

# Работа 4.7.1

## Двойное лучепреломление

Валеев Рауф Раушанович  
группа 825

# Теория

## Плоские волны в кристаллах

$$\text{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \text{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1)$$

Если среды прозрачны и однородны то в них распространяются волны:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \vec{r})}, \vec{H} = \vec{H}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \vec{r})} \quad (2)$$

Введем единичный вектор нормали к скорости распространения волны  $\vec{N}$  и направим его вдоль скорости, тогда

$$\vec{D} = -\frac{c}{v} [\vec{N}, \vec{H}], \vec{B} = \frac{c}{v} [\vec{N}, \vec{E}] \quad (3)$$

## Оптические одноосные кристаллы

Введем *тензор диэлектрической проницаемости*  $\varepsilon$  ( $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ ). Все его значения описываются эллипсоидом инерции.

В кристаллах этот эллипсоид — эллипсоид вращения. В них оптическая ось — ось вращения эллипсоида. В них принято обозначать  $\varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_z, \varepsilon_{\perp} = \varepsilon_x = \varepsilon_y$

$$\vec{D}_{\parallel} = \varepsilon_{\parallel} \vec{E}_{\parallel}, \vec{D}_{\perp} = \varepsilon_{\perp} \vec{E}_{\perp} \quad (4)$$

Можно показать, что угол  $\theta$  между волновой нормалью и осью вращения эллипсоида при разделении  $\vec{D}$  на  $\vec{D}_e$  — лежащая в главном сечении и  $\vec{D}_o$  — нормальная составляющая такой, что

$$\sin \theta = \frac{D_{e\parallel}}{D_e}, \cos \theta = \frac{D_{e\perp}}{D_e} \quad (5)$$

$$n = \frac{1}{\sin A} \sqrt{\sin^2 \phi_1 + \sin^2 \phi_2 + 2 \sin \phi_1 \sin \phi_2 \cos A} \quad (6)$$

Из этого, если  $n_o - n_e \ll n_o$  и  $n_e$ , то

$$n(\theta) \approx n_e + (n_o - n_e) \cos^2 \theta \quad (7)$$

## Двойное лучепреломление в призме исландского шпата

При таком ходе луча и расположении призмы у нас повторяется ситуация из предыдущего параграфа теории. Тогда, можно посчитать показатель преломления изотропной среды по формуле

$$n = \frac{\sin \left( \frac{\psi_m + A}{2} \right)}{\sin \left( \frac{A}{2} \right)} \quad (8)$$

Здесь  $\psi_m$  — минимальный угол, на который призма преломляет луч. Если призма не изотропна, то этой формулой, строго говоря, можно воспользоваться только для обыкновенной

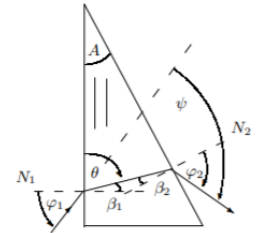


Рис. 1: Ход луча в призме

волны, которая, как это было показано ранее, распространяется так же, как и в изотропной среде.

## Экспериментальная установка

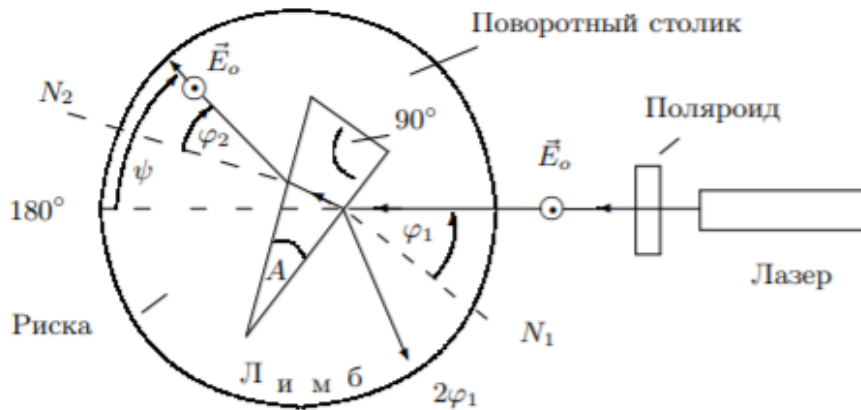


Рис. 2: Экспериментальная установка

$$\phi_2 = A + \psi - \phi_1 \quad (9)$$

Длина волны источника (Na-Ne):  $\lambda_{Na-Ne} = 0,63$  мкм.

