

# Отчёт о выполнении лабораторной работы 2.1.3

Мещеряков Павел Б02-920

10 сентября 2020 г.

## Определение $C_p/C_v$ по скорости звука в газе

**Цель работы:** 1) измерение частоты колебаний и длины волны при резонансе звуковых колебаний в газе, заполняющем трубу; 2) определение показателя адиабаты с помощью уравнения состояния идеального газа.

**В работе используются:** звуковой генератор ГЗ; электронный осциллограф ЭО; микрофон; телефон; раздвижная труба; теплоизолированная труба, обогреваемая водой из термостата; баллон со сжатым углекислым газом; газгольдер.

## 1 Теоретическое введение

Скорость распространения звуковой волны в газах зависит от показателя адиабаты  $\gamma$ . На измерении скорости звука основан один из наиболее точных методов определения показателя адиабаты.

Скорость звука в газах определяется формулой:

$$c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}},$$

где  $R$  - газовая постоянная,  $T$  - температура газа, а  $\mu$  его молярная масса. Выразим показатель адиабаты:

$$\gamma = \frac{\mu}{RT} c^2$$

Звуковая волна, распространяющаяся вдоль трубы, испытывает многократные отражения от торцов. Звуковые колебания в трубе являются наложением всех отраженных волн и, вообще говоря, очень сложны. Картина упрощается, если длина трубы  $L$  равна целому числу полуволн, то есть когда

$$L = n \frac{\lambda}{2},$$

где  $\lambda$  — длина волны звука в трубе, а  $n$  — любое целое число.

Скорость звука  $c$  связана с его частотой  $f$  и длиной волны  $\lambda$  соотношением:

$$c = \lambda f.$$

Подбор условий, при которых возникает резонанс, можно производить двояко:

1) При неизменной частоте  $f$  звукового генератора (а следовательно, и неизменной длине звуковой волны  $\lambda$ ) можно изменять длину трубы  $L$ . Для этого применяется раздвижная труба. Длина раздвижной трубы постепенно увеличивается, и наблюдается ряд последовательных резонансов. Для  $k$ -ого резонанса имеем:

$$L_{n+k} = n \frac{\lambda}{2} + k \frac{\lambda}{2},$$

т. е.  $\lambda/2$  равно угловому коэффициенту графика, изображающего зависимость длины трубы  $L$  от номера резонанса  $k$ .

2) При постоянной длине трубы можно изменять частоту звуковых колебаний. В этом случае следует плавно изменять частоту  $f$  звукового генератора, а следовательно, и длину звуковой волны  $\lambda$ . Для  $k$ -ого резонанса получим:

$$L = (n + k) \frac{\lambda_{k+1}}{2}$$

$$f_{k+1} = \frac{c}{\lambda_{k+1}} = \frac{c}{2L} (n + k) = f_1 + \frac{c}{2L} k.$$

Скорость звука, деленная на  $2L$ , определяется, таким образом, по угловому коэффициенту графика зависимости частоты от номера резонанса.

## 1.1 Экспериментальная установка:

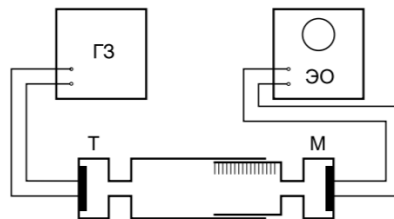


Рис. 1. Установка для измерения скорости звука при помощи раздвижной трубы

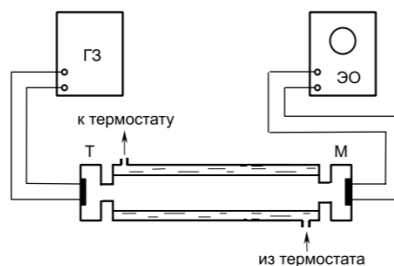


Рис. 2. Установка для изучения зависимости скорости звука от температуры

Соответственно двум методам измерения скорости звука в работе имеются две установки (рис. 1 и 2). В обеих установках звуковые колебания в трубе возбуждаются телефоном Т и улавливаются микрофоном М. Мембрана телефона приводится в движение переменным током звуковой частоты; в качестве источника переменной ЭДС используется звуковой генератор ГЗ. Возникающий в микрофоне сигнал наблюдается на осциллографе ЭО.

