

# Вопрос по выбору

## Исследование взаимной диффузии газов

Валеев Рауф Раушанович  
группа 825

19 мая 2019 г.

### Теория

#### Общие понятия

Диффузией называют самопроизвольное проникновение веществ друг в друга, происходящее вследствие хаотичного теплового движения молекул. При перемешивании молекул разного сорта говорят о взаимной (или концентрационной) диффузии.

#### Законы Фика

Пусть имеется труба сечением  $\Omega$  наполненная раствором какого-либо вещества (рис.1). Концентрация вещества убывает по направлению оси  $x$ . Тогда,

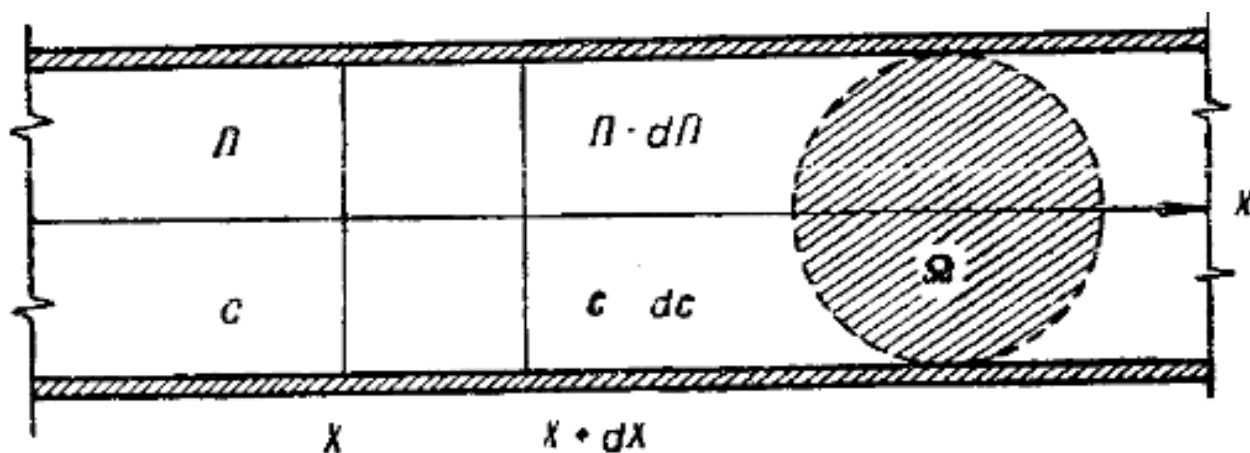


Рис. 1: Схема процесса диффузии к выводу законов Фика

если мысленно вырезать в этой трубе элементарный слой, заключенный между  $x$  и  $x + dx$  (толщина которого равна  $dx$ , а объем  $\Omega dx$ ), то слева от него концентрация и осмотическое давление будут иметь соответственно значения  $c$  и  $P$ , а справа -  $c - dc$  и  $P - dP$ . В результате этого на элементарный слой в направлении оси  $x$  будет действовать избыточная сила  $\Omega dP$ , а на каждую частицу в слое  $\Omega dx$ , избыточная сила равная

$$-\frac{\Omega dP}{cN_a\Omega dx} = -\frac{dP}{cN_a dx}$$

Под действием силы осмотического давления частицы должны двигаться по направлению оси  $x$  со скоростью  $\omega$ , определяемой из уравнения

$$\omega k = -\frac{dP}{cN_a dx}$$

где  $k$  - коэффициент внутреннего трения.

Предполагая, что к раствору применимы законы идеальных газов, и представляя

$$dP = RTdc$$

получаем

$$\omega k = -\frac{RT}{cN_a} \cdot \frac{dc}{dx}$$

Отсюда

$$\omega = -\frac{RT}{k} \cdot \frac{1}{cN_a} \cdot \frac{dc}{dx}$$

за время  $dt$  через сечение  $\Omega$  пройдет число частиц, равное

$$dn = \omega \Omega c N_a dt$$

или если исключить  $\omega$

$$dn = -\frac{RT}{k} \Omega \frac{dc}{dx} dt$$

Пусть  $\frac{RT}{k} = D$  тогда

$$dn = -D \Omega \frac{dc}{dx} dt$$

Или, если выразить через плотность потока, то получим

$$j = \frac{dn}{\Omega dt} = -D \frac{dc}{dx}$$

Это уравнение обычно называют **1 законом Фика**. Коэффициент  $D$  называют коэффициентом диффузии имеющее размерность  $[\text{см}^2\text{с}^{-1}]$

При выводе первого закона Фика предполагалось, что градиент концентрации не меняется с течением времени: не зависит от  $x$ . Первый закон Фика выражает процесс стационарной диффузии. Однако это не всегда так. Так, например, если в левом краю трубки находится твердое тело, способное растворяться в жидкости, наполняющей трубку, то концентрация раствора будет изменяться в пространстве и времени.

В элементарный слой  $dx$  за время  $dt$  войдет число частиц, равное

$$dn = -D\Omega \frac{dc}{dx} dt$$

а выйдет за то же время  $dt$

$$dn' = -D\Omega \left[ \frac{dc}{dx} - \frac{d}{dx} \left( \frac{dc}{dx} \right) dx \right] dt$$

Отсюда следует что в элементарном слое останется

$$dn - dn' = D\Omega \left( \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \right) dx \cdot dt$$

но

$$\frac{dn - dn'}{\Omega dx} = \frac{dn - dn'}{dV} = dc$$

и в итоге мы получаем, что

$$\left( \frac{\partial c}{\partial t} \right)_x = D \left( \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \right)_t$$

Последнее уравнение представляет собой общее дифференциальное уравнение диффузии и является математическим выражением **2 закона Фика**.

## Конкретно в эксперименте

Диффузия в системе, состоящей из двух компонентов  $a$  и  $b$  (бинарная смесь), подчиняется закону Фика: плотности потока компонентов  $j_{a,b}$  (количество частиц, пересекающих единичную площадку в единицу времени) пропорциональны градиентам их концентраций  $\nabla c_{a,b}$ , что в одномерном случае можно записать как