

به نام خدا

تمرین سری اول درس ساختمان داده‌ها

پاسخ‌های تمرین را در قالب یک فایل pdf به صورت الگوی زیر آپلود کنید. پاسخ‌ها باید کاملاً تشریحی و دست‌نویس باشد.

StudentNumber-FirstName-LastName-HW1.pdf

مثال: 9531555-Ali-Ahmadi-HW1.pdf

مهلت تحویل جمعه ۱۲ آبان ۱۳۹۶

۱- تابع‌های زیر را بر حسب درجه رشد آن‌ها مرتب کنید.

$$\log n! \quad (\log n)^{(\log n)} \quad \sqrt{2}^{\log n} \quad 2^{\sqrt{2 \log n}} \quad e^n \quad n! \quad \log^* n$$

۲- مرتبه زمانی رابطه‌های بازگشتی زیر را با فرض  $T(1) = 1$  مشخص کنید.

- a)  $T(n) = \sqrt{n}T(\sqrt{n}) + n$
- b)  $T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + \frac{n}{\log n}$
- c)  $T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + T\left(\frac{n}{4}\right) + T\left(\frac{n}{8}\right) + n$
- d)  $T(n) = 4T\left(\frac{\sqrt{n}}{3}\right) + \log^2 n$
- e)  $T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + \log(n!)$

۳- مرتبه زمانی هر یک از تابع‌های را به دست آورید.

```
Algorithm H(int n, double p) {
    for(i=1; i<=n; i++)
        for(j=i+1 ; j<=n ; j++)
            if(random()<fact(logn*hypercube-distance(i,j)) *p)
                cout<<"data structure";
}
hypercube-distance(int i , int j) {
    int h=0;
    while(i*j!=0 && i !=1 && j !=1) {
        if(i%2==j%2)
            h++;
        i=i/2;
        j=j/2;
    }
    return h;
}
//hint: 0(random())=0(1)    fact(n) =n!
```

```
x=0;
for(i=1; i<=n; i++){
    for(j=1;j<=n; j++)
        x++;
    n--;
}
```

۴- در مورد رابطه بین  $O(\log(n!))$  و  $O((\log n)!)$  چه نظری می‌توان داد؟ (از  $O(n^2)$  کمک بگیرید).

۵- با ذکر دلیل یا مثال نقض، درباره درستی یا نادرستی هر یک از گزاره‌های زیر بحث کنید.

a)  $f(n) = O(n^2) \wedge g(n) = O(n) \Rightarrow f(g(n)) = O(n^3)$

b)  $f(n) = \Omega(\log n) \Rightarrow 2^{f(n)} = \Omega(n)$

۶- در یک زمستان سرد، خرس قطبی  $n$  قطعه گوشت به اندازه‌های ۱، ۲، ... تا  $n$  را در غاری ذخیره کرده است. او هر روز یکی از این قطعه‌ها را تصادفاً انتخاب نموده و اگر اندازه‌ی آن فرد باشد، کامل آن را می‌خورد و اگر زوج باشد، به دو قسمت مساوی تقسیم نموده، یکی را خورده و دیگری را مجدداً در غار قرار می‌دهد. برای  $n$ های بزرگ، تابعی که مشخص‌کننده تعداد روزهایی است که خرس گوشت دارد، از چه مرتبه‌ای است؟

۷- تابع زیر را در نظر بگیرید. فرض کنید که  $T(n)$  نشان‌دهنده تعداد عملیات ++ باشد (که با رنگ قرمز مشخص شده‌اند). اگر تابع ذکر شده با پارامتر  $n$  فراخوانی شود، کدام رابطه بازگشتی درست است؟ چرا؟

```
int test(int n){
    int i, j, count=0;
    for (i=0; i<n; i++)
        for (j=0; j<i; j++)
            count++;
    return count;
}
```

$$T(n) = T(n-1) + 2n + 1 \quad (۱)$$

$$T(n) = nT(n-1) + n - 1 \quad (۲)$$

$$T(n) = T(n-1) + 2n - 1 \quad (۳)$$

$$T(n) = nT(n-1) + n + 1 \quad (۴)$$