坐标变换总结

姓名：

日期：**2011.11.4**

坐标变换的总结

一． 由三项坐标系变换到两相旋转坐标系

1. 三相到两相静止坐标系的变换

首先，确定三相电压的相序：

$$u_A = U_m \cos(wt)$$

$$u_B = U_m \cos(wt - \frac{2\pi}{3})$$

$$u_c = U_m \cos(wt - \frac{4\pi}{3})$$

在坐标图上表示三相到两相静止坐标系上的变换，如图所示：

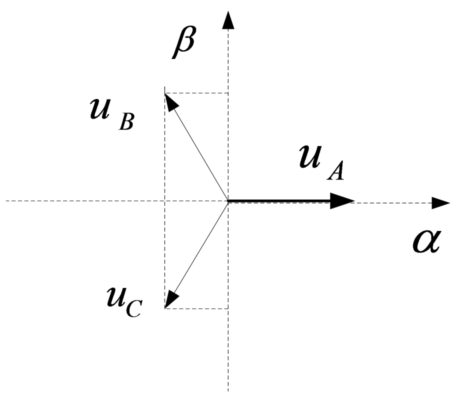


图 1 3-2s 变换

由上图，我们可以将u_A、u_B、u_c转化到两相静止坐标系上，具体等式如下：

$$\begin{cases} u_\alpha = \dfrac{2}{3}(u_A - \dfrac{1}{2}u_B - \dfrac{1}{2}u_C) \\ u_\beta = \dfrac{2}{3}(\dfrac{\sqrt{3}}{2}u_B - \dfrac{\sqrt{3}}{2}u_C) \end{cases}$$

插入系数 2、3 是为了保证两相坐标系中合成矢量的模与各相电压的模相同。后面会推导为什么可以保证模不变。

整理成状态方程的形式，如下：

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix}$$

2. 两相静止坐标系到两相旋转坐标系的变换

我们知道，在两相静止坐标系中，合成矢量是旋转的，我们令旋转坐标系的 d 轴与旋转矢量重合，则可将其转换到旋转坐标系中。坐标变换如图所示：

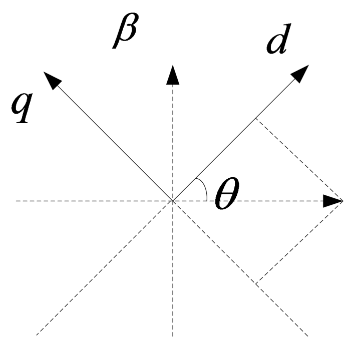


图 2 2s-2r 变换

此时，我们可以得到，两相静止坐标系到两相旋转坐标系的公式，其中θ一般取为 A 相的相角。

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix}$$

二. 反向变换

1. 若需要将旋转坐标系转化到静止坐标系上，只需相应的将 d-q 向$\alpha-\beta$投影即可，根据图二，我们可以得到：

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix}$$

2. 同理，根据图 1，我们可以将$\alpha-\beta$分别投影到 A、B、C 上，获得其逆变换：

$$\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix}$$

三. 关于乘以 2/3 保持模不变的问题

首先，我们已经能够确定了电压相序

$$u_A = U_m \cos(wt)$$
$$u_B = U_m \cos(wt - \frac{2\pi}{3})$$
$$u_c = U_m \cos(wt - \frac{4\pi}{3})$$

经过变换后：

$$u_\alpha = \frac{2}{3}(u_A - \frac{1}{2}u_B - \frac{1}{2}u_c)$$

进而，我们可以推知：

$$\begin{aligned}\dot{U}_{\alpha} &= \frac{2}{3}(\dot{U}_A - \frac{1}{2}\dot{U}_B - \frac{1}{2}\dot{U}_C) \\ &= \frac{2}{3}(\dot{U}_A - \frac{1}{2}a^2\dot{U}_A - \frac{1}{2}a\dot{U}_A) \\ &= \frac{2}{3}\dot{U}_A(1 - \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}a) \\ &= \frac{2}{3}\dot{U}_A(\frac{3}{2}) \\ &= \dot{U}_A\end{aligned}$$

其中，a=$e^{j\frac{2\pi}{3}}$ 。

同理，我们可以求的$\dot{U}_q = -j\dot{U}_A$

即

$$u_d = u_A = U_m \cos(wt)$$

$$u_q = U_m \cos(wt - \frac{\pi}{2})$$

合成矢量

$$\begin{aligned}U &= u_d + ju_q \\ &= U_m \cos(wt) + jU_m \cos(wt - \frac{\pi}{2}) \\ &= U_m e^{jarc\mathrm{tg}\frac{\sin\omega t}{\cos\omega t}}\end{aligned}$$

