

Работа 1.2.5

Исследование прецессии уравновешенного гироскопа

Малиновский Владимир

galqiwi@galqiwi.ru

Цель работы: исследовать вынужденную прецессию гироскопа, установить зависимость скорости вынужденной прецессии от величины момента сил, действующий на ось гироскопа и сравнить ее со скоростью, рассчитанной по скорости прецессии. **В работе используются:** гироскоп в кардановом подвесе, секундомер, набор грузов, отдельный ротор гироскопа, цилиндр известной массы, крутильный маятник, штангенциркуль, линейка.

Теория

В этой работе исследуется зависимость скорости прецессии гироскопа от момента силы, приложенной к его оси. Для этого к оси гироскопа подвешиваются грузы. Скорость прецессии определяется по числу оборотов рычага воеруг вертикальной оси и времени, которое на это ушло, определяемоу секундомером. В процессе измерений рычаг не только поворачивается в результате прецессии гироскопа, но и опускается. Поэтому его в начале опыта следует преподнять на 5-6 градусов. Опять надо закончить, когда рычаг опустится на такой же угол.

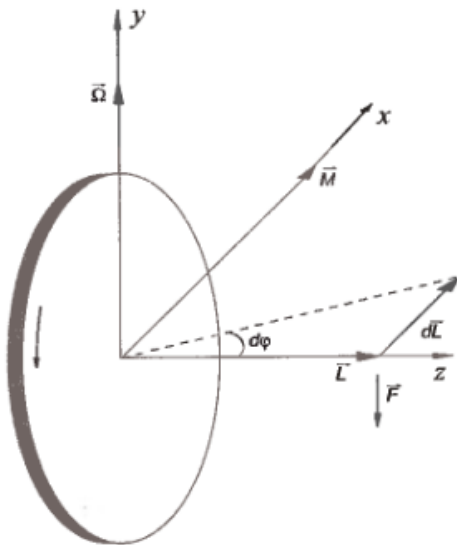


Рис. 1. Маховик

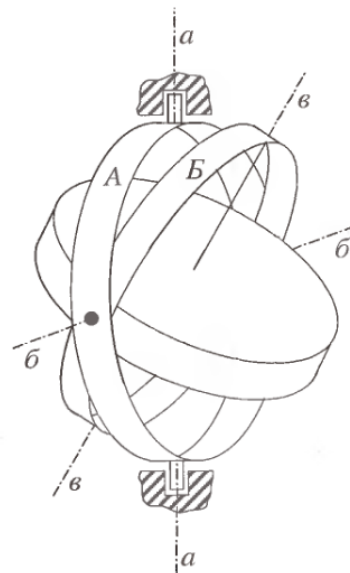


Рис. 2. Гироскоп в кардановом подвесе

Измерение скорости прецессии гироскопа позволяет вычислить угловую скорость вращения его ротора. Расчет производится по формуле:

$$\Omega = \frac{mgl}{I_z \omega_0}, \quad (1)$$

где m – масса груза, l – расстояние от центра карданова подвеса до точки крепления груза на оси гироскопа, I_z – момент инерции гироскопа по его главной оси вращения. ω_0 – частота его вращения относительно главной оси, Ω – частота прецессии.

Момент инерции ротора относительно оси симметрии I_0 измеряется по крутильным колебаниям точной копии ротора, подвешиваемой вдоль оси симметрии на десткой проволоке. Период крутильных колебаний T_0 зависит от момента инерции I_0 и модуля кручения проволоки f :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{f}}. \quad (2)$$

Чтобы исключить модуль кручения проволоки, вместо ротора гироскопа к той же проволоке подвешивают цилиндр правильной формы с известными размерами и массой, для которого легко можно вычислить момент инерции $I_{\text{ц}}$. Для определения момента инерции ротора гироскопа имеем

$$I_0 = I_{\text{ц}} \frac{T_0^2}{T_{\text{ц}}^2}, \quad (3)$$

Здесь $T_{\text{ц}}$ – период крутильных колебаний цилиндра.

