二分法
Binary Search

课程版本 4.0　　主讲 令狐冲

扫描二维码关注微信/微博
获取最新面试题及权威解答

微信: ninechapter
微博: http://www.weibo.com/ninechapter
知乎: http://zhuanlan.zhihu.com/jiuzhang
官网: http://www.jiuzhang.com

上课须知

- **课程错过不补课，也不提供任何视频**
  - 你才会把在两个小时内集中精力，全神贯注
  - 你才会把学习放在第一位，而不是先 LoL 一把，先逛个街，先和朋友吃个饭
  - 你才会获得最佳的课程体验
  - 良苦用心希望同学们理解
- **不允许建私群（包括QQ群，微信群）**
  - 在QQ群中拉人私下组群的将被踢群并不再提供QQ答疑服务
- LintCode 需要单独先注册一个账户，不要使用九章的账号密码去登陆
- LintCode 阶梯训练必须先完成上一节课的作业，才能做下一节课的作业
- 课程各类服务的有效期为一年
  - LintCode阶梯训练访问权限
  - QQ群答疑
  - QA答疑
  - 课件
  - 知识点小视频

新学员问题

- 新学员必读常见问题解答
  - http://www.jiuzhang.com/qa/3/
- 第一节课错过了怎么办？
  - 报名下一期的《九章算法班》第一节课免费试听即可
- 学员QQ群是什么？怎么加？
  - 请登录官网在我的课程中查看QQ群号
- 九章的账户绑定到LintCode之后可以解除绑定么？
  - 不可以
  - 因此不要把你的九章账户给别人使用
    - 一些老学员的 LintCode 账号绑定了其他人的九章账户是因为你以前把账号共享给了其他人
    - 你可以申请新的 LintCode 账户和你现在的账户进行绑定
  - LintCode 相关问题请参见：http://www.jiuzhang.com/qa/683/

Outline

- 二分法基本功
  - 时间复杂度小练习
  - 递归与非递归的权衡
  - 二分的三大痛点
  - 通用的二分法模板
- 第一境界：二分位置 之 圈圈叉叉 Binary Search on Index - OOXX
  - 找到满足某个条件的第一个位置或者最后一个位置
- 第二境界：二分位置 之 保留一半 Binary Search on Index - Half half
  - 保留有解的一半，或者去掉无解的一半
- 第三境界：二分答案 Binary Search on Result
  - 压根看不出是个二分法！

Binary Search

Given an sorted integer array - nums, and an integer - target.

Find the **any/first/last** position of target in nums

Return **-1** if target does not exist.

$$T(n) = T(n/2) + O(1) = O(\log n)$$

通过O(1)的时间，把规模为n的问题变为n/2

思考：通过O(n)的时间，把规模为n的问题变为n/2？

Time Complexity in Coding Interview

九章算法

- O(1) 极少
- O(logn) 几乎都是二分法
- O(√n) 几乎是分解质因数
- O(n) 高频
- O(nlogn) 一般都可能要排序
- $O(n^2)$ 数组，枚举，动态规划
- $O(n^3)$ 数组，枚举，动态规划
- $O(2^n)$ 与组合有关的搜索
- O(n!) 与排列有关的搜索

独孤九剑 —— 破剑式

比O(n)更优的时间复杂度
几乎只能是O(logn)的二分法

经验之谈：根据时间复杂度倒推算法是面试中的常用策略

Recursion or While Loop?

R: Recursion

W: While loop

B: Both work

Recursion or Non-Recursion

- 面试中是否使用 Recursion 的几个判断条件
  1. 面试官是否要求了不使用 Recursion（如果你不确定，就向面试官询问）
  2. 不用 Recursion 是否会造成实现变得很复杂
  3. Recursion 的深度是否会很深
  4. 题目的考点是 Recursion vs Non-Recursion 还是就是考你是否会Recursion？
- 记住：不要自己下判断，要跟面试官讨论！

二分法常见痛点

- 又死循环了！ what are you 弄撒捏！
- 循环结束条件到底是哪个？
  - start <= end
  - start < end
  - start + 1 < end
- 指针变化到底是哪个？
  - start = mid
  - start = mid + 1
  - start = mid - 1

