

基于滤波跟踪的电磁感应探测算法研究

刘知洋

北京科技大学



密

级： 公开

论文题目：基于滤波跟踪的电磁感应探测算法研究

学 号： S20160711

作 者： 刘知洋

专 业 名 称： 计算机科学与技术

2018 年 11 月 14 日



基于滤波跟踪的电磁感应探测算法研究

Research on Electromagnetic Induction Detection  
Algorithm Based on Filter Tracking

研究生姓名：刘知洋

指导教师姓名：张晓彤

北京科技大学计算机与通信工程学院

北京 100083，中国

Master Degree Candidate: Zhiyang Liu

Supervisor: Xiaotong Zhang

School of Computer Science & Communication Engineering

University of Science and Technology Beijing

30 Xueyuan Road, Haidian District

Beijing 100083, P.R.CHINA



分类号: TP399

密 级: 公开

U D C: 654

单位代码: 1 0 0 0 8

## 北京科技大学硕士学位论文

论文题目: 基于滤波跟踪的电磁感应探测算法研究

作者: 刘知洋

指 导 教 师: 张晓彤 教授 单位: 北京科技大学

指导小组成员: 单位:

单位:

论文提交日期: 2018 年 11 月 14 日

学位授予单位: 北 京 科 技 大 学





## 致 谢

时光飞逝，转眼又要走完另一段求学之路。在北京科技大学的两年半学习生活给我留下许多美好且难忘的回忆，这都将成为我人生道路上的宝贵财富。

首先，要向我的导师张晓彤教授致以最诚挚的感谢。张晓彤教授专业知识渊博、待人宽和，他严谨的治学态度以及勤勉的工作精神都给我留下了深刻的印象。在求学过程中，张晓彤教授不论是在学业上还是在生活中都给予了我宝贵的指导，使我受益匪浅。同时，还要感谢实验室的万亚东老师帮助我解决做项目时所遇到的困难，此外还要感谢实验室的王沁老师、齐悦老师、段世红老师、何杰老师、张磊老师和于泓老师，他们在我求学期间都曾给予过莫大的帮助。再次向实验室所有老师表达衷心的感谢。

其次，感谢实验室的王鹏博士对我论文的指导。在成文过程中，王鹏博士提出了很多具有专业性而且有见地的修改意见，非常荣幸能与王鹏博士共度两年半的北科求学生活。此外，我还要感谢通信小组的师弟师妹们，同时我还要感谢求学期间的各位同窗，李壮博士、余伟伟同学、张德恩同学、刘喆同学以及刘宇昕同学。在此，我衷心感谢各位同窗给予过我的帮助，也祝愿你们在未来的工作中事业顺利，生活康健。

最后，我要感谢我的家人对我默默的支持，你们的理解、关怀与期盼是我前进奋斗的力量源泉。

感谢北京科技大学，感谢 MICL 实验室！



## 摘 要

传感器技术、无线通信技术、嵌入式计算技术和微机电系统等技术的快速发展,极大地推动了无线传感器网络的发展,使其在工业生产、医疗、环境勘测、军事等多个领域广泛应用。其中目标探测是无线传感器网络最基本的功能,对实现无线传感网的应用起着关键的作用。作为一种目标探测方法,电磁感应探测技术在虚拟现实、金属探测、机器人包装、医疗探查、物体运动跟踪等应用中扮演着至关重要的角色。实现电磁感应探测技术主要有解析反演、离线寻优和滤波跟踪等方法,相对其他方法,滤波跟踪方法具有动态跟踪、稳健性强和实时性高等优点,被广泛应用于中电磁感应探测中。在实际应用时,会面临电磁感应模型非线性高和探测目标初始状态获取难两个问题,使得滤波跟踪方法难以获得理想的效果。

针对以上问题,本文做了以下研究:

1) 研究电磁感应模型,分析 9 参数模型中的非线性参数和线性参数部分,将其中与姿态角相关的 3 个非线性参数和与主轴磁极化率相关的 3 个线性参数,转换成磁极化张量矩阵中的 6 个的线性参数,降低了电磁感应模型的非线性参数个数,修改后的模型仅与位置相关的 3 个参数成非线性关系。

2) 为了提高滤波跟踪方法的探测性能,本文在已优化的模型基础上,研究目标初值估计方法。本文用目标电磁响应的空间一阶矩来估计目标水平位置信息,用半峰波宽(FWHM, Full Width at Half Maximum)方法估计目标深度,最后用最小二乘法估计修改后模型中剩余的 6 个线性参数。

3) 本文结合卡尔曼滤波器(KF)和扩展卡尔曼滤波器(EKF)得到 KF-EKF 算法,用以同时提取修改后模型中的线性参数和非线性参数,并用本文所提目标初值估计方法获取 KF-EKF 算法的迭代初值。

为了验证算法的有效性和评估算法的性能,本文搭建了电磁感应探测仿真平台。仿真结果表明,所提探测算法的定位误差在 3cm 以内,且具有稳定的收敛性和优异的探测性能。

**关键词:** 电磁感应, 目标探测, 滤波跟踪, 卡尔曼滤波, 最小二乘法



## **Research on Electromagnetic Induction Detection Algorithm Based on Filter Tracking**

### **Abstract**

The rapid development of sensor technology, wireless communication technology, embedded computing technology and micro-electro-mechanical system technology has greatly promoted the development of wireless sensor networks, making them widely used in industrial production, medical treatment, environmental survey, military and other fields. Target detection is the most basic function of wireless sensor networks, and plays a key role in the application of wireless sensor networks. As a target detection method, electromagnetic induction detection technology plays an important role in virtual reality, metal detection, robot packaging, medical exploration, object tracking and other applications. The main methods to realize electromagnetic induction detection are analytical inversion, off-line optimization and filter tracking. Compared with other methods, filter tracking method has the advantages of dynamic tracking, strong robustness and real-time, and is widely used in medium electromagnetic induction detection. In practical applications, it faces two problems: the nonlinearity of the electromagnetic induction model and the difficulty of acquisition of the initial state of the detection target, making it difficult to obtain the desired performance.

In view of the above problems, this paper has done the following research:

1) This paper study the electromagnetic induction model and analyze the nonlinear parameters and linear parameters in the 9-parameter model, then convert 3 nonlinear parameters and 3 linear parameters into 6 linear parameters, and therefore reduce the number of non-linear parameters of the electromagnetic induction model. The modified model is only nonlinearly related to the three parameters related to the position.

2) In order to improve the detection performance of the filter tracking method, this paper studies the target initial value estimation method based on the modified model. In this paper, the spatial first-order moment of the target electromagnetic response is used to estimate the target horizontal position, and then the improved full width at half maximum (FWHM) method is used to estimate the target depth. Finally, the least squares method is used to estimate the remaining 6 linear parameters in the modified model.

3) The KF-EKF algorithm is combined with Kalman filter (KF) and Extended kalman filter (EKF) to extract the linear and nonlinear parameters in the modified

model at the same time, and the initial value of the KF-EKF algorithm is obtained by the initial value estimation method proposed in this paper.

In order to verify the effectiveness of the algorithm and evaluate the performance of the algorithm, this paper builds an electromagnetic induction detection simulation platform. The simulation results show that the location error of the proposed detection algorithm is less than 3 cm, and it has stable convergence and excellent detection performance.

**Key Words:** electromagnetic induction, filter tracking, target detection, kalman filtering, least square method

## 目 录

致 谢.....	I
摘 要.....	III
Abstract .....	V
插图清单.....	IX
附表清单.....	X
1 引言.....	1
1.1 课题背景及意义.....	1
1.2 国内外电磁探测算法研究现状.....	2
1.2.1 电磁探测技术.....	2
1.2.2 目标跟踪算法.....	3
1.3 课题主要内容.....	5
1.4 论文组织结构.....	6
2 正演模型.....	7
2.1 发射线圈磁场模型.....	7
2.2 感应偶极子模型.....	10
2.3 EMI 正演模型 .....	12
2.4 本章小节.....	13
3 基于滤波跟踪的目标探测方法.....	15
3.1 滤波跟踪.....	15
3.1.1 滤波跟踪数学模型.....	15
3.1.2 贝叶斯跟踪模型.....	15
3.2 卡尔曼滤波.....	16
3.3 扩展卡尔曼滤波.....	17
3.4 本章小节.....	18
4 EMI 目标探测算法的设计与实现 .....	20
4.1 系统模型.....	20
4.1.1 数据采集.....	20
4.1.2 状态转移模型.....	21
4.1.3 观测模型.....	22
4.2 初始状态估计.....	22
4.2.1 水平位置估计 .....	22

4.2.2 深度估计 .....	23
4.2.3 磁极化率张量估计 .....	24
4.3 基于 KF 和 EKF 的探测算法 .....	26
4.3.1 磁极化率张量探测 .....	26
4.3.2 目标位置探测 .....	27
4.3.3 KF-EKF 算法 .....	28
4.4 本章小节 .....	29
5 仿真与结果 .....	30
5.1 仿真系统 .....	30
5.1.1 物体主轴极化率模型 .....	30
5.1.2 仿真参数 .....	31
5.1.3 仿真结果 .....	32
5.2 目标探测算法结果 .....	38
5.2.1 初值估计性能 .....	38
5.2.2 KF-EKF 算法性能 .....	44
5.3 本章小节 .....	49
6 总结与展望 .....	50
6.1 本文工作总结 .....	50
6.2 未来研究展望 .....	51
参考文献 .....	52
作者简历及在学研究成果 .....	57
独创性说明 .....	59
关于论文使用授权的说明 .....	59
学位论文数据集 .....	61



## 插图清单

图 2-1	电流源 $dl$ 在 $r$ 处产生的磁场强度 $dH$ .....	8
图 2-2	环形线圈球面坐标系.....	9
图 2-3	轴对称物体探测示意图.....	11
图 2-4	电磁感应探测示意图.....	12
图 4-1	EMI 目标探测框图 .....	20
图 4-2	球形和圆柱形物体的二次场空间响应图.....	23
图 5-1	仿真系统框图.....	30
图 5-2	球形物体二次场响应空间强度图。.....	34
图 5-3	圆柱形物体二次场响应空间强度图。.....	35
图 5-4	圆柱形物体二次场响应空间强度图 ( $\theta=90^\circ$ ) .....	37
图 5-5	圆形物体探测场景图.....	38
图 5-6	球形物体水平位置估计结果.....	39
图 5-7	圆柱形物体水平位置估计结果.....	39
图 5-8	不同信噪比下的球形物体水平位置估计误差.....	40
图 5-9	不同姿态角下圆柱形物体水平位置估计误差.....	41
图 5-10	不同信噪比下的球形物体深度估计误差.....	42
图 5-11	不同深度下球形物体深度估计误差.....	42
图 5-12	不同姿态角下圆柱形物体深度估计误差.....	43
图 5-13	不同信噪比下球形物体磁极化率张量元素估计误差.....	44
图 5-14	不同姿态角下圆柱形物体磁极化率张量元素估计误差.....	44
图 5-15	球形物体 KF-EKF 算法的迭代性能。.....	45
图 5-16	圆柱形物体 KF-EKF 算法的迭代性能 ( $\theta=\phi=45^\circ$ ) .....	46
图 5-17	不同信噪比下 KF-EKF 算法的精度 (圆形物体) .....	47
图 5-18	不同姿态角下 KF-EKF 算法的精度 (圆柱形物体) .....	48

附表清单

表 4-1 KF-EKF 迭代算法 .....28

表 5-1 发射器仿真参数以及默认值 .....31

表 5-2 探测物体仿真参数以及默认值 .....32

表 5-3 数据采集仿真参数以及默认值 .....32

表 5-4 不同姿态角下的角度估计误差 .....49

# 1 引言

## 1.1 课题背景及意义

近些年，传感器技术、无线通信和定位技术、嵌入式计算技术和微机电系统等技术的快速发展，极大地推动了无线传感器网络的发展。其中目标探测是无线传感器网络最基本的功能，对实现无线传感网的应用起着关键的作用。目标探测技术在虚拟现实<sup>[1][2]</sup>、机器人包装<sup>[3][4]</sup>、微创无创手术<sup>[5]</sup>、产程检测<sup>[6]</sup>、物体运动跟踪<sup>[7][8]</sup>以及金属探测<sup>[9]</sup>等应用中起着至关重要的作用，对于工业仿真、工业生产、医疗探查、定位、环境勘测、国防等领域具有重要意义。

目前，目标探测主要的方法有：微光技术、热成像技术、激光技术以及电磁技术<sup>[10]</sup>。微光技术在强光环境中会出现光晕，且穿透性差。热成像技术具有一定的穿透性，可透过烟、雾、霾、雪等介质探测目标，但只能反映物体表面的温度分布，只适用于探测热源目标。激光技术波束窄、方向性好、抗干扰能力强，但其应用在医学领域时，过量的激光会对病人和医生都有一定的伤害，且设备昂贵。相比而言，电磁技术具有穿透性强、精度高、设计灵活、操作简单、无损等优点，且适用于水中、地下等复杂环境中，因此被广泛用于潜艇探测、金属探测、车辆跟踪以及对内窥镜定位等应用中。

按照激励源是静态地磁场还是电流环主动产生的交变磁场，电磁探测技术可分为磁异常探测(MAD, Magnetic Anomaly Detection)和电磁感应(EMI, Electromagnetic Induction)探测两大类。MAD 是通过观测和分析磁性目标所引起的地磁场畸变，进而对磁异常目标进行探测的技术<sup>[11]</sup>。然而，MAD 方法只能探测铁磁性目标，对于铜、铝、铅等材质的目标，则无法探测。在 EMI 方法中，首先利用电流环产生一个变化的磁场（主场），根据法拉第电磁感应定律，导体目标在变化磁场的作用下会产生感应涡流，进而产生另一变化的磁场（二次场），再通过观测和分析二次场，即可对目标进行探测<sup>[12]</sup>。此外，该技术所发射的磁场信号具有强穿透性，能够部署在水、地下等复杂环境中（如潜艇跟踪、地下环境勘探等），应用范围受限较小。

综上，相对于其他目标探测技术，电磁探测技术具有无损、高精度、穿透性强等天然优势，更加适用于复杂环境中的目标检测。在电磁检测技术中，主要有模型反演<sup>[13]</sup>、离线寻优<sup>[14]</sup>以及滤波<sup>[15]</sup>三类求解方法。其中，经典方法模型反演对噪声十分敏感，计算复杂度高，仅适用于高信噪比环境，且实时性差<sup>[16]</sup>。离线寻优方法虽然在低信噪比情形下性能较为稳定，但仅能探测直

线运行的目标。滤波的方法是采用系统的动态状态空间模型(DSSM, Dynamic State Space Model)来描述目标探测问题,能够从带噪声测量数据中,实时在线递推更新目标状态,因而成为了研究热点<sup>[15]</sup>。

采用滤波跟踪方法进行目标状态跟踪的主要难点在于:1)EMI模型中有高度非线性部分,增加滤波复杂度的同时,且影响滤波性能。2)滤波性能主要和初始状态有关,但初始状态不易确定,目标的方位-距离等信息就存在于空间磁场信号之中,却难以用简易的方法提取。为解决上述难题,本文研究了EMI模型,分析9参数模型中的非线性参数和线性参数部分,将其中的3个非线性参数和3个线性参数转换成另外6个的线性参数,降低了电磁感应模型的非线性参数个数,修改后的模型仅与位置相关的3个参数成非线性关系。在此基础上结合滤波跟踪方法研究电磁感应目标的探测算法,包括目标初值估计方法和滤波跟踪探测算法。本文用目标电磁响应的空间一阶矩来估计目标水平位置信息,再用改进的半峰波宽(FWHM, full width at half maximum)方法估计目标深度,最后用最小二乘法估计修改后模型中剩余的6个线性参数。并以作为此为滤波跟踪初值,结合KF(Kalman filter)和EKF(Extended kalman filter)得到KF-EKF算法,用以同时提取修改后模型中的线性参数和非线性参数,提高滤波估计精度,对于提升复杂环境中目标探测性能具有重要意义。

## 1.2 国内外电磁探测算法研究现状

### 1.2.1 电磁探测技术

地磁场的存在,使得本来不存在磁性的目标被磁化产生磁性,进而生成磁场,叠加在原有的地磁场上就会产生磁场畸变,也就是磁异常现象。通过检测和分析磁异常数据,即可探测到磁异常目标的位置以及磁矩。最近几十年,MAD技术飞速发展,经历了总磁场强度(TMI, Total Magnetic Intensity)测量、磁场分量与梯度测量以及全张量磁力梯度(Full Tensor Magnetic Gradiometry)测量等阶段,与之对应的目标探测方法也由总场反演<sup>[13]</sup>、梯度反演<sup>[17][18]</sup>、梯度张量反演<sup>[19]</sup>发展到滤波跟踪算法<sup>[15]</sup>。传统的基于TMI和分量的探测方法主要是在偶极子模型的基础上,建立目标函数,通过大量观测位置的测量值,利用最优化算法,求出最优模型参数,计算复杂度较大。而全张量磁力梯度测量的是磁场矢量在三个空间方向上的梯度,不受TMI测量的限制,所测量结果能够很好的反应探测目标磁矩信息,且张量元素受地磁场的影响小,无需特殊处理即可很好的描述目标磁源。由全张量磁力梯度和

总场测量可直接求解出位置和磁源信息，但求解结果对噪声十分敏感。

基于 EMI 的探测技术所发射的时变磁场将在导体表面上产生涡流，通过检测涡流产生的二次场，即可探测导体目标的位置和姿态信息，目前 EMI 探测技术在探测磁性和非磁性金属目标上已取得较大的成功<sup>[12]</sup>。EMI 技术可以再细分为时域电磁（TDEM, Time Domain Electromagnetic）感应<sup>[20]</sup>和频域电磁（FDEM, Frequency Domain Electromagnetic）感应<sup>[21]</sup>。在 TDEM 方法中，发射脉冲信号，通过分析接收磁场信号的幅度以及衰减特性，来确定探测目标的位置、电导率、磁导率、形状和大小。与 TDEM 方法不同，FDEM 发射的是多个低频频率叠加的谐波信号（通常只有一个），通过分析接收磁场信号不同频率信号的幅度和相位，得到探测目标的位置和姿态等信息。近几十年，EMI 传感器技术不断发展，TDEM 传感器主要有 EM61、EM61-3D<sup>[22]</sup>、MetalMapper<sup>[23]</sup>和 TEMTADS<sup>[24]</sup>等，FDEM 主要有 Förster Minex<sup>[25]</sup>、GEM-3 及 GEM-3E<sup>[26]</sup>等。无论是 TDEM 方法和 FDEM 方法，当探测目标的尺寸一般远小于测量点到探测目标之间的距离，可将探测目标近似为一磁偶极子，满足一般工程应用的需求<sup>[27]</sup>。所等效磁偶极子大小与探测目标姿态、主轴磁极化率和主发射磁场有关<sup>[28]</sup>，因此 EMI 模型是目标位置、姿态、磁极化率的高维非线性模型。

综上所述，电磁探测技术主要有 MAD 和 EMI 两类，两者本质都是通过观测目标对激励磁场的响应磁场来检测目标的位置，但 MAD 只能检测铁磁性目标，EMI 同时能够检测到铁磁性和非电磁性金属目标。这两类技术都是将探测目标视作磁偶极子，只是探测目标产生磁偶极子的方式不同。前者的激励场是地磁场，后者的激励场是线圈发射的磁场，因而本文将电磁探测技术中所用的模型统称为 EMI 模型。磁偶极子产生的磁场是关于位置的非线性函数，故 EMI 模型也是关于位置的非线性函数。此外探测目标所等效的磁偶极矩与姿态和主轴极化率有关，故 EMI 模型是关于目标位置、姿态、磁极化率的高维非线性模型。

### 1.2.2 目标跟踪算法

解析反演方法是求解 EMI 模型中参数的一种传统方法，主要包括梯度搜索方法<sup>[29][30][31][32]</sup>、差分进化算法<sup>[33]</sup>、遗传算法<sup>[34]</sup>和模拟退火算法<sup>[35]</sup>，但基于梯度搜索方法往往容易陷入局部最优值，差分进化、遗传算法和模拟退火等启发式搜索算法虽然能够得到全局最优值，但面临高维的 EMI 模型时，搜索代价太大，求解复杂度高，影响探测的实时性。也有些学者将滤波跟踪算法用到 EMI 目标探测中<sup>[36][37]</sup>，用于提高探测速度，满足系统的实时性能。基于

DSSM 的滤波跟踪算法能够在有噪声的情形下, 实时跟踪探测目标的状态, 对噪声鲁棒性强, 且算法复杂度低。近些年, 基于滤波的目标探测技术成为了当下的研究热点。

2011 年, Marius Birsan 采用动态系统的贝叶斯估计来表述目标位置、磁矩和速度探测问题, 并提出用粒子滤波器 (PT, Particle Filter) 的蒙特卡洛方法进行求解, 结合状态模型和偶极子模型实时递推探测目标状态, 以改善传统的磁梯度张量反演结果不稳定的问题, 结果表明, 即便不采用梯度张量的所有分量, 递推法仍然比直接反演法对噪声的稳健性更强<sup>[15]</sup>。2013 年, 吴志东等人提出一种高斯混合采样滤波 (GMSPPF, Gaussian-mixture sigma-point particle filter) 算法, 用以实现磁目标的跟踪, 实验结果表明, 与 PF 算法和 Sigma 点粒子滤波算法相比, GMSPPF 探测性能较好, 且计算复杂度更低<sup>[38]</sup>。2014 年, 杨明明等人针对传统单点磁梯度张量定位方法易发散的问题, 基于偶极子模型和磁梯度张量同磁场强度的关系, 建立了张量定位的 DSSM, 采用 KF 对目标位置、速度和测距进行估计, 并进行仿真验证, 结果表明基于 KF 的定位方法具有较高的检测精度和稳定性<sup>[39]</sup>。

