(A|\text{白}) &= \frac{P(\text{白}|A)P(A)}{P(\text{白}|A)P(A) + P(\text{白}|B)P(B)} \\
 &= \frac{\frac{2}{5} \times \frac{1}{2}}{\frac{2}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{3}{7} \times \frac{1}{2}} \\
 &= \frac{\frac{2}{5}}{\frac{2}{5} + \frac{3}{7}} \\
 &= \frac{2 \times 7}{2 \times 7 + 3 \times 5} \\
 &= \frac{14}{14 + 15} \\
 &= \frac{14}{29}
 \end{aligned}$$

## 68. 2 次方程式の解 1

方程式

$$x^2 - 5x + 7 = 0$$

は異なる二つの解  $a, b$  を持つ。この方程式を解くことなく  $a + b$  を求めよ

$a, b$  は方程式の解であるから、

$$a^2 - 5a + 7 = 0$$

$$b^2 - 5b + 7 = 0$$

辺々引いて

$$\begin{aligned}
 a^2 - b^2 - 5(a - b) &= (a - b)(a + b) - 5(a - b) \\
 &= (a - b)(a + b - 5) \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

$a$  と  $b$  は異なるから、

$$a + b = 5$$

となる。

## 69. 2 次方程式の解 2

方程式

$$x^2 - 5x + 7 = 0$$

は異なる二つの解  $a, b$  を持つ。この方程式を解くことなく  $a + b$ 、 $ab$  を求めよ

先の問題から

$$a + b = 5$$

である。

$a, b$  は方程式の解であるから、

$$a^2 - 5a + 7 = 0$$

$$b^2 - 5b + 7 = 0$$

辺々足して

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 - 5(a+b) + 14 &= (a+b)^2 - 2ab - 5(a+b) + 14 \\ &= 5^2 - 2ab - 5 \times 5 + 14 \\ &= -2ab + 14 \\ &= 0 \end{aligned}$$

よって、

$$ab = 7$$

## 70. 2 次方程式の解 3

方程式

$$x^2 - ax + b = 0$$

は異なる二つの解  $\alpha, \beta$  を持つ。この場合、方程式は以下のように表現される。

$$(x - \alpha)(x - \beta) = x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$$

