

# **Работа 1.2.1**

## **Измерение магнитного поля Земли**

Валеев Рауф Раушанович  
группа 825

6 октября 2019 г.

## Цель работы

Определить характеристики шарообразных неодимовых магнитов и, используя законы взаимодействия магнитных моментов с полем, измерить горизонтальную и вертикальную составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное наклонение.

## В работе используются

12 одинаковых неодимовых магнитных шариков, тонкая нить для изготовления крутильного маятника, медная проволока диаметром  $(0,5-0,6)$  мм, электронные весы, секундомер, измеритель магнитной индукции АТЕ-8702, штангенциркуль, брусок из немагнитного материала  $(25 \times 30 \times 60 \text{ мм}^3)$ , деревянная линейка, штатив из немагнитного материала; дополнительные неодимовые магнитные шарики ( $\sim 20$  шт.) набор гирь и разновесов.

## Теоретическая справка

### Точечный магнитный диполь

Простейший магнитный диполь может быть образован витком с током или постоянным магнитом. По определению, магнитный момент  $\vec{P}_m$  тонкого витка площадью  $S$  с током  $I$  равен:

$$\vec{P}_m = \frac{I}{c} \vec{S} = \frac{I}{c} S \vec{n}$$

где  $c$  – скорость света в вакууме,  $\vec{S} = S \vec{n}$  – вектор площади контура, образующий с направлением тока правовинтовую систему,  $\vec{n}$  – единичный вектор нормали к площадке  $S$  (это же направление  $\vec{P}_m$  принимается за направление  $S \rightarrow N$  от южного ( $S$ ) к северному ( $N$ ) полюсу). Если размеры контура с током или магнитной стрелки малы по сравнению с расстоянием до диполя, то соответствующий магнитный диполь  $\vec{P}_m$  называют элементарным или точечным.

Поле точечного диполя определяется по следующей формуле:

$$\vec{B} = \frac{3(\vec{P}_m, \vec{r})}{r^5} \vec{r} - \frac{\vec{P}_m}{r^3}$$

В магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$  на точечный магнитный диполь  $\vec{P}_m$  действует механический момент сил:

$$\vec{M} = [\vec{P}_m, \vec{B}]$$

Под действием вращающего момента  $\vec{M}$  виток с током или постоянный магнит поворачивается так, чтобы его магнитный момент выстроился вдоль вектора индукции магнитного поля. Это – положение устойчивого равновесия: при отклонении от этого положения возникает механический момент внешних сил, возвращающий диполь к положению равновесия. В положении, когда  $\vec{P}_m$  и  $\vec{B}$  параллельны, но направлены противоположно друг другу, также имеет место равновесие ( $M = 0$ ), но такое равновесие неустойчиво: малейшее отклонение от этого положения приведёт к появлению момента сил, стремящихся отклонить диполь ещё дальше от начального положения.

Магнитный диполь в магнитном поле обладает энергией:

$$W = -(\vec{P}_m, \vec{B})$$

## Неодимовые магниты

В настоящей работе используются неодимовые магниты шарообразной формы. Для нас важно то, что:

1. шары намагничены однородно;
2. вещество, из которого изготовлены магниты, является магнитожёстким материалом.

Внутри такого шара магнитное поле равно

$$B_0 = \frac{2P_m}{R^3} \quad (1)$$

Полный магнитный момент  $\vec{P}_m$  постоянного магнита определяется намагничённостью  $\vec{p}_m$  вещества, из которого он изготовлен. По определению, намагничённость — это магнитный момент единицы объёма. Для однородно намагничённого шара намагничённость, очевидно, равна:

$$\vec{p}_m = \frac{\vec{P}_m}{V} \quad (2)$$

Намагничённость — важная характеристика вещества постоянных магнитов, определяющая, в частности, величину остаточной магнитной индукции  $B_r = 4\pi p_m$  (остаточная индукция  $B_r$  — одна из величин, которая, как правило, указывается в справочниках по магнитожёстким материалам).