基于 PT 的探测算法, 在面对偶极子跟踪这样的高维、强非线性和大初始误差的滤波估计问题时, 虽然能够克服非线性问题, 但其所需粒子数量随着问题维数的扩大呈几何级增长, 出现“维数灾”问题。KF 是基于后验分布前两阶矩近似的线性最小均方估计器 (LMMSE, Linear Minimum Mean Square Estimator), 故当噪声满足高斯分布时, 基于 KF 探测算法性能最优, 但基于 PT 的探测算法适用于任何噪声分布。两类滤波算法各有优劣, 近几年, 研究人员陆续对它们进行了优化。2014 年, Bhashyam Balaji 等采用扩展卡尔曼滤波 EKF 解决动态系统中的贝叶斯估计问题, 用于跟踪大型铁磁体 (如船舶) 的运动状态和磁参数<sup>[40]</sup>。2014 年, 张宏欣等人针对一般非线性滤波存在目标探测性能不佳和滤波结果发散的问题, 提出了一种改进粗糙化粒子滤波算法, 该算法基于传统的欧拉反演方法, 能够克服粒子贫化问题, 仿真结果表明, 相比于目前的非线性滤波目标探测算法, 该算法探测精度高, 且鲁棒性强<sup>[41]</sup>。2014 年, 余振华等人针对车辆的磁场跟踪问题, 设计使用了非线性滤波算法的“双传感器”和梯度计方案, 结合了传统的 Euler 反演法和 Kalman 算法提出了一种新的梯度张量目标检测方案, 并对这几种方案进行了非线性滤波的 Cramer-Rao 下限分析, 最终给出仿真结果, “双传感器”方案和梯度计方案均能实现对车辆的跟踪, 但梯度张量方案则能更精确的估计车辆磁矩<sup>[42]</sup>。2015 年, 周惠华等提出了一种基于混合卡尔曼滤波 (MKF, Mixed Kalman Filter) 的方法, 用以解决传统粒子滤波在求解偶极子跟踪问题出现的“维数

灾”问题，该方法通过利用 KF 和 PF 进行耦合处理，规避了经典粒子滤波直接用于偶极子跟踪时出现的低精度和滤波发散问题，仿真结果表明，与基于传统 PF 的偶极子目标探测方法相比，MKF 方法探测精度较高，且稳健性高<sup>[43]</sup>。2016 年，吴垣甫等针对基于 KF 算法的目标探测算法在大初始误差条件下易出现发散的问题，提出了一种递推观测更新的卡尔曼滤波算法，将观测更新刻画成递推更新过程，降低大初始误差带来的非线性误差，仿真和实验结果表明，该算法能够较为有效的抑制目标探测中大初始误差导致的滤波发散问题<sup>[44]</sup>。2017 年，张宏欣等人提出了一种新的渐进贝叶斯滤波器（PBF, Progressive Bayesian Filter），仿真和实测结果表明，相对于一般的基于 KF 的磁偶极子探测算法，PBF 具有较好的初值鲁棒性和较低的计算复杂度<sup>[16]</sup>。

综上所述，国内外关于基于滤波跟踪的 EMI 探测方法研究取得了一定的成果，但是关于它的研究大多集中在如何降低初值敏感性以防止滤波发散，比如 KF 和 PF 耦合处理、PBF 以及粗糙化滤波算法等。而关于如何有效快速获取较为精确的初值估计，其相关研究较少。

### 1.3 课题主要内容

由上文的国内外研究现状可知，基于滤波跟踪的电磁探测技术近些年受到了广大研究学者的关注，并获得了大量的成果，但是关于它的研究大多集中在如何降低初值敏感性以防止滤波发散，如何有效快速获取高精度的初值估计的相关研究较少。本文在 EMI 原理的基础上，研究基于滤波跟踪的目标探测方法，解决以下两个问题：1) EMI 模型中有高度非线性部分，增加滤波复杂度的同时，还严重影响滤波性能。2) 滤波性能主要和初始状态有关，但初始状态不易确定，目标的方位-距离等信息就存在于空间磁场信号之中，却难以用简易的方法提取。为此，本文在研究了国内外相关解决方法的基础上，对如何降低 EMI 模型非线性和求解初始状态做了相应研究。本文的主要研究内容如下：

#### 1) 改进 EMI 模型，减少模型中的非线性参数的提取

在 EMI 模型中，物体感应磁场与位置、姿态以及主轴磁极化率等 9 个参数有关，其中与位置和姿态相关的 6 个参数成非线性关系，与主轴磁极化率 3 个参数成线性关系。为降低模型的非线性，本文对 EMI 模型进行了修改，使其非线性仅与位置 3 个参数相关，将模型的非线性参数数量从 6 个降低到 3 个。

#### 2) 基于改进 EMI 模型的初始状态提取方法

研究改进的 EMI 模型，只要提取到探测目标的位置信息，另外 6 个线性参数可以很容易求解。为了从空间磁场信号中提取目标初始状态，本文分别采用磁场信号的空间一阶矩和改进的（FWHM, full width at half maximum）来提取目标的水平位置和深度，再用最小二乘法求解磁极化率张量中 6 个独立元素，并用 Tikhonov 正则化改善求解过程中可能出现的非适定问题。

### 3) 基于 KF 和 EKF 的目标探测算法

本文结合 KF 和 EKF 得到 KF-EKF 算法，以同时提取改进 EMI 模型中的线性参数和非线性参数，并用本文所提出的初始状态提取方法获取 KF-EKF 算法的迭代初值。

## 1.4 论文组织结构

本文详细的内容安排如下：

第 1 章，对本文的课题背景以及相关技术的国内外研究现状进行了论述。

第 2 章，介绍发射线圈模型和感应偶极子模型，给出一般情形下的 EMI 正演模型，并对模型进行改进，降低模型的非线性。

第 3 章，阐述基于滤波的目标探测方法理论，包括滤波跟踪数学模型、卡尔曼滤波和扩展卡尔曼滤波。

第 4 章，详实的给出 EMI 目标探测算法的设计与实现，包括系统模型，初始状态估计和基于 KF 和 EKF 的探测算法。

第 5 章，仿真与结果，搭建仿真平台，对多提出的初值估计算法和 KF-EKF 算法进行仿真验证和性能分析。

第 6 章，总结与展望。



## 2 正演模型

为了通过观测磁场数据得到探测目标的位姿信息以及物理参数，用一个合适的正演模型来刻画 EMI 响应是必要的。在许多探测应用中，探测目标都为金属，在本论文中，仅研究探测目标为金属的情况。

本章将从两个方面介绍正演模型，首先介绍环形线圈的磁场模型，得到在金属目标处的激励场。然后介绍物体的感应偶极子模型，根据激励场和物体的极化率可得到感应磁矩大小，紧接着可以得到空间中任意位置的感应磁场。最后，将结合发射线圈模型和感应偶极子模型，推导得到一般情况下金属目标探测的正演模型。

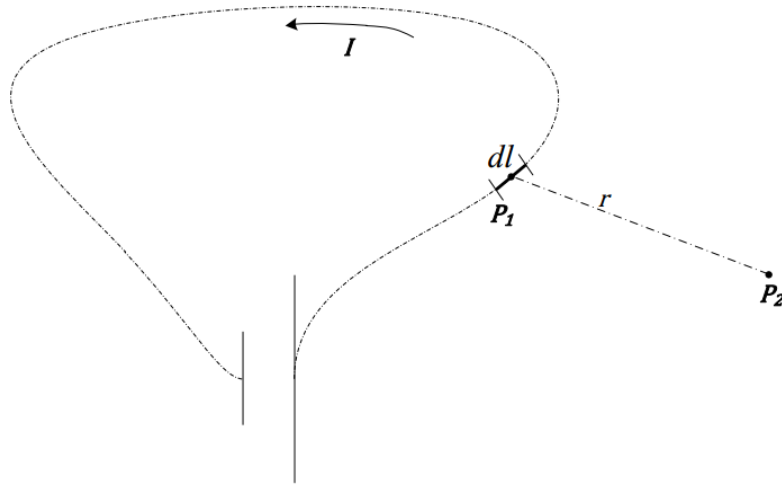
### 2.1 发射线圈磁场模型

在 EMI 探测方法中，需要产生激励磁场作用到金属目标上，一般采用电流线圈的方法来产生磁场，且其所产生的磁场可以利用毕奥-萨伐尔（Biot-Savart）定律精确的进行演算。因而本文采用线圈产生的磁场作为 EMI 方法中的磁场源（主场）。

具有轴对称性的磁偶极子线圈不仅易于制作，而且磁场结构简单，因此这是最理想的选择。而且磁偶极子半径相对于与观测点的距离可以忽略不计，可以在推导磁场空间分布时忽略磁偶极子半径这个量，大大简化磁偶极子天线的磁场分布公式。

理想化的磁偶极子线圈是由小圆环电流产生的，但实际中线圈是有一定的横截面积，且由导线一匝一匝的绕制而成，电流密度分布不均匀。由于忽略线圈的电流分布不均匀性，并不明显影响精度，因此本文将不考虑电流的分布不均匀性。

接下来将论述小圆环电流产生的磁场分布的推导过程。


 图 2-1 电流源  $dl$  在  $r$  处产生的磁场强度  $dH$ 

如图 2-1 所示，根据毕奥-萨伐尔定律，导线某处电流源  $dl$  在距离  $r$  处所产生的磁场强度  $dH$  为<sup>[45]</sup>：

$$dH = \frac{I dl \times \hat{r}}{4\pi r^2} \quad (A \cdot m^{-1}) \quad (2-1)$$

其中

$I$  = 在  $P_1$  位置通过导线段时的电流 (A)

$dl$  = 载流线段 (m)

$\hat{r}$  = 从导线到观测点  $P_2$  的单位位置矢量

$r$  = 从导线  $P_1$  到观测点  $P_2$  的欧式距离的大小 (m)

$dH$  = 由于  $I$  通过载流线段  $dl$  所产生的磁场强度 ( $A \cdot m^{-1}$ )

将梯度算符

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k} \quad (2-2)$$

作用于  $\frac{1}{r}$ ，得到：

$$\nabla \left( \frac{1}{r} \right) = -\frac{\hat{r}}{r^2} \quad (2-3)$$

代入式(2-1)积分得：

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \frac{1}{4\pi} \int \nabla \left( \frac{1}{r} \right) \times I d\mathbf{l} \\ &= \frac{1}{4\pi} \int \left[ \nabla \times \left( \frac{1}{r} I d\mathbf{l} \right) - \frac{1}{r} \nabla \times (I d\mathbf{l}) \right] \end{aligned} \quad (2-4)$$

由于梯度算符  $\nabla$  是对点坐标做微分运算，故  $\nabla \times (I d\mathbf{l}) \equiv 0$ 。代入式(2-4)化简得

$$\mathbf{H} = \frac{1}{4\pi} \int \nabla \times \left( \frac{1}{r} \mathbf{Idl} \right) \quad (2-5)$$

因为梯度算符是对点坐标进行的，所以可以提到积分号外侧，即：

$$\mathbf{H} = \nabla \times \left[ \frac{1}{4\pi} \int \frac{I d\mathbf{l}}{r} \right] = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A} \quad (2-6)$$

式(2-6)中,  $\mu_0$  为真空磁导率,

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\mathbf{l}}{r} \quad (2-7)$$

是磁矢势。根据磁感应强度  $\mathbf{B}$  与磁场强度  $\mathbf{H}$  的关系:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \quad (T) \quad (2-8)$$

可得磁感应强度

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2-9)$$

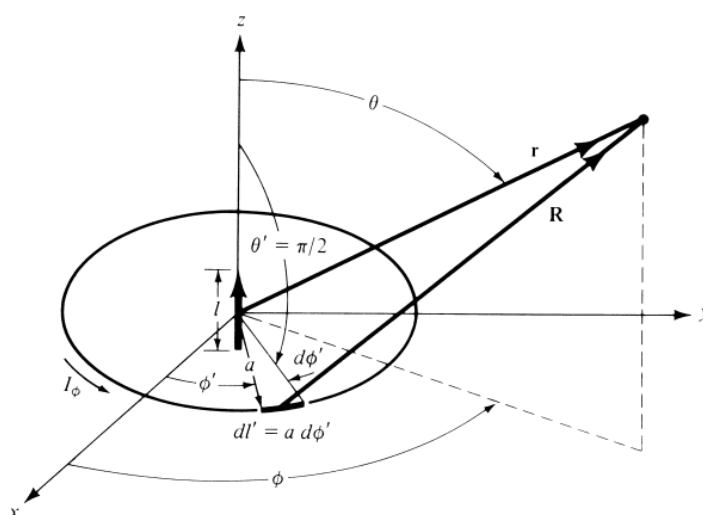


图 2-2 环形线圈球面坐标系

如图 2-2 所示, 空间中有一半径为  $a$  的环形线圈, 线圈中加载了角频率为  $\omega$  的谐变电流  $I = I_0 e^{-j\omega t}$ 。在球面坐标系中, 环形线圈的中心位于坐标原点, 其法线方向为  $z$  轴。为计算任意一点  $P(r, \theta, \phi)$  的磁感应强度  $\mathbf{B}$ , 首先计算线圈上载流线段  $d\mathbf{l}$  在  $\mathbf{P}$  点所产生的磁矢势, 然后沿电流环进行环路积分, 即可得到  $\mathbf{P}$  点的磁矢势, 根据式(2-7), 可得空间内任意一位置  $P(r, \theta, \phi)$  处的磁矢势为 (省略常数  $e^{-j\omega t}$ ):

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_C I_0 \exp(-jk_r r) \frac{\exp(-jk_r(R-r))}{R} d\mathbf{l} \quad (2-10)$$

式中,  $R$  为观测点  $P$  距离线圈上载流线段  $\mathbf{a}$  的距离,  $k_r = \frac{2\pi}{\lambda}$  为电磁波在传播介质中的波数,  $\lambda = \frac{2\pi v}{\omega}$  为电磁波波长,  $v$  为介质中波速。若  $r \gg a$ , 即观测

点离线圈中心距离远远大于线圈半径，则环形线圈可被视为一个震荡的磁偶极子。将式(2-10)代入式(2-9)并简化，可得<sup>[46]</sup>：

$$B_r = j \frac{\mu_0 k_r a^2 I_0 \cos \theta}{2r^2} \left[ 1 + \frac{1}{jk_r r} \right] \exp^{-jk_r r} \quad (2-11)$$

$$B_\theta = -\frac{\mu_0 (k_r a)^2 I_0 \sin \theta}{4r} \left[ 1 + \frac{1}{jk_r r} - \frac{1}{(k_r r)^2} \right] \exp^{-jk_r r} \quad (2-12)$$

$$B_\phi = 0 \quad (2-13)$$

## 2.2 感应偶极子模型

主场作用到金属目标后，将在其表面产生涡流，使用磁传感器即可观测到涡流产生的二次场  $\mathbf{B}_s(\omega)$ 。当传感器距离目标足够远时，所观测信号可以等效为目标位置处感应偶极子的信号<sup>[47][48][49][50]</sup>（探测目标等效为一个点）：

$$\mathbf{B}_s(\omega) = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \mathbf{m}(\omega) \cdot (3\hat{\mathbf{r}}\hat{\mathbf{r}} - \bar{\mathbf{I}}) \quad (2-14)$$

式中， $\mathbf{m}(\omega)$ 为角频率是 $\omega$ 时在金属目标位置处的感应偶极矩， $r$ 为传感器到金属目标中心的距离， $\hat{\mathbf{r}}$ 为金属目标中心指向传感器中心的单位矢量， $\bar{\mathbf{I}}$ 为单位矩阵。

感应偶极矩大小与主场是通过一个与频率有关的 $3 \times 3$ 磁极化张量 $\mathbf{M}(\omega)$ 成线性相关的，除了一些其他非偶极子因素， $\mathbf{M}(\omega)$ 充分体现了金属目标的EMI偶极子响应，且该模型假设在探测目标位置处主场均匀分布。

当角频率为 $\omega$ 时，感应偶极矩 $\mathbf{m}$ ，可以表示成主场 $\mathbf{B}_p$ 的函数：

$$\mathbf{m} = \mathbf{M}\mathbf{B}_p \quad (2-15)$$

式中，张量元素 $\mathbf{M}_{pq}(p, q=1, 2, 3)$ 都是无量纲的，并且与金属目标电特性、形状以及在主场中的方向有关。它们实际上是复数，反映了主磁场和感应磁场之间的相移。

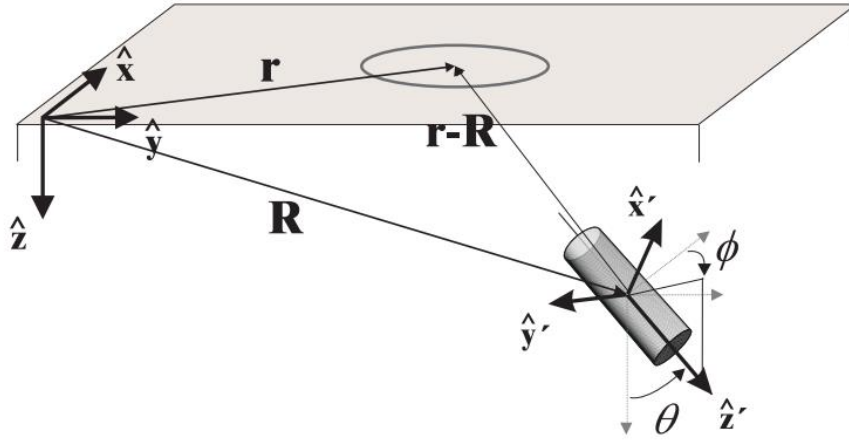


图 2-3 轴对称物体探测示意图

$\mathbf{M}$  是一个对称矩阵，因此可以通过合适的坐标转换系统进行对角化：

$$\mathbf{M} = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^T \quad (2-16)$$

式中， $\mathbf{\Lambda}^T$  表示矩阵  $\mathbf{\Lambda}$  的转置， $\mathbf{U}$  为观测坐标系与金属目标主轴坐标系之间的转换矩阵，又称欧拉旋转张量，能够将观测坐标系中的向量  $\mathbf{v}$  转换成物体坐标系中向量  $\mathbf{v}'$  [51]：

$$\mathbf{v}' = \mathbf{U} \mathbf{v} \quad (2-17)$$

式中，欧拉旋转张量  $\mathbf{U}$  为：

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \cos \theta & -\sin \theta \\ -\sin \psi \cos \phi + \cos \psi \sin \theta \sin \phi & \sin \psi \cos \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi & -\cos \psi \sin \phi + \sin \psi \sin \theta \cos \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2-18)$$

式中， $\psi$ 、 $\theta$  和  $\phi$  分别为偏航、俯仰和侧倾角，当物体为轴对称物体时，偏航角  $\psi = 0$ ，此时欧拉旋转张量为：

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \sin \theta & 0 & -\sin \theta \\ \sin \theta \sin \phi & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ \sin \theta \cos \phi & -\sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2-19)$$

式中，此时  $\theta$  为目标物体对称轴（图 2-3 中的  $\hat{\mathbf{z}}'$ ）与观测坐标系垂直轴（图 2-3 中的  $\hat{\mathbf{z}}$ ）之间的夹角， $\phi$  为  $\hat{\mathbf{z}}'$  在水平面的投影与  $\hat{\mathbf{x}}$  的夹角。

极化率张量  $\mathbf{M}$  的特征值  $\bar{\mathbf{M}}_i(\omega)$  对应于目标物体的主轴依次和主场方向对齐时的响应。注意到偶极子模型并不是简单的空间响应，实际上，金属目标在任何方向上的响应是与每个主轴相关联的响应的线性组合。因此，感应的总磁偶极矩  $\mathbf{m}$  不一定会和主场同一个方向。从下面一个简化的感应偶极子模

型中，可以清楚明白这一点。该模型也经常用于圆柱形目标中：

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}_L + \mathbf{m}_T = \bar{\mathbf{M}}_L \mathbf{B}_L + \bar{\mathbf{M}}_T \mathbf{B}_T \quad (2-20)$$

式中， $L$  代表纵向（沿着物体对称轴）， $T$  代表径向方向（垂直于对称轴方向）。式(2-20)又可等价于用以下极化率张量（对角化形式）描述：

$$\bar{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \bar{M}_L & 0 & 0 \\ 0 & \bar{M}_T & 0 \\ 0 & 0 & \bar{M}_T \end{bmatrix} \quad (2-21)$$

这种简化模型经常应用于轴对称形状的物体，因此仅需要两个特征值（换句话说，仅有两个特征值是唯一的）。不规则形状物体，在三个正交方向上都有不同的响应。

### 2.3 EMI 正演模型

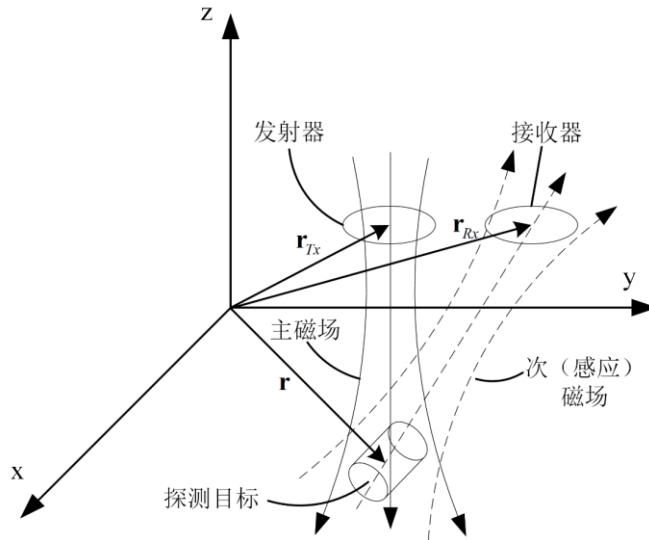


图 2-4 电磁感应探测示意图

如图 2-4 所示，探测目标在发射线圈产生的主磁场信号的作用下，将产生感应磁场，在空间中任意位置观测到的感应磁场为（为了表达简洁，常数已省略）：

$$\mathbf{B}_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{Tx}, \mathbf{r}_{Rx}, \psi, \theta, \phi, \boldsymbol{\beta}) = \mathbf{G}\mathbf{m} = \mathbf{G}\mathbf{U}\bar{\mathbf{M}}\mathbf{U}^T\mathbf{B}_p \quad (2-22)$$

