

# Лабораторная работа

Мещеряков Павел Б02-920

11 мая 2020 г.

## Определение коэффициента диффузии гелия через резиновую оболочку воздушного шарика

**Цель работы:** Знакомство с явлениями переноса. Определение коэффициента диффузии гелия через резиновую оболочку резинового шарика.

**В работе используются:** Два одинаковых резиновых шарика шарообразной формы, один из которых накачан гелием, весы (точность 0.01 г), секундомер, груз известной массы, нитка, ножницы.

### 1 Теоретическое введение

Воздушный шарик, накачанный гелием, со временем достаточно быстро сдувается. Это связано с диффузией гелия через резиновую оболочку шарика. Плотность потока гелия  $j$  (число молекул, проникающих через единичную площадку резины в единицу времени) определяется законом Фика:

$$j = D \frac{\Delta n}{\delta} \quad (1)$$

где  $D$  - коэффициент диффузии гелия через резину,  $\delta$  - толщина резиновой оболочки накаченного шарика,  $\Delta n = n - n_0$  - разность концентраций гелия внутри  $n$  и вне шарика  $n_0$ . За время  $t$  через всю поверхность резиновой оболочки шарика  $S$  в атмосферу выйдет:

$$\Delta N = jSt = \frac{DSnt}{\delta} = \frac{DSNt}{\delta V} \quad (2)$$

молекул гелия (внутри шарика концентрация  $n = \frac{N}{V}$ , вне шарика концентрацию гелия считаем равной нулю  $n_0 = 0$ ). (В приведённой формуле  $S$  считается константой). Пренебрегая утечкой газа через узел, а также проникновением молекул воздуха внутрь шарика и, т.е., предполагая, что оболочка шарика проницаема только для гелия, получим, что относительное изменение величины подъёмной силы шарика  $F_{\pi} = (\rho_0 - \rho_{He})Vg$  за время  $t$  равно:

$$\frac{\Delta F_{\pi}}{F_{\pi}} = \frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta N}{N} = -\frac{DS t}{\delta V} \quad (3)$$

откуда:

$$\Delta F_{\pi} = -\frac{DS F_{\pi} t}{\delta V} = -\frac{DS(\rho_0 - \rho_{He})gt}{\delta} \quad (4)$$

Эта формула даёт закон изменения подъёмной силы с течением времени:

$$F_{\pi}(t) = F_0 - \frac{DS(\rho_0 - \rho_{He})gt}{\delta} \quad (5)$$

В приведённых выше формулах  $\rho_0$  - плотность окружающего шарик воздуха,  $\rho_{He}$  - плотность гелия в шарике. При этом мы считали, что давление гелия внутри шарика незначительно превосходит атмосферное (реально, для шаров шарообразной формы давление в шарике превосходит атмосферное на  $\approx 5\%$  из-за давления Пуассона, связанного с кривизной тела).

## 2 Методика измерений

Привяжем к нити гелиевого шарика груз и положим груз на весы как показано на рисунке. Сила тяжести груза превышает подъёмную силу шарика. Сила, действующая на платформу весов, равна:

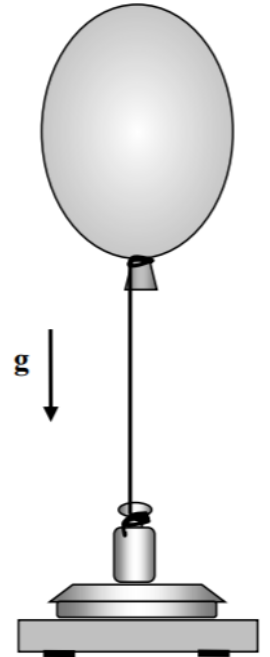
$$F = m_{\text{гр}}g - F_{\text{п}} \quad (6)$$

Поскольку с течением времени подъёмная сила уменьшается линейно, то показания весов, начиная с некоторого начального значения  $m_0$ , увеличиваются по линейному закону:

$$m(t) = m_0 + \beta t \quad (7)$$

Таким образом, коэффициент диффузии  $D$  можно определить по значению углового коэффициента  $\beta$  графика экспериментальной зависимости  $m(t)$  по формуле:

$$D = \frac{\beta \delta}{S(\rho_0 - \rho_{He})} \quad (8)$$



## 3 Выполнение и обработка

Площадь поверхности шара оценим, приближая её полусферой и конусом:  $S = \frac{\pi d^2 + \pi l d}{2}$ , где  $d$  — диаметр обхвата шарика,  $l$  — длина ребра. Результаты измерений:

$$\pi d = 75.0 \pm 0.2 \text{ см}, \quad l = 17.5 \pm 0.2 \text{ см}.$$

Погрешность  $S$  оценивается по формуле:

$$\sigma_S = S \cdot \sqrt{\left(\frac{2\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_r}{S}\right)^2},$$

где  $\frac{\sigma_r}{S}$  я оцениваю в 10%, как ошибку которую даёт сама формула. В итоге

$$S = (1.55 \pm 0.16) \cdot 10^{-1} \text{ м}^2.$$

Для оценки толщины резины  $\delta$  измеряем массу растягивающейся части (т.е. отрезаем хвостик второго шарика) шарика  $m = 2.30$  г и поделив на площадь и плотность шарика  $\rho = 1.05 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ , погрешность оценивается по следующей формуле:

$$\sigma_\delta = \delta \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_S}{S}\right)^2}.$$