よって、

$$\begin{cases} \alpha + \beta = a \\ \alpha\beta = b \end{cases}$$

## 71. 買い物の割引

ある雑誌は 1 冊 600 円である。

この雑誌を 30 冊以上まとめて買うと、1 冊 500 円になる。

30 冊以内の冊数でも 30 冊買うほうが安くなる冊数はいくらか？

雑誌を  $x$  冊買うとする。 $x < 30$  である。

すると、題意から

$$600x > 500 \times 30$$

となる  $x$  を求めることになる。これを解いて

$$x > 25$$

よって、26, 27, 28, 29 冊買うのであれば、30 冊買うほうが安い。

## 72. 水道の水

水道の蛇口をひねって水を出すと、水柱は下にいうにしたがって細る。なぜであるか？

水道の水は下にいくほど重力の影響で速度が増す。

単位面積当たりの流束は等しいので

$$Sv = \text{const}$$

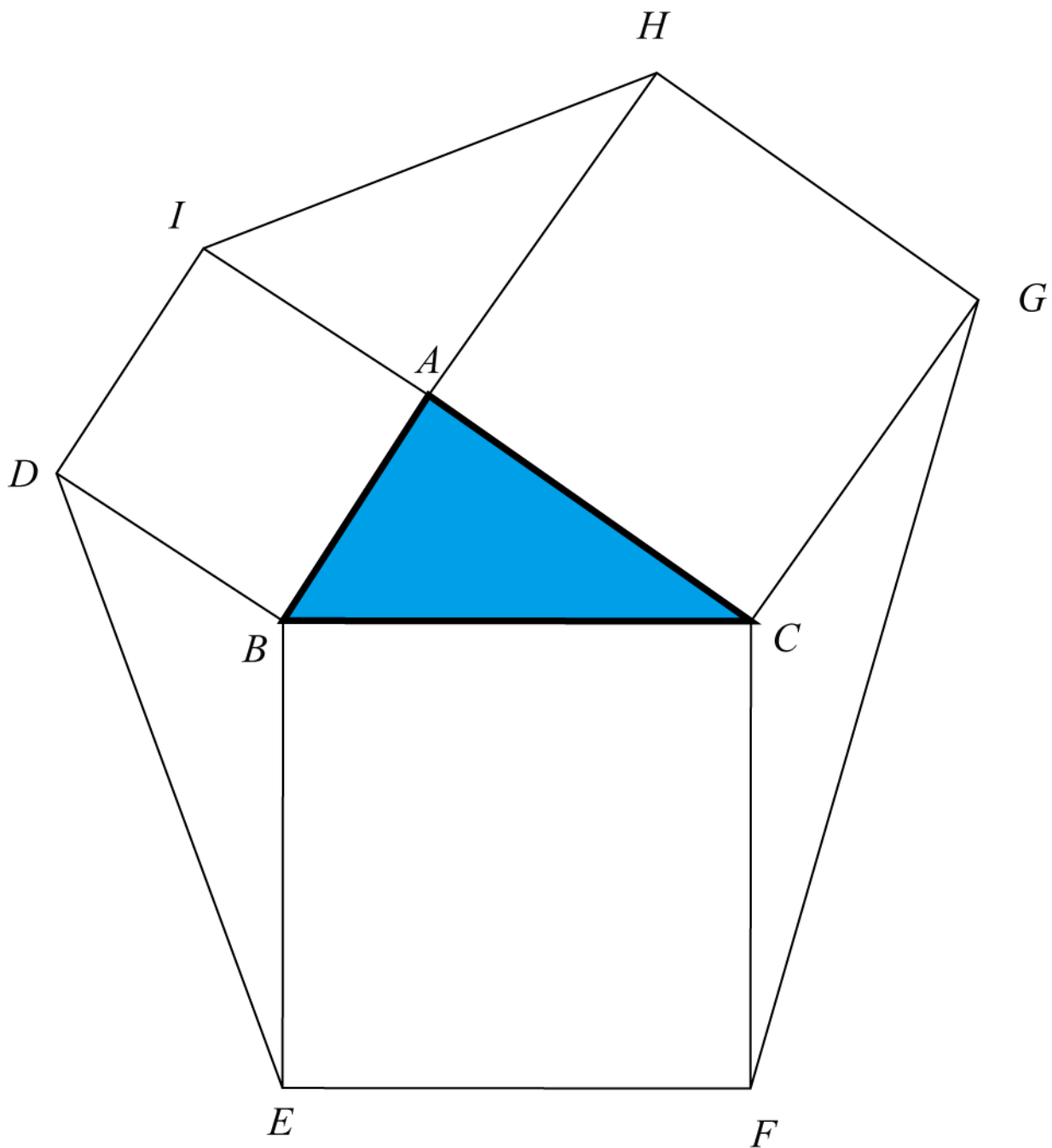
となる。速度  $v$  は下にいくほど大きくなるので、断面積  $s$  は下にいくほど小さくなる。

