

Отчет о выполнении лабораторной работы 2.2.2

Измерение теплопроводности воздуха при разных давлениях

Фокин Алексей, 922 группа

25 мая 2020 г.

Цель работы: исследовать теплопередачу от нагретой нити к цилиндрической оболочке в зависимости от концентрации (давления) заполняющего её воздуха. Измерить коэффициент теплопроводности при высоких давлениях; определить область перехода к режиму теплопередачи; определить коэффициент теплопередачи при низких давлениях.

В работе используются: цилиндрическая колба с натянутой по оси платиновой нитью; форвакуумный насос; вакуумметр; масляный манометр; вольтметр и амперметр (цифровые мультиметры); источник постоянного тока.

1 Теоретическая справка

Теплопроводность — это процесс передачи энергии от нагретых частей системы к холодным за счёт хаотического движения частиц среды (молекул, атомов и т.п.). В газах теплопроводность осуществляется за счёт непосредственной передачи кинетической энергии от быстрых молекул к медленным при их столкновениях. Перенос тепла описывается законом Фурье:

$$\vec{q} = -\kappa \cdot \nabla T, \quad (1)$$

где \vec{q} — плотность потока энергии, κ — коэффициент теплопроводности. Система, используемая в данной установке, имеет цилиндрическую симметрию (пренебрегая краевыми эффектами), поэтому имеем

$$q = -\kappa \frac{dT}{dr}, \quad (2)$$

где r — расстояние от оси симметрии системы.

Закон Фурье применим при условиях

$$\lambda \ll r \quad \text{и} \quad \lambda |\nabla T| \ll T,$$

где λ — длина свободного пробега молекул газа, а r — характерный размер системы.

Для количественного описания способности некоторой системы к тепло-передаче в целом используют коэффициент K , называемый тепловым сопротивлением, равный отношению перепада температур ΔT в системе к полному потоку энергии Q [Вт] через неё:

$$K = \frac{\Delta T}{Q} \quad (3)$$

Режим теплопроводности реализуется при выполнении условий выше. Молекулярно-кинетическая теория даёт следующую оценку для коэффициента теплопроводности:

$$\kappa \approx \frac{1}{3} \lambda \bar{v} n c_V, \quad (4)$$

где n — концентрация молекул газа, \bar{v} — их средняя тепловая скорость, $c_V = \frac{i}{2} k$ — теплоёмкость при постоянном объёме в расчёте на одну молекулу.

Длина свободного пробега обратно пропорциональна n , поэтому коэффициент теплопроводности газа (5) не зависит от его концентрации (т.е. и от давления) и определяется только его температурой.

Режим теплопередачи. В случае $\lambda \gtrsim r$ молекулы сталкиваются в основном не между собой, а со стенками. При этом теряет смысл понятие температуры как функции координат и, следовательно, градиента температуры, так что закон Фурье (1) становится неприменимым. Если в системе есть поверхности, находящиеся при разных температурах, процесс обмена энергией между ними за счёт молекул газа, заполняющего сосуд, принято называть теплопередачей. Молекулы при неупругих ударах о нагретую поверхность приобретают среднюю кинетическую энергию, соответствующую температуре этой поверхности; отразившись от неё и не сталкиваясь с другими молекулами, они долетают до холодной поверхности и передают ей избыточную энергию.

Рассмотрим упрощённую модель теплопередачи в цилиндрическом сосуде радиуса R и длины $L \gg R$, на оси которого натянута тонкая нить радиуса $r \ll R$. Температуры колбы и нити равны T_K и $T_H > T_K$. Все молекулы в пространстве колбы можно разделить на две группы: в зависимости от того, с какой поверхностью — с колбой или с нитью — они испытали последнее неупругое столкновение, их средняя энергия равна $c_V T_K$ либо $c_V T_H$ соответственно. В стационарном состоянии потоки частиц, падающих на нить и улетающих от неё, равны. Тогда полный поток падающих на нить частиц составляет

$$J = \frac{1}{4} n \bar{v} S_H,$$

где $S_H = 2\pi r L$ — площадь поверхности нити. В нашей работе относительный перепад температур мал ($\Delta T \ll T$), поэтому при расчёте потока частиц можно не различать средние скорости «горячих» (летающих от нити) и «холодных» (летающих к нити) частиц.