显然，此时空间相量的模和时间相量的模相等。

至于为什么要保持模不变，我没找到相关的说明，谈一下我的理解。如果只考虑坐标变换的话，那么乘不乘这个系数并没有什么实际意义，也就是说，之所以乘这个系数是为了方便后续模块的使用。在此次实验中，$\alpha-\beta$的输出主要是给 SVPWM 使用。而 6 个扇区的参考量U_i的大小一般取的是直流侧电压。乘以 2/3 后，合成空间矢量的模就等于输出正弦信号的的模，我们知道输出正弦信号的最大值U_m必然会小于直流侧电压U_{DC},这样取值后，在 SVPWM 调制时带来的好处就是可以保证在任意扇区两个非零导通时间$t_1 + t_2 \le T_{PWM}$.我们知道，当$t_1 + t_2 = T_{PWM}$时合成矢量旋转形成一个圆，在该圆内，合成的输出信号为正弦信号，超出这个圆，输出为非正弦信号。也就是说，乘以系数 2/3 之后，可以保证合成矢量在上述的圆内，保证输出为正弦信号。

四． MATLAB 中的 abc-aq 变换

首先，MATLAB 中的电压参考量取得和我们常用的不同，为正弦信号，如下所示：

$$u_A = U_m \sin(wt)$$
$$u_B = U_m \sin(wt - \frac{2\pi}{3})$$
$$u_c = U_m \sin(wt - \frac{4\pi}{3})$$

和我们的相位相差了 90 度，相应的其 dq 轴的选取也和我们不同（实际上 MATLAB 中的 q 轴和我们的 d 轴重合）。我们不关心他具体是怎么变换的，我们更关心他的输出和我们变换方式下的输出是否一致。下面是我的推导过程：

1. 按照我们的的变换方式，输入为余弦信号，

$$u_A = U_m \cos(wt)$$
$$u_B = U_m \cos(wt - \frac{2\pi}{3})$$
$$u_c = U_m \cos(wt - \frac{4\pi}{3})$$

输出为：

$$u_d = \frac{2}{3}\left[u_A \cos\omega t + u_B \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) + u_C \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3})\right]$$
$$u_q = \frac{2}{3}\left[-u_A \sin\omega t - u_B \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) - u_C \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})\right]$$

在 MATLAB 中，输入为正弦信号，和我们的相位相差了 90 度，其输出为：

$$u_d = \frac{2}{3}\left[u_A \sin\omega t + u_B \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) + u_C \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})\right]$$
$$u_q = \frac{2}{3}\left[u_A \cos\omega t + u_B \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) + u_C \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3})\right]$$

我们知道，在两个变换中，旋转角都是取得 A 相的相角，也就是说在 MATLAB 的变换中，其相角相当于余弦量的相角加上 90 度，$\omega t_{\sin} = \omega t_{\cos} + \pi/2$，将该式带入到 MATLAB 的输出中，并化简，我们可以得到：

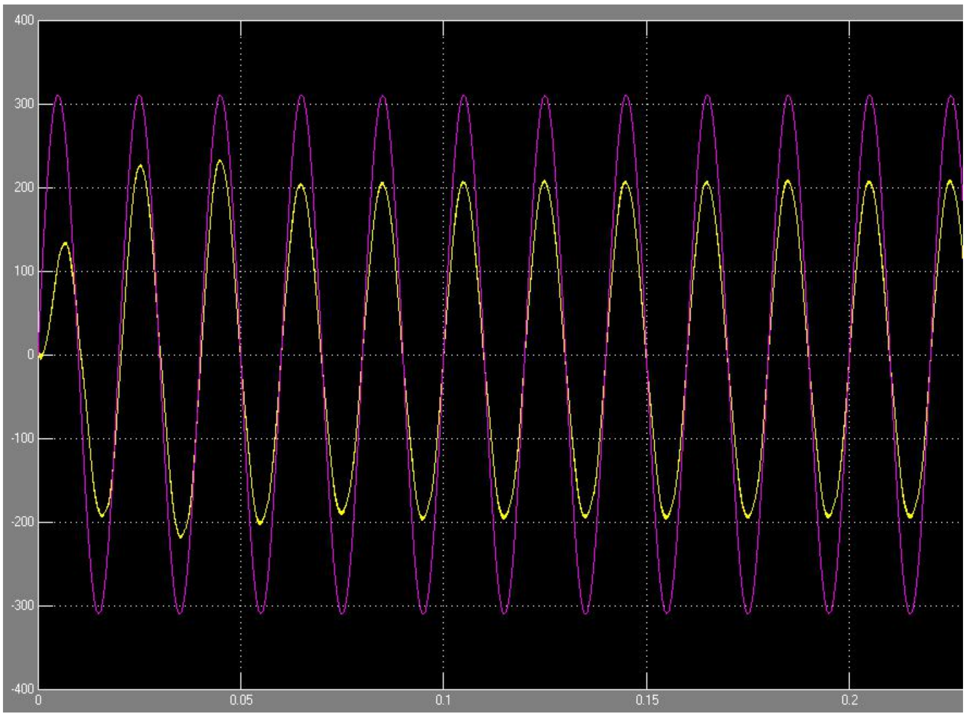
$$u_{d2} = \frac{2}{3}\left[u_A \cos\omega t + u_B \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) + u_C \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3})\right]$$
$$u_{q2} = \frac{2}{3}\left[-u_A \sin\omega t - u_B \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) - u_C \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})\right]$$