### 73. 三角形の面積 1

任意の三角形  $ABC$  の各辺と同じ長さを 1 辺に持つ正方形を描く。

各正方形の角を線分で結ぶ。

三角形  $ABC$  と三角形  $BDE$  は同じ面積になることを示せ。



#### 74. 三角形の面積 2

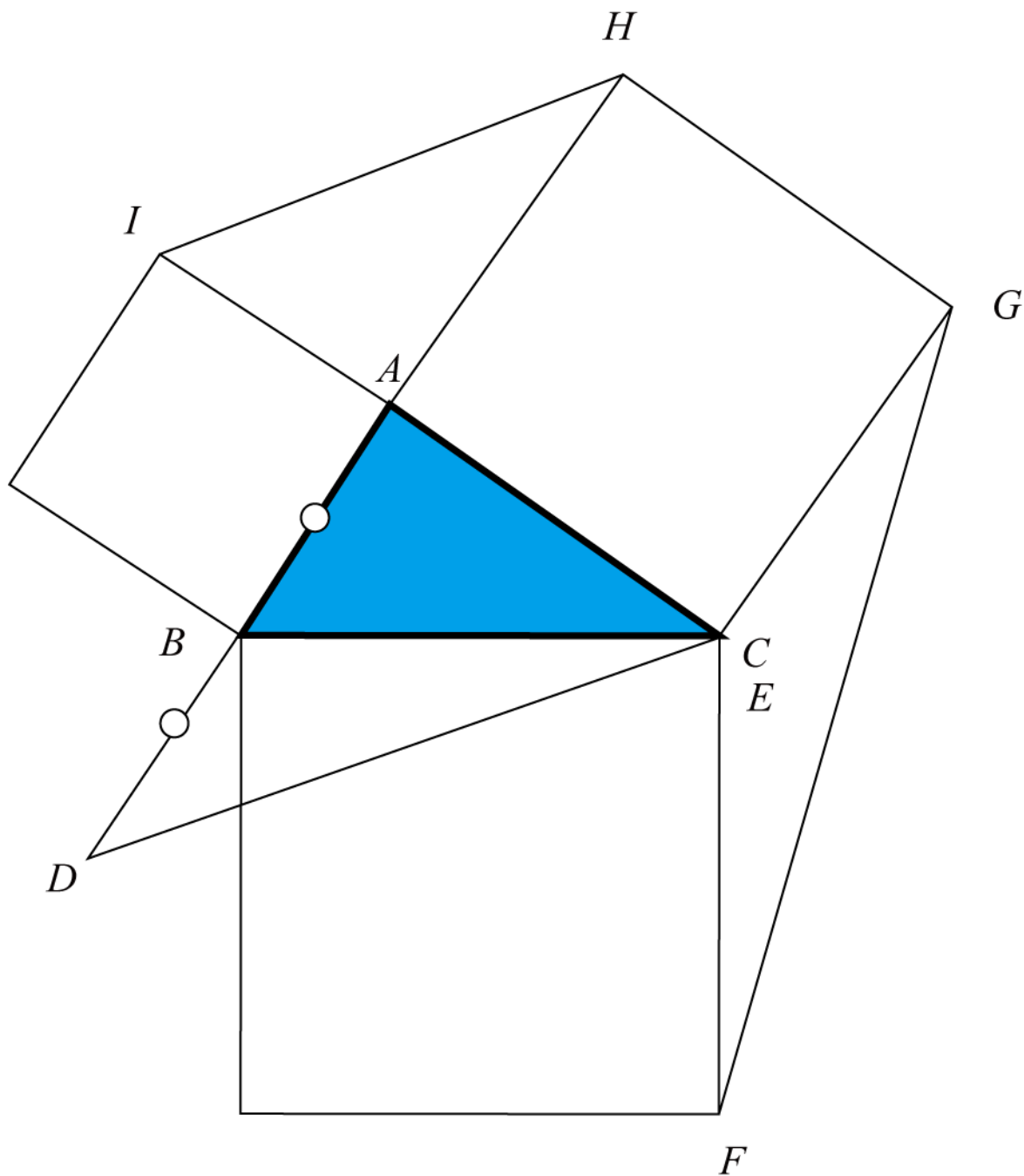
三角形 BDEB を支点にして反時計回りに回転させ、BE と BC が一致するようにする。