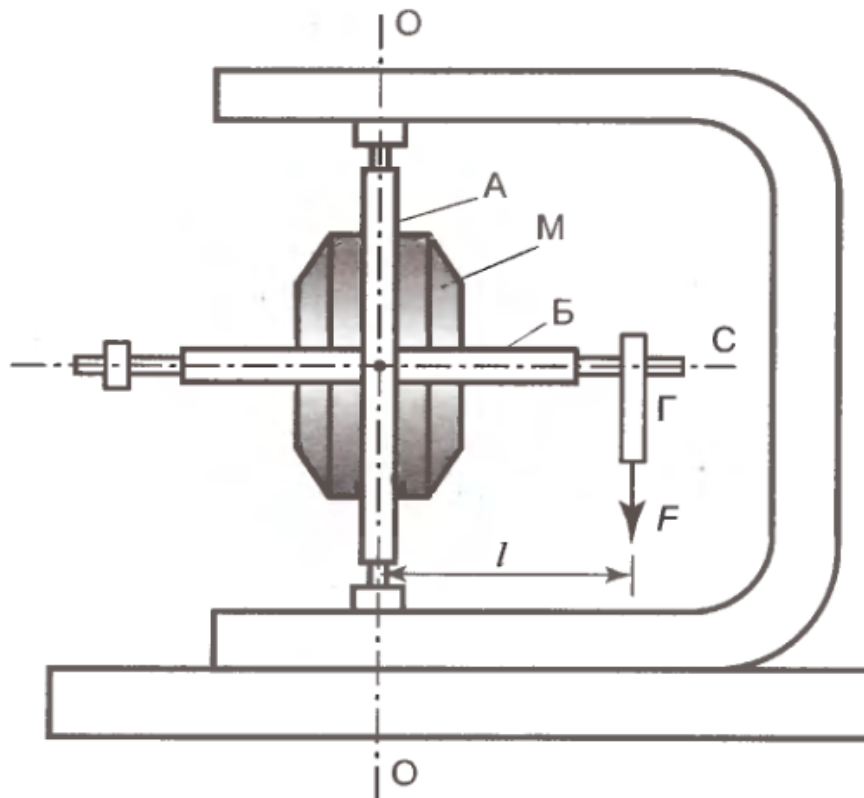


Рис. 3. Схема экспериментальной установки

Скорость вращения ротора гироскопа можно определить и не прибегая к исследованию прецессии. У используемых в работе гироскопов статор имеет две обмотки, необходимые для быстрой раскрутки гироскопа. В данной работе одну обмотку используют для раскрутки гироскопа, а вторую – для измерения числа оборотов ротора. Ротор электромотора всегда немного намагничен. Вращаясь, он наводит во второй обмотке переменную ЭДС индукции, частота которой равна частоте вращения ротора. Частоту этой ЭДС

можно, в частности, измерить по фигурам Лиссажу, получаемым на экране осциллографа, если на один вход подать исследуемую ЭДС, а на другой – переменное напряжение с хорошо прокалиброванного генератора. При совпадении частот на экране получаем эллипс.

Результаты и обработка

Данные для частоты прецессии и опускания гироскопа:

$m, \text{г}$	$t, \text{с}$	$h_0, \text{мм}$	$h_1, \text{мм}$	$a_0, ^\circ$	$a_1, ^\circ$	$\Omega, 10^{-3}\text{с}^{-1}$	$\Omega_f, 10^{-3}\text{с}^{-1}$
57	75.5	155	136	210	336	29.1 ± 0.6	2.0 ± 0.2
76	77.3	155	132	358	532	39.3 ± 0.7	2.4 ± 0.2
91	77.6	155	132	220	430	47.2 ± 0.7	2.4 ± 0.2
93	75.8	155	136	42	250	47.9 ± 0.7	2.0 ± 0.2
116	76.8	155	133	248	512	60.0 ± 0.8	2.3 ± 0.2
141	80.2	155	133	198	538	74.0 ± 0.8	2.2 ± 0.2
215	75.7	155	134	168	658	113.0 ± 1.1	2.2 ± 0.2
267	85.8	155	130	228	916	140.0 ± 1.1	2.3 ± 0.2
335	71.5	155	132	226	948	176.2 ± 1.5	2.6 ± 0.2