式中， $\mathbf{r}$ 、 $\mathbf{r}_{Tx}$  和  $\mathbf{r}_{Rx}$  分别为探测目标、发射线圈和观测点的位置矢量； $\psi$ 、 $\theta$  和  $\phi$  为物体的姿态角， $\boldsymbol{\beta} = [\beta_x, \beta_y, \beta_z]^T$  为探测目标三轴极化率； $\mathbf{G}$  为格林函数，仅与位矢  $\mathbf{r}_{Rx} - \mathbf{r}$  有关； $\mathbf{B}_p(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{Tx})$  为探测目标处的主场大小，由式(2-11)、(2-12)和(2-13)计算得出； $\mathbf{U}(\psi, \theta, \phi)$ 、 $\bar{\mathbf{M}}(\boldsymbol{\beta})$  分别为欧拉旋转张量和极化率张量，其具

体含义上节已给出，此处不再赘述。

由式(2-22)可知，二次场与姿态角成非线性关系，与磁极化率 $\beta$ 成线性关系，因此姿态角的估计需要求解一个非线性方程，相对而言代价较大。另一方面，由(2-16)可知，磁极化率张量矩阵 $\mathbf{M}$ 为标准正交矩阵乘以对角阵再乘以标准正交矩阵的转置，可以证明 $\mathbf{M}$ 为 $3 \times 3$ 对称矩阵<sup>[52]</sup>，因此其中只有 6 个独立元素，故 $\mathbf{M}$ 可以表示如下：

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{12} & M_{22} & M_{23} \\ M_{13} & M_{23} & M_{33} \end{bmatrix} \quad (2-23)$$

$\mathbf{M}$  仅与探测目标姿态和三轴磁极化率 $\beta$ 有关，因此在探测过程中， $\mathbf{M}$  恒定不变，而且二次场与 $\mathbf{M}$ 成线性关系。因此可以从测量数据中提取 $\mathbf{M}$ ，而不用直接提取目标的三轴磁极化率和三个姿态角，减少非线性参数的提取，将极大提高求解精度和计算效率。一旦 $\mathbf{M}$ 中 6 个参数被提取出来，三轴磁极化率 $\beta$ 和三个姿态角直接被求出。

对 $\mathbf{M}$ 做特征值分解，可得：

$$\mathbf{M} = \mathbf{Q}\Sigma\mathbf{Q}^{-1} \quad (2-24)$$

其中 $\Sigma$ 为对角阵，每一个对角线上的元素都是 $\mathbf{M}$ 的特征值，而 $\beta$ 对应 $\Sigma$ 对角线上的每一个元素。又由于 $\mathbf{M}$ 为对称矩阵，故 $\mathbf{Q}^T = \mathbf{Q}^{-1}$ ，因此 $\mathbf{U} = \mathbf{Q}$ ，而对应的姿态角可联立式(2-18)求出：

$$\theta = \sin^{-1} \mathbf{Q}_{13} \quad (2-25)$$

$$\phi = \sin^{-1} \left( \frac{\mathbf{Q}_{23}}{\cos \theta} \right) \quad (2-26)$$

$$\psi = \cos^{-1} \left( \frac{\mathbf{Q}_{11}}{\sin \theta} \right) \quad (2-27)$$

在实际探测目标过程中， $\mathbf{r}_{Tx}$ 和 $\mathbf{r}_{Rx}$ 分别为发射器和接收器的位置，是人为给定的已知参数，故式(2-22)可进一步抽象为：

$$\mathbf{B}_s = \mathbf{F}(\mathbf{a}) \quad (2-28)$$

式中， $\mathbf{a} = [x, y, z, M_{11}, M_{22}, M_{33}, M_{12}, M_{13}, M_{23}]$ 为一个 9 维向量， $x$ 、 $y$ 和 $z$ 为目标物体在坐标系中的坐标。

## 2.4 本章小节

本章给出了 EMI 探测领域的正演模型，包括发射线圈模型和物体的感应偶极子模型，并结合两者推导出一般情形下的 EMI 正演模型，即式(2-22)。

为了降低该模型的非线性性，将该模型中主轴磁极化率和姿态角改为了磁极化率张量矩阵中的 6 个独立元素，即式(2-28)。

在复杂环境下对金属目标进行探测，是根据金属目标的空间二次场响应  $\mathbf{B}_s$ ，分析估计得到  $\mathbf{a}$  的过程。传统的反演方法是在一空间内采集若干组二次场数据，通过参数优化算法（如梯度下降、牛顿法），根据最小均方误差准则（MMSE, Minimum Mean Squared Error），寻找一组最优参数  $\mathbf{a}_{opt}$ ，使得根据式(2-28)计算得到的磁场分布在采样点位置处与样点最为接近。在求解的每次迭代过程中，需要计算每个样点处的磁场分布以及雅格比行列式，计算复杂度高，求解效率低。而且通常要求解一个病态系统，导致探测精度对噪声及其敏感，稳定性差。另一方面，探测过程可以抽象为一个 DSSM，这样就将参数优化的问题转化为贝叶斯估计问题，这类问题求解方式主要有 KF 和 PF 两种方法，PF 通过使用序列蒙特卡洛法来统计出状态向量的后验概率分布，后验分布的最大值位置即为最优估计向量；而 KF 则假设在系统的每个状态下的后验概率密度函数都满足高斯分布，因此求得高斯分布的两个参数即可得到最大概率的状态向量。PF 的性能直接与粒子数成正相关，然而在面对  $\mathbf{a}$  这样的 9 维向量，将出现维数“灾”问题，如此高的计算复杂度，难以实际应用。相比而言，KF 计算复杂度低，在高斯噪声分布下性能优异。



### 3 基于滤波跟踪的目标探测方法

基于 EMI 原理来探测金属目标的位姿以及极化率信息，可以等效为一个动态系统里状态向量，通过目标跟踪算法来达到目标探测的目的。

本章将从三个方面来阐述基于滤波的目标探测方法。

第一节介绍滤波跟踪，通过建模详细刻画出状态向量的跟踪问题。

第二节介绍线性高斯条件下理想滤波器-KF。

第三节介绍将非线性函数近似为线性的 EKF 算法。

#### 3.1 滤波跟踪

##### 3.1.1 滤波跟踪数学模型

假设跟踪目标的状态向量序列  $\{\mathbf{x}_k, k \in \mathbb{N}\}$  存在以下关系：

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{f}_k(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{v}_{k-1}) \quad (3-1)$$

式中， $\mathbf{f}_k : \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_v} \rightarrow \mathbb{R}^{n_x}$  为状态向量  $\mathbf{x}_{k-1}$  的函数， $\{\mathbf{v}_k, k \in \mathbb{N}\}$  是独立同分布的过程噪声， $n_x$ ， $n_v$  分别是状态向量和噪声向量的维数， $\mathbb{N}$  为自然数集。目标跟踪的目标就是递归的从测量向量  $\mathbf{z}_k$  中估计  $\mathbf{x}_k$ ：

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{n}_k) \quad (3-2)$$

式中， $\mathbf{h}_k : \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_n} \rightarrow \mathbb{R}^{n_z}$  是  $\mathbf{x}_k$  的一个函数， $\mathbf{n}_k$  是独立同分布的测量噪声， $n_x$ ， $n_z$  分别是测量向量和测量噪声向量的维数。

滤波跟踪，就是根据系统  $k$  时刻之前所有可用测量向量集  $\mathbf{z}_{1:k} = \{\mathbf{z}_i, i=1, \dots, k\}$  估计状态向量  $\mathbf{x}_k$ 。

接下来将从概率角度出发，阐述滤波跟踪问题。

##### 3.1.2 贝叶斯跟踪模型

从贝叶斯角度出发，跟踪问题就是根据  $k$  时刻所有的测量数据  $\mathbf{z}_{1:k}$ ，递归的计算系统  $k$  时刻状态向量  $\mathbf{x}_k$ 。因此，这里需要构建概率密度函数  $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k})$ 。

假设状态向量的初始概率密度函数  $p(\mathbf{x}_0 | \mathbf{z}_0) \equiv p(\mathbf{x}_0)$  ( $\mathbf{z}_0$  是没有测量值的)。则概率密度函数  $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k})$  才有可能递归的求出，其过程分为两步：预测和更新。

假设  $k-1$  时刻的概率密度函数  $p(\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{z}_{1:k-1})$  已经求出，预测步骤则可以通过

系统模型(3-1)和马尔科夫方程式<sup>[53]</sup>来获得  $k$  时刻的先验概率密度函数:

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) = \int p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) p(\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{z}_{1:k-1}) d\mathbf{x}_{k-1} \quad (3-3)$$

式(3-3)中, 使用了一阶马尔科夫过程  $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{z}_{1:k-1}) = p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1})$ 。概率密度的状态转换模型由系统状态方程(3-1)和已知统计特性的过程噪声  $\mathbf{v}_k$  所决定。

在时刻  $k$ , 测量向量  $\mathbf{z}_k$  已知, 根据贝叶斯准则<sup>[54]</sup>可得:

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k}) = \frac{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})}{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})} \quad (3-4)$$

式中, 归一化常数

$$p(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) = \int p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) d\mathbf{x}_k \quad (3-5)$$

依赖于似然函数  $p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k)$ , 其中  $p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k)$  由测量模型(3-2)和已知统计特性的测量噪声向量所决定。在更新(3-4)式时, 测量值  $\mathbf{z}_k$  用来修改先验概率密度分布, 进而得到当前系统状态的后验概率密度函数。

式(3-3)和式(3-4)的重复使用就形成了贝叶斯最优解的基础<sup>[55]</sup>。这种后验概率密度的递归传播只是一种概念上的解, 在一般情况下, 得不到它的解析解。解决方案确实存在于一组限制性的情况中, 其中包括下一节中描述的卡尔曼滤波器。

### 3.2 卡尔曼滤波

卡尔曼滤波假设在系统的每一个时刻  $k$  后验概率密度函数都服从高斯分布, 因而可以通过用均值和协方差来这两个参数来刻画。

假设  $p(\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{z}_{1:k-1})$  服从高斯分布, 可以证明  $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k})$  也服从高斯分布, 当以下条件被满足的情况下<sup>[56]</sup>:

- 噪声  $\mathbf{v}_{k-1}$  和  $\mathbf{n}_k$  都为已知参数的高斯分布
- 状态转移函数  $\mathbf{f}_k(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{v}_{k-1})$  是关于  $\mathbf{x}_{k-1}$  和  $\mathbf{v}_{k-1}$  的线性函数, 并且函数形式已知
- 观测函数  $\mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{n}_k)$  是关于  $\mathbf{x}_k$  和  $\mathbf{n}_k$  的线性函数, 并且函数形式已知

当假设条件满足时, 式(3-1)和(3-2)可表示为:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{v}_{k-1} \quad (3-6)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{n}_k \quad (3-7)$$

式中,  $\mathbf{F}_k$  和  $\mathbf{H}_k$  为已知的定义线性函数的系数矩阵。

$\mathbf{v}_{k-1}$  和  $\mathbf{n}_k$  的协方差矩阵分别为  $\mathbf{Q}_{k-1}$  和  $\mathbf{R}_k$ , 一般认为  $\mathbf{v}_{k-1}$  和  $\mathbf{n}_k$  的均值都为 0 并

且在统计上相互独立。注意到系统矩阵  $\mathbf{F}_k$  和测量矩阵  $\mathbf{H}_k$  以及噪声参数  $\mathbf{Q}_{k-1}$  和  $\mathbf{R}_k$  都可以随着系统时刻  $k$  变化而变化的。

KF 算法由式(3-3)和(3-4)推导而来，最终可以表述为以下递推关系：

$$p(\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{z}_{1:k-1}) = N(\mathbf{x}_{k-1}; \boldsymbol{\mu}_{k-1|k-1}, \mathbf{P}_{k-1|k-1}) \quad (3-8)$$

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) = N(\mathbf{x}_k; \boldsymbol{\mu}_{k|k-1}, \mathbf{P}_{k|k-1}) \quad (3-9)$$

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k}) = N(\mathbf{x}_k; \boldsymbol{\mu}_{k|k}, \mathbf{P}_{k|k}) \quad (3-10)$$

式中，

$$\boldsymbol{\mu}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \boldsymbol{\mu}_{k-1|k-1} \quad (3-11)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{Q}_{k-1} + \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_k^T \quad (3-12)$$

$$\boldsymbol{\mu}_{k|k} = \boldsymbol{\mu}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \boldsymbol{\mu}_{k|k-1}) \quad (3-13)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \quad (3-14)$$

$N(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}, \mathbf{P})$  为关于参数  $\mathbf{x}$  的高斯分布概率密度函数，其均值和协方差矩阵分别为  $\boldsymbol{\mu}$  和  $\mathbf{P}$ ，并且

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (3-15)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1} \quad (3-16)$$

分别为新项  $\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \boldsymbol{\mu}_{k|k-1}$  的协方差矩阵和卡尔曼增益。

最终，取  $\mathbf{x}_k = \boldsymbol{\mu}_k$  即为跟踪问题的最优解（前提是假设条件严格满足），换句话说，在线性高斯环境下，找不到比 KF 性能更好的算法。所有的分布都可以用它们的均值和协方差来描述，这种情形下，可以使用 KF 算法，且不用受限于高斯分布。假设均值和协方差是无偏的且一致的，滤波器可以最优地导出后验概率分布的均值和协方差。然而，这个后验函数不一定是高斯函数，因此，如果最优性指的是算法计算后验概率函数的能力，那么滤波器就不一定是最优的。

由于 KF 仅适用于线性函数，而在很多实际场景中，线性条件通常很难被满足，如 EMI 探测正演模型中的式(2-22)，感应磁场与位置和姿态之间存在的强非线性关系，因此传统的 KF 并不能直接用于 EMI 目标探测中。

### 3.3 扩展卡尔曼滤波

在实际中，状态转移函数(3-1)和测量函数(3-2)一般很难同时满足线性函数的条件，这时不能重写成(3-6)和(3-7)这种线性形式，进行局部的线性化，则有可能充分描述这种非线性：

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \mathbf{f}_k(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{v}_{k-1}) \approx \mathbf{f}_k(\mathbf{x}_{k-1}^0) + \hat{\mathbf{F}}_k'(\mathbf{x}_{k-1} - \mathbf{x}_{k-1}^0) + \mathbf{v}_{k-1} \\ \hat{\mathbf{F}}_k' = \frac{\partial \mathbf{f}_k}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{k-1}^0} \end{cases} \quad (3-17)$$

$$\begin{cases} \mathbf{z}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{n}_k) \approx \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k^0) + \hat{\mathbf{H}}_k'(\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_k^0) + \mathbf{n}_k \\ \hat{\mathbf{H}}_k' = \frac{\partial \mathbf{h}_k}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_k^0} \end{cases} \quad (3-18)$$

式中,  $\hat{\mathbf{F}}_k'$  和  $\hat{\mathbf{H}}_k'$  分别为非线性函数  $\mathbf{f}_k$  和  $\mathbf{h}_k$  在点  $\mathbf{x}_{k-1}^0$  和  $\mathbf{x}_k^0$  上的雅可比矩阵。

在以上近似条件下, 卡尔曼滤波器变为扩展卡尔曼滤波器, 则  $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k})$  可以近似为高斯分布:

$$p(\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{z}_{1:k-1}) \approx N(\mathbf{x}_{k-1}; \boldsymbol{\mu}_{k-1|k-1}, \mathbf{P}_{k-1|k-1}) \quad (3-19)$$

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) \approx N(\mathbf{x}_k; \boldsymbol{\mu}_{k|k-1}, \mathbf{P}_{k|k-1}) \quad (3-20)$$

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k}) \approx N(\mathbf{x}_k; \boldsymbol{\mu}_{k|k}, \mathbf{P}_{k|k}) \quad (3-21)$$

式中,

$$\boldsymbol{\mu}_{k|k-1} = \mathbf{f}_k(\boldsymbol{\mu}_{k-1|k-1}) \quad (3-22)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{Q}_{k-1} + \hat{\mathbf{F}}_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \hat{\mathbf{F}}_k^T \quad (3-23)$$

$$\boldsymbol{\mu}_{k|k} = \boldsymbol{\mu}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{H}}_k \boldsymbol{\mu}_{k|k-1}) \quad (3-24)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \hat{\mathbf{H}}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \quad (3-25)$$

其中,  $\hat{\mathbf{F}}_k$  和  $\hat{\mathbf{H}}_k$  是非线性函数  $\mathbf{f}_k$  和  $\mathbf{h}_k$  的局部线性化

$$\hat{\mathbf{F}}_k = \frac{\partial \mathbf{f}_k}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{m}_{k-1|k-1}} \quad (3-26)$$

$$\hat{\mathbf{H}}_k = \frac{\partial \mathbf{h}_k}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{m}_{k|k-1}} \quad (3-27)$$

$$\mathbf{S}_k = \hat{\mathbf{H}}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \hat{\mathbf{H}}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (3-28)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \hat{\mathbf{H}}_k^T \mathbf{S}_k^{-1} \quad (3-29)$$

最终, 取  $\mathbf{x}_k = \boldsymbol{\mu}_k$  即为 EKF 算法的解。上述描述的 EKF 利用了非线性函数泰勒展开式的第一项。更高阶的 EKF 需要泰勒展开式的更高阶项, 然而额外增加的复杂度限制了它广泛的使用。

### 3.4 本章小节

本章主要讲述了滤波跟踪理论以及贝叶斯跟踪模型, 从贝叶斯和马尔科夫链出发, 推导出了理论上贝叶斯跟踪模型的解。

实际求解贝叶斯解时，需依赖具体的噪声分布，因此介绍了高斯线性条件下的最优自回归滤波算法-卡尔曼滤波器，在该条件下，KF 能获得贝叶斯解，即最优解。但对于高斯非线性条件，KF 无法适应，因此引出扩展卡尔曼滤波器，EKF 采用泰勒展开式中的一阶导近似模型中的非线性函数，转换成了线性条件，该近似不能求得理论上的贝叶斯解，但实际中往往能得到一组合适的解。

对于 EMI 探测这样的高维非线性滤波跟踪问题，仅用 KF 不可行，只用 EKF 将面临求解高维雅格比行列式的代价。因此，本文结合 KF 和 EKF 各自优点，将其用于 EMI 探测中。

下一章，将详细阐述 EMI 目标探测算法的设计与实现。

## 4 EMI 目标探测算法的设计与实现

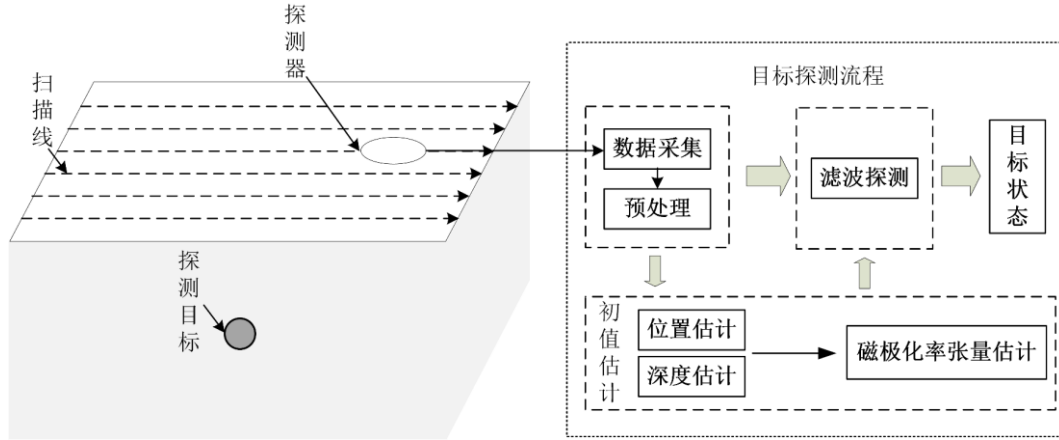


图 4-1 EMI 目标探测框图

图 4-1 为 EMI 目标探测框图，金属目标位于空间中某一位置，为了探测金属目标的位置、姿态、极化率等状态参数，通过将探测器（包括发射器和接收器）依次放置在空间中不同位置，采集到目标金属物体的空间感应磁场数据。根据所采集的数据，利用初值估计算法可获得目标状态的粗略估计，滤波探测算法利用获得的粗略估计作为滤波初值，即可得到金属目标的状态参数估计。

下面将从系统模型、初值估计、探测算法三个方面详细介绍整个探测流程。

### 4.1 系统模型

#### 4.1.1 数据采集

在 EMI 探测领域，常用的数据采集方案为 2D 并行扫描<sup>[57][58][59]</sup>，如图 4-1 所示，将探测器依次放置在扫描线上采集数据，在每根扫描线上，相邻两个采样点的距离为点间隔  $p_s$ ，扫描线之间的距离为线间隔  $l_s$ ，扫描线所在平面称为扫描平面。在图 4-1 中，探测目标位置矢量为  $\mathbf{r}$ ，姿态为  $\psi, \theta, \phi$ ，主轴磁极化率为  $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \beta_2, \beta_3]^T$ ，假设扫描线有  $2M+1$  条，在每条扫描线上采  $2N+1$  组数据，则最终在扫描平面上，一共采集  $W = (2M+1)(2N+1)$  组数据。

假设扫描线的采集顺序为从第 1 条到第  $2M+1$  条，每条扫描线上的采集顺序为第 1 组到第  $2N+1$  组，则由式(2-22)可得第  $k$  组数据  $\mathbf{C}(k)$  为：

$$\mathbf{C}(k) = \mathbf{B}_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{Tx}(k), \mathbf{r}_{Rx}(k), \psi, \theta, \phi, \boldsymbol{\beta}) + \mathbf{n}(k) \quad (k = 0, 1, \dots, W-1) \quad (4-1)$$

