Московский физико-технический университет
Факультет общей и прикладной физики

Лабораторная работа № 3.3.2

(Общая физика: электричество и магнетизм)

Исследование вольт-амперной характеристики вакуумного диода, или «Закон трех вторых»

Работу выполнил:
Иванов Кирилл, 625 группа

г. Долгопрудный
2017 год

Цель работы: определение удельного заряда электрона на основе «закона трех вторых».

Оборудование: радиолампа с цилиндрическим анодом, амперметр, многопредельные микроамперметр и вольтметр постоянного тока, стабилизированные источники постоянного тока и постоянного напряжения.

1. Историческая справка

Закон степени трёх вторых (закон Чайлда, закон Чайлда-Ленгмюра, закон Чайлда-Ленгмюра-Богуславского) — в электровакуумной технике задаёт квазистатическую вольт-амперную характеристику идеального вакуумного диода — зависимость тока анода от напряжения между его катодом и анодом — в режиме пространственного заряда.

$$I \sim V^{3/2}$$

Первую формулировку закона предложил в 1911 году Чайлд (англ.), впоследствии закон был уточнён и обобщён работавшими независимо друг от друга Ленгмюром (1913), Шоттки (1915) и Богуславским (1923). Закон, с оговорками, применяется и к лампам с управляющей сеткой (триоды, тетроды) и к электронно-лучевым приборам. Закон применим для области средних напряжений — от нескольких В до напряжений, при которых начинается переход в режим насыщения тока эмиссии. Закон не применим к области отрицательных и малых положительных напряжений, к области перехода в режим насыщения и к самому режиму насыщения.

2. Теоретическое введение

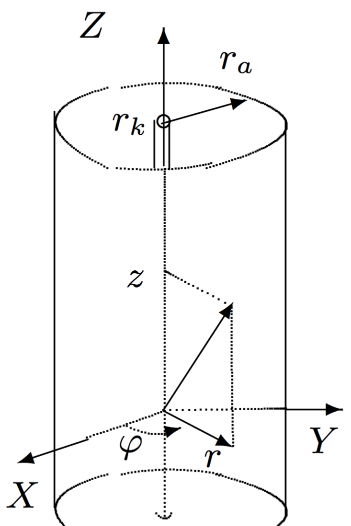

Рис. 1: Схема распределения электродов в диоде

В работе исследуется зависимости прямого тока, проходящего через вакуумный диод, в зависимости от напряжения на нем, а именно та часть вольт-амперной характеристики, в которой электронное облако существенно влияет на распределение электрического поля между катодом и анодом.

Распределение потенциала по радиусу внутри диода определяется уравнением Пуассона в цилиндрических координатах:

$$\Delta V = \frac{d^2V}{dr^2} + \frac{1}{r} + \frac{dV}{dr} = -\frac{\rho(r)}{\varepsilon_0}$$

При этом плотность заряда $\rho(r)$ связана с текущим через слой диода толщины l током I формулой $I = -2\pi r\rho(r)v(r)l$. При этом из закона сохранения энергии мы легко находим скорость $v(r)$ электронов , прошедших через разность потенциалов $V(r)$: $\frac{mv^2}{2} = eV(r)$. Отсюда мы получаем уравнение

$$r\frac{d^2V}{dr^2} + \frac{dV}{dr} = \frac{I}{2\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2eV}} \tag{1}$$

Однако, в дифференциальном уравнении 2-ого порядка относительно $V(r)$ нам неизвестен ток I, зависящий от V. Для доопределения уравнения будем полагать:

$$\left.\frac{dV}{dt}\right|_{r=r_k} = 0 \tag{2}$$

Наше предположение означает что вблизи катода пространственный заряд электронов полностью экранирует поле анодной разности потенциалов.

Уравнение (1) является нелинейным. Попробуем найти некое частное решение, где $V_a = V_{a0}$, при котором ток $I = I_0$. Тогда выражения

$$I = I_o\left(\frac{V_a}{Va0}\right)^{3/2}, \qquad V(r) = V_{a0}(r)\frac{V_a}{V_{a0}}$$

являются решением уравнения (1), что проверяется подстановкой. В общем виде решение записывается в виде

$$I = \frac{8\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 l}{9}\sqrt{\frac{e}{m}}\frac{1}{r_a\beta^2}V^{3/2} \tag{3}$$

Это и есть так называемый «закон трех вторых» – ток в вакуумном диоде пропорционален напряжению на нем в степени 3/2. Он справедлив при любой геометрии электродов, если ток не слишком велик (т.е. пока выполнено условие (2)).

