

地下金属目标探测中的反演优化比较（王震师兄小论文）

• Abstract

• 背景

- 地下金属目标的反演是指通过一系列观察到的数据估计地下金属目标的属性。
- 探测过程：通过EMI模型生成数据，通过最小二乘反演进行模型参数的估计。最小二乘反演中，优化算法直接影响到反演的效率，所以为了提高地下金属目标探测的效率，对比不同优化算法的表现是必要的。

• 本文内容：

- 分析正演模型的灵敏度分析和反演的灵敏度分析
- 通过EMI模型和最小二乘构建目标函数
- 比较在不同信噪比和不同数据采集密度下，6种优化算法的估计误差、运行时间、迭代次数
- 建立仿真平台生成观察数据并比较优化算法
 - 结果
 - 算法比较结果表明BFGS，共轭梯度和LM算法能够有效并且精确的估计地下金属目标的属性，LM算法有最短的运行时间和最少的迭代次数
 - 最后分析了每种优化算法的时间消耗，结果表明梯度的计算和步长的选择极大的影响了优化算法的效率

• Introduction

• 背景：

- 地下金属目标探测是地球物理反演问题之一，其目的是根据一组观察数据来估计地下金属目标的属性。
- 地下金属目标探测的应用场景。
- 地下目标探测的过程：
 - 通过EMI方法生成观测数据，更具体的EMI通过地下金属目标产生的感应磁场作为观察数据。
 - 基于观测数据，利用反演算法估计地下金属目标的属性
- 由于地下金属目标的广泛应用，反演的效率的需求逐步提高。
- 反演的过程：
 - 最小二乘反演是常用的反演算法，通过最小化目标函数（观测数据与正向模型生成的拟合数据之间的误差）估计地下金属目标的属性
 - EMI方法的正向模型将金属目标的参数作为输入然后产生预测的感应磁场的数据。

- 目标函数可以通过数值优化算法最小化，数值优化算法从一个猜测的初始值开始，通过迭代的方式生成一系列逐步接近最优值的估计值，直到达到最优值。
 - 引用一些地下目标探测中使用优化算法的文献
 - 数值优化算法在最小二乘中的重要性，因此为了提高最小二乘反演的效率，有必要去比较常见的数值优化算法，以及他们的时间消耗。
- 主要内容
 - 用圆柱形金属目标作为被探测目标，用EMI方法作为数据获取方法，探测信息包含：位置坐标，主轴极化率和物体的方向。
 - 首先介绍电磁感应的普通正向模型和圆柱正向模型
 - 然后进行圆柱正向模型的灵敏度分析和逆灵敏度分析
 - 结果
 - 灵敏度分析的结果表明金属目标和探测器之间的距离对EMI响应的影响最大。
 - 逆灵敏度分析的结果表明金属目标的位置信息估计要比主轴极化率的估计以及目标方向的估计更准确。
 - 比较6种数值优化算法在不同信噪比和不同的观测数据量下的估计误差、运行时间以及迭代次数（gd、sgd、牛顿算法、BFGS、CG、LM）
 - 比较的结果表明梯度下降和最速下降需要很长时间才能收敛，**牛顿算法中的海森矩阵在迭代过程中是奇异的，这导致牛顿算法不能收敛**，BFGS、CG和LM算法可以有效并且精确的估计地下金属目标的属性，LM算法具有最短的运行时间以及最少的迭代次数。
 - 仿真结果表明地下金属目标的精确程度受噪声的影响较大，探测的效率受数据采集密度的影响较大。
 - 最后，分析了每种优化算法的耗时情况
 - 结果表明梯度的计算和步长的选择对优化算法的影响较大
- 创新点：
 - 圆柱正向模型的灵敏度分析与逆灵敏度分析
 - 6种优化算法的比较与耗时的分析。
- 文章结构：
 - 第二部分概述地下金属目标探测的过程，介绍普通的正向模型、圆柱体正向模型以及目标函数
 - 第三部分介绍了基于方差的灵敏度分析、逆灵敏度分析和数值优化算法的理论
 - 第四部分仿真与结果分析
 - 第五部分结论
- System Model
 - 首先概述了探测的过程：将EMI探测器有序放置在一些数据采集点获取观测数据，金属目标的响应与金属的位置、大小、形状、方向、材质有关，基于观测数据和正向