式中,  $\mathbf{r}_{Tx}(k)$  和  $\mathbf{r}_{Rx}(k)$  为第  $k$  组数据对应的发射器和接收器的位置,  $\mathbf{r}_{Tx}(k)$  和  $\mathbf{r}_{Rx}(k)$  与探测器位置  $\mathbf{p}(k)$  有关。  $\mathbf{r}, \psi, \theta, \phi$  和  $\boldsymbol{\beta}$  已在第二章定义,  $\mathbf{n}(k)$  为独立同分布的高斯噪声。

在式(4-1)中, 若要根据根据采集数据得到目标状态向量  $\boldsymbol{\alpha}$  (见式(2-28)), 需要知道发射器位置  $\mathbf{r}_{Tx}(k)$  和接收器位置  $\mathbf{r}_{Rx}(k)$ , 而这两者与探测器位置  $\mathbf{p}(k)$  有关, 接下来给出  $\mathbf{p}(k)$  表达式。

设第  $M$  条扫描线的第  $N$  个采样点位置为坐标原点, 以扫描线扫描方向 (图 4-1 中从左至右) 为  $x$  轴正方向, 以从下至上方向为  $y$  轴正方向, 以垂直探测平面向上为  $z$  轴正方向, 且扫描线以及扫描线上的数据采集顺序分别与  $y$  轴正方向和  $x$  轴正方向相同, 则第  $k$  组数据对应的探测位置  $\mathbf{p}(k)$  为:

$$\mathbf{p}(k) = \left[ (\text{mod}(k, 2N+1) - N) p_s, \left( \text{floor}\left(\frac{k}{2N+1}\right) - M \right) l_s, 0 \right]^T \quad (4-2)$$

式中,  $\text{mod}(\cdot)$  为求余函数,  $\text{floor}(\cdot)$  为向下取整函数。

这里, 令发射器位置为探测器位置, 即  $\mathbf{r}_{Tx}(k) = \mathbf{p}(k)$ , 接收器位置  $\mathbf{r}_{Rx}(k)$  通常与  $\mathbf{p}(k)$  相同, 即  $\mathbf{r}_{Rx}(k) = \mathbf{p}(k)$ , 也有很多探测器中, 接收器与发射器不相同, 但相对位置恒定<sup>[23][29]</sup>。无论如何, 只要  $\mathbf{p}(k)$  确定,  $\mathbf{r}_{Tx}(k)$  和  $\mathbf{r}_{Rx}(k)$  就可以根据采集数据配置和传感器阵列空间分布得出, 式(4-1)中就只剩下目标状态向量  $\boldsymbol{\alpha}$  未知。根据所采集到的数据, 估计出  $\boldsymbol{\alpha}$  即完成 EMI 目标探测。

在本文中, 为了从测量数据  $\mathbf{C}(k)$  中估计出目标状态  $\boldsymbol{\alpha}$ , 对整个 EMI 探测流程建立一个 DSSM, 通过滤波的方法得到目标状态的最优估计  $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ 。

#### 4.1.2 状态转移模型

设  $\boldsymbol{\alpha}(k)$  为采集第  $k$  组数据时 (这里的  $k$  是样点序列号, 对应第三章中的系统时刻), 探测目标的状态。将 DSSM 应用到 EMI 目标探测领域, 在某中程度上来说不是很寻常, 因为探测目标的状态-位置、姿态、极化率等参数是恒定的。而因此, 状态转移过程可以省略, 即:

$$\boldsymbol{\alpha}(k) = \boldsymbol{\alpha}(k-1) + \mathbf{v}(k-1) \quad (4-3)$$

式中,  $\mathbf{v}(k-1)$  为独立同分布的高斯噪声。

### 4.1.3 观测模型

系统在第  $k$  个采样点位置的观测数据即第  $k$  组数据  $\mathbf{C}(k)$ ，联立式(2-28)和(4-1)，可得：

$$\mathbf{C}(k) = \mathbf{F}(\mathbf{a}(k)) + \mathbf{n}(k) \quad (4-4)$$

式中， $\mathbf{F}(\cdot)$  关于  $\mathbf{a}$  的非线性函数，因此在求解目标状态  $\mathbf{a}(k)$  时，不能直接使用 KF。

## 4.2 初始状态估计

如图 4-1 所示，本文采用滤波跟踪的方法估计探测目标状态向量  $\mathbf{a}$ 。而滤波跟踪的性能对状态初值及其敏感，在初值误差大的情况下，滤波精度低，甚至有时会出现发散的情形。为克服这一点，需为滤波算法提供一高精度的状态初值估计  $\hat{\mathbf{a}}_0$ 。

$\hat{\mathbf{a}}_0$  包含了探测金属目标的位置，姿态以及磁极化率等参数，根据式(2-22)可知，二次磁场与格林函数  $\mathbf{G}$ 、磁极化率张量  $\mathbf{M}$  以及主场  $\mathbf{B}_p$  成线性关系，当探测目标位矢确定时， $\mathbf{G}$  和  $\mathbf{B}_p$  可以直接计算得出， $\mathbf{M}$  中的参数与观测值成线性关系，可直接求解线性方程组得出：

$$\mathbf{M}\mathbf{B}_p = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{B}_s \quad (4-5)$$

磁极化张量矩阵  $\mathbf{M}$  为对称矩阵，其中有 6 个独立参数，实际中，一组测量数据只有仅能得到三组方程，因此至少需要 2 组数据才能确定  $M_{11}, M_{22}, M_{33}, M_{12}, M_{13}$  和  $M_{23}$  这 6 个参数。

经过以上分析可知，只要获取探测目标的位置估计，另外 6 个参数则可轻易获取。因此获取目标的位置估计至关重要，接下来从水平位置估计、深度估计和磁极化率张量 3 个方面来阐述如何获取目标初始状态估计。

### 4.2.1 水平位置估计

由式(4-2)可知，数据采集时探测器所在位置  $\mathbf{p}(k)$  均匀分布于扫面平面  $z=0$  上，其区域大小为  $(2N+1)p_s \times (2M+1)l_s$ 。称  $\mathbf{p}(k)$  所在位置为网格点，则网格点上数据按照探测器水平位置  $\mathbf{p}(k)$  绘制到二维图上后，将得到探测金属目标在扫描平面上空间二次场响应强度图。

令探测目标在探测平面上的投影为  $(x, y)$ ，则该点是探测平面上距离探测目标最近的点，因此在强度图上的点  $(x, y)$  必然是一个极大值位置（即波峰）。



则金属目标的水平位置为<sup>[12]</sup>:

$$[X, Y]^T = \text{Hor}(\mathbf{p}(\arg\max(|\mathbf{C}_z(k)|))) \quad (4-6)$$

式中,  $\arg\max(\bullet)$  为取函数最大值所对应的自变量,  $\mathbf{C}_z(k)$  为采集到二次场的垂直 (即  $z$  方向) 分量,  $\text{Hor}(\mathbf{p})$  取三维位置矢量  $\mathbf{p}$  的水平位置矢量。

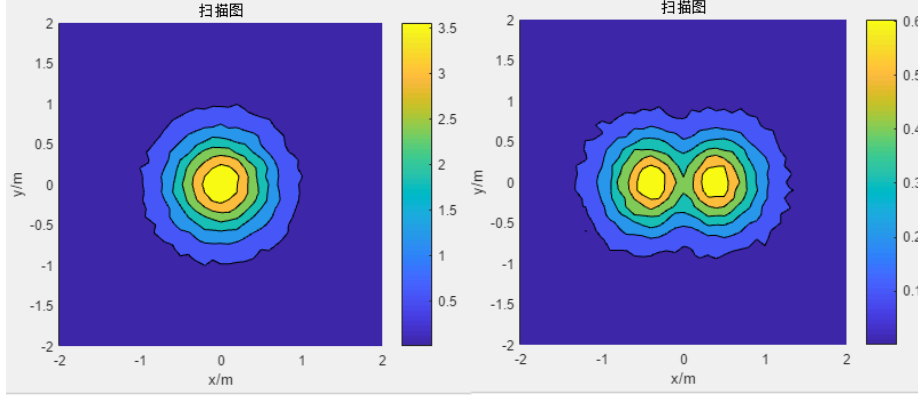


图 4-2 球形和圆柱形物体的二次场空间响应图

当探测目标是一个球形均匀材质的物体时, 其二次场的空间响应会出现一个环形的“靶心”异常, 且强度最大值的位置恰好为圆形物体的水平位置, 如图 4-2 左所示。然而, 对于不同姿态下的圆柱体形状物体, 其二次场响应强度图非对称, 且可能出现多个局部最大值, 如图 4-2 右所示。在这样的情况下, 通过式(4-6)得到的位置估计, 将得到不精确的目标水平位置估计。为了尽可能应对可能出现的探测目标类型, 本文使用测量数据  $\mathbf{C}(k)$  的一阶空间矩来近似探测目标的水平位置<sup>[61]</sup>:

$$\hat{X}_0 = \frac{\sum_{i=1}^W |\mathbf{C}_z(k)| X(k)}{\sum_{i=1}^W |\mathbf{C}_z(k)|} \quad (4-7)$$

$$\hat{Y}_0 = \frac{\sum_{i=1}^W |\mathbf{C}_z(k)| Y(k)}{\sum_{i=1}^W |\mathbf{C}_z(k)|} \quad (4-8)$$

式中,  $X(k) = \mathbf{p}_x(k)$  和  $Y(k) = \mathbf{p}_y(k)$  分别为位矢  $\mathbf{p}(k)$  的  $x$  分量和  $y$  分量。

#### 4.2.2 深度估计

估计探测目标深度的标准技术为半峰波宽 (FWHM, full width at half maximum) <sup>[62]</sup>, 该技术利用深度对二次场响应的影响, 计算得到某条扫描线上的 FWHM, 根据深度和 FWHM 即可得到探测目标的深度。对于球形目标

而言，二次场空间响应为对称的环状，很容易就确定取哪条扫描线上的采样数据，然而探测目标的二次场空间响应常常不是对称的环状。为了解决这种情况，本文采用改进后的 FWHM 来计算探测目标深度，该方法通过二次场空间图上大于半峰值的点数来估计目标深度<sup>[61]</sup>：

$$\hat{Z}_0 = 2\sqrt{\frac{S}{\pi}} \quad (4-9)$$

式中， $S$  为二次场响应强度图中大于最大强度一半的区域面积。

### 4.2.3 磁极化率张量估计

当探测目标水平位置和深度通过式(4-7)、(4-8)和(4-9)求出后，目标初始位矢  $\hat{\mathbf{r}}_0 = [\hat{X}_0, \hat{Y}_0, \hat{Z}_0]^T$  则为已知量，根据式(4-5)，磁极化率张量  $\mathbf{M}$  则可以根据测量数据  $\mathbf{C}(k)$  求出。下面将给出矩阵  $\mathbf{M}$  中独立元素  $M_{11}, M_{22}, M_{33}, M_{12}, M_{13}$  和  $M_{23}$  的求解过程。

假设采集第  $k$  组数据时， $\mathbf{T}(k) = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{C}(k) = [T_x(k), T_y(k), T_z(k)]^T$ ，对应的主磁场  $\mathbf{B}_p(k) = [B_x(k), B_y(k), B_z(k)]^T$ ，则联立式(4-5)和(2-23)可得：

$$\begin{cases} M_{11}B_x(k) + M_{12}B_y(k) + M_{13}B_z(k) = T_x(k) \\ M_{12}B_x(k) + M_{22}B_y(k) + M_{23}B_z(k) = T_y(k) \\ M_{13}B_x(k) + M_{23}B_y(k) + M_{33}B_z(k) = T_z(k) \end{cases} \quad (4-10)$$

整理式(4-10)可得：

$$\begin{bmatrix} B_x(k) & 0 & 0 & B_y(k) & B_z(k) & 0 \\ 0 & B_y(k) & 0 & B_x(k) & 0 & B_z(k) \\ 0 & 0 & B_z(k) & 0 & B_x(k) & B_y(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{11} \\ M_{22} \\ M_{33} \\ M_{12} \\ M_{13} \\ M_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_x(k) \\ T_y(k) \\ T_z(k) \end{bmatrix} \quad (4-11)$$

为表达简洁，式(4-11)可写成：

$$\mathbf{W}(k)\bar{\mathbf{M}}_0 = \mathbf{T}(k) \quad (4-12)$$

式中， $\bar{\mathbf{M}}_0 = [M_{11}, M_{22}, M_{33}, M_{12}, M_{13}, M_{23}]^T$ 。

仅靠式(4-11)中的 3 组方程，是无法求解  $\bar{\mathbf{M}}_0$  中的 6 个独立元素，故至少需要两组观测数据，才能联立求解  $\bar{\mathbf{M}}_0$ 。当有多组测量数据  $\mathbf{C}(k_1), \mathbf{C}(k_2), \dots, \mathbf{C}(k_L)$  时，对式(4-12)进行扩展得：

$$\mathbf{W}\bar{\mathbf{M}}_0 = \mathbf{T} \quad (4-13)$$

式中， $\mathbf{W} = [\mathbf{W}(k_1)^T, \mathbf{W}(k_2)^T, \dots, \mathbf{W}(k_L)^T]^T$ ， $\mathbf{T} = [\mathbf{T}(k_1)^T, \mathbf{T}(k_2)^T, \dots, \mathbf{T}(k_L)^T]^T$ 。

当  $L=2$  时,  $\mathbf{W}$  为方阵 (假定可逆), 此时式(4-13)有唯一解:

$$\hat{\mathbf{M}}_0 = \mathbf{W}^{-1}\mathbf{T} \quad (4-14)$$

当  $L>2$  时, 方程组(4-13)成为超定方程组, 由于测量数据中存在噪声, 通常无法找到一组解  $\hat{\mathbf{M}}_0$  严格满足式(4-13)中的所有方程组, 即方程组无解。但能找到这样一组解  $\hat{\mathbf{M}}_0$ , 使其尽可能满足式(4-13)中的所有方程组, 这样的解  $\hat{\mathbf{M}}_0$  称为最小二乘解, 即:

$$\hat{\mathbf{M}}_0 = \arg \min_{\mathbf{M}_0} \{ \|\mathbf{T} - \mathbf{W}\mathbf{M}_0\|_2 \} \quad (4-15)$$

式中,  $\|\cdot\|_2$  为欧氏二阶矩。求解上式可得<sup>[60]</sup>:

$$\hat{\mathbf{M}}_0 = (\mathbf{W}^T \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^T \mathbf{T} \quad (4-16)$$

在求解式(4-16)的过程中有可能会出现问题, 从而导致所得解不具有实际意义。出现这种问题的原因是  $\mathbf{W}^T \mathbf{W}$  有可能为病态矩阵<sup>[63]</sup>, 测量值中的微小误差经由病态系统的放大, 将使得所求解剧烈变化。具体表现为  $\mathbf{T}$  的微小误差使得所得  $\hat{\mathbf{M}}_0$  异常, 失去实际含义。

为了判断  $\mathbf{W}^T \mathbf{W}$  是否为病态矩阵, 本文采用  $\mathbf{W}^T \mathbf{W}$  的相关矩阵  $\mathbf{R}$ <sup>[64]</sup> 来判断  $\mathbf{W}^T \mathbf{W}$  的病态特性。若  $-0.01 \leq \det(\mathbf{R}) \leq 0.01$  且  $\det(\mathbf{R}) \neq 0$ , 可认为“接近于 0”, 则对应于该  $\mathbf{R}$  的  $\mathbf{W}^T \mathbf{W}$  为“病态”; 若  $-0.0001 \leq \det(\mathbf{R}) \leq 0.0001$  且  $\det(\mathbf{R}) \neq 0$ , 则认为“非常接近于 0”, 则对应于该  $\mathbf{R}$  的  $\mathbf{W}^T \mathbf{W}$  为“严重病态”。当  $|\det(\mathbf{R})| > 0.01$  时, 则对应于该  $\mathbf{R}$  的  $\mathbf{W}^T \mathbf{W}$  为“良态”<sup>[65]</sup>。

当  $\mathbf{W}^T \mathbf{W}$  为“病态”和“严重病态”时, 所求得的解  $\hat{\mathbf{M}}_0$  不稳定, 为使得解  $\hat{\mathbf{M}}_0$  稳定且有意义, 本文采用 Tikhonov 正则化方法来求解不适定问题, 求解思路是在式(4-15)加入正则化因子:

$$\hat{\mathbf{M}}_0 = \arg \min_{\mathbf{M}_0} \{ \|\mathbf{T} - \mathbf{W}\mathbf{M}_0\|_2 + \chi^2 \|\mathbf{M}_0\|_2 \} \quad (4-17)$$

求解式(4-17), 得:

$$\hat{\mathbf{M}}_0 = (\mathbf{W}^T \mathbf{W} + \chi^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{W}^T \mathbf{T} \quad (4-18)$$

式中,  $\chi$  为正则化因子。该因子的选择主要有先验和后验两种方式, 先验方法主要有 L 曲线准则<sup>[66]</sup>、误差极小化准则<sup>[67]</sup>和拟最优准则<sup>[68]</sup>; 后验方法主要有偏差原理<sup>[69]</sup>和广义偏差原理<sup>[70]</sup>。

为了简便起见, 本文根据偏差原理来确定正则化因子:

$$A(\chi) = \|\mathbf{T} - \mathbf{W}\mathbf{M}_\chi\|_2 - \|\mathbf{e}\|_2 \quad (4-19)$$

式中,  $\mathbf{M}_\chi = (\mathbf{W}^T \mathbf{W} + \chi^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{W}^T \mathbf{T}$ ,  $\mathbf{e}$  为  $\mathbf{T}$  的误差水平。从式(4-19)可知,  $A(0) = -\|\mathbf{e}\|_2$ ,

对于给定的  $\mathbf{e}$ ，必然可以找到一个  $\chi_0$  使得  $A(\chi_0) > 0$ ，且  $A(\chi)$  为单调递增函数，故在区间  $[0, \chi_0]$  上，必然存在一个  $\chi_{opt}$  使得  $A(\chi_{opt}) = 0$ ，且  $\chi_{opt}$  为最优正则化因子 [71]。

### 4.3 基于 KF 和 EKF 的探测算法

当金属目标初始状态  $\hat{\mathbf{a}}_0 = [\hat{\mathbf{r}}_0^T, \hat{\mathbf{M}}_0^T]^T$  已给出，可用滤波的方法求解 DSSM 模型，得到  $W$  组观测数据  $\mathbf{C}(k)$  下的状态估计  $\hat{\mathbf{a}}(k)$ 。

由式(4-3)和(4-4)可知，状态转移模型  $\hat{\mathbf{a}}(k)$  是关于  $\hat{\mathbf{a}}(k-1)$  的线性函数，观测模型  $\mathbf{C}(k)$  是关于  $\hat{\mathbf{a}}(k)$  的非线性函数，故仅用 KF 直接无法求解  $\hat{\mathbf{a}}(k)$ 。EKF 虽然能够基于观测值  $\mathbf{C}(k)$  求解  $\hat{\mathbf{a}}(k)$ ，但若直接用于估计  $\hat{\mathbf{a}}(k)$  中的 9 维向量，求解过程中需要计算 9 维的雅格比行列式，计算复杂度高。根据 4.2 节的分析可知，观测模型  $\mathbf{C}(k)$  关于目标位矢  $\mathbf{r}$  的非线性函数，而当  $\mathbf{r}$  确定时，观测模型  $\mathbf{C}(k)$  是关于磁极化率张量矩阵中独立 6 个元素  $\bar{\mathbf{M}} = [M_{11}, M_{22}, M_{33}, M_{12}, M_{13}, M_{23}]^T$  的线性函数。

为了得到  $W$  组观测数据  $\mathbf{C}(k)$  下的状态估计  $\hat{\mathbf{a}}(k)$ ，并尽可能提高计算效率，本文分别用 KF 和 EKF 估计目标状态向量  $\mathbf{a}(k)$  中的线性参数  $\bar{\mathbf{M}}$  和非线性参数  $\mathbf{r}$ ，并联合得出 KF-EKF 算法，用于实际应用中目标状态参数跟踪与探测。

接下来将先论述在目标位矢已知的情况下，用 KF 算法单独估计磁极化率张量元素  $\bar{\mathbf{M}}$ ；然后再论述在  $\bar{\mathbf{M}}$  已知的情况下，用 EKF 算法单独估计目标位矢  $\mathbf{r}$ 。最后联合两者，提出 KF-EKF 算法，同时估计目标磁极化率张量元素  $\bar{\mathbf{M}}$  和位矢  $\mathbf{r}$ ，即得到  $\hat{\mathbf{a}}(k)$ 。

#### 4.3.1 磁极化率张量探测

假定在处理第  $k$  组数据时，磁极化率张量元素  $\bar{\mathbf{M}}$  为  $\bar{\mathbf{M}}(k)$ ，结合式(3-6)、(3-7)和(4-3)可知：

$$\bar{\mathbf{M}}(k) = \bar{\mathbf{M}}(k-1) + \mathbf{v}(k-1) \quad (4-20)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{h}(k) &= \mathbf{F}(\mathbf{r}, \bar{\mathbf{M}}(k)) + \mathbf{n}_k \\ &= \mathbf{G}(k)\mathbf{M}(k)\mathbf{B}_p(k) + \mathbf{n}_k \\ &= \mathbf{G}(k)\mathbf{W}(k)\bar{\mathbf{M}}(k) + \mathbf{n}_k \end{aligned} \quad (4-21)$$

式中，目标位矢  $\mathbf{r}$  已知， $\mathbf{G}(k)$  为采集第  $k$  组数据时的格林函数， $\mathbf{W}(k)$  已