Если учесть, что не все столкновения молекул с нитью или стенками колбы являются неупругими, введя поправочный множитель s , называемый коэффициентом аккомодации, который в наших условиях можно считать постоянным, суммарный поток энергии от нити к колбе может быть приближённо записан как

$$Q \approx \frac{s}{4} n \bar{v} S_H \cdot c_V (T_H - T_K)$$

И тогда

$$\frac{1}{K_T} = \frac{s}{4} \bar{v} n c_V S_H \quad (5)$$

Общий случай. Таким образом, при больших n будет реализоваться случай теплопроводности, а при маленьких — теплопередачи. Пусть через нить пропускают постоянный ток, так что на ней выделяется известная мощность Q . В стационарном состоянии полный поток энергии через любую цилиндрическую поверхность радиуса r должен быть одинаков и равен Q .

В области теплопроводности из (2) имеем

$$Q = -2\pi r L \cdot x \frac{dT}{dr} = \text{const.} \quad (r_H + \lambda \lesssim r \leq R) \quad (6)$$

Если перепад температуры между стенками колбы и нитью мал, при интегрировании (8) можно пренебречь зависимостью теплопроводности от температуры. Тогда получим

$$T(r) - T_n = \frac{Q}{2\pi L \kappa} \ln \frac{R}{r} \quad (7)$$

В области вблизи нити ($r_n \leq r \lesssim r_n + \lambda$) имеем

$$T_n - T(r_n + \lambda) = K_T Q, \quad (8)$$

где K_T — тепловое сопротивление области теплопередачи, определяемое формулой (5), $T(r_n + \lambda)$ — температура газа на границе этой области. Подставив в (7) $r = r_n + \lambda$ и, исключив с помощью (8) промежуточную температуру $T(r_n + \lambda)$, найдём разность температур нити и колбы:

$$\Delta T = Q \left(\frac{1}{2\pi L \kappa} \ln \frac{R}{r_n + \lambda} + K_T \right) \quad (9)$$

С учетом (4) и (5) можно получить явную зависимость от концентрации.

$$\Delta T = \frac{Q}{2\pi L} \left(\frac{1}{\kappa} \ln \frac{R}{r_n} - \frac{1}{\kappa} \ln \left(1 + \frac{1}{n\sigma \cdot r_n} \right) + \frac{1}{\frac{s}{4} r_n \bar{v} c_V} \cdot \frac{1}{n} \right) \quad (10)$$

Нетрудно видеть, что второе слагаемое, с одной стороны, мало при больших давлениях; с другой стороны, при малых давлениях слабая логарифмическая зависимость будет незаметна на фоне слагаемого K_T , возрастающего, согласно (5). Поэтому в указанных пределах можно принять, что $\ln \frac{R}{r_n + \lambda} \approx \ln \frac{R}{r_n}$. Учитывая, что непосредственно измеряемой в опыте величиной является давление P , можно представить (9) в следующем максимально упрощённом виде:

$$\Delta T = Q \left(K_\infty + \frac{A}{P} \right), \quad (11)$$

где K_∞ и A — константы, которые могут быть определены экспериментально. Величина K_∞ есть тепловое сопротивление системы при высоких давлениях, по его значению может быть вычислен коэффициент теплопроводности газа κ . По значению коэффициента A можно определить коэффициент аккомодации s .

Экспериментальная установка

Схема установки приведена на рис. 2. Внутренняя полость тонкостенной цилиндрической стеклянной колбы, на оси которой натянута металлическая (платиновая) нить, подсоединена к вакуумной установке. Колба заполнена воздухом и расположена вертикально. Контактные провода от нити выведены наружу через стеклянную вакуумную «слёзку». Вакуумная установка состоит из форвакуумного насоса, стрелочного вакуумметра M и U-образного масляного манометра. Вакуумметр служит для измерения высоких давлений вплоть до 10 торр (он показывает разность давлений между установкой и атмосферой, так что нуль на его шкале соответствует атмосферному давлению в установке). U-образный манометр заполнен маслом с плотностью $0,885 \text{ г/см}^3$ и предназначен для измерения низких давлений (вплоть до 0,1 торр). Кран K_1 служит для соединения установки и насоса с атмосферой, кран K_2 — для отсоединения откачиваемого объёма от насоса, кран K_3 — для соединения колен U-образного манометра.