模型，建立目标函数

- Forward model
 - 正向模型用于模拟金属目标的电磁感应的响应，金属目标产生磁场响应的具体过程：EMI含有一个发射线圈和一个接收线圈，发射线圈产生一次场作用在金属目标上，金属目标感应生成涡流，接收线圈探测涡流产生的二次场。地下金属探测中产生磁场的物体通常近似为磁矩表示，这种近似当探测器和金属目标之间的距离大于金属目标的大小时是有效的。
 - 首先介绍了普通的正向模型
 - 然后介绍了圆柱体的正向模型
- 最后介绍了目标函数
- Sensitivity analysis and numerical optimization algorithms
 - Sensitivity analysis
 - 进行灵敏度分析的原因：
 - 由于正向模型的复杂性，很难直观理解输入参数对输出的影响，全局灵敏度分析可以量化模型输入以及他们的相互作用对模型输出的影响。
 - 对于圆柱正向模型的灵敏度分析能够量化金属目标的参数对二次场的影响
 - 基于方差的灵敏度分析的目的：将输出的方差分解为输入参数的贡献和。通常计算总的灵敏度指数来量化每个输入参数的贡献
 - 具体做法：
 - 采用基于方差的灵敏度分析，采用Sobol序列去产生灵敏度分析的采样数据
 - 利用Sobol序列采样的数据对含8个参数的圆柱模型与含5个参数的主轴极化率模型计算灵敏度指数
 - Inverse Sensitivity analysis（具体计算没看懂）
 - 逆灵敏度分析确定模型输入的概率分布，从而产生已知的输出分布。这种方法使用概率分布描述输入和输出的不确定性。
 - Numerical optimization algorithms
 - 梯度下降和最速下降：方向都是梯度方向，只有步长不同，梯度下降采用固定步长，最速下降通过步长选择算法确定步长
 - 牛顿算法：方向采用牛顿方向，牛顿算法具有最快的收敛速度，但是当数据规模比较大的时候，海森矩阵的逆的计算量比较大，而且海森矩阵可能是不可逆的
 - BFGS算法：是最常用的拟牛顿算法，主要是通过计算一个矩阵来近似海森矩阵的逆
 - 共轭梯度：方向采用共轭梯度方向，该方法的计算量小于牛顿算法
 - LM：专门用于最小二乘问题，是牛顿算法的变体。采用残差向量的雅可比矩阵作为海森矩阵的近似
 - 步长的选择：
 - 梯度下降算法手动设置步长
 - LM算法和牛顿算法，步长默认设置为1

- 其他算法每次迭代时需要选择合适的步长

- Simulation results

- 建立仿真平台比较优化算法，介绍了仿真平台的流程：首先设置参数（发射器的参数、金属目标的参数、数据获取的参数），通过正向模型得到观测数据，对观测数据添加噪声，采用数据优化算法估计金属目标的参数。**z轴上的二次场强度远大于x轴和y轴上的二次场强度（为什么会是这样，这是因为环形的线圈在z轴的分量比较强）。**
- 圆柱模型的灵敏度分析：z轴的参数的灵敏度指数，探测器的位置固定为（0, 0, 0），此时二次场仅仅与金属目标的属性有关，对金属目标的属性设置范围，利用Sobol序列生成50000条样本数据，利用计算总灵敏度指数的公式计算灵敏度，总灵敏度指数越大，参数对模型输出的影响越大。结果表明：位置参数的总灵敏度指数远大于其他参数的灵敏度指数，方向的总灵敏度指数大于其他的主轴极化率参数。结果表明探测器与金属目标的距离对二次场的影响较大，金属目标的埋藏深度对二次场响应影响较大。
- 圆柱模型的逆灵敏度分析：探测器的位置固定为（0, 0, 0），金属目标的参数固定，输出的z轴的二次场的强度服从正态分布，在50000条正向仿真数据中，Metropolis-Hastings采样10000条，输入参数的分布是通过逆灵敏度分析来采样的，逆灵敏度分析的最终的结果表明位置参数分布的方差远小于其他参数分布的方差，所以位置参数的不确定性在所有参数中是最小的，通过优化算法估计得到的位置的误差是应该最小的。
- 优化算法的比较：
 - 分别比较了不同信噪比和不太数据采集密度下的优化算法的表现。
 - 优化算法的表现的量化方式：位置的估计误差，主轴极化率的估计误差，方向的估计误差，迭代次数和运行时间。
 - 具体做法：设置了5种探测场景，比较每种优化算法的估计误差。
 - 不同信噪比下优化算法的比较：数据采集密度固定为0.5，由于梯度下降手动确定步长比较耗时，牛顿算法在迭代过程中，海森矩阵会出现奇异性，导致无法收敛，所以这两种优化算法不适用，比较的是其他的四种优化算法。
 - 结果：当信噪比大于等于20dB，位置的估计误差小于2cm，主轴极化率的估计误差小于0.001，方向的估计误差小于2度，不同算法的估计误差是相似的，这主要是因为收敛条件都是目标函数的梯度满足一定条件。这些优化算法的迭代次数和运行时间是不同的，其中最速下降算法需要最大迭代次数和最长的运行时间，另外结果也表明数值优化算法对噪声是敏感的，随着信噪比的增大，估计的误差逐渐减小，最速下降法需要很长时间才可以收敛，不适合地下金属目标的探测，lm算法在各个信噪比下都有较短的运行时间
 - 不同数据采集密度下优化算法的比较：信噪比固定20dB，探测区域为4mx4m，设置5种数据采集密度。
 - 结果：整体上随着数据采集密度的减小，探测精确的逐步上升。因此数据采集密度越小，探测精度越高，但是算法的运行时间也变长了。
 - 不同参数估计精度的比较：这部分主要为了验证逆灵敏度分析的结果。用相同的目标参数作为反灵敏度分析，并重复运行LM算法1000次，得到的结果是各参数