すると、ABD は一直線上の並ぶ。

一直線上に並ぶことは以下のように証明される。

角 ABC 足す角 DBC は  $360-90 \times 2 = 180$  となる。したがって、ABD は一直線上にならぶ。

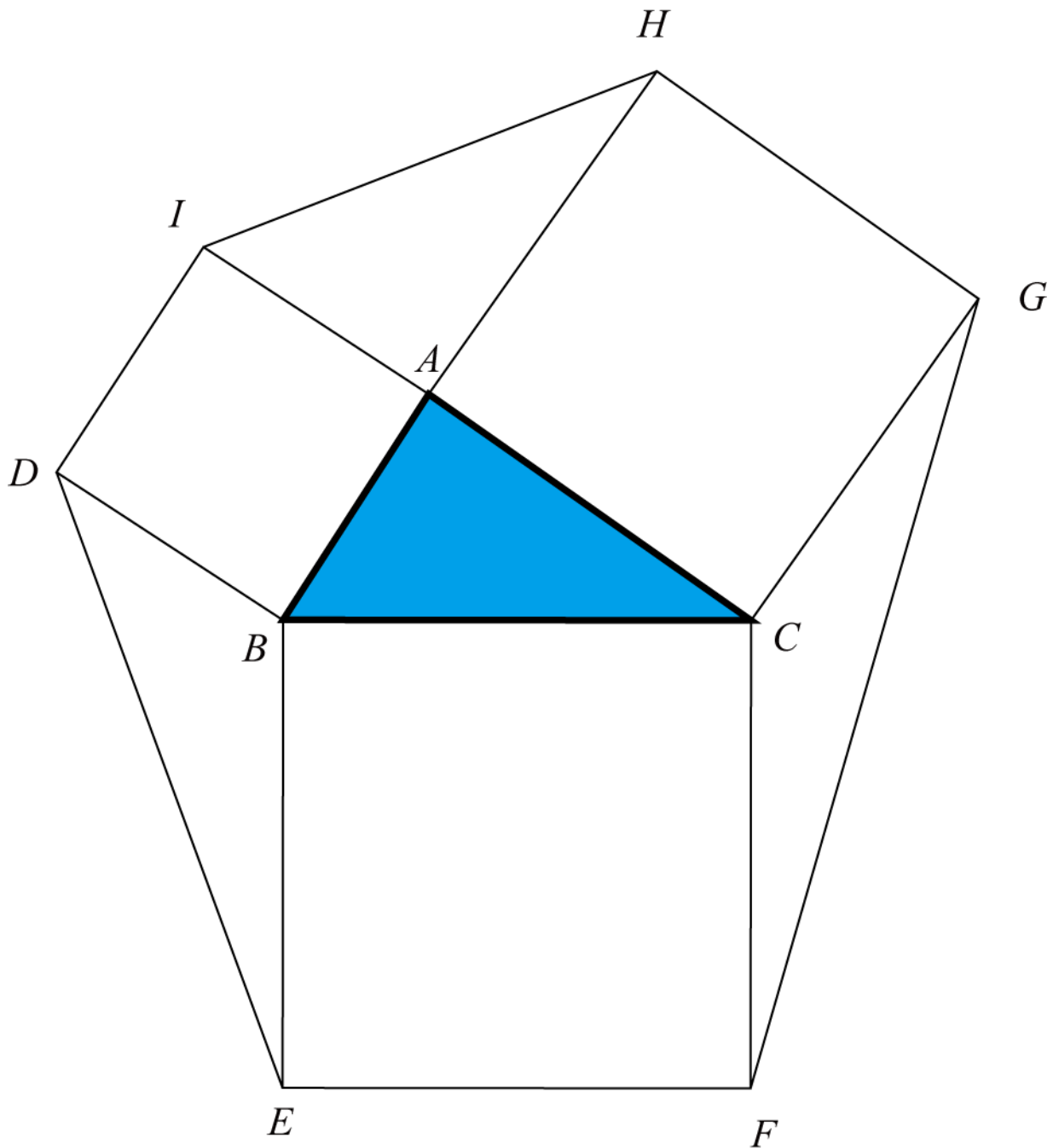
三角形 ABC と三角形 BDE は底辺の長さ AB と BC が等しく、高さが共通の BC であるから、それらの面積は等しい。