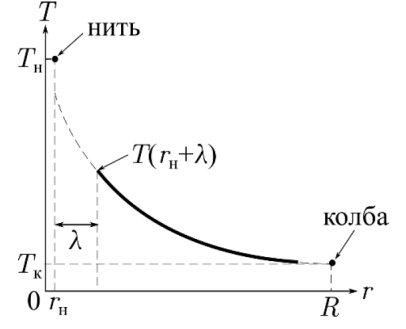


Рис. 1: Распределение температуры в цилиндре

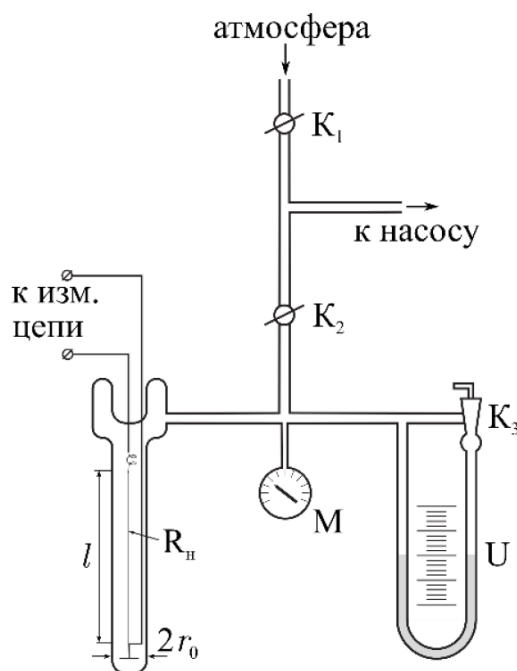


Рис. 2: Вакуумная часть установки

Металлическая нить служит как источником тепла, так и датчиком температуры (термометром сопротивления). В рабочем диапазоне температур ($20\text{--}40\text{ }^{\circ}\text{C}$) сопротивление платины зависит от температуры практически линейно:

$$R(t) = R_0 (1 + \alpha_0 t) \quad (12)$$

где t — температура в $^{\circ}\text{C}$, R_0 — сопротивление при 0°C , и

$$\alpha_0 = \frac{1}{R_0} \frac{dR}{dt} = 3,92 \cdot 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \quad (13)$$

Электрическая схема установки приведена на рис. 3. Ток I через сопротивление R_n и напряжение U на нём измеряются цифровыми мультиметрами, один из которых работает в режиме амперметра, а другой — вольтметра. Сопротивление R_n находится по закону Ома. Те же измерения позволяют определить мощность нагрева проволоки как джоулево тепло. Ток в цепи регулируется с помощью магазина сопротивлений, включённого последовательно с источником тока.

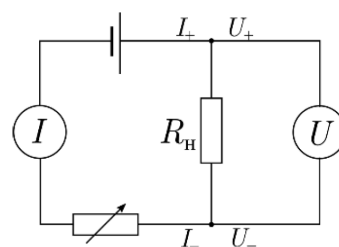


Рис. 3: Электрическая схема измерений

Методика измерений. Поскольку относительное изменение сопротивления невелико ($\Delta R_n/R_n \approx 0,4\%$ при $\Delta T = 1^{\circ}\text{C}$, измерение R_n важно провести с хорошей точностью. Это возможно с помощью построения нагрузочной кривой — зависимости измеряемого сопротивления от выделяющейся в нём мощности $R(Q)$. В данной работе предлагается провести серию измерений перегрева нити относительно стенок сосуда $\Delta T(Q)$ в зависимости от мощности нагрева Q при различных давлениях P в системе. Аппроксимируя зависимости $\Delta T(Q)$ прямыми линиями, определить полное тепловое сопротивление системы $K = \frac{dT}{dQ}$ при разных P ; проверить справедливость зависимости (10) и определить коэффициенты A и K_{∞} , откуда получить значения коэффициента теплопроводности воздуха κ при высоких давлениях и значение коэффициента аккомодации s . По найденным

коэффициентам определить предельный вакуум, достижимый при откачке форвакуумным насосом.