Так как нам нужно найти удельный заряд электрона, выпишем в явном виде его из уравнения (3):

$$\frac{e}{m} = \frac{81r_a^2\beta^4}{128\pi^2\varepsilon_0^2 l^2}\cdot\frac{I^2}{V^2} = k\cdot\frac{I^2}{V^2} \tag{4}$$

Таким образом, удельный заряд электрона определяется из отношения квадрата тока к кубу напряжения, умноженный на коэффициент, зависящий от параметров установки.

3. Экспериментальная установка

В работе используется диод 2Ц2С с косвенным накалом. Радиус его катода $r_k = 0{,}9$ мм, радиус анода $r_a = 9{,}5$ мм, коэффициент $\beta^2 = 0{,}98$, длина слоя центральной части катода, покрытой оксидным слоем $l = 9$ мм.

Для подогрева катода и анода используются стабилизированные источники постоянного тока и напряжения. В цепь накала включено предохранительное напряжение R. Анодное напряжение измеряется вольтметром источника питания, анодный ток — многопредельным мультиметром GDM-8245.

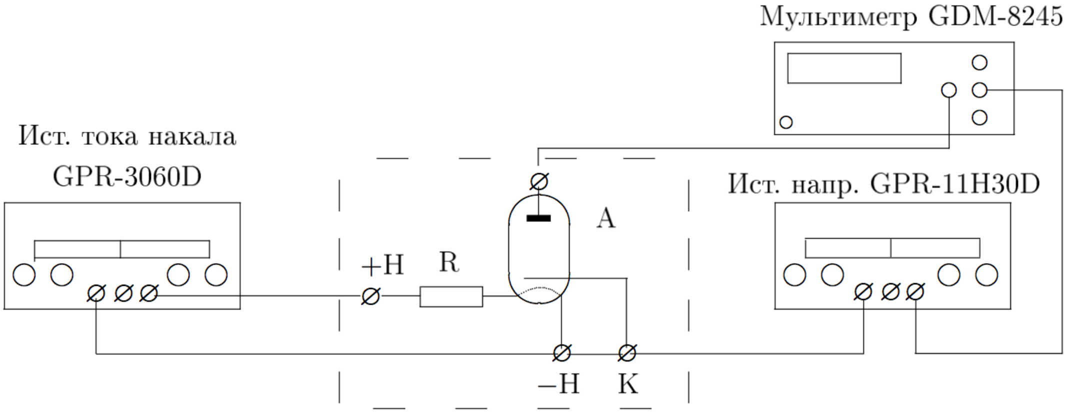

Рис. 2: Схема экспериментальной установки

4. Ход работы

Вычислим коэфициент k:

$$k = \frac{81 r_a^2 \beta^4}{128\pi^2 \varepsilon_0^2 l^2} = \frac{81 \cdot (9{,}5 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 0{,}98^4}{64 \cdot 2 \cdot 3{,}14^2 \cdot (8{,}85 \cdot 10^{-12})^2 \cdot (9 \cdot 10^{-3})^2} \backsimeq 8{,}4 \cdot 10^{20}$$

Установим ток накала на $I_н = 1{,}3$ А, а начальное анодное напряжение на $V = 0.5$ В. Проведем измерения анодного тока в зависимости от напряжения, изменяя его от 0,5 до 50 В.

Затем проведем аналогичные измерения для других токов накала: 1,4, 1,5, 1,6 А. Результаты занесем в таблицу 1.

Из теории известно, что «закон трех вторых» верен только на некотором участке вольт-амперной характеристики. Из формулы (4) и физического смысла понятно, что отношение $\frac{I^2}{V^3}$ должно быть постоянным (ведь оно пропорционально фундаментальной константе). Из таблицы 1 видно, что для каждого тока напряжения можно выделить искомое отношение, которое остается постоянным на большом числе точек и только на нем. Применим для него распределение Стьюдента с 95% доверительным интервалом (двусторонним). При этом погрешность выбора нашего отношения (обозначим его за a) будем считать по формуле

$$a = \bar{a} \pm \sigma_a, \qquad \sigma_a = A \cdot \frac{S(a)}{\sqrt{N}}$$

Где A — коэффициент Стьюдента, $S(a)$ — среднеквадратичное отклонение. Результаты запишем в таблицу 2.

Теперь вычислим искомое значение удельного заряда электрона по формуле (4) для получившихся значений $\frac{I^2}{V^3}$ (подставляя вместо нашего соотношения $\bar{a}$):

$$\frac{e}{m} = k \cdot \bar{a} \pm \sigma_{\frac{e}{m}}, \qquad \sigma_{\frac{e}{m}} = \frac{e}{m} \cdot \frac{\sigma_{\bar{a}}}{\bar{a}}$$

Для тока накала $I_н = 1{,}3$ А мы получаем $\dfrac{e}{m} = (1{,}359 \pm 0{,}039) \cdot 10^{11} \dfrac{\text{Кл}}{\text{кг}}$.

