

Лабораторная работа 1.2.5
Исследование прецессии уравновешенного гироскопа

Панферов Андрей

9.12.2019

1 Аннотация

В работе исследуется вынужденная прецессия гироскопа. Устанавливается зависимость скорости вынужденной прецессии от величины момента сил, действующих на ось гироскопа. Определяется скорость вращения ротора гироскопа и сравнивается со скоростью, рассчитанной по скорости прецессии.

2 Теоретические сведения

Так как уравнения движения твердого тела можно записать в виде.

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F},$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}.$$

Этих двух уравнений достаточно для полного описания состояния его движения.

Так как если сила не зависит от угловой скорости, а момент — от скорости поступательного движения, то эти уравнения можно рассматривать независимо друг от друга. Момент импульса твердого тела в его главных осях x , y , z равен

$$\vec{L} = \vec{i} I_x \omega_x + \vec{j} I_y \omega_y + \vec{k} I_z \omega_z,$$

Под действием момента внешних сил ось гироскопа медленно вращается вокруг оси y с угловой скоростью Ω . Для гироскопа массой m_r , у которого ось собственного вращения наклонена на угол α от вертикали, скорость прецессии, пр

$$\Omega = \frac{M}{I_z \omega_0 \sin \alpha} = \frac{m_r g l_{\text{ц}} \sin \alpha}{I_z \omega_0 \sin \alpha} = \frac{m_r g l_{\text{ц}}}{I_z \omega_0},$$

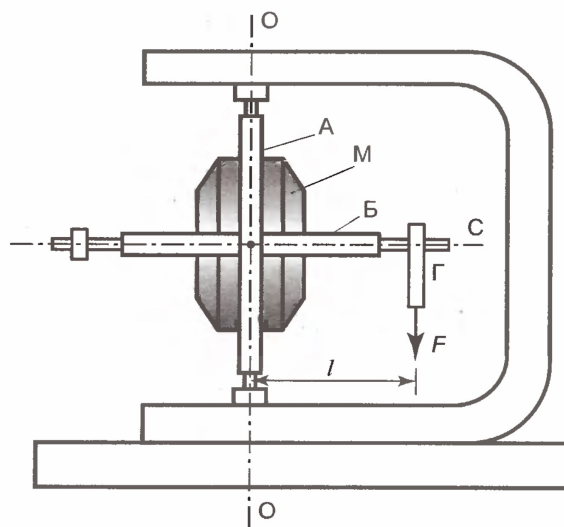


Схема экспериментальной установки

В данной работе исследуется регулярная прецессия уравновешенного гироскопа. Измерение скорости прецессии гироскопа позволяет вычислить угловую скорость вращения его ротора.

3 Оборудование и инструментальные погрешности

В работе используются: гироскоп в кардановом подвесе, секундомер, набор грузов, отдельный ротор гироскопа, цилиндр известной массы, крутильный маятник, штангенциркуль, линейка.

1. Точность измерения с помощью штангенциркуля – 0,1 мм.
2. Точность измерения с помощью линейки – 0,5 мм.
3. Точность измерения времени – 0,1 с.
4. Точность измерения угла поворота гироскопа вокруг своей оси – 3 градуса.
5. Точность измерения угла поворота во время опускания рычага – 1 градус.

4 Результаты измерений и обработка данных

4.1 Подготовка к эксперименту

Установим ось гироскопа в горизонтальное положение, осторожно поворачивая ее за рычаг С. Включим питание гироскопа и подождем несколько минут, чтобы вращение ротора успело стабилизироваться. Убедимся в том, что ротор вращается достаточно быстро: при легком постукивании по рычагу С последний не изменяет своего положения в пространстве.

Ротор вращается против часовой стрелки.

При подвешивании к рычагу С груза Г начинается прецессия гироскопа, а трение в горизонтальной оси приводит к тому, что рычаг начинает медленно опускаться.