$$\vec{B}_P = \frac{8\pi}{3} \vec{p}_m = \frac{2}{3} \vec{B}_r \quad (3)$$

## Экспериментальное определение величины магнитного момента магнитных шариков

$P_m$  можно определить из параметров шарика и из расстояния  $r_{max}$ , на котором они удерживаются в поле тяжести.

$$P_m = \sqrt{\frac{mgr_{max}^4}{6}} \quad (4)$$

$$\vec{B}_p = \frac{2\vec{P}_m}{R^3} \quad (5)$$

## Определение величины магнитного момента по силе сцепления магнитных шариков

Если сила сцепления двух одинаковых шаров равна

$$F_0 = \frac{6P_m^2}{d^4} \Rightarrow P_m = \sqrt{\frac{F_0 d^4}{6}} \quad (6)$$

то минимальный вес цепочки, при которой она оторвется от верхнего шарика равен:

$$F \approx 1,08F_0 \quad (7)$$

## Измерение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли

При отклонении "стрелки" на угол  $\theta$  от равновесного положения в горизонтальной плоскости возникают крутильные колебания вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стрелки. Если пренебречь упругостью нити, то уравнение крутильных колебаний такого маятника определяется возвращающим моментом сил  $M = -P_0 B_h \sin \theta$ , действующим на "стрелку" со стороны магнитного поля Земли, и моментом инерции  $I_n$  "стрелки" относительно оси вращения.

При малых амплитудах:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_n}{nP_m B_h}}$$

Пусть

$$\begin{aligned} T(n) &= kn \Rightarrow \\ k &= \pi \sqrt{\frac{md^2}{3P_m B_h}} \Rightarrow B_h = \frac{\pi^2 md^2}{3k^2 P_m} \end{aligned} \quad (8)$$

## Измерение вертикальной составляющей индукции магнитного поля Земли. Магнитное наклонение.

С помощью небольшого дополнительного грузика "стрелку" можно "выровнять" расположив её горизонтально: в этом случае момент силы тяжести груза относительно точки подвеса будет равен моменту сил, действующих на "стрелку" со стороны магнитного поля Земли. Если масса уравновешивающего груза равна  $m$ , плечо силы тяжести  $r$ , а полный магнитный момент "стрелки"  $P_0 = nP_m$ , то в равновесии:

$$mgr = P_0 B_v = nP_m B_v$$

Пусть  $M(n) = An \Rightarrow$

$$B_v = \frac{A}{P_m} \quad (9)$$

## Ход работы

### Определение магнитного момента, намагниченности и остаточной магнитной индукции вещества магнитных шариков

#### Метод А

Определим все данные наших шариков и запишем их в таблицу.

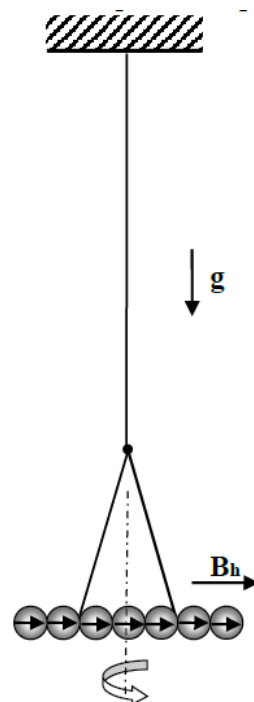


Рис. 1: Крутильный маятник

Параметр	Значение	$\sigma$
$m$ , г	0,85	0,01
$d$ , мм	6	0,1

**Таблица 1.** Параметры шариков.

Определим  $r_{max}$ . Затем по формуле (3) определим  $P_m$ , по формуле (2) определим  $p_m$ , по формуле (5) определим  $B_p$  и по формуле (3) определим  $B_r$ . Все полученные данные занесем в таблицу 2

Величина	Значение	$\sigma$
$r_{max}$ , см	2,38	0,01
$P_m$ , Гс · см <sup>3</sup>	67	2
$p_m$ , Гс	590	30
$B_p$ , кГс	4,9	0,2
$B_r$ , кГс	7,4	0,3

**Таблица 2.** Величины, определяемые в методе А.

Меряем  $B_p$  с помощью магнитометра и получаем  $B_p = (340 \pm 1)$  мТл.