估计值的分布，对这些估计值进行归一化处理，得到最终的参数分布的结果，结果显示对z轴坐标的方差最小，x和y轴的坐标的方差接近大于z轴的方差，其他参数的方差相对较大。结果表明位置的估计高于方向和主轴极化率的估计的精确度，这和逆灵敏度分析的结果一致。

- 优化算法的详细时间消耗：上述实验结果表明lm算法具有最好的表现，最速下降法的表现最差，进一步分析算法时间消耗。
 - BFGS、共轭梯度、最速下降的时间消耗接近，主要花费在三个方面：搜索方向的计算、步长的选择与收敛判断，分别分析这些算法在这三部分花费的时间。结果表明这三部分中主要的时间消耗是梯度的计算。LM算法不需要步长的选择，主要分析剩余两部分的时间消耗。
 - 结果：这些算法的不同主要是搜索方向，LM算法的搜索方向具有最快的收敛速度，而且梯度的计算和步长的选择对算法的效率具有较大的影响。

• Conclusion

- 通过得到的圆柱正向模型的灵敏度分析结果、逆灵敏度分析的结果，以及6种优化算法在地下目标探测中的表现比较结果。
- 灵敏度分析的结果表明金属目标的位置对二次场强的影响远大于其他参数对二次场的影响，金属目标的深度对二次场具有较大的影响。
- 逆灵敏度分析的结果表明对位置的估计要比主轴极化率以及方向的估计要更加精确。
- 优化算法对比的结果表明梯度下降算法、最速下降算法、牛顿算法不适合地下目标探测。BFGS、共轭梯度和LM算法可以有效的估计金属目标的属性。LM算法具有最短的运行时间以及最少的迭代。
- 对比了不同信噪比下的优化算法的表现，结果表明优化算法受噪声的影响较大，随着snr的增大，优化算法的精确度快速提高。
- 对比了不同数据采集密度下的优化算法的表现，结果表明观测数据的增多可以提高估计的精确度，但是反演的效率会降低。
- 最后，分析了优化算法的详细的时间消耗，梯度的计算和步长的选择影响算法的效率。
- 将来我们将致力于提高步长选择算法的效率以及梯度的并行计算。

•

•

• 小结：

- 王震师兄这篇论文读起来，感觉思路非常清晰，叙述的很有条理，这种论文的组织能力是我需要去学习和提升的。
- 另外关于正演和最小二乘反演的整个过程有了更清晰的认识。
- 不过对于基于方差的灵敏度分析和逆灵敏度分析我目前还没有完全理解，只是了解了大概的理论以及灵敏度分析的目的，后面用到的时候再看看灵敏度分析的代码。

• 存在的问题：

- 为什么利用的 z 轴的实部和虚部的平方再开方的这种形式二次场去做反演？用的是 z 轴的二次场？为什么不用其他两个轴？为什么不用总的？
- 平台的偶极子模型那部分没有弄成复数形式，理应是复数的。