Микрофон и телефон присоединены к установке через тонкие резиновые трубки. Такая связь достаточна для возбуждения и обнаружения звуковых колебаний в трубе и в то же время мало возмущает эти колебания: при расчетах оба торца трубы можно считать неподвижными, а влиянием соединительных отверстий пренебречь.

Первая установка (рис. 1) содержит раздвижную трубу с миллиметровой шкалой. Через патрубок (на рисунке не показан) труба может наполняться воздухом или углекислым газом из газгольдера. На этой установке производятся измерения  $\gamma$  для воздуха и для  $CO_2$ .

Вторая установка (рис. 2) содержит теплоизолированную трубу постоянной длины. Воздух в трубе нагревается водой из термостата. Температура газа принимается равной температуре омывающей трубу воды. На этой установке измеряется зависимость скорости звука от температуры.

## 1.2 Ход работы

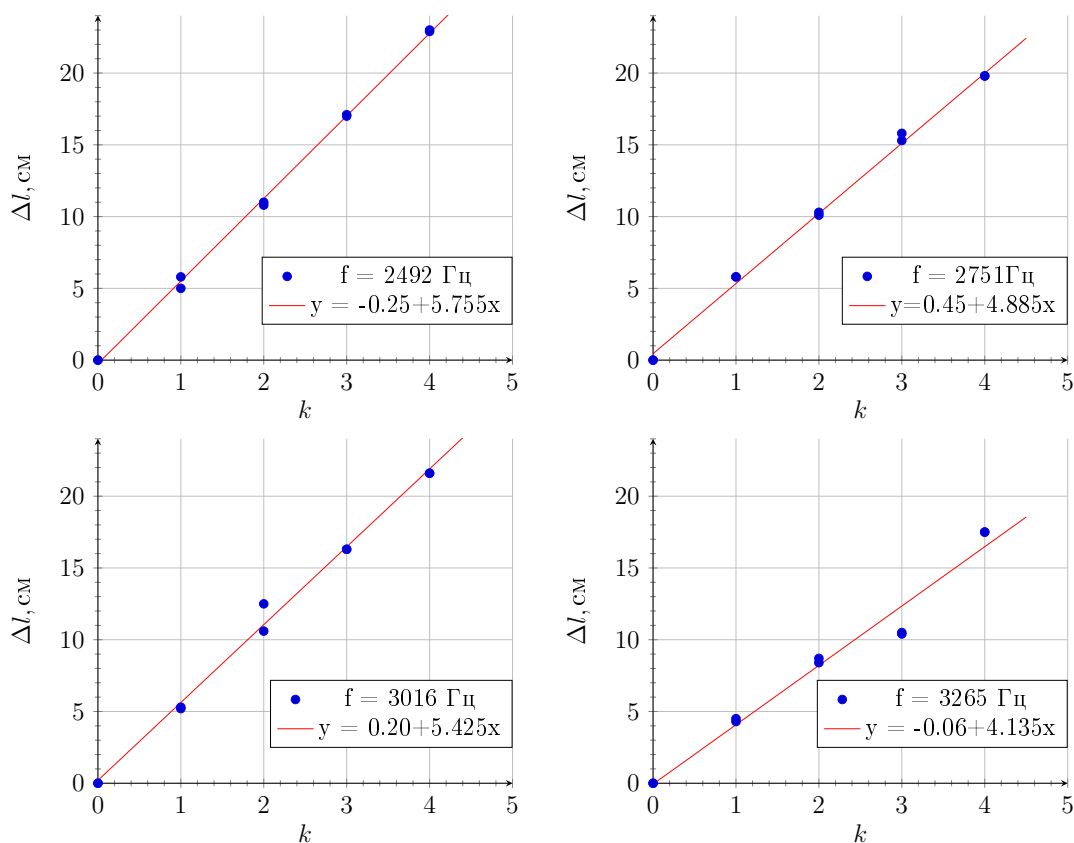
1. Перепишем параметры установки:  $L = 700 \pm 1$  мм.
2. Исходя из примерного значения скорости звука ( $\approx 270 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ), предварительно рассчитаем, в каком диапазоне частот следует вести измерения, чтобы при удлинении трубы можно было наблюдать 4 резонанса:  $L = \frac{n\lambda}{2}$ ,  $L + \Delta L = \frac{(n+4)\lambda}{2}$ . Поскольку  $\Delta L \leq 23$  см, то  $\lambda \leq 11.5$  см. Следовательно  $f \geq 2400$  гц.