在式(4-12)中定义。最终根据式(3-11)、(3-12)、(3-13)和(3-14)可得  $\bar{\mathbf{M}}(k|k)$  的预测更新方程组为：

$$\bar{\mathbf{M}}_{k|k-1} = \bar{\mathbf{M}}_{k-1|k-1} \quad (4-22)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{Q}_{k-1} + \mathbf{P}_{k-1|k-1} \quad (4-23)$$

$$\bar{\mathbf{M}}_{k|k} = \bar{\mathbf{M}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{C}(k) - \mathbf{G}(k) \mathbf{W}(k) \bar{\mathbf{M}}_{k|k-1}) \quad (4-24)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{G}(k) \mathbf{W}(k) \mathbf{P}_{k|k-1} \quad (4-25)$$

式中，卡尔曼增益  $\mathbf{K}_k$  为：

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{G}(k) \mathbf{W}(k) \left( \mathbf{G}(k) \mathbf{W}(k) \mathbf{P}_{k|k-1} (\mathbf{G}(k) \mathbf{W}(k))^T + \mathbf{R}_k \right)^{-1} \quad (4-26)$$

### 4.3.2 目标位置探测

假定在处理第  $k$  组数据时，位矢  $\mathbf{r}$  为  $\mathbf{r}(k)$ ，结合式(4-3)可得：

$$\mathbf{r}(k) = \mathbf{r}(k-1) + \mathbf{v}(k-1) \quad (4-27)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{h}(k) &= \mathbf{F}(\mathbf{r}(k), \bar{\mathbf{M}}) + \mathbf{n}_k \\ &= \mathbf{G}(\mathbf{r}_{Rx}(k) - \mathbf{r}(k)) \mathbf{M} \mathbf{B}_p (\mathbf{r}(k) - \mathbf{r}_{Tx}(k)) + \mathbf{n}_k \end{aligned} \quad (4-28)$$

式中， $\mathbf{G}(\cdot)$  和  $\mathbf{B}_p(\cdot)$  都为关于  $\mathbf{r}$  的非线性函数，故  $\mathbf{r}(k)$  需用 EKF 来求解，根据式(3-22)、(3-23)、(3-24)和(3-25)可得  $\mathbf{r}(k)$  的预测更新方程组为：

$$\mathbf{r}_{k|k-1} = \mathbf{r}_{k-1|k-1} \quad (4-29)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{Q}_{k-1} + \mathbf{P}_{k-1|k-1} \quad (4-30)$$

$$\mathbf{r}_{k|k} = \mathbf{r}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{C}(k) - \mathbf{H}(k) \mathbf{r}_{k|k-1}) \quad (4-31)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}(k) \mathbf{P}_{k|k-1} \quad (4-32)$$

式中，卡尔曼增益  $\mathbf{K}_k$  为：

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}(k) \left( \mathbf{H}(k) \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}(k)^T + \mathbf{R}_k \right)^{-1} \quad (4-33)$$

$\mathbf{H}(k)$  为  $\mathbf{h}(k)$  在  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{k|k-1}$  处的雅可比矩阵：

$$\mathbf{H}(k) = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_x(k)}{\partial x} & \frac{\partial h_x(k)}{\partial y} & \frac{\partial h_x(k)}{\partial z} \\ \frac{\partial h_y(k)}{\partial x} & \frac{\partial h_y(k)}{\partial y} & \frac{\partial h_y(k)}{\partial z} \\ \frac{\partial h_z(k)}{\partial x} & \frac{\partial h_z(k)}{\partial y} & \frac{\partial h_z(k)}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (4-34)$$

式中， $h_x$ 、 $h_y$  和  $h_z$  分别测量二次场在  $x, y$  和  $z$  轴上的分量。

### 4.3.3 KF-EKF 算法

KF 能够在位矢  $\mathbf{r}$  已知的情况下，估计式(4-21)中的线性参数磁极化率张量元素  $\hat{\mathbf{M}}(k)$ ，而 EKF 算法却能够在  $\hat{\mathbf{M}}$  已知的情况下，估计式(4-28)中的非线性参数位置矢量  $\mathbf{r}(k)$ 。这两种算法都需要一定的先验知识来执行，不满足实际应用情况。

表 4-1 KF-EKF 迭代算法

输入：观测数据  $\mathbf{C}(1:W)$ 、探测器位置  $\mathbf{p}(1:W)$

- 初值估计：利用式(4-7)和(4-9)计算得到  $\hat{\mathbf{r}}$ ，再利用式(4-18)计算得到  $\hat{\mathbf{M}}$

- 遍历每一个探测器位置  $\mathbf{p}(k)$

(1) KF：递推更新  $\hat{\mathbf{M}}$

- 使用式(2-14)计算格式函数  $\mathbf{G}(\mathbf{p}(k)-\hat{\mathbf{r}})$
- 使用式(2-11)~(2-13)计算发射磁场  $\mathbf{B}_p(\hat{\mathbf{r}}-\mathbf{p}(k))$
- 使用式(4-11)和(4-12)计算  $\mathbf{W}(\mathbf{B}_p)$
- 使用式(4-22)~(4-26)更新  $\hat{\mathbf{M}}$

(2) EKF：递推更新  $\hat{\mathbf{r}}$

- 使用式(4-28)和(4-34)计算雅可比矩阵  $\mathbf{H}(\hat{\mathbf{M}})\big|_{\mathbf{r}=\hat{\mathbf{r}}}$
- 使用式(4-29)~(4-33)更新  $\hat{\mathbf{r}}$

- 结束

输出： $\hat{\mathbf{a}} = [\hat{\mathbf{r}}^T, \hat{\mathbf{M}}^T]^T$

为了解决上述问题，本文提出了一种 KF-EKF 算法，用于同时估计磁极化率张量元素  $\hat{\mathbf{M}}(k)$  和位置矢量  $\mathbf{r}(k)$ 。如表 4-1 所示，先通过观测数据  $\mathbf{C}(1:W)$  和探测器位置  $\mathbf{p}(1:W)$  获得探测目标的初始状态  $\hat{\mathbf{M}}$  和  $\hat{\mathbf{r}}$ ，利用  $\hat{\mathbf{M}}$  和  $\hat{\mathbf{r}}$  作为初值，依次对每一组数据  $\mathbf{C}(k)$  进行迭代更新探测目标磁极化率张量元素  $\hat{\mathbf{M}}$  和位矢  $\hat{\mathbf{r}}$ 。在每次迭代更新过程中，首先位矢  $\hat{\mathbf{r}}$  作为 KF 算法的输入，KF 利用  $\hat{\mathbf{r}}$  这一先验知识，预测并更新线性参数  $\hat{\mathbf{M}}$ ，再将  $\hat{\mathbf{M}}$  作为 EKF 算法的输入，预测并更新非线性参数  $\hat{\mathbf{r}}$ 。就这样 KF->EKF->KF->EKF....反复多次之后， $\hat{\mathbf{M}}$  和  $\hat{\mathbf{r}}$  最终将收敛。算法结束后，输出最终目标状态估计值：

$$\hat{\mathbf{a}} = [\hat{\mathbf{r}}^T, \hat{\mathbf{M}}^T]^T \quad (4-35)$$

$\hat{\mathbf{a}}$  包含了探测目标的位置和磁极化率张量信息，并不能直接得到姿态角  $(\psi, \theta, \phi)$  以及主轴磁极化率  $\boldsymbol{\beta} = [\beta_x, \beta_y, \beta_z]^T$ 。由式(2-23)-(2-27)可知，一旦  $\hat{\mathbf{M}}$  求出，对磁极化率张量矩阵  $\hat{\mathbf{M}}$  做特征值分解，即可容易得到探测目标主轴磁极化率  $\boldsymbol{\beta} = [\beta_x, \beta_y, \beta_z]^T$  以及姿态角  $(\psi, \theta, \phi)$ 。

#### 4.4 本章小节

本章主要讲述了 EMI 目标探测算法的设计与实现，包括系统模型、目标初始状态估计、基于 KF 和 EKF 的探测算法。

系统模型详细阐述了探测场景、数据采集方案和采集流程，并将第二章 EMI 正演模型将实际场景紧密结合，得到实际场景中的探测目标物体的二次场空间响应模型。同时将系统过程等效为 DSSM 模型，给出本系统中的状态转移函数以及观测函数，为后续滤波探测算法的设计和实现奠定基础。

初值估计分别从水平位置估计、深度估计和磁极化率张量估计三个方面进行阐述，首先给出了空间一阶矩方法估计目标水平位置，再阐述如何用改进的 FWHM 来估计目标深度，最后在目标位置已知的情况下，推导出磁极化率张量估计的最小二乘解，并用 Tikhonov 正则化方法来减少实际中最小二乘解的不适定现象。

结合第三章的滤波目标探测方法，利用 KF 估计 EMI 模型中的线性参数部分，再详细推导出非线性参数求解的 EKF 递推更新公式，最后结合 KF、EKF 和初值估计方法，提出了 KF-EKF 算法，用于同时预测跟踪探测目标的位置和磁极化率张量。

## 5 仿真与结果

本章将对所提出的 EMI 目标探测算法的探测性能进行仿真验证，首先将给出仿真系统的结构、参数选取以及仿真结果，再给出不同条件下探测算法的结果。

### 5.1 仿真系统

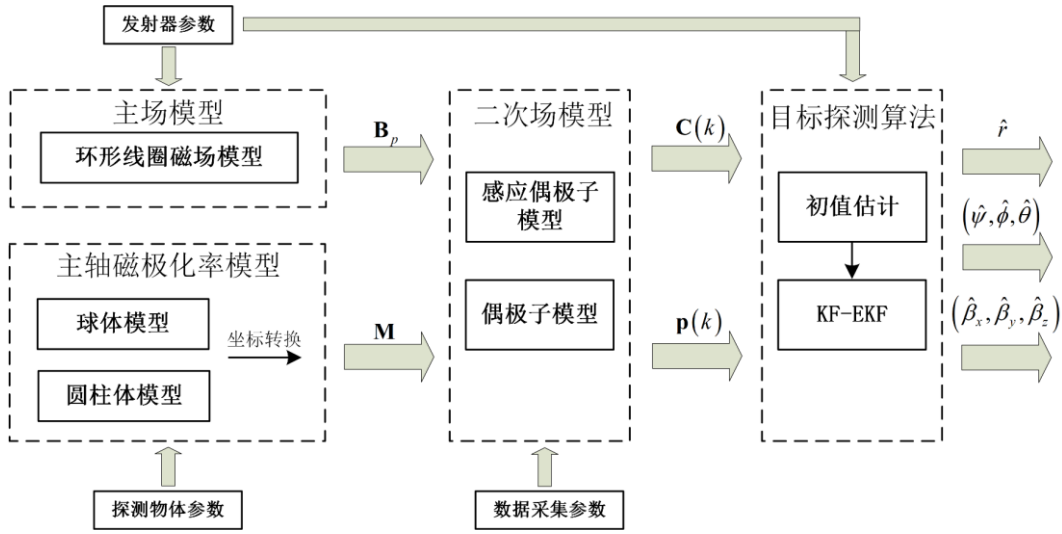


图 5-1 仿真系统框图

图 5-1 为 EMI 目标探测仿真系统框图，根据主场模型可得到探测物体位置处的磁场  $\mathbf{B}_p$ ，结合物体主轴磁极化率模型和物体姿态可得磁极化率张量矩阵，进而得到探测物体的感应磁偶极矩以及观测位置的二次磁场。二次场模型结合数据采集参数，即可得到测量数据  $\mathbf{C}(k)$  和对应的探测器位置  $\mathbf{p}(k)$ 。最后将所产生的仿真数据，给到目标探测算法中处理，得到探测物体的位置、姿态和磁极化率等参数。

图 5-1 中，主场模型、二次场模型以及目标探测算法已在第二章和第五章给出，下一节将介绍本文所用的两种主轴磁极化率模型-球体模型和圆柱体模型。

#### 5.1.1 物体主轴极化率模型

在仿真时，需要得到探测目标物体的主轴极化率，才能求出目标的二次场响应。对于任意形状的物体，主轴极化率的求解是十分困难的，但对于均匀材质的球形和圆柱形物体（轴对称），却相对容易，且实际场景中的探测目



标多为轴对称物体，与圆柱形物体的特性如出一辙。因此本文选用球形和圆柱形物体作为探测目标，验证探测算法的可行性以及性能。

对于半径为  $a_s$  的均匀球形物体，其在三个主轴上的磁极化率为<sup>[49]</sup>：

$$\beta_x = \beta_y = \beta_z = V \frac{\sqrt{i\omega\tau} - 2}{\sqrt{i\omega\tau} + 1} \quad (5-1)$$

式中， $i$  为虚数单位  $\sqrt{-1}$ ， $V = \frac{4}{3}\pi a_s^3$  为球体体积， $\tau$  为时间常数：

$$\tau = a_s^2 \sigma \mu / \mu_r^2 \quad (5-2)$$

式中， $\sigma$  为目标物体电导率， $\mu$  和  $\mu_r$  分别为物体的磁导率和相对磁导率。

对于底边半径为  $a_s$ ，长为  $L$  的圆柱形物体，令  $z$  为长轴方向， $x$  和  $y$  为径向方向，则该圆柱体的三轴极化率分别为<sup>[49]</sup>：

$$\beta_x = \beta_y = \frac{1}{2} V \left( 0.35 + \frac{\sqrt{i\omega\tau} - 2}{\sqrt{i\omega\tau} + 1} \right) \quad (5-3)$$

$$\beta_z = \frac{LV}{4a} \left( \frac{\sqrt{i\omega\tau_L} - 2}{\sqrt{i\omega\tau_L} + 1} - 0.7 \right) \quad (5-4)$$

式中， $\tau_L = 3L\tau$ 。

上述圆柱体模型为经验模型，在  $L = 8a_s$  时最为精确，在  $L$  为其他比值时，将会略有偏差。本文所提出的目标探测算法能够获得目标位置、姿态以及主轴磁极化率参数，但并不做类别判断，因此所选用的主轴磁极化率模型近似有效即可。

### 5.1.2 仿真参数

如图 5-1 所示，为产生目标探测算法所需的测量数据  $\mathbf{C}(k)$  和对应的探测器位置  $\mathbf{p}(k)$ ，需要依次通过主场模型、主轴磁极化率模型和二次场模型的计算，与之对应的需要发射器参数、探测物体参数与数据采集参数。参数取值分别如表 5-1、表 5-2 以及表 5-3 所示，在后续仿真实验中，若无特殊说明，仿真参数均取表中的值。

表 5-1 发射器仿真参数以及默认值

参数名称	符号	默认值
线圈半径	$a$	$0.5m$
谐波电流峰值	$I_0$	$20A$

信号角频率	$\omega$	1000Hz
-------	----------	--------

表 5-2 探测物体仿真参数以及默认值

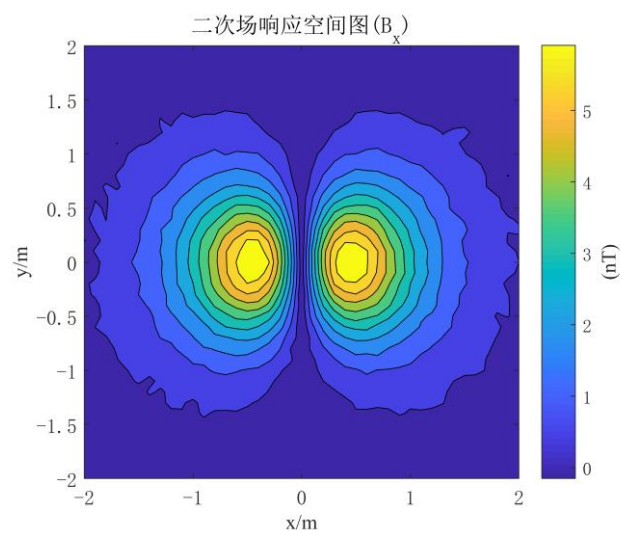
参数名称	符号	默认值
位置矢量	$\mathbf{r}$	$(0,0,-1)m$
半径	$a_s$	$0.2m$
长（仅限圆柱形物体）	$L$	$0.8m$
电导率	$\sigma$	$5.17\times10^7(S/m)$
相对磁导率	$\mu_r$	1
偏航角	$\psi$	$0^\circ$
俯仰角	$\theta$	$0^\circ$
侧倾角	$\phi$	$0^\circ$

表 5-3 数据采集仿真参数以及默认值

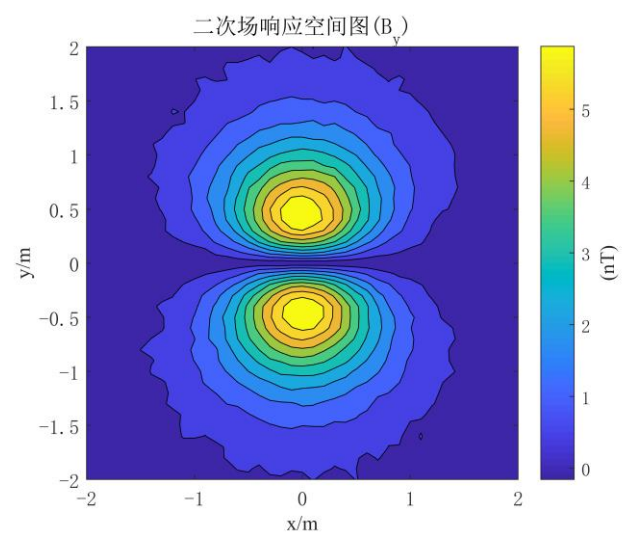
参数名称	符号	默认值
扫描线间隔	$l_s$	$0.1m$
采样点间隔	$p_s$	$0.1m$
扫描线条数	$2M+1$	41
单线采样点数	$2N+1$	41
信噪比	$SNR$	20dB

5.1.3 仿真结果

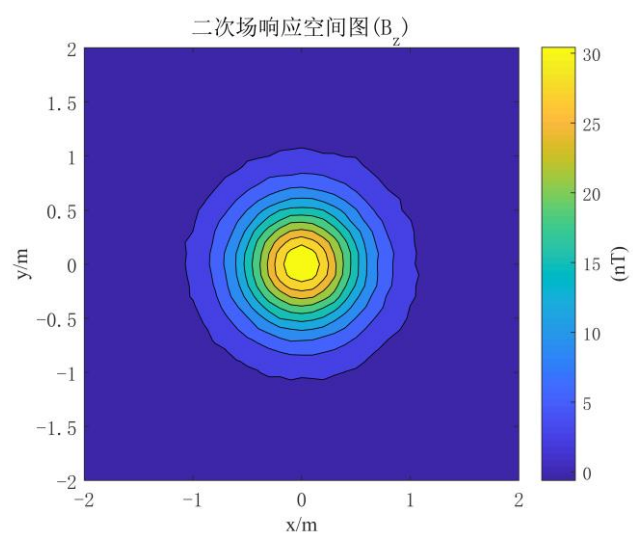
本小节将给出球形物体和圆柱形物体的二次场仿真结果图。



(a)



(b)



(c)

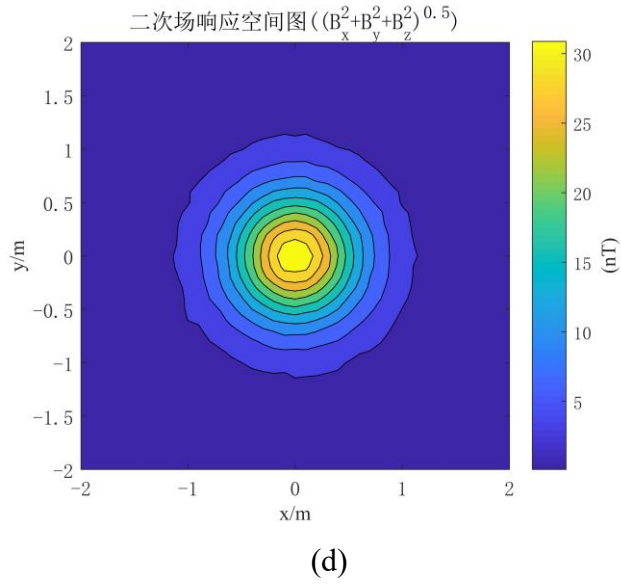
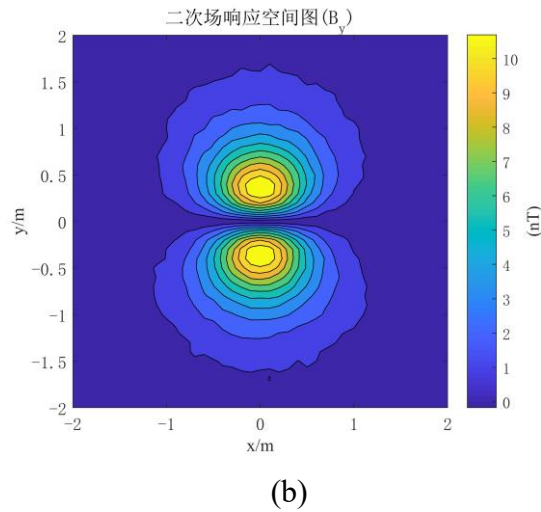
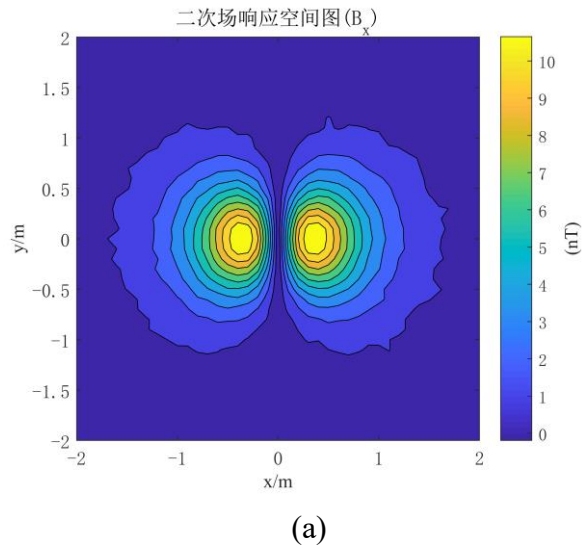