#### 75. 三角形の面積 3



同様に三角形 ABC と三角形 CFG、三角形 AHI は同じ面積になる。



#### 76. 蟹とたわむる

東海の小島の磯の白砂に  
われ泣きぬれて  
蟹とたはむる

啄木

#### 77. 初恋

砂山の砂に腹這い

初恋の

いたみを遠くおもひ出づる日

啄木

### 78. 恋

やはらかに積もれる雪に

ほ 熱てる頬を埋むるとき  
ほ うづ

恋してみたし

啄木

### 79. 砂 1

いのちなき砂のかなしさよ

さらさらと

握れば指のあひだより落つ

啄木

### 80. 砂 2

しつとりと

なみだを吸へる砂の玉

なみだは重きものにしあるかな

啄木

### 81. 砂 3

大といふ字を百あまり

砂に書き

死ぬことをやめで帰りにたれり

啄木

### 82. 母

たはむれに母を背負いて

そのあまり軽きに泣きて

三步あゆまず

啄木

### 83. 仕事 1

こころよく

我にはたらく仕事あれ

それを仕遂げて死なむと思ふ

啄木

#### 84. 仕事 2

こころよき疲れなるかな

息もつかず

仕事をしたる<sup>のち</sup>後のこの疲れ

啄木

#### 85. 仕事 3

はたらけど

はたらけど<sup>なほ</sup>猶わが<sup>くらし</sup>生活楽にならざり

ちっと手を見る

啄木

#### 86. 仕事 4

わがこころ

けふもひそかに泣かむとす

友みな己が道をあゆめり

啄木

#### 87. さびしさ

浅草の夜<sup>よ</sup>のにぎはひに

まぎれ入り

まぎれ出で来しさびしき心

啄木

#### 88. あたらしき心

あたらしき心をもとめて

名も知らぬ

街など<sup>けふ</sup>今日もさまよひて来ぬ

啄木

### 89. 不思議

何かひとつ不思議を示し  
人みなおどろくひまに  
消えむと思ふ

啄木

### 90. 劣等感

友がみなわれよりえらく見ゆる日よ  
花を買い来て  
妻としたしむ

啄木

### 91. 消えゆく煙

青空に消えゆく煙  
さびしくも消えゆく煙  
われに似るか

啄木

### 92. 城

<sup>こずかた</sup>不来方のお城の草に寝ころびて

空に吸われし  
十五の心

啄木

### 93. 口笛

晴れし空仰げばいつも  
口笛吹きたくなりて  
吹きてあそびき

啄木

### 94. 蘇峰の書

蘇峰の書を我に薦めし友早く

校を退きぬ<sup>しりぞ</sup>

まづしさのため

啄木

#### 95. 木賃宿

小学の首席を我と争いし

友のいとなむ

木賃宿かな

啄木

#### 96. 訛

ふるさとの訛なつかし

停車場の人ごみの中に

そを聞きにゆく

啄木

#### 97. ふるさと 1

やまいある獣のごとき

わがこころ

ふるさとのこと聞けばおとなし

啄木

#### 98. ふるさと 2

石をもてお追わるごとく

ふるさとを出でしかなしみ

消ゆる時なし

啄木

#### 99. 渋民村

かにかくに渋民村は恋しかり

おもひでの山

おもひでの川

啄木

#### 100. 北上

やはらかに柳あをめる  
北上の岸边目に見ゆ  
泣けとごとくに

啄木

#### 101. 酒飲み

田も畑も売りて酒のみ  
ほろびゆくふるさと人に  
心寄する日

啄木

#### 102. いじわる小僧

意地悪の大工の子などもかなしかり  
戦に出でしが  
生きてかへらず

啄木

#### 103. 都の雨

馬鈴薯のうす紫の花に降る  
雨を思へり  
都の雨に

啄木

#### 104. ふるさとの山 1

汽車の窓  
はるかに北にふるさとの山見え来れば  
襟を正すも

啄木