Два обстоятельства, которые могут привести к нарушению зависимости (10) — это остаточное давление воздуха, десорбирующегося из масляного манометра, а также давление паров самого масла и охлаждение нити за счёт излучения. Первое обстоятельство приводит к тому, что измеряемое давление оказывается меньше реального на некоторую неизвестную величину $P_{\text{ост}}$, что особенно заметно проявляется при малых P . Мощность же, излучаемая с поверхности нити, может быть найдена по закону Стефана–Больцмана:

$$Q_{\text{изл}} = \epsilon S_{\text{н}} \sigma_S (T_{\text{н}}^4 - T_{\text{к}}^4) \approx 4\epsilon S_{\text{н}} \sigma_S T_{\text{к}}^3 \Delta T \quad (14)$$

где $\sigma_S = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2\text{К}^4)$, $\epsilon = 0,04$. Численно получаем, что на давлениях до $\tilde{10}^{-1}$ излучением можно пренебречь.

2 Ход работы

1. Зафиксируем параметры установки:

$$2r_{\text{н}} = 0,05 \text{ мм} \quad 2R = 10 \text{ мм} \quad L = 220 \text{ мм}$$

2. Оценим, когда длина свободного пробега примерно сравнивается с радиусом нити при давлении:

$$P_1 \approx \frac{kT}{r_{\text{н}} \pi d^2} \approx 500 \text{ мм.масл.ст.}$$

3. Снимаем значение атмосферного давления и температуры в комнате:

$$P = 99600 \text{ Па} \quad T_{\text{к}} = 297,3 \text{ К}$$

4. Проверяем, что установка находится под вакуумом (стрелка вакуумметра в положении «-1 атм»).
5. Плавно запускаем воздух в установку, медленно открывая кран K_2 .
6. Включаем в сеть цифровые мультиметры. Устанавливаем амперметр в режим измерения постоянного тока, а вольтметр — постоянного напряжения. На магазине сопротивлений устанавливаем значение 1 кОм.
7. Строим нагрузочную кривую при атмосферном давлении, данные приводим на графике (рис. 4)

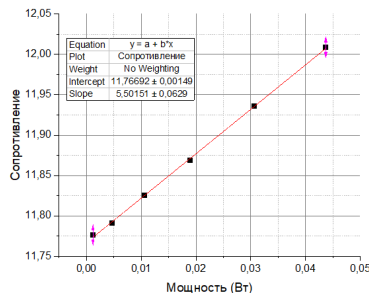


Рис. 4: Нагрузочная кривая при атмосферном давлении

8. Экстраполируя к нулевому значению мощности, определяем:

$$R_{\text{к}} = (11,767 \pm 0,002) \text{ Ом}, \quad R_0 = (10,750 \pm 0,002) \text{ Ом}, \quad R_{\text{max}} = (13,037 \pm 0,002) \text{ Ом}$$

где $R_{\text{к}}$ — сопротивление нити при комнатной температуре, R_0 — сопротивление при 0°C (по формуле (11)), R_{max} — соответствующее нагреву нити относительно стенок на 30°C сопротивление.

9. Откачиваем установку до предельного вакуума, предварительно откачав насос при закрытых на 20 секунд K_1 и K_2 , в течение 15 минут.

10. Приводим в действие масляный манометр, проверяя по нему, что давление больше не меняется.

11. Отсоединяем насос, выключаем его и соединяем его с атмосферой.

12. Проводим аналогичные пункту 6 измерения в диапазоне $P_{\text{min}} \lesssim P \lesssim P_1$: см. рис. 5 и табл. 1

40 мм мм					80 мм мм					112 мм мм				
U, мВ	I, мА	R, Ом	N, Вт	T, К	U, мВ	I, мА	R, Ом	N, Вт	T, К	U, мВ	I, мА	R, Ом	N, Вт	T, К
123,41	10,52	11,73099	0,001298	296,4454	117,43	10,003	11,73948	0,001175	296,6469	107,18	9,126	11,74447	0,000978	296,7652
241,23	20,5	11,76732	0,004945	297,3075	236,22	20	11,811	0,004724	298,3442	236,652	20,1	11,77373	0,004757	297,4597
364,75	30,86	11,81951	0,011256	298,5461	353,19	29,92	11,80448	0,010567	298,1894	353,934	29,97	11,80961	0,010607	298,3112
480,7	40,46	11,88087	0,019449	300,0023	479,26	40,42	11,857	0,019372	299,4359	478,1	40,26	11,87531	0,019248	299,8704
600,83	50,17	11,97588	0,030144	302,2571	598,05	50,12	11,93236	0,029974	301,2243	601,1	50,31	11,94792	0,030241	301,5936
727,14	60,23	12,07272	0,043796	304,5553	725,24	59,7	12,14807	0,043297	306,3436	727,74	60,46	12,03672	0,043999	303,7009