4.2 Измерение момента инерции ротора относительно оси симметрии I_0

Повесим ротор, извлеченный из такого же гироскопа, к концу висящей проволоки так, чтобы ось симметрии гироскопа была вертикальна, и измерим период крутильных колебаний получившегося маятника.

$$30T_2 = 97,0 \pm 0,5 \text{ с}$$

$$T_2 = 3,23 \pm 0,02 \text{ с}$$

Заменяем ротор гироскопа цилиндром, для которого известны данные:

$$m = 1617,8 \pm 0,1 \text{ г}$$

$$d = 7,8 \pm 0,1 \text{ см}$$

Где m , h и d – масса, высота и диаметр цилиндра соответственно.

И проведем аналогичное измерение для цилиндра:

$$30T_1 = 118,7 \pm 0,5 \text{ с}$$

$$T_1 = 3,96 \pm 0,02 \text{ с}$$

Так как момент инерции цилиндра относительно оси симметрии равен:

$$I_1 = \frac{md^2}{8}$$

$$I_1 = (1,23 \pm 0,03) \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Тогда исходя из формулы вычислим момент инерции ротора I_2

$$I_2 = I_1 \frac{T_2^2}{T_1^2}$$

$$I_2 = (0,82 \pm 0,05) \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

4.3 Измерение угловой скорости регулярной прецессии

Отклоним рычаг на небольшой угол вверх и с помощью секундомера найдем угловую скорость регулярной прецессии Ω для разных значений приложенного момента сил, приложенных к рычагу С.

| № | N , оборотов | NT , с | $\Delta\phi$, град |
|---|----------------|----------|---------------------|
| 1 | 3 | 105.9 | 10 |
| 2 | 3 | 106.3 | 10 |
| 3 | 3 | 106.1 | 10 |
| 4 | 3 | 106.1 | 10 |
| 5 | 4 | 141.4 | 10 |

Масса груза 343г

| № | N , оборотов | NT , с | $\Delta\phi$, град |
|---|----------------|----------|---------------------|
| 1 | 5 | 222.4 | 10 |
| 2 | 3 | 133.3 | 10 |
| 3 | 3 | 133.2 | 11 |
| 4 | 3 | 133.2 | 10 |
| 5 | 3 | 133.2 | 10 |

масса груза 273г

| № | N , оборотов | NT , с | $\Delta\phi$, град |
|---|----------------|----------|---------------------|
| 1 | 4 | 220.3 | 10 |
| 2 | 3 | 164.0 | 11 |
| 3 | 3 | 164.7 | 10 |
| 4 | 3 | 164.4 | 10 |
| 5 | 2 | 164.2 | 9 |

масса груза 220г

| № | N , оборотов | NT , с | $\Delta\phi$, град |
|---|----------------|----------|---------------------|
| 1 | 3 | 297.5 | 9 |
| 2 | 3 | 206.3 | 10 |
| 3 | 3 | 206.0 | 9 |
| 4 | 3 | 206.9 | 9 |
| 5 | 3 | 206.6 | 10 |