Таблица 1: Результаты измерений

V, В	$I_н = 1{,}3$А		$I_н = 1{,}4$А		$I_н = 1{,}5$А		$I_н = 1{,}6$А	
	I, мкА	$\frac{I^2}{V^3}$, $\frac{мкА^2}{В^3}$	I, мкА	$\frac{I^2}{V^3}$, $\frac{мкА^2}{В^3}$	I, мкА	$\frac{I^2}{V^3}$, $\frac{мкА^2}{В^3}$	I, мкА	$\frac{I^2}{V^3}$, $\frac{мкА^2}{В^3}$
0.5	3.64	105.997	5.56	247.309	11.86	1125.28	18.82	2833.54
1	11.93	142.325	13.31	177.156	21.68	470.022	31.83	1013.15
1.5	21.75	140.167	25.62	194.484	37.08	407.386	38.07	429.43
2	34.51	148.868	41.41	214.349	52.69	347.03	64.02	512.32
2.5	48.17	148.502	57.05	208.301	70.39	317.104	85.53	468.184
3	63.75	150.521	74.19	203.858	88.15	287.793	104.7	406.003
3.5	81.05	153.215	92.66	200.254	108.2	273.055	126.1	370.874
4	100.3	157.189	114.5	204.848	130.7	266.914	151.9	360.525
4.5	123	166.025	136.6	204.769	151.6	252.209	172.6	326.922
5	141.3	159.726	157.7	198.954	175.5	246.402	197.9	313.315
5.5	163.7	161.068	181.3	197.564	200.2	240.902	223.8	301.045
6	188.8	165.025	206.1	196.654	228.7	242.147	253.75	298.098
7	239.3	166.952	259.9	196.933	384.93	431.986	319.3	297.238
8	297.1	172.399	319.9	199.875	346.15	234.023	377.7	278.628
9	356.2	174.044	380.5	198.601	405.9	226.001	441.1	266.899
10	419.4	175.896	446.53	199.389	505.9	255.935	553.1	305.92
15	815.9	197.242	856.2	217.208	903.1	241.656	954.1	269.721
20	1297	210.276	1343	225.456	1394	242.905	1460	266.45
25	1834	215.268	1899	230.797	1993	254.211	2043	267.126
30	2436	219.781	2522	235.573	2596	249.601	2680	266.015
35	3076	220.683	3184	236.451	3273	249.855	3363	263.785
40	3796	225.15	3905	238.266	3994	249.251	4108	263.682
45	4488	221.039	4666	238.92	4770	249.689	4889	262.303
50	5333	227.527	5554	246.775	5676	257.736	5797	268.842

Таблица 2: Обработка результатов

$I_н$, А	a, $\frac{мкА^2}{В^3}$	N	$S(a)$, $\frac{мкА^2}{В^3}$	A	$\sigma_{\bar{a}}$, $\frac{мкА^2}{В^3}$	$\bar{a}$, $\frac{мкА^2}{В^3}$
1.3	160	7	5	2.447	4.7	161.3
1.4	200	13	4	2.179	3.3	200.3
1.5	240	15	7	2.145	5.7	246.9
1.6	265	9	2.5	2.306	2.1	266.1

Для тока накала $I_н = 1{,}4$ А мы получаем $\dfrac{e}{m} = (1{,}757 \pm 0{,}029) \cdot 10^{11} \dfrac{\text{Кл}}{\text{кг}}$.

Для тока накала $I_н = 1{,}5$ А мы получаем $\dfrac{e}{m} = (2{,}079 \pm 0{,}048) \cdot 10^{11} \dfrac{\text{Кл}}{\text{кг}}$.

Для тока накала $I_н = 1{,}6$ А мы получаем $\dfrac{e}{m} = (2{,}241 \pm 0{,}018) \cdot 10^{11} \dfrac{\text{Кл}}{\text{кг}}$.

5. Вывод

Табличное значение удельного заряда электрона равно $1,759 \cdot 10^{11} \dfrac{\text{Кл}}{\text{кг}}$. Под него подходит только результат, полученный при токе накала $I_н = 1{,}4$ А:

$$\boxed{\frac{e}{m} = (1{,}757 \pm 0{,}029) \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}}$$

Как мы видим, данный метод позволяет определить удельный заряд электрона с точностью до порядка величины ($\simeq 10^{11} \dfrac{\text{Кл}}{\text{кг}}$). Однако с табличным значением совпадает только один из четырех результатов.