145 мм мм					187 мм мм					222 мм мм				
U, мВ	I, мА	R, Ом	N, Вт	T, К	U, мВ	I, мА	R, Ом	N, Вт	T, К	U, мВ	I, мА	R, Ом	N, Вт	T, К
117,755	10,013	11,76021	0,001179	297,1389	117,695	10,003	11,76597	0,001177	297,2756	117,85	10,014	11,76852	0,00118	297,3362
236,869	20,11	11,77867	0,004763	297,5769	236,95	20,12	11,77684	0,004767	297,5335	237,24	20,12	11,79125	0,004773	297,8756
354,31	29,99	11,81427	0,010626	298,4218	370,555	31,33	11,82748	0,011609	298,7353	354,71	30,01	11,81973	0,010645	298,5513
480,815	40,49	11,87491	0,019468	299,8608	472,3	39,77	11,87579	0,018783	299,8817	477,08	40,19	11,87061	0,019174	299,759
599,851	50,23	11,94209	0,030131	301,4551	600,97	50,32	11,94297	0,030241	301,476	601,29	50,36	11,93983	0,030281	301,4016
725,375	60,31	12,02744	0,043747	303,4807	726,57	60,4	12,0293	0,043885	303,525	727,78	60,53	12,02346	0,044053	303,3862

Таблица 1: Измерения и расчеты (высокие давления)

13. Проводим аналогичные пункту 6 измерения в диапазоне $P_1 \lesssim P \lesssim P_{\text{атм}}$: см. рис 6 и табл. 2

4,25 кПа					5,5 кПа					10 кПа				
U, мВ	I, мА	R, Ом	N, Вт	T, К	U, мВ	I, мА	R, Ом	N, Вт	T, К	U, мВ	I, мА	R, Ом	N, Вт	T, К
117,72	10,01	11,76024	0,001178	297,1396	118,3	10,06	11,75944	0,00119	297,1207	117,72	10,01	11,76024	0,001178	297,1396
236,88	20,12	11,77336	0,004766	297,4509	236,91	20,11	11,78071	0,004764	297,6253	236,86	20,11	11,77822	0,004763	297,5663
354,25	30	11,80833	0,010628	298,2809	354,3	30	11,81	0,010629	298,3205	354,1	29,99	11,80727	0,010619	298,2557
474,9	40,04	11,86064	0,019015	299,5222	480,6	40,51	11,86374	0,019469	299,5958	480,16	40,5	11,8558	0,019446	299,4074
596,51	50,01	11,92781	0,029831	301,1164	599,6	50,27	11,92759	0,030142	301,1111	599,15	50,27	11,91864	0,030119	300,8987
720,8	60,04	12,00533	0,043277	302,956	725,3	60,41	12,00629	0,043815	302,9788	724,9	60,42	11,99768	0,043798	302,7745

15 кПа					25 кПа				
U, мВ	I, мА	R, Ом	N, Вт	T, К	U, мВ	I, мА	R, Ом	N, Вт	T, К
117,71	10,01	11,75924	0,001178	297,1159	117,86	10,009	11,7754	0,00118	297,4994
236,42	20,1	11,76219	0,004752	297,1858	237,1	20,1	11,79602	0,004766	297,9887
354,92	29,97	11,84251	0,010637	299,092	354,46	29,97	11,82716	0,010623	298,7277
481,34	40,48	11,89081	0,019485	300,2382	480,8	40,48	11,87747	0,019463	299,9217
600,1	50,21	11,9518	0,030131	301,6857	599,5	50,21	11,93985	0,030101	301,4021
725,57	60,32	12,02868	0,043766	303,5101	724,42	60,28	12,01758	0,043668	303,2468

Таблица 2: Измерения и расчеты (высокие давления)