В результате получим

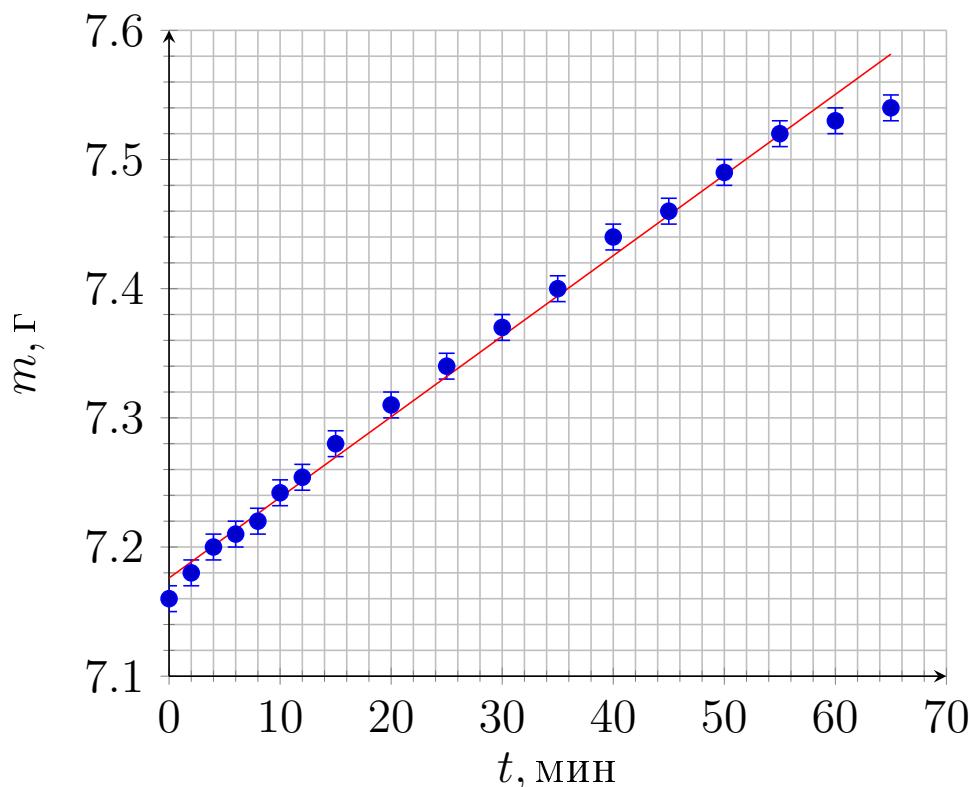
$$\delta = (1.41 \pm 0.14) \cdot 10^{-2} \text{ мм}.$$

Плотность воздуха  $\rho_0 = 1.16 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ , плотность гелия,  $\rho_{He} = 0.16 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ .

Результаты измерений показаний весов от времени приведены в таблице:

$m, \text{ г}$	7.16	7.18	7.20	7.21	7.22	7.24	7.25	7.28	7.31
$t, \text{ мин}$	0	2	4	6	8	10	12	15	20
$m, \text{ г}$	7.34	7.37	7.40	7.44	7.46	7.49	7.52	7.53	7.54
$t, \text{ мин}$	25	30	35	40	45	50	55	60	65

Построим график зависимости  $m(t)$  по точкам из таблицы. И с помощью мнк (предварительно отбросив 2 последние, которые явно выбиваются из линейной зависимости) определим параметры наилучшей прямой.



Соответственно наклон прямой принимает следующее значение:

$$\beta = 10.4 \cdot 10^{-5} \frac{\text{г}}{\text{с}}.$$

Погрешность коэффициента наклона находится из мнк:

$$\sigma_\beta = 0.4 \cdot 10^{-5} \frac{\text{г}}{\text{с}}$$

Погрешность  $D$  можно оценить с помощью следующей формулы:

$$\sigma_D = D \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_\beta}{\beta}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\delta}{\delta}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_S}{S}\right)^2}$$

Искомый коэффициент:

$$D = (0.95 \pm 0.15) \cdot 10^{-7} \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$$

Чтобы убедиться в том, что в шарик не попадает воздух, достаточно оценить объём шарика в конце эксперимента. Если воздух не проникал в шарик в ходе эксперимента, то подъёмная сила, вычисленная по формуле для силы Архимеда (в предположении, что

в шарике гелий) и измеренная экспериментально, должны быть равны. Объём шарика рассчитаем, разбив его на полусферу и конус:

$$V = \frac{\pi d^2(d + \sqrt{l^2 - \frac{d^2}{2}})}{12} \quad (9)$$

Учитывая предыдущие значения (шарик за время опыта сдулся не значительно), а также вычисляя по теореме Пифагора высоту конуса, находим  $V = 42.5 \cdot 10^2 \text{ см}^3$ . Таким образом теоретическое значение подъёмной силы

$$f_{\text{т}} = (\rho_0 - \rho_{\text{He}})V = 4.25 \text{ г}$$

Величину подъёмной силы измерить просто — достаточно придержать шарик, чтобы измерить массу груза. Она равна 10.00 г. Масса пустого шарика — 3.00 г. Тогда подъёмная сила в конце эксперимента (через 1 час 10 мин) равна 5.46 г. С достаточной степенью точности можно считать, что шарик по-прежнему заполнен только гелием.

## 4 Выводы

Получен экспериментально коэффициент диффузии гелия  $D = (0.95 \pm 0.15) \cdot 10^{-7} \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$  (теоретический коэффициент диффузии  $D_{\text{He-O}_2} = 0.68 \cdot 10^{-7} \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$ ). Отклонение в  $\approx 40\%$  связано прежде всего с приближенной оценкой формы шара. Вероятно, диффузия не равномерна из-за разной концентрации гелия в разных участках шарика, так же не исключено, что могли (иногда) возникать воздушные потоки, мешающие точным измерениям массы.

Экспериментально проверено то, что в пределах погрешности (выше упомянутой) шарик остается полностью заполнен гелием.