图 5-2 球形物体二次场响应空间强度图。(a) 二次场在  $x$  轴方向的分量  $B_x$ 。(b) 二次场在  $y$  轴上的分量  $B_y$ 。(c) 二次场在  $z$  轴上的分量  $B_z$ 。(d) 二次场  $B_s$



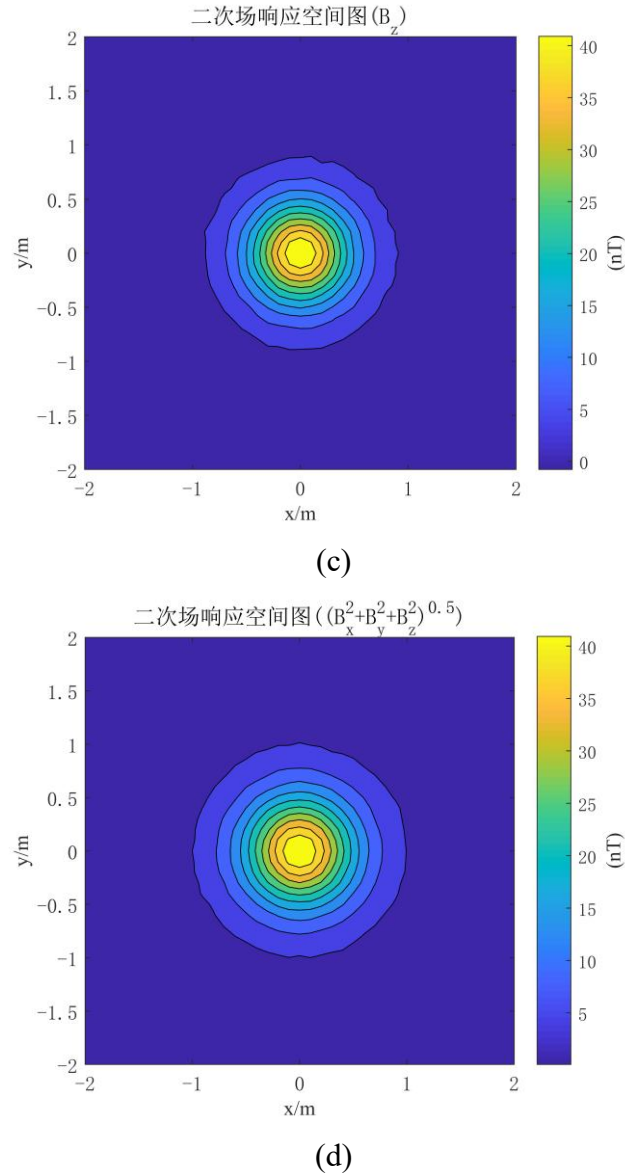


图 5-3 圆柱形物体二次场响应空间强度图。(a) 二次场在  $x$  轴方向的分量  $B_x$ 。(b) 二次场在  $y$  轴上的分量  $B_y$ 。(c) 二次场在  $z$  轴上的分量  $B_z$ 。(d) 二次场  $B_s$

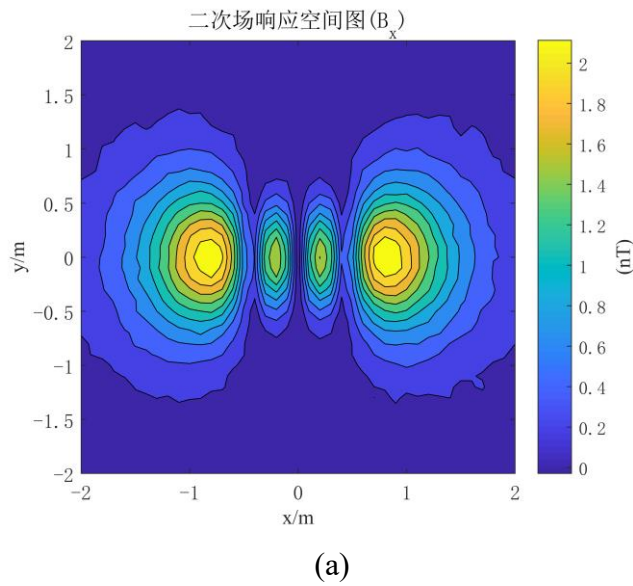
由图 5-2 (a)和(b)可知,球形物体二次场  $x$  轴方向分量  $B_x$  的空间响应关于直线  $x=0$  对称,  $y$  轴方向分量  $B_y$  的空间响应关于直线  $y=0$  对称,这两条直线的交点即为球形目标物体的水平位置坐标  $(0,0)m$ 。之所以会出现这种现象,是因为球形物体在三个主轴上的磁极化率都是相等的,导致对称位置上的主场在物体上产生的磁矩大小都一致,出现相同的二次场响应。而且还可以发现,在对称轴上对应的二次场分量为 0,这是因为发射器仅为一个水平放置的环形线圈,处于对称轴上时不会在物体位置处产生正交方向上的主场分量,进而无法感应出对应方向上的磁矩,在正交方向上也不会产生二次场分量。由

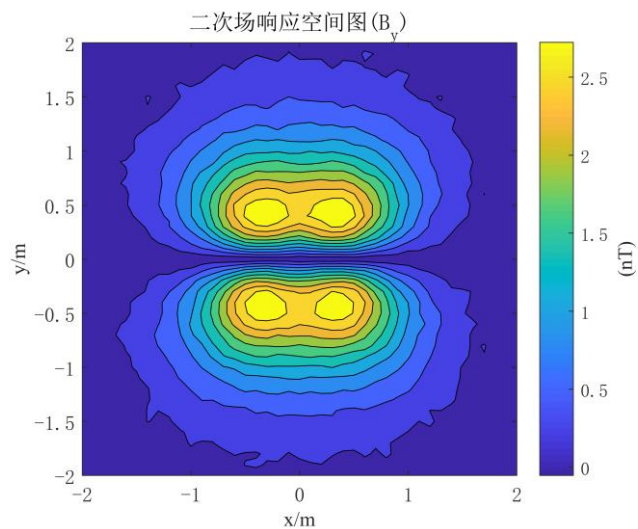
图 5-2 (c)和(d)可知,当探测器距离球形目标越近时,二次场 $\mathbf{B}_s$ 和它 $z$ 轴方向分量 $\mathbf{B}_z$ 越大,当探测器正好位于球形目标水平位置时, $\mathbf{B}_s$ 和 $\mathbf{B}_z$ 达到最大。由式(2-14)和(2-15)可知,二次场与感应磁偶极矩大小成正比并且感应磁偶极矩又与主磁场大小成正比,所以探测器离球形目标水平位置越近时, $\mathbf{B}_s$ 和 $\mathbf{B}_z$ 越大。

图 5-3 为垂直放置的圆柱形物体的二次场响应图,可以看到其在各个轴上的二次场空间响应都与球形物体响应(图 5-2)一致,除了一些幅度上的差异。由(2-22)可知,当主场一定时,物体的二次场空间响应仅与磁极化率张量 $\mathbf{M}$ 中 6 个独立元素有关。在姿态角都为 0 的情况下,圆柱形物体和球形物体的磁极化率张量 $\mathbf{M}$ 仅对角线上有元素,且进行归一化后仅 $M_{33}$ 不同,而该元素仅影响 $z$ 轴方向上的二次场,因此,这两者的二次场空间响应十分相似。

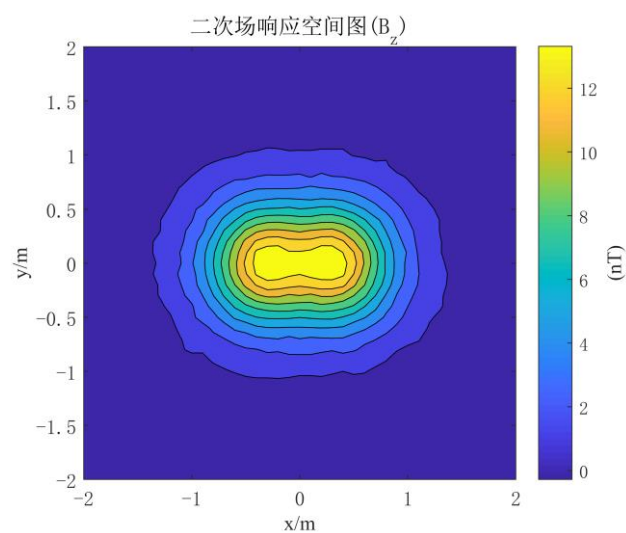
由于发射器为一个水平放置的环形线圈,相对于 $x$ 和 $y$ 轴, $z$ 轴上发射能力更强,导致二次场响应主要集中在 $z$ 轴方向上,故图 5-2 和图 5-3 中各自的(c)和(d)相差无几。但 $\mathbf{B}_s$ 幅度高于 $\mathbf{B}_z$ ,因此在后续仿真中,如无特殊说明,均采用 $\mathbf{B}_s$ 空间响应作为处理数据。

对于图 5-2 和图 5-3,采用式(4-6)得到的目标水平位置 $\mathbf{p}_{peak}$ 具有误差小,简便等优点,但其精度受限于扫描线间隔 $l_s$ 和采样点间隔 $p_s$ ,而且在很多情况下,二次场响应最大的位置并不是出现在探测目标的水平位置处,如图 5-4(c)和(d)。

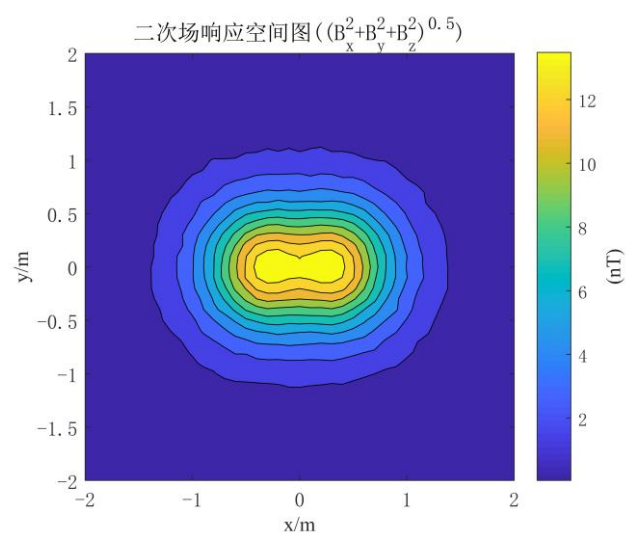




(b)



(c)



(d)

图 5-4 圆柱形物体二次场响应空间强度图 ( $\theta=90^\circ$ )。 (a) 二次场在  $x$  轴方向的分量

$\mathbf{B}_x$ . (b) 二次场在  $y$  轴上的分量  $\mathbf{B}_y$ . (c) 二次场在  $z$  轴上的分量  $\mathbf{B}_z$ . (d) 二次场  $\mathbf{B}_s$

图 5-4 为  $\theta=90^\circ$ （即平行于  $x$  轴平躺，如图 5-5 所示）时圆柱形物体的二次场空间响应， $\mathbf{B}_x$  空间响应和  $\mathbf{B}_y$  空间响应仍然关于直线  $x=0$  和  $y=0$  对称，但此时出现了四个峰值点，图形更为复杂。 $\mathbf{B}_z$  和  $\mathbf{B}_s$  空间响应形状还是一致，和上述分析的一致。但此时明显可以看出，图像中有两个峰值点，且都不在探测物体的水平位置，因此对于这种情形，式(4-6)得到的  $\mathbf{p}_{peak}$  将会有较大的误差。但(c)和(d)中的图像，仍然具有良好的对称性，故空间响应的一阶矩预期能有较好的水平位置估计效果。

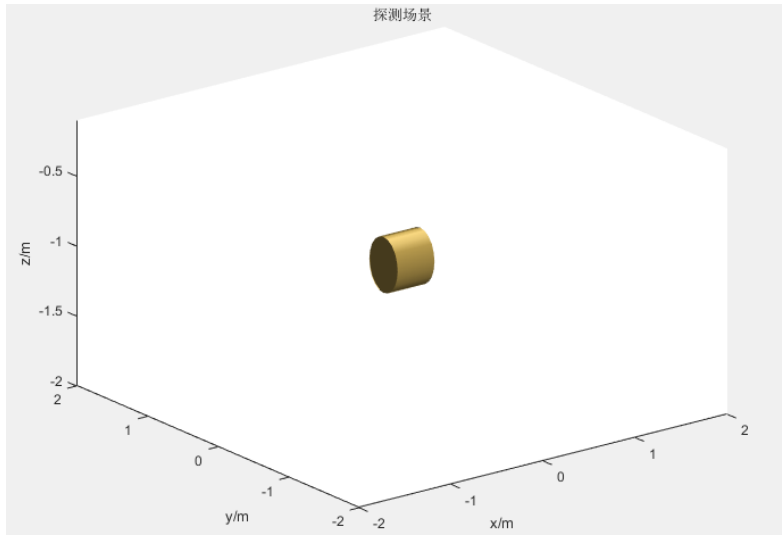


图 5-5 圆柱形物体探测场景图

综上，水平放置的环形天线在  $z$  轴方向上的发射能力更强，故二次场空间响应中  $x$  和  $y$  轴方向分量相对幅度较低，因此  $\mathbf{B}_z$  更适用于来做位置分析。考虑到  $\mathbf{B}_s$  空间响应同  $\mathbf{B}_z$  基本一致，且  $\mathbf{B}_s$  幅度高抗噪能力更强，因此接下来的仿真中均采用  $\mathbf{B}_s$  空间响应来做位置分析。

## 5.2 目标探测算法结果

本小节将从初值估计性能和滤波性能两个方面来讨论探测算法结果。

### 5.2.1 初值估计性能

由式(2-28)可知，状态向量  $\mathbf{a}=[x, y, z, M_{11}, M_{22}, M_{33}, M_{12}, M_{13}, M_{23}]$  包含 9 个参数，水平位置可以确定  $x$  和  $y$  两个参数，深度可以确定  $z$  参数，当  $x, y, z$  求出，利



用式(4-16)可求出剩余的 6 个参数，即磁极化率张量元素向量  $\bar{\mathbf{M}}$ 。接下来将从水平位置估计性能、深度估计性能以及张量元素向量  $\bar{\mathbf{M}}$  估计性能三个方面来讨论初始状态估计性能。

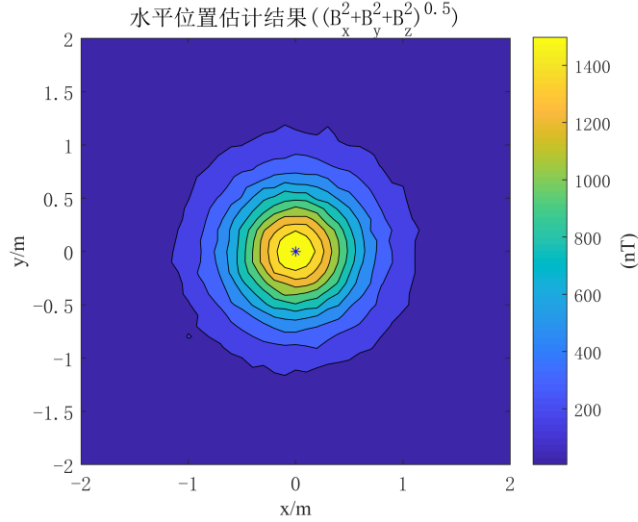


图 5-6 球形物体水平位置估计结果。图中蓝色的标记“\*”为定位结果

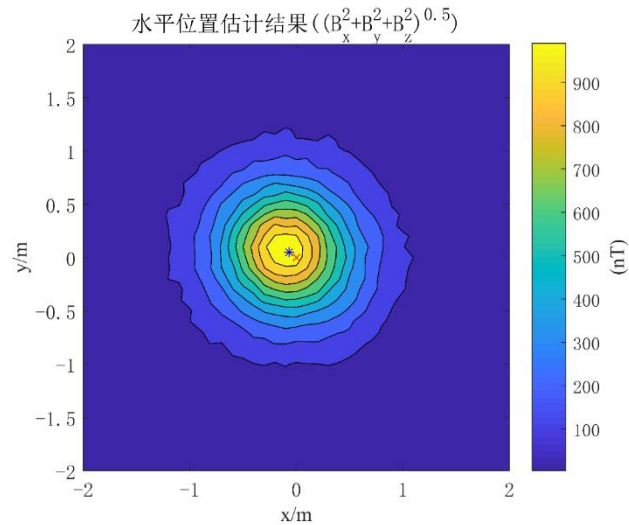


图 5-7 圆柱形物体水平位置估计结果。图中蓝色的标记“\*”为定位结果，红色的标记“x”为物体真实位置

图 5-6 为球形物体水平位置定位结果，图中蓝色的标记“\*”所在位置为由物体二次场空间响应得到定位结果（实际位置和定位结果几乎完全重合，故实际位置未标出），定位精度很高，但这是因为球体的空间响应具有高度的对称性。圆柱直立或者平躺时，如图 5-3(d)和图 5-4(d)所示其空间响应具有高度的对称性，可以预料到这两种情况水平定位精度也会很高（下文会详细给出结果），但当圆柱倾斜时，其二次场空间响应不具备空间对称性，这种情

况下水平位置定位精度必定受到影响。如图 5-7 所示，当俯仰角  $\theta=45^\circ$  且侧倾角  $\phi=45^\circ$  时，定位结果（蓝色标记“\*”所在位置）与物体真实位置（红色标记“x”所在位置）出现了明显的偏差。接下来将详细讨论不同信噪比下圆柱体定位性能和不同姿态角下圆柱体定位性能。

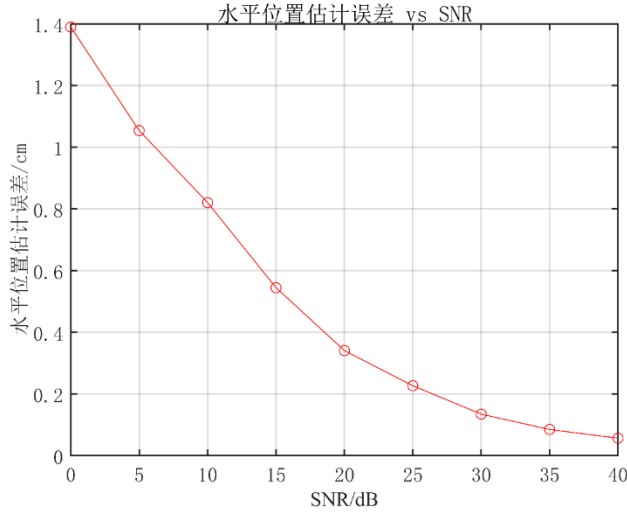


图 5-8 不同信噪比下的球形物体水平位置估计误差

为了客观评价二次项空间响应一阶矩的水平位置定位性能，本文比较了不同仿真条件下的水平位置估计误差，每种仿真条件下的水平位置估计误差  $\bar{u}$  是由 100 次蒙特卡洛实验所得的平均值，即

$$\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^{100} \sqrt{(\hat{X}_0(i) - X_0)^2 + (\hat{Y}_0(i) - Y_0)^2}}{100} \quad (5-5)$$

式中， $(\hat{X}_0(i), \hat{Y}_0(i))$  为第  $i$  次蒙特卡洛实验所求得的水平位置估计， $(X_0, Y_0)$  为探测目标真实位置。图 5-8 给出了不同信噪比  $SNR$  下球形物体的水平位置估计误差结果，从图中可知，随着  $SNR$  的增加，误差逐渐减小；当  $SNR \geq 10\text{dB}$  时，误差小于 1cm；总之，对于球形物体而言，空间响应一阶矩定位精度很高，即便低信噪比下定位精度依然出色，水平定位误差始终在 cm 级。图 5-9 分别给出了侧倾角  $\phi=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  时，圆柱形物体水平定位误差随着俯仰角  $\theta$  的变化曲线；上文已讨论过在空间响应对称的情况下，空间响应一阶矩定位精度会很高，比如圆柱直立（ $\theta=\phi=0^\circ$ ）或者平躺（ $\phi=90^\circ$ ）时，正如图 5-9 中绿色曲线所示，定位误差始终小于 1cm，其定位性能远远优于其它姿态下的定位性能。由图中的蓝色曲线所示，当圆柱体从直立逐渐改变姿态到平躺时，定位误差逐渐虽然，再渐渐减少；这个变化过程中，可以想象到，物体对应的二次场空间响应将从对称变为不对称，最终又变为对称，所以上述定位误

差变化规律与理论预期一致。红色曲线为侧倾角为 45 度时的变化规律，当俯仰角为 0 度时，此时二次场空间响应已经不对称，此时逐渐增加俯仰角，二次场的不对称性将先变化缓慢，再渐渐减小，对应的定位误差也先变化缓慢，再逐渐减小，正如曲线中所示。从上述实验可以看出，空间响应一阶矩定位误差始终小于 10cm，在某些情况下，误差会小于 1cm。

综上，空间响应一阶矩定位精度与探测目标二次场空间响应的对称性密切相关，对称时，定位性能极佳，具有一定不对称时，该方法仍然能有较好的性能。

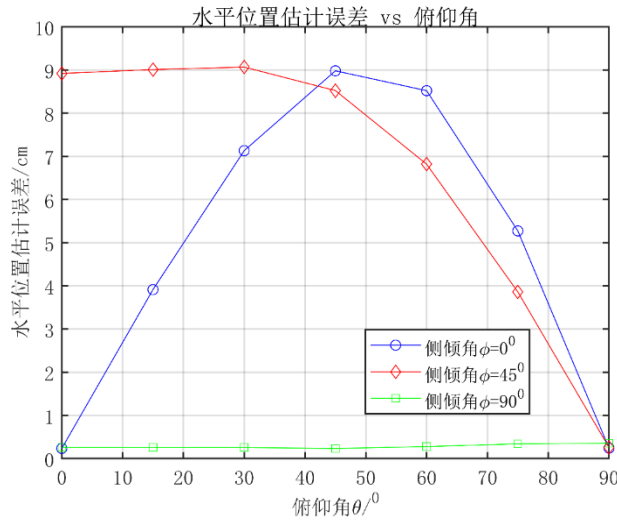


图 5-9 不同姿态角下圆柱形物体水平位置估计误差

为了评估 FWHM 深度估计性能，本文比较了不同仿真条件下的深度估计误差，每种仿真条件下的深度估计误差  $\bar{d}$  是由 100 次蒙特卡洛实验所得的平均值，即：