#### 105. ふるさとの山 2

ふるさとの山に向かひて  
言うことなし  
ふるさとの山はありがたきかな

啄木

### 106. ふるさと

ふるさとに入りて先づ心傷むかな  
道廣くなり  
橋もあたらし

啄木

### 107. 雨

さらさらと雨落ち来たり  
  
庭の面<sup>も</sup>の濡れ行くを見て  
  
涙わすれぬ

啄木

### 108. 黍

はたはたと黍<sup>きび</sup>の葉鳴れる  
  
ふるさとの軒端なつかし  
秋風ふけばり

啄木

### 109. 玉蜀黍

しんとして幅廣き街の  
秋の夜の  
玉蜀黍の焼くるにほひよ

啄木

### 110. 引っ越し

わがあとを追ひ来て  
知れる人もなき  
邊土に住みし母と妻かな

啄木

### 111. 見送り

子を負ひて  
雪の吹き入る停車場に  
われ見送りし妻の眉かな

啄木

### 112. 独身

おそらくは生涯妻をむかへじと  
わらひし友よ  
今もめとらず

啄木

### 113. 夜汽車

雨つよく降る夜の汽車の  
たえまなく雪流るる  
窓硝子かな

啄木

### 114. 友

あらそひて  
いたく憎みて別れたる  
友をなつかしく思ふ日も来ぬ

啄木

### 115. 風

ごおと鳴る風のあと  
乾きたる雪舞い立ちて  
林を包めり

啄木

### 116. 寂寞

寂寞を敵とし友とし  
雪のなかに  
長き一生を送る人あり

啄木

### 117. 煙突

雪のなか  
処処に屋根見えて



煙突の煙うすくも空にまよへり

啄木

### 118. 汽車

遠くより

笛ながながとひびかせて

汽車今とある森林に入る

啄木

### 119. 駅

さいはての駅に下り立ち

雪あかり

さびしき町にあゆみ入りにき

啄木

### 120. 氷

さらさらと氷の屑が

波に鳴る

磯の月夜のゆきかへりかな

啄木

### 121. 阿寒の山

神のごと

遠く姿をあらはせる

阿寒の山の雪のあけぼの

啄木

### 122. ランプの笠

真白なるランプの笠の

瑕のごと

流離の記憶消しがたきかな

啄木

### 123. 馬鈴薯の花

馬鈴薯の花咲く頃と  
なれりけり  
君もこの花を好きたまふらむ

啄木

#### 124. 君を思う

山の子の  
山を思ふがごとくにも  
かなしき時は君を思へり

啄木

#### 125. 君が家

石狩の都の外の  
君が家  
林檎の花の散りてやあらむ

啄木

#### 126. 雪

よごれたる煉瓦の壁に  
降りて融け降りて融くる  
春の雪かな

啄木

#### 127. 夏

するどくも

夏の来るを感じつつ

雨後の小庭の土の香を嗅ぐ

啄木

#### 128. 夏草

汽車の旅  
とある野中の駐車場の  
夏草の香のなつかしかりき

啄木

### 129. 海

ゆえもなく海が見たくて  
海に来ぬ  
こころ傷みてたへがたき日に

啄木

### 130. ランプ

真白なるランプの笠に  
手をあてて  
寒き夜にする物思ひかな

啄木

### 131. 炎

<sup>ひむがし</sup>東の<sup>かぎろひ</sup>野に炎の立つ見えて

かへり見すれば<sup>つきかたぶ</sup>月傾きぬ

柿本人麻呂

### 132. 秋の風

君待つと<sup>あ</sup>我が<sup>こ</sup>恋ひをれば

わが屋戸のすだれ動かし 秋の風吹く  
額田王

### 133. さざれ石

信濃なる千曲の川の<sup>さざれし</sup>細石

君し踏みてば 玉と拾はむ

東歌

### 134. 息

君が行く 海辺の宿に 霧立たば

<sup>あ</sup>吾が立ち嘆く 息と知りませ

遣新羅使人の縁者