Проведём измерения на первой установке для  $CO_2$ . Плавнo изменяя длину трубы, последовательно зафиксируем все доступные для наблюдения точки резонанса. Измерения проводятся для нескольких частот.

f, Гц	2492		2751		3016		3265	
k	$l_1$ , см	$l_2$ , см	$l_1$ , см	$l_2$ , см	$l_1$ , см	$l_2$ , см	$l_1$ , см	$l_2$ , см
0	0	0	0.2	0.2	0.9	0.9	1.0	1.0
1	5.0	5.8	6.0	6.0	6.2	6.1	5.5	5.3
2	11.0	10.8	10.5	10.3	11.5	11.5	9.7	9.4
3	17.0	17.1	16.0	15.5	17.2	17.2	11.4	11.5
4	23.0	22.9	19.5	20.0	22.5	22.5	18.8	18.5

$l_1$  соответствует значению на размеченной подвижной части трубы укорачиванию длины, а  $l_2$  удлинению.

3. Изобразим полученные результаты на графике, откладывая по оси абсцисс номер  $k$  последовательного резонанса, а по оси ординат — соответствующее удлинение трубы  $\Delta l$ . Угловой коэффициент прямой определяет длину полуволны.



Вычислим с помощью полученных графиков скорость звука в углекислом газе и рассчитаем погрешности.

Погрешность  $\sigma_c$  отдельного измерения определяется следующей формулой:

$$\sigma_c = c \sqrt{\left(\frac{\sigma_\lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_f}{f}\right)^2}.$$

Результаты представлены в таблице:

$f, \text{ Гц}$	2492	2751	3016	3265
$\lambda, \text{ м} \cdot 10^{-2}$	5.755	4.885	5.425	4.135
$c, \frac{\text{м}}{\text{с}}$	286.829	268.773	327.236	270.016
$\sigma_\lambda, \text{ м} \cdot 10^{-2}$	0.022	0.022	0.022	0.022
$\sigma_f, \text{ Гц}$	5	5	5	5
$\sigma_c, \frac{\text{м}}{\text{с}}$	1.238	1.305	1.436	1.495

Можно заметить, что значения скоростей звука при различных частотах не совпадают. Усреднив полученные значения найдём окончательное значение скорости звука в углекислом газе.

$$\bar{c} = 288.2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$c_{\text{сл}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 (c_i - \bar{c})^2}{3}} = 27.2 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$c_{\text{кос}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 (\sigma_{c_{\text{кос}}})^2}{4^2}} = 0.69 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Общая погрешность:

$$\sigma_c = \sqrt{(c_{\text{сл}})^2 + (c_{\text{кос}})^2} = 27.2 \frac{\text{М}}{\text{с}}.$$

Итак,

$$c = 288.2 \pm 27.2 \frac{\text{М}}{\text{с}}.$$

Теоретическое значение скорости при температуре  $t = 24.1^\circ\text{C}$  равно

$$c_{\text{т}} = 273.6 \frac{\text{М}}{\text{с}}.$$

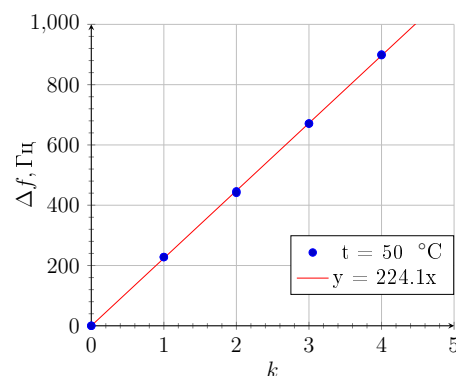
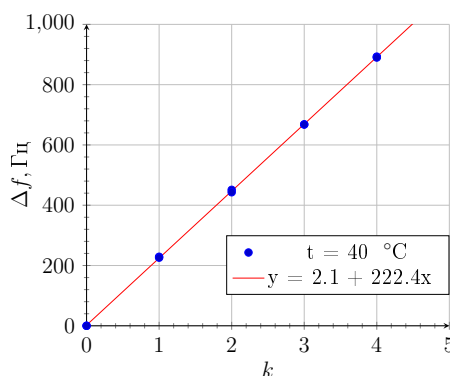
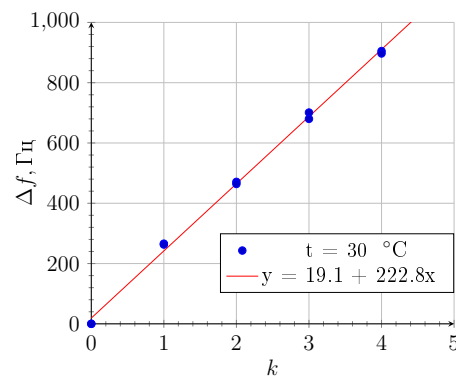
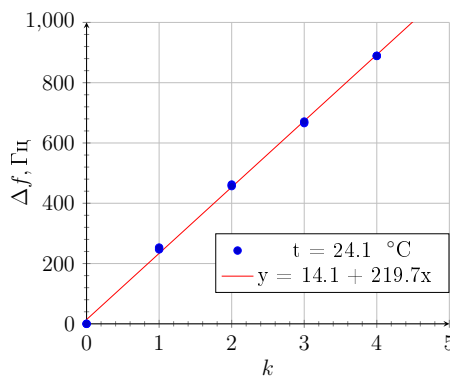
В пределах погрешности экспериментальное значение совпадает с теоретическим. Однако стоит сказать пару слов о таком сильном разбросе для  $c$ . Это может быть связано с тем, что подвижную часть цилиндра двигали не достаточно медленно.