这个表达式和按照我们变换方式变换获得的输出是一致的，也就是说，MATLAB 的 dq 相当于将我们的 dq 轴旋转了 90 度，但是 dq 本身就是一个旋转的坐标系，因而我们可以认为，这两种方式获得的输出是完全等价的。

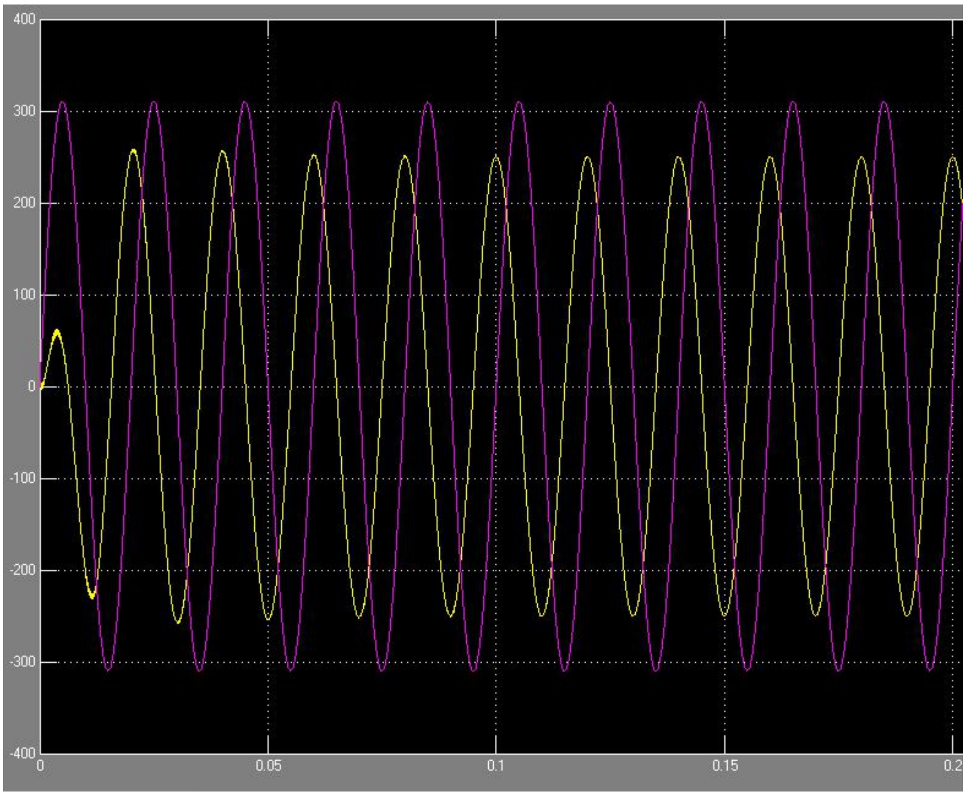
另外，在 MATLAB 中，为了验证两种变换方式下，控制方式相同，我们可以交换 dq 的控制信号，观察实际的控制效果，来证明刚才的结论是否成立。

对于基于电压矢量的控制，如果我们令 Iqref=0 的话，那么输出电流应该和

电网电压同相位。如果这两种变换方式不等效的话，则电流和电压不可能同相位。按照这种思想，在 MATLAB 中仿真，得到输出结果如图所示，此时变换输出 Iq 与 Iqref=0 做差，做为 PI 控制器的输入信号。



而将 dq 的控制信号交换后，可得下面的输出，也就是说，此时电流和电网电压相位相差了 90 度。



由上两图可知，两种变换的输出是等效的。