

## משפט תכנון - תרגיל בית #2:

1. (א) נניח שיש לנו מערכת של ביטויים אריתמטיים עבור סיסטם

הפלוטון הניאורוג :

- $x$  bit-and  $y$  :  $A[x \& y]_S = A[x]_S \& A[y]_S$
- $x$  bit-shift-left :  $A[x \ll y]_S = A[x]_S \ll A[y]_S$
- $x$  bit-shift-right :  $A[x \gg y]_S = A[x]_S \gg A[y]_S$

323239566 - מינצ'ו

204251599 - ד"ר קריוקר

204908859 - מוסד

2)  $(s_1; s_2); s_3 \sim s_1; (s_2; s_3)$

~~$s_1, s_2 \rightarrow s'$~~

$\langle (s_1; s_2); s_3, s \rangle \rightarrow s'$   
 $\langle s_1, s \rangle \rightarrow s_1, \langle s_2, s_1 \rangle \rightarrow s_{12}$   
 $\langle s_3, s_{12} \rangle \rightarrow s'$   
 $\langle (s_1, s_2); s_3, s \rangle \rightarrow s'$

$\langle (s_1; s_2), s \rangle \rightarrow s_{12}$   
 $\langle s_3, s_{12} \rangle \rightarrow s'$   
 $\langle s_1, s \rangle \rightarrow s_1$   
 $\langle s_2, s_1 \rangle \rightarrow s_{12}$

$\langle s_1; (s_2; s_3), s \rangle \rightarrow s'$   
 ~~$(s_1; s_2); s_3$~~   
 $\langle s_1, s \rangle \rightarrow s_1$   
 $\langle (s_2; s_3), s_1 \rangle \rightarrow s'$   
 $\langle s_2, s_1 \rangle \rightarrow s_{12}$   
 $\langle s_3, s_{12} \rangle \rightarrow s'$

$\langle (s_1; s_2); s_3, s \rangle \rightarrow s'$   
 $\langle s_1; (s_2; s_3), s \rangle \rightarrow s'$   
 $\langle (s_1; s_2); s_3, s \rangle \rightarrow s'$   
 $\langle s_1; (s_2; s_3), s \rangle \rightarrow s'$



[repeat<sup>tt</sup><sub>ns</sub>]

$$\frac{\langle S, s \rangle \rightarrow s'}{\langle \text{repeat } S \text{ until } b, s \rangle \rightarrow s'}$$

(a) (3) B[[6]]s=tt

[repeat<sup>ff</sup><sub>ns</sub>]

$$\frac{\langle S, s \rangle \rightarrow s', \langle \text{repeat } S \text{ until } b, s' \rangle \rightarrow s''}{\langle \text{repeat } S \text{ until } b, s \rangle \rightarrow s''}$$

B[[6]]s=ff

[repeat<sub>so</sub>s]

$\langle \text{repeat } S \text{ until } b, s \rangle \Rightarrow \langle S; \text{if } b \text{ then skip} \text{ else repeat } S \text{ until } b, s \rangle$

(d)

(1.1) 52A (6)

repeat S until b ~ S; if b then skip else (repeat S until b) : (כ"כ) (b) (3)

[ $\Rightarrow$ ] assume  $\langle \text{repeat S until b}, s \rangle \rightarrow s''$

Two cases:

$$\textcircled{1} \frac{\frac{T_1}{\langle S, s \rangle \rightarrow s'} \quad \frac{T_2}{\langle \text{repeat S until b}, s' \rangle \rightarrow s''}}{\langle \text{repeat S until b}, s \rangle \rightarrow s''} \quad \begin{array}{l} [b = \text{ff}] \\ (\text{repeat}^{fc}) \end{array}$$

$$\textcircled{2} \frac{\frac{T_1}{\langle S, s \rangle \rightarrow s'}}{\langle \text{repeat S until b}, s \rangle \rightarrow s'} \quad \begin{array}{l} (\text{repeat}^{tt}) \\ (s' = s'') \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{case (2):} \quad \text{assume:} \quad \frac{T_1}{\langle S, s \rangle \rightarrow s'} \\ \hline \langle \text{repeat S until b}, s \rangle \rightarrow s' \\ \downarrow \\ \frac{\frac{\langle \text{skip}, s' \rangle \rightarrow s'}{(\text{skip})}}{\langle \text{if b then skip else (Repeat S until b)}, s' \rangle \rightarrow s'} \quad (\text{if}^{tt}) \\ \hline \langle \text{if b then skip else (Repeat S until b)}, s' \rangle \rightarrow s' \end{array}$$

$$\begin{array}{c} (\text{assume}) \quad \frac{T_1}{\langle S, s \rangle \rightarrow s'} \\ \hline \langle S; \text{if b then skip else (Repeat S until b)}, s \rangle \rightarrow s' \quad (\text{comp}) \end{array}$$

(in case 2,  $s' = s''$ )



case (1):

assume:  $\frac{T_1}{\langle S, S \rangle \rightarrow S'}$   $\frac{T_2}{\langle \text{repeat } S \text{ until } b, S' \rangle \rightarrow S''}$

$\langle \text{repeat } S \text{ until } b, S \rangle \rightarrow S''$

$\Downarrow$

$\frac{\frac{T_2}{\langle \text{repeat } S \text{ until } b, S' \rangle \rightarrow S''} \text{ (assume)}}{\text{ (if } \text{cc} \text{ )}}$

$\langle \text{if } b \text{ skip else (repeat } S \text{ until } b), S' \rangle \rightarrow S''$

$\frac{T_1}{\langle S, S \rangle \rightarrow S'} \text{ (assume)}$

$\frac{\text{ (comp)}}{\langle S; \text{if } b \text{ skip else (repeat } S \text{ until } b), S \rangle \rightarrow S''}$