Где m – масса груза, t – время измерения, h_0, h_1 – высоты края гироскопа до и после измерения соответственно, a_0, a_1 – углы поворота гироскопа в горизонтальной плоскости до и после измерения соответственно. Ω, Ω_f – угловые скорости прецессии и опускания гироскопа, рассчитанные по формулам:

$$\Omega = \frac{a_1 - a_0}{t}, \quad (4)$$

$$\Omega_f = \frac{a \sin((h_0 - h_z)/L) - a \sin((h_1 - h_z)/L)}{t}, \quad (5)$$

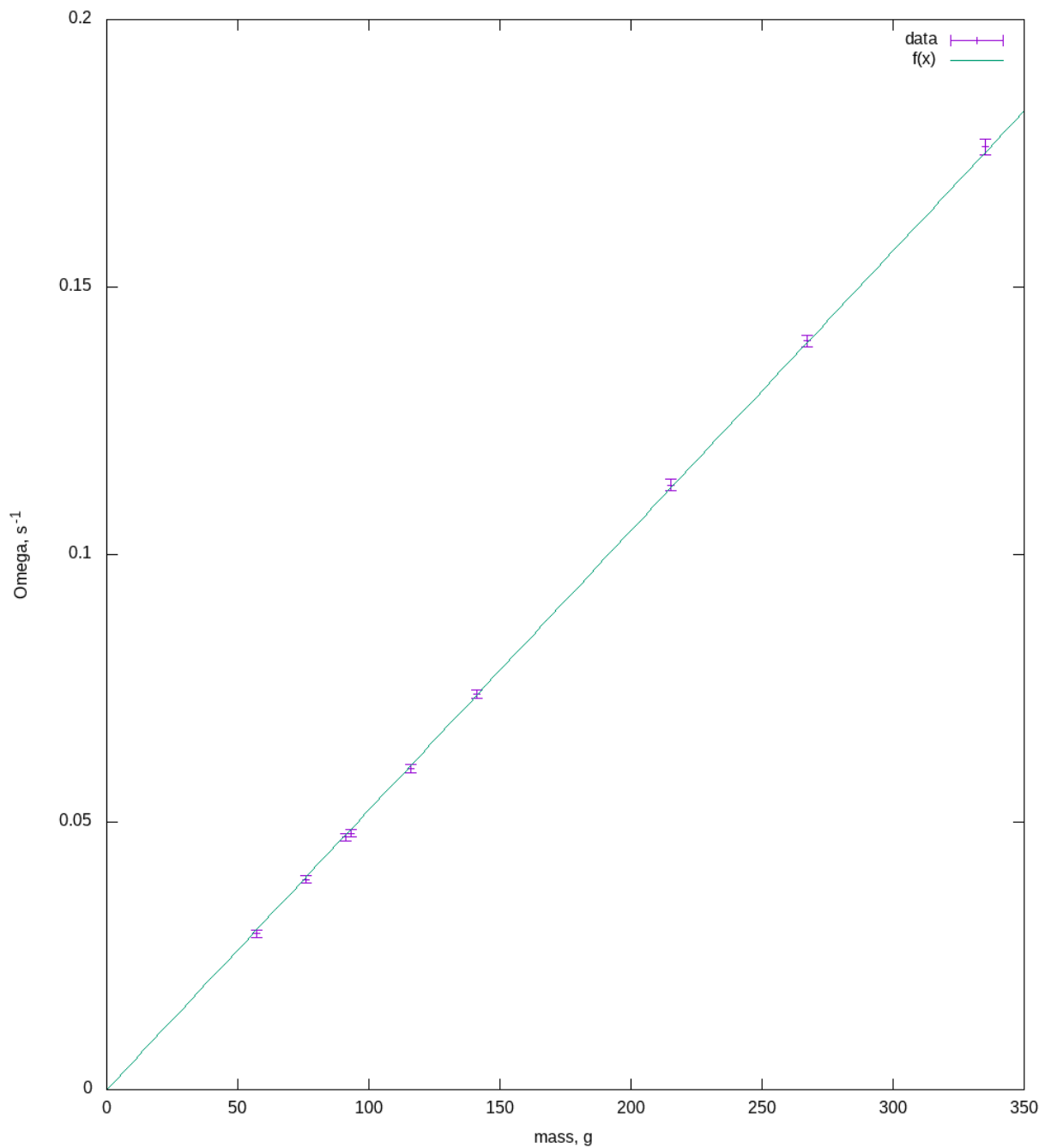
где h_z – высота края гироскопа в горизонтальном положении, равная $145 \pm 0.5 \text{мм}$, а L – расстояние от центра до края, равное $126.2 \pm 0.7 \text{мм}$.