## Метод В

Составим цепочку и определим  $F$  - вес грузиков, которые надо подвесить к этой цепочке, чтобы грузики оторвались.

По формуле (7) определим силу сцепления двух шаров. По формуле (6) найдем  $P_m$  и запишем все данные в таблицу.

Величина	Значение	$\sigma$
$M$ , г	383,4	0,1
$F$ , кдин	375,7	0,1
$F_0$ , кдин	347,9	0,1
$P_m$ , Гс · см <sup>3</sup>	86	3

**Таблица 3.** Величины, определяемые в методе В.

В итоге получаем, что  $P_m = (86 \pm 3)$  Гс · см<sup>3</sup>.  $B_p = (650 \pm 30)$  мТл, а  $B_r = (960 \pm 40)$  мТл, что очень близко к табличным значениям (1,03 – 1,13 Тл), но довольно далеко от измеренного нами поля магнитометром.

## Определение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли

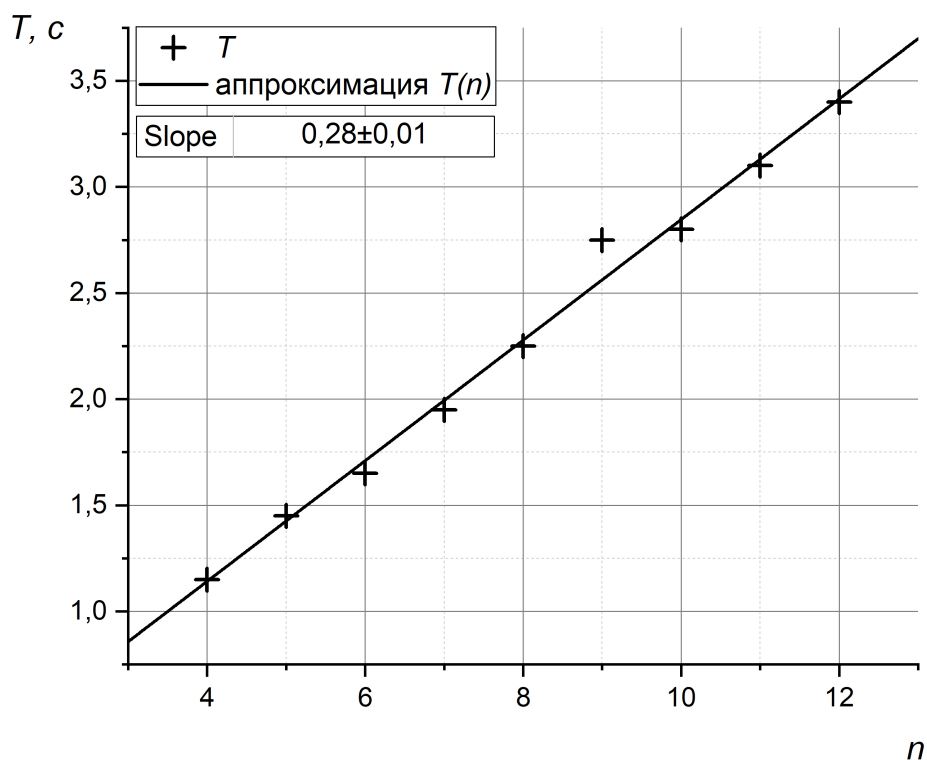
Для определения горизонтальной составляющей магнитного поля Земли нам нужно собрать установку для возбуждения крутильных колебаний и исследовать зависимость количество шариков от периода.

Перед этим удостоверимся, что при расчете периода упругость нити можно не учитывать, свернув стрелку в кольцо и измерив период крутильных колебаний (очевидно, что магнитный момент такой стрелки равен 0). Получаем  $T = 50$  с. Это означает, что мы можем пренебречь упругостью нитей.

$n$	$t, c$	$N$	$T, c$
12	34	10	3,4
11	31	10	3,1
10	28	10	2,8
9	27,5	10	2,75
8	22,5	10	2,25
7	19,5	10	1,95
6	16,5	10	1,65
5	14,5	10	1,45
4	11,5	10	1,15

**Таблица 4.** Зависимость крутильных колебаний от количества шариков  $T(n)$

Построим график зависимости  $T(n)$  и по формуле (8) найдем  $B_h$ .