$[ \Leftarrow ]$  assume  $\langle S; \text{if } b \text{ then skip else (repeat } S \text{ until } b), s \rangle \rightarrow s''$

Two Cases:

case (1):

$$\frac{T_4}{\langle \text{repeat } S \text{ until } b, s' \rangle \rightarrow s''}$$

(if ff)

$$\langle \text{if } b \text{ then skip else (repeat } S \text{ until } b), s' \rangle \rightarrow s''$$

$$\frac{T_3}{\langle S, s \rangle \rightarrow s'}$$

(comp)

$$\langle S; \text{if } b \text{ then skip else (repeat } S \text{ until } b), s \rangle \rightarrow s''$$

$\Downarrow$

(assume)

$$\frac{T_3}{\langle S, s \rangle \rightarrow s'}$$

(assume)

$$\frac{T_4}{\langle \text{repeat } S \text{ until } b, s' \rangle \rightarrow s''}$$

(repeat ff)

$$\langle \text{repeat } S \text{ until } b, s \rangle \rightarrow s''$$

case (2):

$$\langle \text{skip}, s' \rangle \rightarrow s' \quad (\text{skip})$$

(if tt)

$$\langle \text{if } b \text{ then skip else (repeat } S \text{ until } b), s' \rangle \rightarrow s'$$

$$\frac{T_3}{\langle S, s \rangle \rightarrow s'}$$

(comp)

$$\langle S; \text{if } b \text{ then skip else (repeat } S \text{ until } b), s \rangle \rightarrow s'$$

$\Downarrow$

(assume)

$$\frac{T_3}{\langle S, s \rangle \rightarrow s'}$$

(repeat tt)

$$\langle \text{repeat } S \text{ until } b, s \rangle \rightarrow s'$$

(in this case,  $s = s''$ )



$$\langle S_1, S \rangle \Rightarrow^k S'$$

4. נוכיח שזה נכון

$$\langle S_1; S_2, S \rangle \Rightarrow^k \langle S_2, S' \rangle$$

אם ההוכחה

נוכיח באינדוקציה על  $k$ .

$$\langle S_1; S_2, S \rangle \Rightarrow \langle S_2, S' \rangle \text{ [comp}_{SOS}^2] \text{ אם } \langle S_1, S \rangle \Rightarrow S' \text{ נניח } k=1$$

כרצונו.

דבור  $k > 1$ , נניח כי התנאי מתקיים על  $k-1$ .

נניח  $\langle S_1, S \rangle \Rightarrow^k S'$ . עפי' ההגדרה  $\Rightarrow^n$  מתקיים:

$$\langle S_1, S \rangle \Rightarrow \gamma \quad (1)$$

$$\gamma \Rightarrow^{k-1} S' \quad (2)$$

(3)  $\gamma$  אינה קונפיגורציה סגורה או קונפיגורציה Stuck.

נפעל מתקיים עפי'  $\text{comp}_{SOS}$ :

$$\frac{\langle S_1, S \rangle \Rightarrow \langle S_1', S'' \rangle}{\langle S_1; S_2, S \rangle \Rightarrow \langle S_1'; S_2, S'' \rangle} \text{ [comp}_{SOS}^1] \quad (1)$$

$$\frac{\langle S_1, S \rangle \Rightarrow S'}{\langle S_1; S_2, S \rangle \Rightarrow \langle S_2, S' \rangle} \text{ [comp}_{SOS}^2] \quad (2)$$

נשים לב שכל (2) מתייחס לעצמה שבו  $S'$  מסתיימת תוך צעד 1.

פונקטור  $\Rightarrow^1$ , וכבר טיפלנו במידה בהבסיס האינדוקציה, נבדוק (תייחס

על (1):  $\gamma = \langle S_1', S'' \rangle$  מתקיים:

$$\langle S_1; S_2, S \rangle \Rightarrow \langle S_1'; S_2, S'' \rangle \quad (*)$$

הסקנו כבר כי  $\langle S_1', S'' \rangle \Rightarrow^{k-1} S'$  פונקטור

$$\langle S_1'; S_2, S'' \rangle \Rightarrow^{k-1} \langle S_2, S' \rangle$$

דבר מה"א מתקיים

$$\langle S_1; S_2, S \rangle \Rightarrow \langle S_1'; S_2, S'' \rangle \xRightarrow{k-1} \langle S_2, S' \rangle$$

(\*)

דבר מה"ב קיבלנו:  $\langle S_1; S_2, S \rangle \Rightarrow^k \langle S_2, S' \rangle$  כרצונו.

5)  $k=3$  וסדרה חזקה

$$\langle x := 1; \text{ while } (x > 0) \text{ do } (x := x - 1), S_0 \rangle = \tau$$
$$\langle \text{while } (x > 0) \text{ do } (x := x - 1), \text{ so } [x = 0] \rangle \Rightarrow$$

$\langle \text{while } (x > 0) \text{ do } (x := x - 1), \{x \rightarrow 2\} \rangle = \top$

$$\langle \text{while } (x > 0) \text{ do } (x := x - 1), \text{ so } [x \sim 3] \rangle$$
$$\langle s_1, s_2, s_0 \rangle = \frac{3}{7} \langle s_2, s_0[x \mapsto 3] \rangle$$

-c נדב',

~~Handwritten scribble~~ ( $k=1$ )    3' n' 303    וְהָיָה     $\int_{\gamma} \omega_1 < s_1, s_0 >$ 

אבן שבוך

$$\langle s_1, s_0 \rangle = \langle s_0[x \mapsto 1] \rangle$$

נשים למצב טוב נלמדה

$$\langle s_1, s_0 \rangle \neq s_0[x \mapsto 3]$$
$$j = \delta_1$$