Погрешности измерений равны: $\Delta t = 0.4 \text{с}$, $\Delta h = 0.5 \text{мм}$, $\Delta a = 1^\circ$.

Поскольку момент сил трения не зависит от нагрузки m , угловая скорость опускания гироскопа так же не зависит от m , что видно из данных в таблице выше. Среднее значение Ω_f равно:

$$\langle \Omega_f \rangle = (2.3 \pm 0.2) \cdot 10^{-3} \text{с}^{-1} \quad (6)$$

Из формулы (1) видна линейность скорости прецессии и массы, рассмотрим эту зависимость на экспериментальных данных:



Из МНК следует, что коэффициент пропорциональности равен:

$$\frac{gl}{I_z \omega_0} = (0.5225 \pm 0.0015) \frac{1}{\text{с} \cdot \text{кг}}. \quad (7)$$

Измерение момента инерции.

Параметры калибровочного цилиндра (Масса и диаметр соответственно):

$$M = (1617.4 \pm 0.1) \text{г}, D = (78.2 \pm 0.1) \text{мм}. \quad (8)$$

Периоды вращения цилиндра и гироскопа:

	$T_{10}, \text{с}$	$T_{10}, \text{с}$	$T_{10}, \text{с}$	$T_{10}, \text{с}$	$T_{10}, \text{с}$	$\langle T \rangle, \text{с}$
гироскоп	32.41	32.53	32.39	32.66	32.59	3.25 ± 0.04
цилиндр	40.94	41.05	40.90	41.04	40.96	4.10 ± 0.04

Из этого расчетный момент инерции гироскопа равен:

$$I_z = \frac{MD^2}{8} \left(\frac{T_g}{T_n} \right)^2 = (7.8 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2. \quad (9)$$

Из (7) и (9) получаем частоту вращения гироскопа ($l = 121\text{мм}$):

$$\omega_0 = (2.91 \pm 0.16) \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}, \quad (10)$$

$$f_0 = (463 \pm 25)\text{с}^{-1}. \quad (11)$$

Измерение момента сил трения:

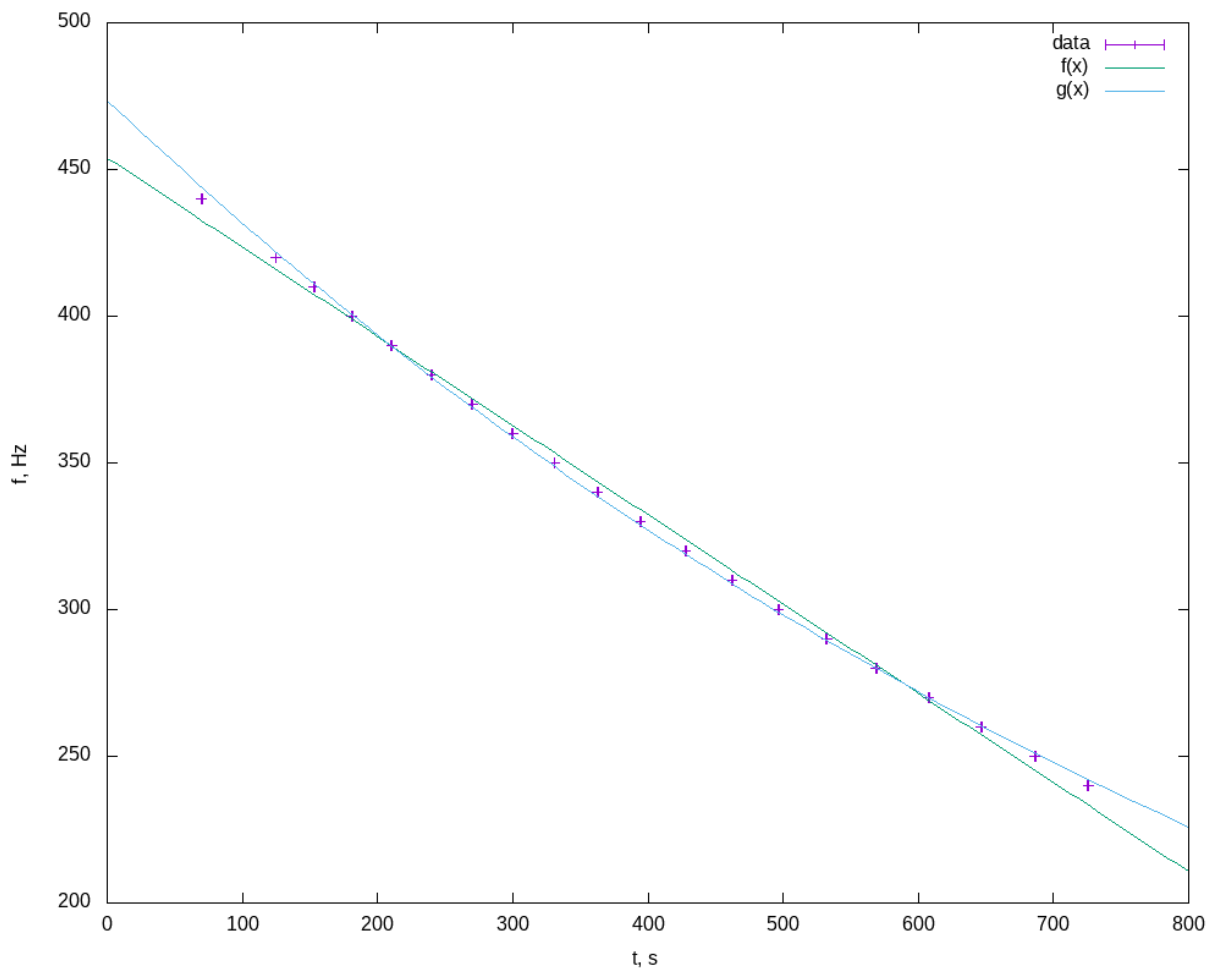
$$M_f = I_z \omega_0 \Omega_f = (5.223 \pm 0.015) \text{ мН} \cdot \text{м}. \quad (12)$$

Нахождение частоты вращения гироскопа по затуханию:

$t, \text{с}$	69.9	124.7	152.9	181.1	210.2	240.3	270.1	300.0	330.8	362.6
$f, \text{Гц}$	440	420	410	400	390	380	370	360	350	340

$t, \text{с}$	394.3	427.8	462.0	496.4	532.2	568.9	607.6	646.5	686.5	725.6
$f, \text{Гц}$	330	320	310	300	290	280	270	260	250	240

$$\Delta t = 0.4\text{с}.$$



В линейном приближении получается частота $f_l = (454 \pm 2)\text{Гц}$.

В экспоненциальном приближении получается частота $f_e = (473 \pm 1)\text{Гц}$.

Вывод:

В этой работе была найдена скорость вращения Ω способами – по прецессии, и по различным линеаризациям затухания вращения гироскопа и момент сил трения в оси гироскопа. Различные линеаризации все находятся в погрешности измерения по прецессии, но как основную линеаризацию я бы выбрал экспоненциальное затухание – оно лучше ляжется на точки.