**График 1.** Зависимость  $T(n) = k \cdot n$

По значению углового коэффициента  $k$  рассчитаем величину горизонтальной составляющей магнитного поля Земли по формуле (8).

$$B_h = (0,144 \pm 0,001) \text{ Гс}$$

## Определение вертикальной составляющей магнитного поля Земли

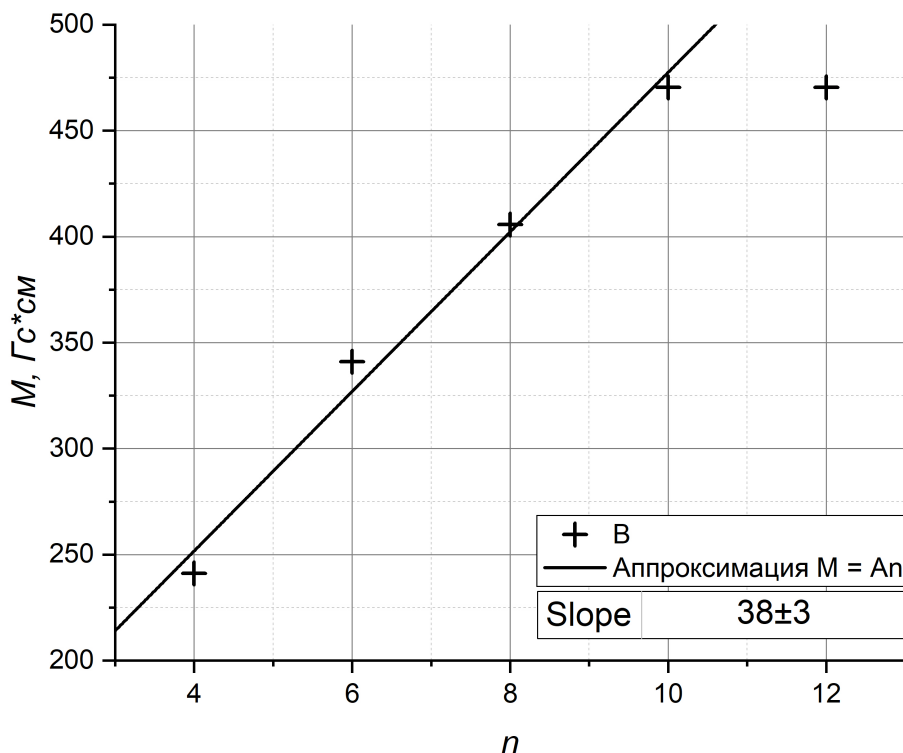
Определяем механический момент сил, действующий со стороны магнитного поля Земли на горизонтально расположенную магнитную "стрелку". Для этого, с помощью одного

или нескольких кусочков проволоки, уравновесьте "стрелку" в горизонтальном положении. Сделаем измерения для разных количеств шариков и занесем все в таблицу.

$n$	$m$ , г	$r$ , см	$M$ , дин · см
12	0,16	3	470,4
10	0,2	2,4	470,4
8	0,23	1,8	405,72
6	0,29	1,2	341,04
4	0,41	0,6	241,08

**Таблица 5.** Зависимость момента сил от  $n$ .

Построим график.



**График 1.** Зависимость  $M(n) = A \cdot n$

По формуле (9) определяем  $B_v = (0,43 \pm 0,01)$  Гс.

В итоге получаем, что  $B = (0,46 \pm 1)$  Гс и  $\beta = 72^\circ$ , что очень близко к современным данным в нашем регионе.

## Используемая литература.

1. **Лабораторный практикум по общей физике:** Учебное пособие. В трех томах. Т. 2. Электричество и магнетизм /Гладун А.Д., Александров Д.А., Берулёва Н.С. и др.; Под ред. А.Д. Гладуна - М.: МФТИ, 2007. - 280 с.
2. **Дополнительное описание лабораторной работы 1.2.1:** Определение магнитного поля Земли; Под ред. МФТИ, 2015. - 9 с.