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{100} |\hat{Z}_0(i) - Z_0|}{100} \quad (5-6)$$

式中， $\hat{Z}_0(i)$  为第  $i$  次蒙特卡洛实验所求得的深度， $Z_0$  为探测目标真实深度。图 5-10 比较了不同信噪比下球形物体的深度估计误差，由图可知，随着  $SNR$  的增加，深度估计误差先逐渐减小，再逐渐增大， $SNR$  达到某个阈值后，逐渐稳定至 6cm 左右。由于直接从二次场空间响应获取目标深度是很困难的，FWHM 也仅能获得目标深度的近似估计值，即便在无噪声情况下也是存在一定误差的，故  $SNR$  达到一定值后误差趋于稳定，这也是为什么信噪比低一些的时候反而精度高，因为噪声的随机性可能会给 FWHM 带来精度的增加，但这是不稳定的。总体来看，FWHM 的深度估计误差基本在 10cm 以内。图 5-

11 比较了深度处于 40~100cm 范围内的圆形物体深度估计精度，深度估计误差随着深度的增加基本在逐渐增大，但会有小波动，都处于 5cm 以内。图 5-12 分别给出了侧倾角  $\phi=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  时，圆柱形物体深度估计误差随着俯仰角的变化曲线，绿色曲线的整体误差基本保持 12cm 左右，且基本高于其他两条曲线，说明圆柱体平躺时（ $\phi=90^\circ$ ），深度估计误差相对于其它姿态更高；从红色曲线和蓝色曲线可以看出，随着俯仰角的逐渐增大，深度估计误差先减少，再逐渐增大至平躺时的误差。

综上，仅通过二次场空间响应，获取精确的深度估计是很困难的，FWHM 提供了一种估计深度的方法，并且深度估计性能较佳，对噪声鲁棒性高。

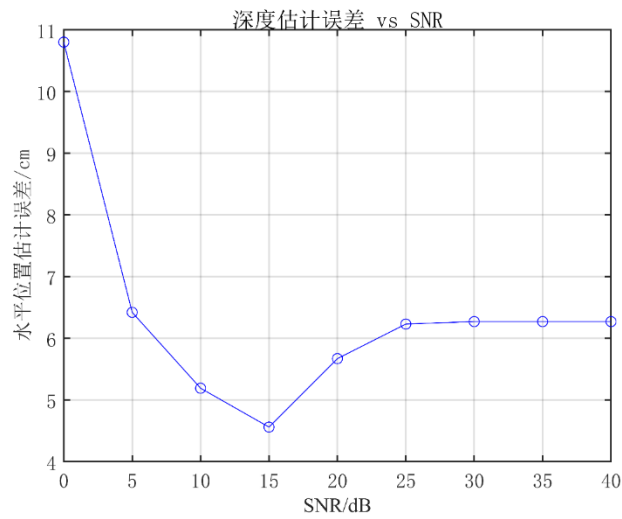


图 5-10 不同信噪比下的球形物体深度估计误差

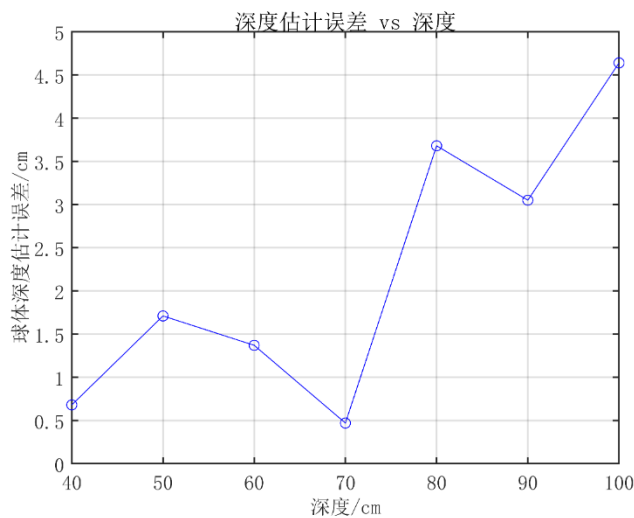


图 5-11 不同深度下球形物体深度估计误差

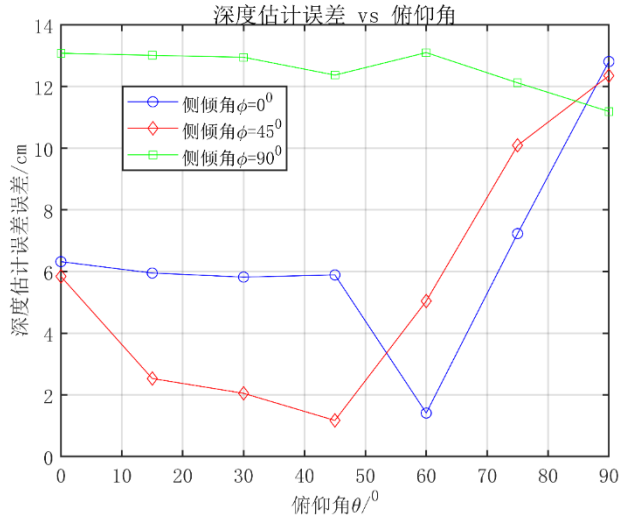


图 5-12 不同姿态角下圆柱形物体深度估计误差

最后，为了评估磁极化率张量中元素向量  $\bar{\mathbf{M}}$  估计性能，本文比较了不同仿真条件下的  $\bar{\mathbf{M}}$  估计的相对误差，每种仿真条件下的  $\bar{\mathbf{M}}$  估计相对误差  $\bar{e}_r$  是由 100 次蒙特卡洛实验所得的平均值，即

$$\bar{e}_r = \frac{\sum_{i=1}^{100} \|\hat{\mathbf{M}}(i) - \bar{\mathbf{M}}\|_2}{100 \|\bar{\mathbf{M}}\|_2} \quad (5-7)$$

式中， $\hat{\mathbf{M}}(i)$  为第  $i$  次蒙特卡洛实验中通过最小二乘获得的  $\bar{\mathbf{M}}$  估计值。图 5-13 为球形物体相对误差  $\bar{e}_r$  随信噪比的变化曲线，从图中很直观的看出  $\bar{e}_r$  变化规律同图 5-10 中球形物体的深度估计误差  $\bar{d}$  的变化规律一致，说明  $\bar{e}_r$  的大小主要和 FWHM 的深度估计性能有关。这是因为  $\bar{\mathbf{M}}$  的估计精度与位矢  $\mathbf{r}$  有关，而球形物体的水平位置估计误差  $\bar{u}$  很小（小于 2cm），所以出现了以上  $\bar{e}_r$  同  $\bar{d}$  变化规律一致的现象。同样的现象也出现在圆柱形物体当中，如图 5-14 和图 5-12 所示， $\bar{e}_r$  与  $\bar{d}$  变化规律也一致，但圆柱形物体的误差  $\bar{u}$  相对于球形物体的误差  $\bar{u}$  较大，能达到 10cm，说明水平位置估计性能对  $\bar{\mathbf{M}}$  的估计精度影响不大。估计  $\bar{\mathbf{M}}$  的相对误差  $\bar{u}$  主要和深度估计性能有关，且估计值能够和真实值保证在一个量级，能满足后续算法需要。

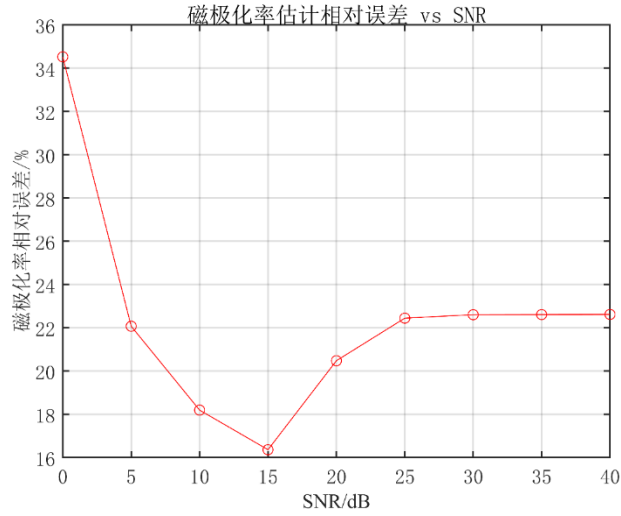


图 5-13 不同信噪比下球形物体磁极化率张量元素估计误差

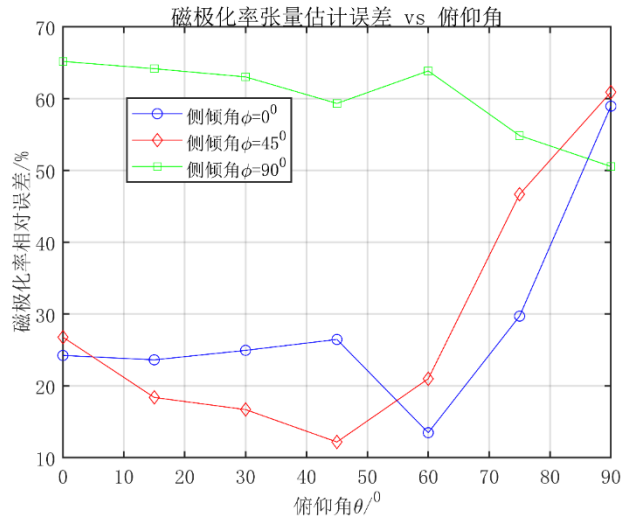


图 5-14 不同姿态角下圆柱形物体磁极化率张量元素估计误差

综上所述，空间响应一阶矩、FWHM 和最小二乘法能获取较为精确的水平位置估计性能、深度估计性能和磁极化率张量元素向量  $\bar{\mathbf{M}}$  的估计性能，且算法复杂度低，代价小，易实现，能为后续滤波算法提供较为精确的初始状态，保证最终探测算法的收敛性和精度。

### 5.2.2 KF-EKF 算法性能

当不精确的初始状态  $\hat{\mathbf{a}}_0 = [\hat{\mathbf{r}}_0^T, \hat{\mathbf{M}}_0^T]^T$  求出后，即可用 KF-EKF 算法进行处理，递推得到精确的探测目标状态  $\hat{\mathbf{a}}(k)$ 。在接下来的仿真中，KE-EKF 算法中

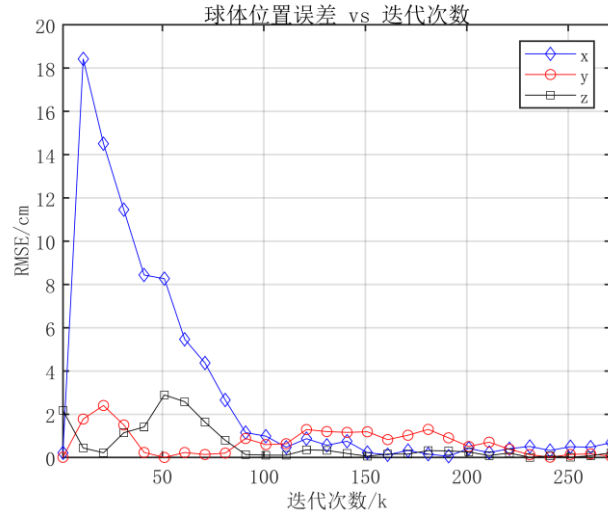
的初始协方差矩阵  $\mathbf{P}(0)=10\mathbf{I}$ ，测量协方差矩阵  $\mathbf{R}=\mathbf{I}$ ，预测协方差矩阵  $\mathbf{Q}=10^{-8}\mathbf{I}$ 。接下来将从收敛性和精度两个方面来讨论 KF-EKF 算法的性能。

本文分别采用位置误差和磁极化率的均方根误差（RMSE，Root Mean Square Error）来讨论算法的收敛性能：

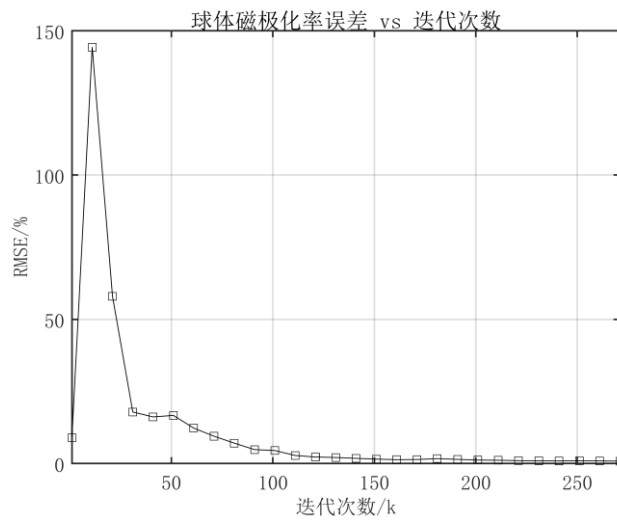
$$RMSE_r(k) = \sqrt{\frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} \|\mathbf{r} - \hat{\mathbf{r}}_i(k)\|_2} \quad (5-8)$$

$$RMSE_M(k) = \sqrt{\frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} \frac{\|\bar{\mathbf{M}} - \hat{\mathbf{M}}_i(k)\|_2}{\|\bar{\mathbf{M}}\|_2}} \quad (5-9)$$

式中， $i$  为蒙特卡洛实验序号， $k$  为迭代次数。



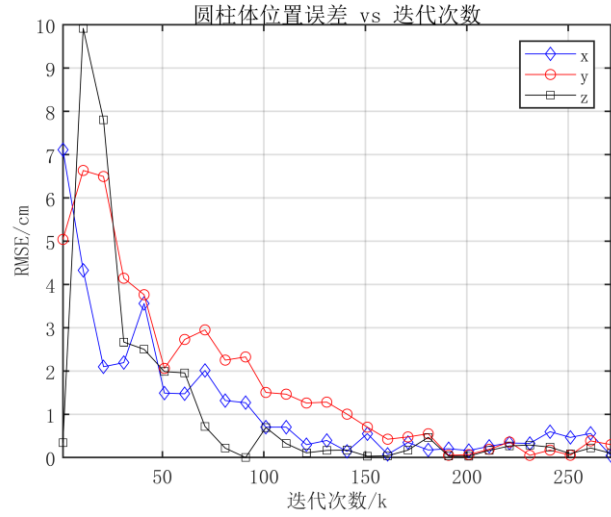
(a)



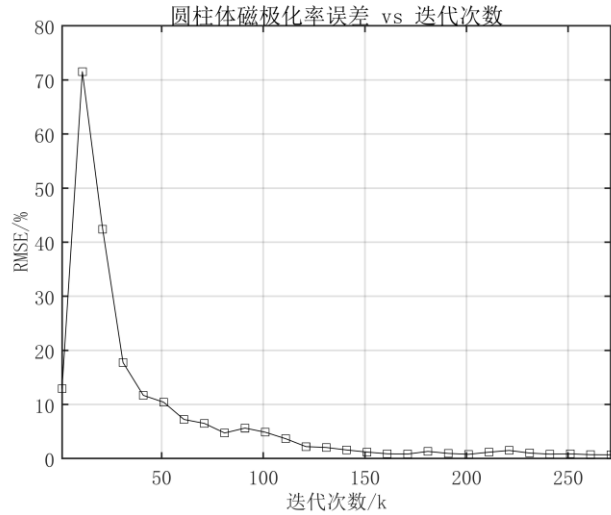
(b)

图 5-15 球形物体 KF-EKF 算法的迭代性能。(a) 位置误差 (b) 磁极化率误差

从图 5-15 中可以看出,在迭代开始的时候,位置误差和磁极化率误差波动较大(因为开始时初始协方差矩阵未收敛),但达到某个迭代次数后,将渐渐接近于 0,即收敛到真实值。同样的现象也出现的圆柱形物体的迭代过程中,如图 5-16 所示。综上,EK-EKF 算法能够在初值  $\hat{\mathbf{a}}_0 = [\hat{\mathbf{r}}_0^T, \hat{\mathbf{M}}_0^T]^T$  的条件下较快的收敛到探测目标真实值。



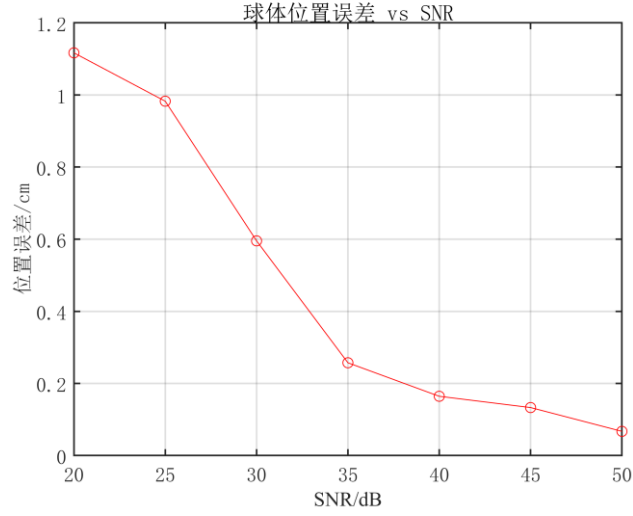
(a)



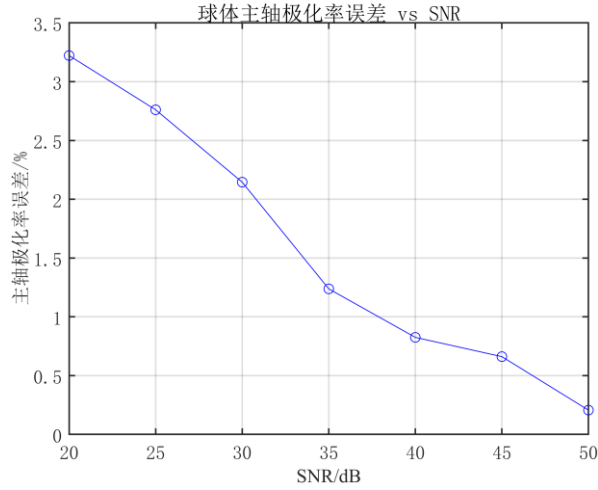
(b)

图 5-16 圆柱形物体 KF-EKF 算法的迭代性能 ( $\theta = \phi = 45^\circ$ )。(a) 位置误差 (b) 磁极化率误差





(a)



(b)

图 5-17 不同信噪比下 KF-EKF 算法的精度（圆形物体）。(a) 位置误差 (b) 主轴极化率误差

为评价 KF-EKF 算法的收敛精度，本文讨论了不同仿真条件下的位置误差和主轴极化率误差，每种仿真条件下的位置误差  $\bar{r}$  和主轴极化率误差  $\bar{\beta}_e$  是由 100 次蒙特卡洛实验所得的平均值，即：

$$\bar{r} = \frac{\sum_{i=1}^{100} \|\hat{\mathbf{r}}(i) - \mathbf{r}\|_2}{100} \quad (5-10)$$

$$\bar{\beta}_e = \frac{\sum_{i=1}^{100} \|\hat{\boldsymbol{\beta}}(i) - \boldsymbol{\beta}\|_2}{100 \|\boldsymbol{\beta}\|_2} \quad (5-11)$$

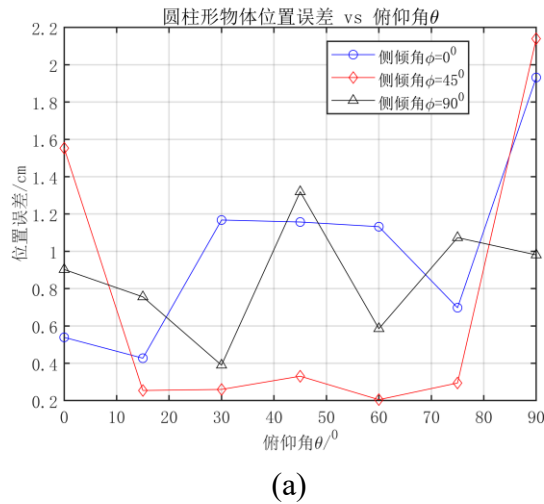
式中， $\hat{\mathbf{r}}(i)$  和  $\hat{\boldsymbol{\beta}}(i)$  分别为第  $i$  次蒙特卡洛实验中，利用 KF-EKF 收敛后的参数

$\hat{\mathbf{a}}$  计算所得的位置估计和主轴极化率估计。

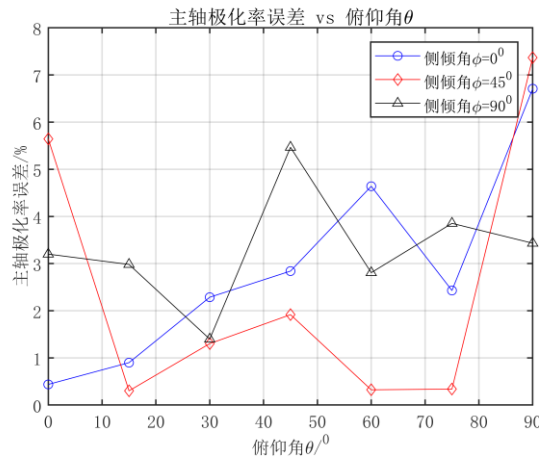
图 5-17 给出了圆形物体在不同信噪比下的位置误差  $\bar{r}$  和主轴极化率误差  $\bar{\beta}_e$ ，从图中可以看出，随着信噪比的增加， $\bar{r}$  和  $\bar{\beta}_e$  逐渐降低，且  $\bar{r}$  始终在 2cm 以内， $\bar{\beta}_e$  在 4% 以内。对于圆柱形物体，其精度略低于圆形物体，正如图 5-18 所示，不同姿态下，精度会有波动，但位置误差始终在 3cm 以内，主轴极化率误差在 8% 以内。