通用的二分法模板

http://www.jiuzhang.com/solutions/binary-search/

start + 1 < end

start + (end - start) / 2

A[mid] ==, <, >

A[start] A[end] ? target

令狐大师兄手把手教你写代码

http://www.lintcode.com/problem/classical-binary-search/

http://www.lintcode.com/problem/first-position-of-target/

http://www.lintcode.com/problem/last-position-of-target/

第一境界
二分位置 之 OOXX

一般会给你一个数组

让你找数组中第一个/最后一个满足某个条件的位置

OOOOOOO...OOXX....XXXXXX

First Bad Version

http://www.lintcode.com/problem/first-bad-version/

http://www.jiuzhang.com/solutions/first-bad-version/

First version that is bad version

Search In a Big Sorted Array

http://www.lintcode.com/problem/search-in-a-big-sorted-array/

http://www.jiuzhang.com/solutions/search-in-a-big-sorted-array/

Find Minimum in Rotated Sorted Array

http://www.lintcode.com/problem/find-minimum-in-rotated-sorted-array/

http://www.jiuzhang.com/solutions/find-minimum-in-rotated-sorted-array/

First position <= Last Number

(WRONG: First position <= or < First Number)

相关练习

- Search a 2D Matrix
  - http://www.lintcode.com/en/problem/search-a-2d-matrix/
  - http://www.lintcode.com/en/problem/search-a-2d-matrix-ii/
    - 不是二分法，但是是常考题
- Search for a Range
  - http://www.lintcode.com/en/problem/search-for-a-range/
  - http://www.lintcode.com/en/problem/total-occurrence-of-target/
- Maximum Number in Mountain Sequence
  - http://www.lintcode.com/en/problem/maximum-number-in-mountain-sequence/
-
- 以上题目的答案请在 http://www.jiuzhang.com/solutions 中搜索

Take a break

5 分钟后回来

第二境界
二分位置 之 Half half

并无法找到一个条件，形成 OOXX 的模型

但可以根据判断，保留下有解的那一半或者去掉无解的一半

Find Peak Element

http://www.lintcode.com/problem/find-peak-element/

http://www.jiuzhang.com/solutions/find-peak-element/

follow up: Find Peak Element II (by 算法强化班)

Search in Rotated Sorted Array

http://www.lintcode.com/problem/search-in-rotated-sorted-array/

http://www.jiuzhang.com/solutions/search-in-rotated-sorted-array/

会了这道题，才敢说自己会二分法

第三境界:二分答案
Binary Search on Result

往往没有给你一个数组让你二分
而且题目压根看不出来是个二分法可以做的题

同样是找到满足某个条件的最大或者最小值

Sqrt(x)

http://www.lintcode.com/problem/sqrtx/

http://www.jiuzhang.com/solutions/sqrtx/

Last number that number^2 <= x

follow up: what if return a double, not an integer?

Wood Cut

http://www.lintcode.com/problem/wood-cut/

http://www.jiuzhang.com/solutions/wood-cut/

Last/Biggest length that can get >= k pieces

Copy Books

http://www.lintcode.com/en/problem/copy-books/

http://www.jiuzhang.com/solutions/copy-books/

一句话描述题意：将数组切分为k个子数组，让数组和最大的最小

总结 —— 我们今天学到了什么

- 使用递归与非递归的权衡方法
- 使用T函数的时间复杂度计算方式
- 二分法模板的四点要素
  - start + 1 < end
  - start + (end - start) / 2
  - A[mid] ==, <, >
  - A[start] A[end] ? target
- 两类二分，三个境界
  - 二分位置 Binary search on index
    - OOXX
    - Half half
  - 二分答案 Binary search on result

Related Questions

- Search in a 2D Matrix II
  - 小视频：http://www.jiuzhang.com/video/28/?session_id=7
  - 不是二分法，但是是常考题
- Binary Search:
  - http://www.lintcode.com/problem/search-insert-position/
  - http://www.lintcode.com/problem/count-of-smaller-number/
  - http://www.lintcode.com/problem/search-for-a-range/
- Rotate Array
  - 小视频：http://www.jiuzhang.com/video/29/?session_id=7
  - http://www.lintcode.com/problem/recover-rotated-sorted-array/
  - http://www.lintcode.com/problem/rotate-string/
  - 三步翻转法：
  - [4,5,1,2,3] → [5,4,1,2,3] → [5,4,3,2,1] → [1,2,3,4,5]
- 点题时间：
  - http://www.jiuzhang.com/qa/974/

九章算法班跟不上？

换到《Java入门与基础算法班》

http://www.jiuzhang.com/course/7/