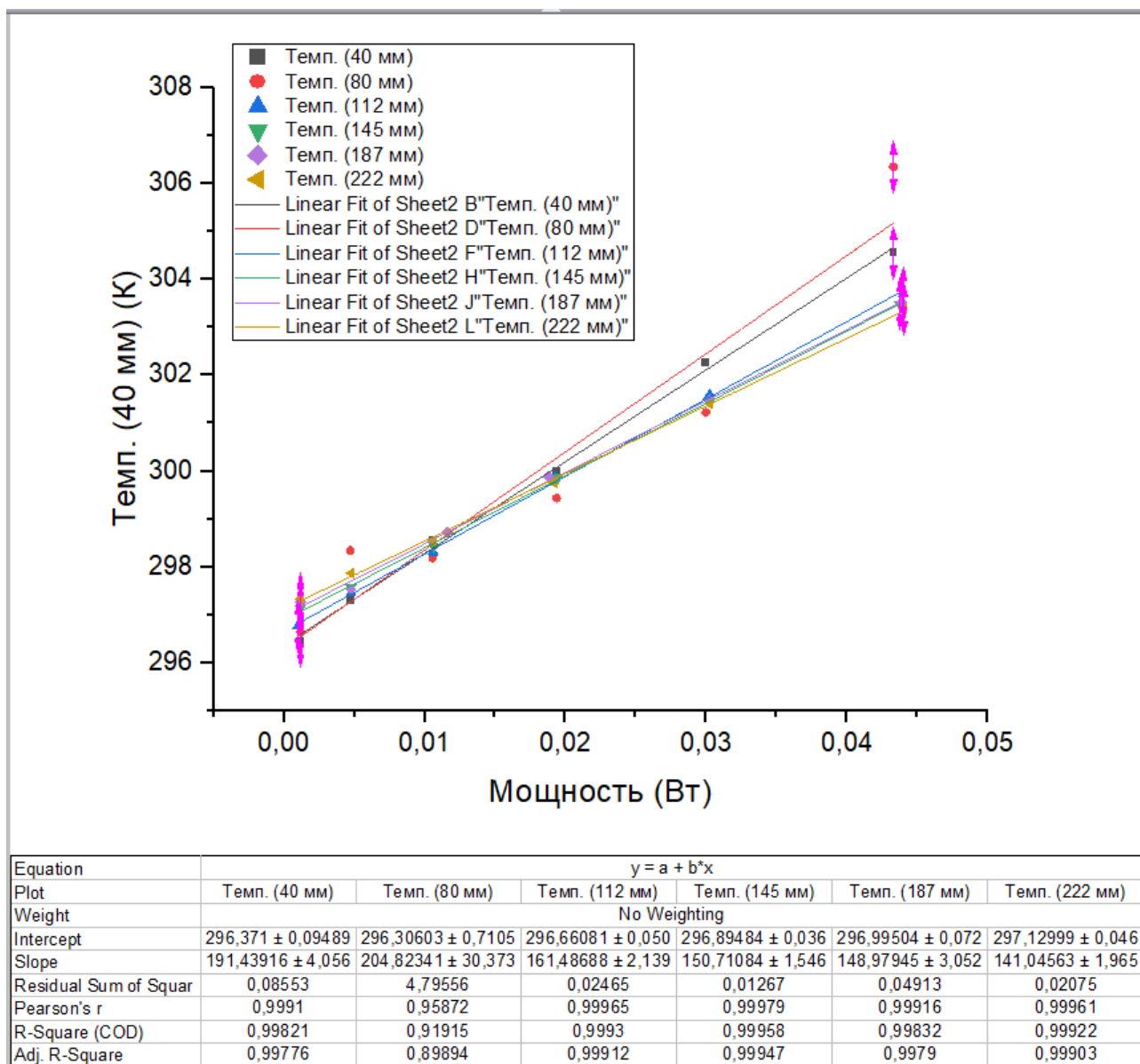


Рис. 5: Зависимости температуры нити от мощности (в диапазоне низкий давлений)

14. Построим зависимость теплового сопротивления как коэффициентов наклона графиков (рис. 5-6) от давления:

K , °K/Дж	190	200	161	150	148	141	141	138	133	154	135
ΔK	4	30	2	2	3	2	2	1,3	2	11	1
P , Па	346,92	693,84	971,376	1257,585	1621,851	1925,406	4500	5500	10000	15000	25000