4. Проведём измерения на второй установке. Данные представлены в таблице.

t, °C	24.1		30		40		50	
k	$f_1$ , Гц	$f_2$ , Гц	$f_1$ , см	$f_2$ , Гц	$f_1$ , Гц	$f_2$ , см	$f_1$ , Гц	$f_2$ , Гц
0	200	200	195	203	227	230	238	240
1	447	453	461	466	456	456	466	468
2	662	657	666	667	678	673	684	681
3	866	871	896	883	895	898	909	911
4	1089	1089	1100	1100	1120	1120	1138	1138

$f_1$  - соответствует значениям при увеличении частоты на трубу,  $f_2$  - при уменьшении. Видно, что данные воспроизводятся при обратном ходе.

5. Полученные результаты изобразим на графике, откладывая по оси абсцисс номер резонанса  $k$ , а по оси ординат — разность между частотой последующих резонансов и частотой первого резонанса:  $\Delta f_k = f_{k+1} - f_1$ . Угловой коэффициент прямой определяет величину  $c/2L$ .



Вычислим с помощью полученных графиков скорость звука в воздухе и рассчитаем погрешности. Погрешность  $\sigma_c$  отдельного измерения определяется следующей формулой:

$$\sigma_c = c \sqrt{\left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_A}{A}\right)^2},$$

где  $A$  - коэффициент наклона прямой на графике. Результаты представлены в таблице:

t, ° C	24.1	30	40	50
A, Гц	219.7	222.8	222.4	224.1
c, $\frac{\text{м}}{\text{с}}$	351.52	356.48	355.84	358.56
$\sigma_A$ , Гц	1.1	1.1	1.1	1.1
$\sigma_L$ , м · 10 <sup>-3</sup>	1	1	1	1
$\sigma_c$ , $\frac{\text{м}}{\text{с}}$	1.814	1.855	1.815	1.816
$\gamma$	1.446	1.458	1.406	1.384

По полученным данным рассчитаем  $\gamma$ .

$$\bar{\gamma} = 1.423$$

$$\gamma_{\text{сл}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 (\gamma_i - \bar{\gamma})^2}{3}} = 0.04.$$

Косвенная погрешность определения  $\gamma$  мала, так как  $\frac{2\sigma_c}{4c} \approx 0.25\%$ . Итак,

$$\gamma = 1.42 \pm 0.04,$$

что в пределах погрешности совпадает с теоретическим значением  $\gamma = 1.4$ . Если обратить внимание на полученные значения для  $c$ , то можно усомниться в справедливости формулы  $c^2 = \frac{\gamma RT}{\mu}$  и начать предполагать, что показатель адиабаты является функцией от температуры  $\gamma = \gamma(T)$ . Однако температуры в данном опыте не слишком большие и другие степени свободы не могли активироваться у молекул газа. Есть гипотеза, объясняющая такие разбросы. Вероятно измерения производились не во время достижения термодинамического равновесия и нужно было ждать приличное время ( 5 минут) после того как на термостате установится необходимая температура, для того чтобы система пришла в пригодное состояние для измерений.