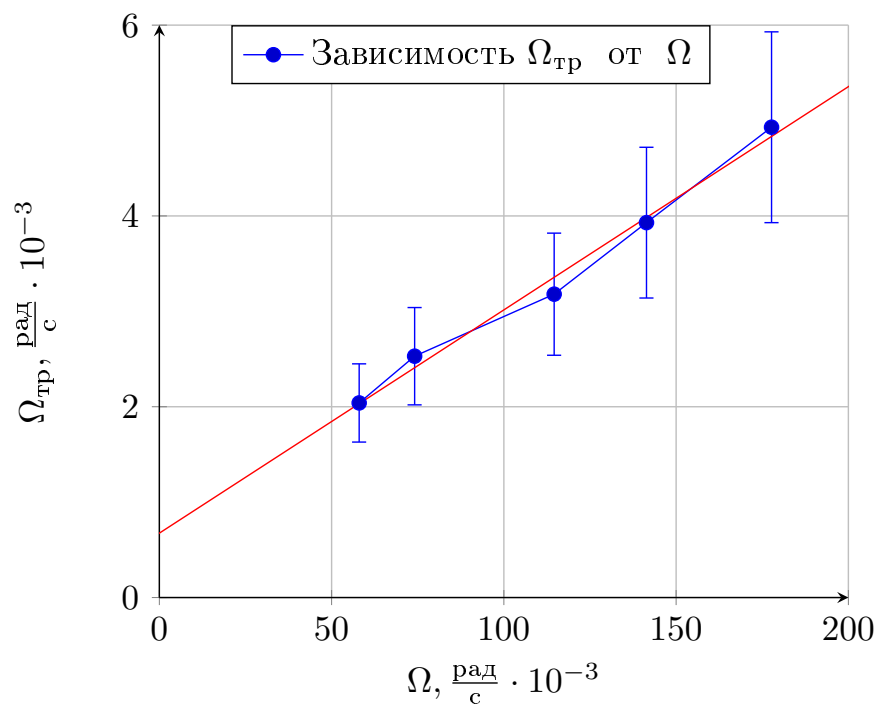
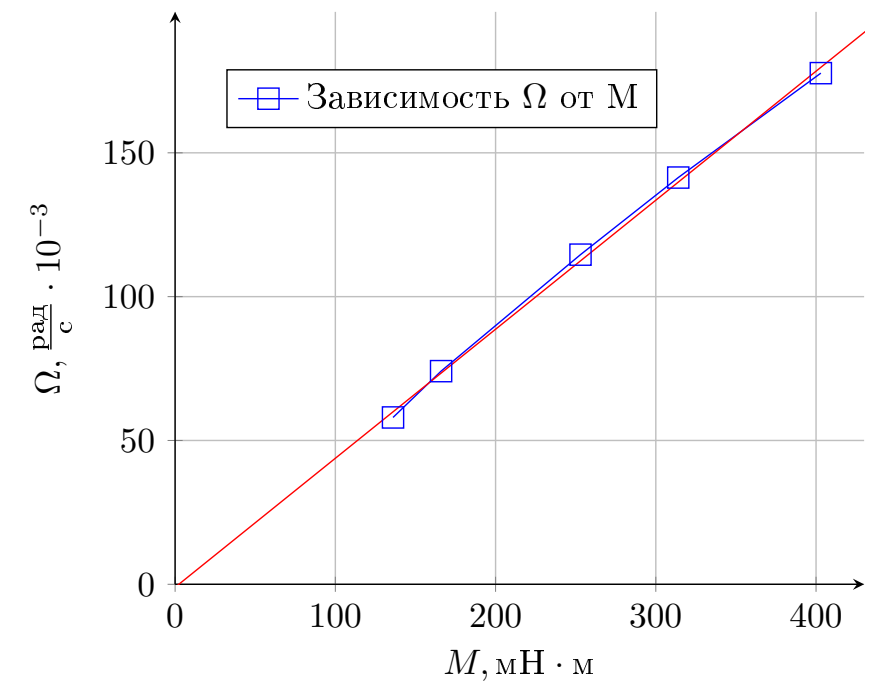
масса груза 176г

| № | N , оборотов | NT , с | $\Delta\phi$, град |
|---|----------------|----------|---------------------|
| 1 | 3 | 256.4 | 10 |
| 2 | 2 | 171.7 | 10 |
| 3 | 2 | 171.2 | 10 |
| 4 | 2 | 171.1 | 11 |
| 5 | 2 | 171.5 | 10 |

масса груза 142г

Усредним значения, пересчитаем данные.

| m , г | M , мН · м | T , с | Ω , $\frac{\text{рад}}{\text{с}} \cdot 10^{-3}$ | $\Delta\phi$, град | $\Omega_{\text{гр}}$, $\frac{\text{рад}}{\text{с}} \cdot 10^{-3}$ |
|---------|--------------|----------------|--|---------------------|--|
| 343 | 403 | 35.4 ± 0.3 | 177.7 | 10 | 4.93 |
| 267 | 314 | 44.4 ± 0.3 | 141.4 | 10 | 3.93 |
| 215 | 253 | 54.8 ± 0.3 | 114.6 | 10 | 3.18 |
| 141 | 166 | 68.9 ± 0.4 | 74,1 | 10 | 2.53 |
| 116 | 136 | 85.7 ± 0.4 | 58,0 | 10 | 2.04 |