表 5-4 给出了圆柱形物体在不同姿态角下的角度估计误差，从表中可以看出，角度估计误差小于  $4^\circ$ ，除了姿态角为  $(90^\circ, 0^\circ)$  的情况，这是因为当  $\theta = 90^\circ$  时，出现了万向节死锁的现象<sup>[72]</sup>，此时改变侧倾角  $\phi$ ，圆柱体等价于绕着主轴旋转，因此不影响二次场空间响应。

综上，本文所提出的 KF-EKF 具有优异的位置探测性能、良好的主轴极化率探测性能以及较高的角度估计性能。



(a)



(b)

图 5-18 不同姿态角下 KF-EKF 算法的精度 (圆柱形物体)。(a) 位置误差 (b) 主轴极化率误差

表 5-4 不同姿态角下的角度估计误差

目标姿态 $(\theta, \phi)$	估计误差
$(0^\circ, 0^\circ)$	$(1.2^\circ, 2.1^\circ)$
$(15^\circ, 0^\circ)$	$(0.5^\circ, 2.4^\circ)$
$(30^\circ, 0^\circ)$	$(1.6^\circ, 3.9^\circ)$
$(45^\circ, 0^\circ)$	$(0.6^\circ, 2.0^\circ)$
$(60^\circ, 0^\circ)$	$(1^\circ, 0.1^\circ)$
$(75^\circ, 0^\circ)$	$(0.26^\circ, 0.71^\circ)$
$(90^\circ, 0^\circ)$	$(0.61^\circ, 25.2^\circ)$

### 5.3 本章小节

本章详述了整个仿真验证流程，包括仿真系统的结构和流程、仿真参数定义以及仿真数据的产生。最后，对仿真系统所产生的数据进行算法验证和性能分析。

仿真系统产生的仿真数据主要包括两种物体：球形物体和圆柱形物体。本章针对以上两种物体在不同的参数下做了大量实验研究，包括水平位置估计、深度估计、磁极化率张量估计以及 KF-EKF 收敛性和探测性能。仿真结果表明，空间响应一阶矩和 FWHM 能够提取到较为精确目标三维空间位置，结合最小二乘法能得到同一个量级的磁极化率张量估计，得到较为精确的目标初值估计；利用上述结果作为初值，KF-EKF 算法具有稳定的收敛性、高精度的定位结果、良好的主轴极化率估计性能以及较高的姿态估计性能。

## 6 总结与展望

### 6.1 本文工作总结

本文在引言部分论述了基于滤波的 EMI 目标探测技术的研究背景以及意义，并分析了采用滤波方法进行目标探测的主要问题在于：1) EMI 模型中有高度非线性部分，增加滤波复杂度的同时，且影响滤波性能。2) 滤波性能主要和初始状态有关，但初始状态不易确定，目标的方位-距离等信息就存在于空间磁场信号之中，却难以用简易的方法提取。针对上述问题，本文研究了国内外相关解决方法，对如何降低 EMI 模型非线性和求解初始状态做了相应分析。总的来说，本文的主要研究内容如下：

#### 1) 改进 EMI 模型，减少模型中的非线性参数的提取

在 EMI 模型中，物体感应磁场与位置、姿态以及主轴磁极化率等 9 个参数有关，其中与位置和姿态相关的 6 个参数成非线性关系，与主轴磁极化率 3 个参数成线性关系。为降低模型的非线性性，本文对 EMI 模型进行了修改，使其非线性仅与位置 3 个参数相关，将模型的非线性参数数量从 6 个降低到 3 个。

#### 2) 基于改进 EMI 模型的初始状态提取方法

本文对改进的 EMI 进行了深入研究，发现只要提取到探测目标的位置信息，另外 6 个线性参数可以很容易求出。为了从空间磁场信号中提取到目标初始状态，本文分别采用磁场信号的空间一阶矩和 FWHM 来提取目标的水平位置和深度，再用最小二乘法求解磁极化率张量中 6 个独立元素，并用 Tikhonov 正则化改善求解过程中可能出现的非适定问题。

#### 3) 基于 KF 和 EKF 的目标探测算法

本文结合 KF 和 EKF 得到 KF-EKF 算法，用以同时提取改进 EMI 模型中的线性参数和非线性参数，并用本文所提初始状态提取方法获取 KF-EKF 算法的迭代初值。

仿真结果表明，所提出的探测算法的定位误差在 3cm 以内，且具有稳定的收敛性和优异的探测性能。

## 6.2 未来研究展望

基于滤波的 EMI 目标探测方法作为目标探测技术的重要一员，在未来的目标探测领域中发挥的作用势必越来越大。为进一步提高目标探测的性能，仍然存在着一些问题需要解决。

### 1) 降低介质对探测性能的影响研究

在实际探测环境中，信号传播的环境可能是及其复杂的（如人体、土壤、建筑物等），这些介质也会有二次场响应，会对探测性能产生影响。因此在 EMI 模型中，考虑介质等因素的影响是很有必要的。

### 2) 改进在大初值误差情况下滤波算法的探测性能研究

在实际应用场景中，探测目标的初始可能很大，此时，保证滤波算法在大初值误差情况下的收敛性和提高算法初值鲁棒性，至关重要。

## 参考文献

- [1] 师晓宙, 胡超, 向望华等. 用于骨科手术机器人的电磁定位方法[J]. 传感技术学报, 2011, 24(11): 1569–1573.
- [2] 徐彤, 王涌天, 阎达远. 用于虚拟现实的六自由度电磁跟踪系统[J]. 北京理工大学学报, 2000, 20(5): 544–549.
- [3] 肖艳. 机器人在包装自动化领域发展势头强劲[J]. 中国包装工业, 2014(13): 16–22.
- [4] 李博, 林岳凌, 谭振豪. 基于直角坐标机器人的计量封印自动化包装装置[J]. 轻工机械, 2014, 32(4): 77–79.
- [5] 李建新. 基于正四面体结构差分磁偶极子对内窥镜定位探头微型化的研究[D]. 福州大学, 2003.
- [6] 欧伟光, 刘高超, 陆尧胜等. 电磁跟踪定位器用于产程监测的可行性[J]. 中国医学物理学杂志, 2016, 33(6): 619–625.
- [7] Pham D M, Aziz S M. A Real-Time Localization System for an Endoscopic Capsule Using Magnetic Sensors[C]//IEEE Ninth International Conference on Intelligent Sensors, Sensor Networks and Information Processing. 2014: 20910.
- [8] 唐劲飞, 龚沈光, 王金根. 基于磁偶极子模型的目标定位和参数估计[J]. 电子学报, 2002, 30(4): 614–616.
- [9] Qi Z, Li X, Li H, et al. Drone-borne transient electromagnetic system and its application in UXO detection[G]//SEG Technical Program Expanded Abstracts 2018. Society of Exploration Geophysicists, 2018: 2776–2781.
- [10] 周立伟, 刘玉岩. 目标探测与识别[J]. 北京: 北京理工大学出版社, 2002.
- [11] Stetson J B. Magnetic anomaly detector[J]. Google Patents, 2012.
- [12] Pasion L R. Detecting unexploded ordnance with time domain electromagnetic induction[D]. University of British Columbia, 1999.
- [13] Billings S D, Pasion L R, OLDENBURG D W. Discrimination and identification of UXO by geophysical inversion of total-field magnetic data[R]. 2002.
- [14] 王金根, 龚沈光. 基于运动标量磁强计的磁性目标定位问题研究[J]. 电子学报, 2002, 30(7): 1057–1060.
- [15] Birsan M. Recursive Bayesian method for magnetic dipole tracking with a tensor gradiometer[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2011, 47(2 PART 2): 409–415.
- [16] 张宏欣, 周穗华, 张伽伟. 磁偶极子跟踪的渐进贝叶斯滤波方法[J]. 自动化学报, 2017, 43(5): 822–834.
- [17] Roest W R, Verhoef J, Pilkington M. Magnetic interpretation using the 3-D

- analytic signal[J]. *Geophysics*, 1992, 57(1): 116–125.
- [18] Macleod I N, Jones K, Dai T F, et al. 3-D analytic signal in the interpretation of total magnetic field data at low magnetic latitudes[J]. *Exploration Geophysics*, 1993, 24(4): 679–688.
- [19] Zuo B, Wang L, Chen W. Full Tensor Eigenvector Analysis on Air-Borne Magnetic Gradiometer Data for the Detection of Dipole-Like Magnetic Sources[J]. *Sensors*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, 2017, 17(9): 1976.
- [20] Riggs L S, Barnett T, Lowe L T, et al. Baseline performance of the US Army's AN/PSS-12 metal detector[C]//*Detection and Remediation Technologies for Mines and Minelike Targets IV*. 1999, 3710: 52–64.
- [21] Miller J T, Bell T H, Soukup J, et al. Simple phenomenological models for wideband frequency-domain electromagnetic induction[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, IEEE, 2001, 39(6): 1294–1298.
- [22] Collins L, Gao P, Carin L. An improved Bayesian decision theoretic approach for land mine detection[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, IEEE, 1999, 37(2): 811–819.
- [23] Prouty M, George D C, Snyder D D. Metalmapper: A multi-sensor TEM system for UXO detection and classification[R]. 2011.
- [24] Shubitidze F, Barrowes B, Shamatava I, et al. APG UXO discrimination studies using advanced EMI models and TEMTADS data[C]//*Detection and Sensing of Mines, Explosive Objects, and Obscured Targets XIV*. 2009, 7303: 73030M.
- [25] Bruschini C, Sahli H. Phase-angle-based EMI object discrimination and analysis of data from a commercial differential two-frequency system[C]//*Detection and Remediation Technologies for Mines and Minelike Targets V*. 2000, 4038: 1404–1420.
- [26] Goodson R A, Bennett Jr H H, Demoss T A, et al. Analysis of GEM-3 Data from the Advanced UXO Detection/Discrimination Technology Demonstration-US Army Jefferson Proving Ground, Madison, Indiana[R]. 2002.
- [27] 万成彪. 基于磁偶极子模型的磁性目标定位方法研究[D]. 国防科学技术大学, 2013.
- [28] Bruschini C. A multidisciplinary analysis of frequency domain metal detectors for humanitarian demining[D]. Vrije Universiteit Brussel, Brussels, 2002.
- [29] Shubitidze F. A complex approach to UXO discrimination: combining advanced EMI forward models and statistical signal processing[R]. 2012.
- [30] Marquardt D W. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters[J]. *Journal of the society for Industrial and Applied Mathematics*, SIAM, 1963, 11(2): 431–441.
- [31] Fachinotti V D, Anca A A, Cardona A. A method for the solution of certain problems in least squares[J]. *Int J Numer Method Biomed Eng*, 2011, 27(4): 595–607.

- [32] Dennis Jr J E, Schnabel R B. Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations[M]. Siam, 1996, 16.
- [33] Storn R, Price K. Differential evolution--a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces[J]. Journal of global optimization, Springer, 1997, 11(4): 341–359.
- [34] Smith J T, Morrison H F, Becker A. Resolution depths for some transmitter-receiver configurations[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, IEEE, 2004, 42(6): 1215–1221.
- [35] Ingber L. Simulated annealing: Practice versus theory[J]. Mathematical and computer modelling, Elsevier, 1993, 18(11): 29–57.
- [36] Grzegorzczak T M, Barrowes B E. Real-Time Processing of Electromagnetic Induction Dynamic Data Using Kalman Filters for Unexploded Ordnance Detection[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2013, 51(6): 3439–3451.
- [37] Grzegorzczak T M, Barrowes B E. Kalman Filters for UXO Detection : Real-Time Feedback and Small Target Detection ( MR-2106 ) [J]. 2012(May): 1–4.
- [38] Zhi-Yi C. Magnetic Dipole Tracking Based on Nonlinear Filtering Algorithm[J]. 2013(51109215).
- [39] 杨明明, 连丽婷, 高守勇. 基于卡尔曼滤波的磁偶极子目标张量定位 [J]. 舰船科学技术, 2014(11): 148–152.
- [40] Balaji B, Nelson J B. Parameter estimation and tracking of a magnetic dipole[J]. 2014, 9091: 90910A.
- [41] 张宏欣, 周穗华, 吴志东等. 基于改进粗糙化粒子滤波的磁偶极子跟踪 [J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2014(9): 76–80.
- [42] 余振华, 周乾伟, 谢东峰等. 车辆磁场跟踪问题的几种非线性滤波方案研究[J]. 传感技术学报, 2014, 27(4): 505–511.
- [43] 周穗华, 张文成, 张宏欣. 基于混合卡尔曼滤波的磁偶极子目标跟踪 [J]. 水雷战与舰船防护, 2015(4).
- [44] 吴垣甫, 孙跃. 基于递推更新卡尔曼滤波的磁偶极子目标跟踪[J]. 北京航空航天大学学报, 2017.
- [45] WEBER T A, MACOMB D J. On the equivalence of the laws of Biot--Savart and Ampere[J]. American Journal of Physics, AAPT, 1989, 57(1): 57–59.
- [46] Constantine A B, Others. Antenna theory: analysis and design[J]. MICROSTRIP ANTENNAS, third edition, John wiley & sons, 2005.
- [47] Baum C E. Detection and identification of visually obscured targets[M]. CRC Press, 1998.
- [48] Bell T H, Barrow B J, Miller J T. Subsurface discrimination using electromagnetic induction sensors[J]. IEEE transactions on geoscience and remote sensing, IEEE, 2001, 39(6): 1286–1293.
- [49] Bell T, Barrow B, Miller J, et al. Time and frequency domain



- p>electromagnetic induction signatures of unexploded ordnance[J].
- 
- Subsurface Sensing Technologies and Applications, Springer, 2001, 2(3):
- 
- 153–175.
- [50] Sower G D, Endsley J D. The Electrodynamics of Metal Mine  
Detection[C]//Proc. Third Intl. Symposium on Technology and the Mine  
Problem. 1998: 6–9.
- [51] Arfken G B, Weber H J. Mathematical methods for physicists[J]. AAPT,  
1999.
- [52] Carin L, Kennedy L, Zhu X, et al. 2009 ESTCP UXO Discrimination  
Study, San Luis Obispo, CA[R]. 2010.
- [53] Weisstein E W. Chapman-kolmogorov equation[J]. Mathworld: A Wolfram  
Web Ressource, 2011.
- [54] Webster M. Bayesian statistics[J]. Taylor & Francis, 2013.
- [55] Bar-Shalom Y, Li X-R. Multitarget-multisensor tracking: principles and  
techniques[M]. YBs Storrs, CT, 1995, 19.
- [56] Ho Y C, Lee R. A Bayesian approach to problems in stochastic estimation  
and control[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, IEEE, 1964, 9(4):  
333–339.
- [57] Qu X, Li Y, Fang G, et al. A Portable Frequency Domain Electromagnetic  
System for Shallow Metal Targets Detection[J]. Progress In  
Electromagnetics Research, EMW Publishing, 2017, 53: 167–175.
- [58] Wang H, Chen S, Zhang S, et al. A High-Performance Portable Transient  
Electro-Magnetic Sensor for Unexploded Ordnance Detection[J]. Sensors,  
Multidisciplinary Digital Publishing Institute, 2017, 17(11): 2651.
- [59] Xiaodong Q, Chen W, Guangyou F, et al. Detecting anomaly targets using  
handheld frequency domain electromagnetic system[J]. Sensors and  
Actuators A: Physical, Elsevier, 2017, 268: 155–163.
- [60] 司成海, 张锦, 郭文彬等. 最小二乘问题的稳定近似解[J]. 数学的实践  
与认识, 2009(18): 190–194.
- [61] Pasion L R, Oldenburg D W. Locating and characterizing unexploded  
ordnance using time domain electromagnetic induction[R]. 2001.
- [62] Das Y, Mcfee J E, Toews J, et al. Analysis of an electromagnetic induction  
detector for real-time location of buried objects[J]. IEEE Transactions on  
Geoscience and Remote Sensing, IEEE, 1990, 28(3): 278–288.
- [63] Neumaier A. Solving ill-conditioned and singular linear systems: A tutorial  
on regularization[J]. SIAM review, SIAM, 1998, 40(3): 636–666.
- [64] 惠栋. 农业试验统计[M]. 上海科学技术出版社, 1992.
- [65] 莫惠栋. 回归分析中的病态矩阵及其改进[J]. 作物學報, 作物學報編輯  
委員會, 2006, 32(1): 1–6.
- [66] Calvetti D, Morigi S, Reichel L, et al. Tikhonov regularization and the L-  
curve for large discrete ill-posed problems[J]. Journal of computational and  
applied mathematics, Elsevier, 2000, 123(1–2): 423–446.
- [67] Engl H W, Hanke M, Neubauer A. Regularization of inverse problems[M].

- Springer Science & Business Media, 1996, 375.
- [68] H ämarik U, Palm R, Raus T. A family of rules for parameter choice in Tikhonov regularization of ill-posed problems with inexact noise level[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, Elsevier, 2012, 236(8): 2146–2157.
  - [69] Bozzoli F, Cattani L, Rainieri S, et al. Estimation of the local heat transfer coefficient in coiled tubes: comparison between Tikhonov regularization method and Gaussian filtering technique[J]. International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, Emerald Publishing Limited, 2017, 27(3): 575–586.
  - [70] Vujačić I, Mahmoudi S M, Wit E. Generalized Tikhonov regularization in estimation of ordinary differential equations models[J]. Stat, Wiley Online Library, 2016, 5(1): 132–143.
  - [71] 肖庭延, 于慎根, 王彦飞. 反问题的数值解法[M]. 科学出版社, 2003.
  - [72] Strickland J. What is a gimbal--and what does it have to do with nasa[J]. ONLINE, May, 2008.

## 作者简历及在学研究成果

### 一、作者入学前简历

起止年月	学习或工作单位	备注
2012 年 9 月至 2016 年 6 月	在北京科技大学计算机科学与技术攻读学士学位	学生

### 二、在学期间从事的科研工作

地表下无线传感网自适应中长波天线及磁通信技术研究

个人工作：小组成员。工作时间：2015.10-2018.9。a) 基于 FPGA 的数字近场电磁场测距系统设计与实现；b) 宽带近场电磁场测距技术；c) 超宽带非均匀多层介质中测距技术研究；d) 地表下异常物体探测及分类。

### 三、在学期间发表的论文/专利

[1] **Zhiyang Liu**, Xiaotong Zhang, Peng Wang, Liyuan Xu and Jinwu Xu. Explicit Time Delay Estimation Algorithm Based On Maximum Correntropy Criterion And Approximate Prolate Series[C]. 2018 International Conference on Sensor Networks and Signal Processing (SNSP 2018). (已发表)

[2] 张晓彤, **刘知洋**, 王鹏, 孙国路, 徐丽媛, 徐金梧. 专利: 一种近场电磁场测距系统, 2016. (已授权)

[3] 张晓彤, **刘知洋**, 王鹏, 孙国路, 梁泰琳, 徐金梧. 专利: 一种近场超宽带信号相位差测距方法及系统, 2017. (受理)

[4] 张晓彤, **刘知洋**, 王鹏, 孙国路, 徐丽媛, 万亚东. 专利: 一种介质中近场超宽带测距方法, 2018. (实审)



## 独创性说明

本人郑重声明：所呈交的论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得研究成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写的研究成果，也不包含为获得北京科技大学或其他教育机构的学位或证书所使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中做了明确的说明并表示了谢意。

签名：\_\_\_\_\_ 日期：\_\_\_\_\_

## 关于论文使用授权的说明

本人完全了解北京科技大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留送交论文的复印件，允许论文被查阅和借阅；学校可以公布论文的全部或部分内容，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存论文。

（保密的论文在解密后应遵循此规定）

签名：\_\_\_\_\_ 导师签名：\_\_\_\_\_ 日期：\_\_\_\_\_



## 学位论文数据集

<b>关键词*</b>	<b>密级*</b>	<b>中图分类号*</b>	<b>UDC</b>	<b>论文资助</b>
电磁感应，目标探测，滤波跟踪，卡尔曼滤波，最小二乘法	公开	TP274		
<b>学位授予单位名称*</b>		<b>学位授予单位代码*</b>	<b>学位类别*</b>	<b>学位级别*</b>
北京科技大学		10008	工学	硕士
<b>论文题名*</b>		<b>并列题名</b>		<b>论文语种*</b>
基于滤波跟踪的电磁感应探测算法研究				中文
<b>作者姓名*</b>	刘知洋		<b>学号*</b>	S20160711
<b>培养单位名称*</b>		<b>培养单位代码*</b>	<b>培养单位地址</b>	<b>邮编</b>
北京科技大学		10008	北京市海淀区学院路 30 号	100083
<b>学科专业*</b>		<b>研究方向*</b>	<b>学制*</b>	<b>学位授予年*</b>
计算机科学与技术		无线通信与定位	2.5	2019
<b>论文提交日期*</b>	2018 年 11 月 14 日			
<b>导师姓名*</b>	张晓彤		<b>职称*</b>	教授
<b>评阅人</b>	<b>答辩委员会主席*</b>		<b>答辩委员会成员</b>	
何杰 熊磊	宁焕生		朱岩、王忠民	
<b>电子版论文提交格式</b> 文本 (✓) 图像 ( ) 视频 ( ) 音频 ( ) 多媒体 ( ) 其他 ( ) <b>推荐格式:</b> application/msword; application/pdf				
<b>电子版论文出版 (发布) 者</b>		<b>电子版论文出版 (发布) 地</b>		<b>权限声明</b>
<b>论文总页数*</b>	56			
共 33 项，其中带*为必填数据，为 22 项。				