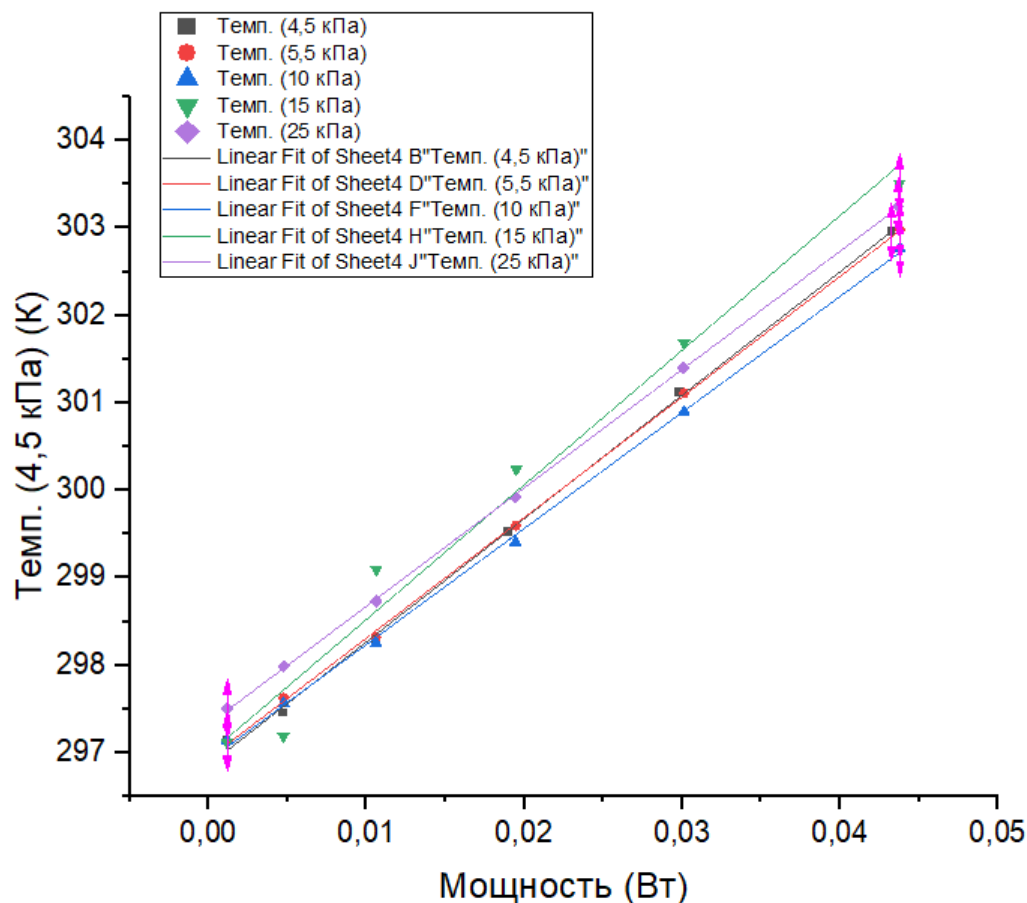
Таблица 3: Тепловое сопротивление (из измерений выше) от давления

15. Получаем коэффициенты в зависимости (10):

$$A = (21000 \pm 1800) \text{K}/(\text{Дж Па}) \quad K_{\infty} = (134 \pm 1) \text{K}/\text{Дж}$$

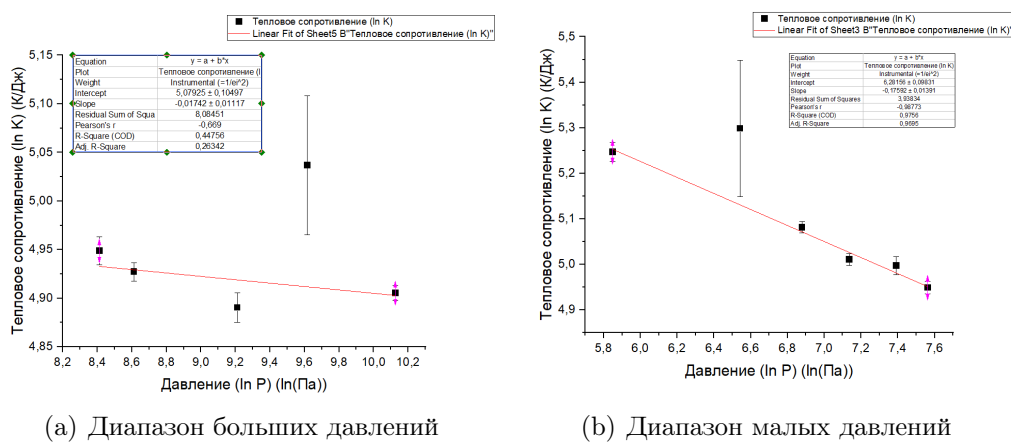
16. С помощью (9) можем получить, например, коэффициент теплопроводности воздуха при комнатной температуре и атмосферном давлении:

$$\kappa \approx \frac{1}{2\pi L K_{\infty}} \ln \frac{R}{r_{\text{н}}} = (28,6 \pm 0,2) \cdot 10^{-3} \text{Вт}/\text{м} \cdot \text{К}$$