4.4 Расчет частоты вращения ротора гироскопа и величины момента сил трения

С помощью формулы

$$\Omega = \frac{mgl}{I_2\omega_0}$$

Рассчитаем частоту вращения ротора гироскопа. Из графика зависимости Ω от M получаем коэффициент наклона, равный $0,448 \pm 0,005$, откуда получаем

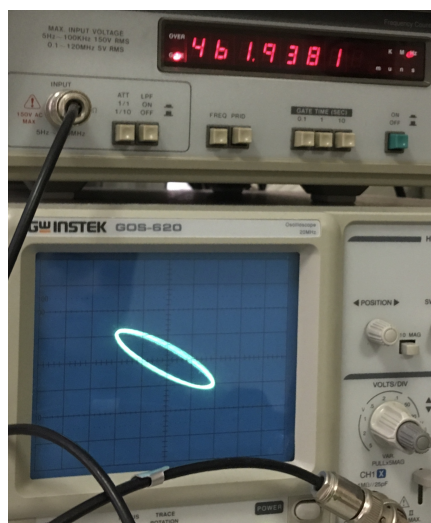
$$f = 433 \pm 7 \text{ Гц}$$

По скорости опускания рычага С во время прецессии определим момент сил трения. Из графика зависимости $\Omega_{\text{тр}}$ от Ω получаем отношение

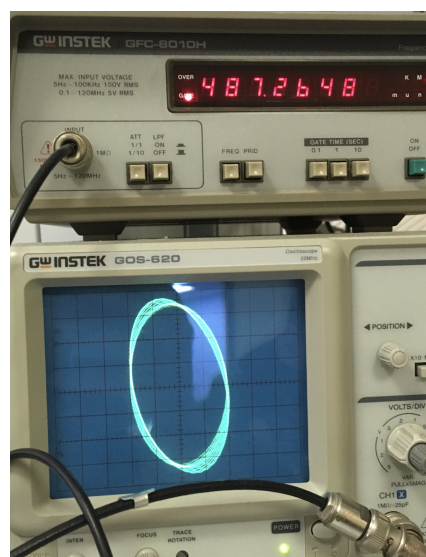
$$\frac{\Omega_{\text{тр}}}{\Omega} = 0,0234 \pm 0,0007$$

4.5 Определение частоты вращения ротора гироскопа по фигурам Лиссажу

Для этого подключим осциллограф и генератор в сеть, подадим на "Вход Y" сигнал второй обмотки статора гироскопа. Получим динамическую картину фигур Лиссажу на экране осциллографа и добьемся появления фигуры, похожей на эллипс, в таком случае, если эллипс будет неподвижен, частота вращения ротора и частота сигнала, подаваемая с генератора будут совпадать.



Вращающийся ротор при подаче питания



Вращающийся ротор через небольшое время после выключения

Из полученных на осциллографе результатов можно сделать вывод о том, что частота вращения ротора лежит в диапазоне 440 ± 10 Гц, к сожалению измерить частоту его вращения более точно не удалось.

5 Обсуждение результатов и выводы

Измерение частоты вращения ротора гироскопа с помощью прецессии гироскопа совпало с измерением частоты вращения с помощью фигур Лиссажу. В первом способе погрешность измерения момента инерции рассчитывается по формуле:

$$\frac{\Delta I_2}{I_2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta I_1}{I_1}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta T_1}{T_1}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta T_2}{T_2}\right)^2} = 3,2\%$$

$$\frac{\Delta I_1}{I_1} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2} = 2,8\%$$

Так как для каждого измерения вращения использовалась серия из 5 измерений, то необходимо учитывать случайную погрешность времени и угла.

$$\sigma_{\text{сл}_T} = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^n (T - \bar{T})^2} \text{ (в пределах до 0,5 \%)}$$

$$\sigma_{\text{сл}_\phi} = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^n (\phi - \bar{\phi})^2} \text{ (в пределах от 0,3 до 1 \%)}$$

Полная погрешность считается по формуле

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{\text{сл}}^2 + \sigma_{\text{сист}}^2}$$

Откуда получаем выражение для погрешности частоты вращения ротора гироскопа

$$\sigma_f = \sqrt{\sigma_{\text{сл}}^2 + \left(\frac{\Delta I_2}{I_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2} = 4\%$$