## Ход работы

1. Отъюстируем систему, то есть сделаем так, что луч проходит через 0 и 180.
2. Определим угол A, для этого добьемся, чтобы отраженный луч шел ровно назад для меньшего катета ( $\theta_1$ ) и гипотенузы ( $\theta_2$ ). По формуле

$$A = 180^\circ - (\theta_1 - \theta_2)$$

Найдем A

$$\theta_1 = (297 \pm 2)^\circ$$

$$\theta_2 = (154 \pm 2)^\circ$$

$$A = (37 \pm 2)^\circ$$

3. Определим разрешенное направление поляризатора. Для этого направив его на видимый свет, установим его в положение наименьшего пропускания.
4. Получаем изображение на лимбе как на рис. 5.
5. Вращая столик, снимем зависимость углов отклонения волн от угла падения, запишем данные в таблицу 1.
6. Далее с помощью программы рассчитаем все данные, необходимые для работы и построим график.

$\phi_1, ^\circ$	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70
$\delta\phi_1, ^\circ$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
$\psi_0, ^\circ$	31	30	28	27	26	26	27	27	29	30	32	34	37
$\delta\psi_0, ^\circ$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
$\psi_e, ^\circ$	21	21	20	20	20	20	21	22	23	25	27	29	32
$\delta\psi_e, ^\circ$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
$\phi_{2o}, ^\circ$	58	52	45	39	33	28	24	19	16	12	9	6	4
$\delta\phi_{2o}, ^\circ$	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
$\phi_{2e}, ^\circ$	48	43	37	32	27	22	18	14	10	7	4	1	-1
$\delta\phi_{2e}, ^\circ$	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
$\theta_o, ^\circ$	84	81	78	75	72	70	67	64	63	60	58	57	55
$\delta\theta_o, ^\circ$	6	5	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3
$\theta_e, ^\circ$	83	80	77	74	71	67	65	62	60	58	56	54	52
$\delta\theta_e, ^\circ$	6	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3
$\cos^2\theta_o$	0,0111	0,0239	0,042	0,065	0,092	0,122	0,150	0,186	0,212	0,246	0,274	0,302	0,322
$\delta\cos^2\theta_o$	0,0007	0,0014	0,002	0,004	0,005	0,007	0,008	0,010	0,011	0,013	0,015	0,016	0,017
$\cos^2\theta_e$	0,0139	0,0298	0,052	0,079	0,111	0,147	0,181	0,218	0,256	0,287	0,319	0,351	0,37
$\delta\cos^2\theta_e$	0,0009	0,0016	0,003	0,004	0,006	0,008	0,010	0,012	0,014	0,016	0,017	0,019	0,02
$n_o$	1,65	1,67	1,66	1,66	1,65	1,65	1,66	1,64	1,66	1,65	1,65	1,65	1,66
$\delta n_o$	0,11	0,10	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09
$n_e$	1,48	1,50	1,49	1,50	1,50	1,50	1,51	1,52	1,51	1,53	1,53	1,53	1,54
$\delta n_e$	0,10	0,09	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08

Таблица 1: Измеренные и все полученные данные в ходе эксперимента

7. Из графика мы получаем, что главные значения показателей преломления

$$n_o = 1,66 \pm 0,11$$

$$n_e = 1,49 \pm 0,09$$

8. Теперь из серии измерений мы получаем, что

$$\psi_{mo} = (26 \pm 1,5)^\circ$$

$$\psi_{me} = (20 \pm 1,5)^\circ$$

Отсюда, из формулы (8) получаем, что

$$n_o = 1,65 \pm 0,09$$

$$n_e = 1,50 \pm 0,09$$

9. Определим углы, соответствующие полному внутреннему отражению

$$\phi_{1o} = (-0,5 \pm 1)^\circ$$

$$\phi_{1e} = (-7,5 \pm 1)^\circ$$

Из этого, принимая, так как полное внутреннее отражение,  $\phi_2 = 90^\circ$  из формулы (6) получаем, что

$$n_o = 1,6 \pm 0,2$$

$$n_e = 1,5 \pm 0,2$$

## Вывод

В итоге, мы подтвердили, что показатели преломления соответствующих волн соответствуют уже известным. Так же мы установили, что самый точный метод расчета показателей преломления — по наклону графика  $n$  от  $\cos^2 \theta$ .