Equation	$y = a + b \cdot x$				
Plot	Темп. (4,5 кПа)	Темп. (5,5 кПа)	Темп. (10 кПа)	Темп. (15 кПа)	Темп. (25 кПа)
Weight	No Weighting				
Intercept	$296,85441 \pm 0,05453$	$296,92969 \pm 0,03047$	$296,90843 \pm 0,04546$	$296,98245 \pm 0,25474$	$297,32021 \pm 0,01847$
Slope	$141,12471 \pm 2,33888$	$137,93238 \pm 1,29055$	$132,74046 \pm 1,92679$	$154,00789 \pm 10,79664$	$135,38338 \pm 0,7843$
Residual Sum of Squares	0,02828	0,00884	0,0197	0,61796	0,00325
Pearson's r	0,99945	0,99982	0,99958	0,99031	0,99993
R-Square (COD)	0,9989	0,99965	0,99916	0,98072	0,99987
Adj. R-Square	0,99863	0,99956	0,99895	0,9759	0,99983

Рис. 6: Зависимости температуры нити от мощности (в диапазоне высоких давлений)



(a) Диапазон больших давлений

(b) Диапазон малых давлений

Рис. 7: Зависимость теплового сопротивления от давления в двойном логарифмическом масштабе

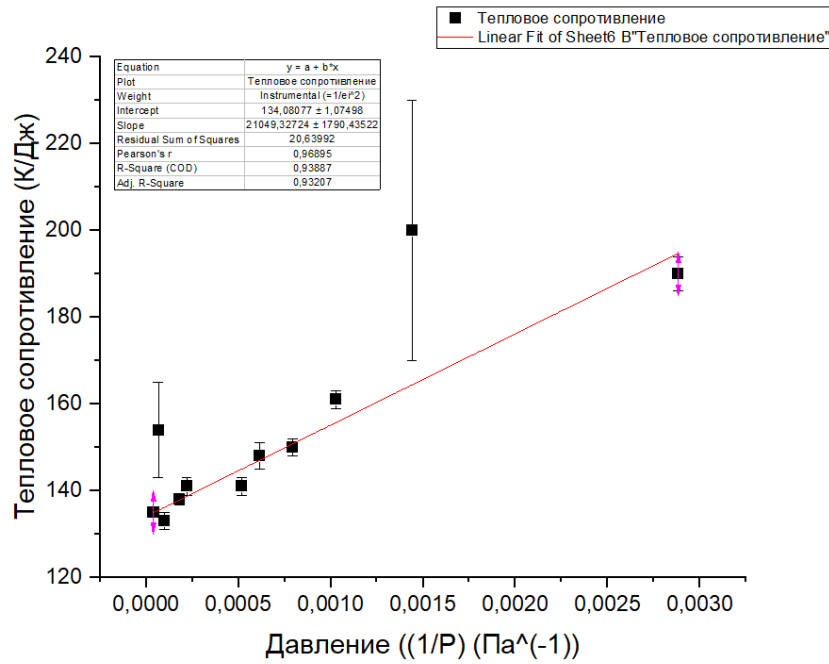


Рис. 8: Зависимость $K(1/P)$

А также после преобразований:

$$s = \frac{1}{Lr_{\text{н}}C_V \cdot A} \sqrt{\frac{\mu RT_{\text{к}}}{2\pi}} = (0,70 \pm 0,06)$$

3 Выводы

1. В данной работе была проверена предложенная экспериментальная методика по определению коэффициента теплопроводности воздуха при комнатной температуре в зависимости от давления и коэффициента аккомодации.
2. Были измерены последние с высокой точностью.
3. Была проверена теоретическая зависимость температурного сопротивления газа от давления, которая приблизительно подтвердилась при больших давлениях и не получила подтверждения при малых. Это, вероятно, может быть объяснено факторами десорбции газов с поверхности колбы и нити и излучением нити.