

## Работа 1.3.1

# Определение модуля Юнга на основе исследования деформаций растяжения и изгиба

Валеев Рауф Раушанович  
группа 825

29 сентября 2018 г.

**Цель работы:** экспериментально получить зависимость между напряжением и деформацией (закон Гука) для двух простейших напряженных состояний упругих тел: одноосного растяжения и чистого изгиба; по результатам измерений вычислить модуль Юнга.

**В работе используется:** прибор лермантова, проволока из исследуемого материала, зрительная трубка со шкалой, набор грузов, микрометр, рулетка; во второй части - стойка для изгибания балки, индикатор для измерения величины прогиба, набор исследуемых стержней, грузы, линейка, штангенциркуль.

### Определение модуля Юнга по измерениям растяжения проволоки (рис.1)

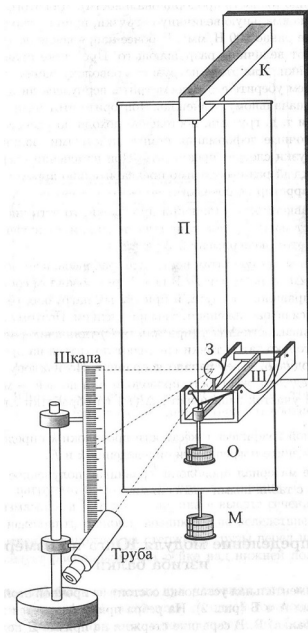


Рис. 1. Прибор Лермантова

1.  $d = (0,46 \pm 0,01) \text{ см.}$

2. Измеряем площадь поперечного сечения проволоки

$$S = \frac{\pi(\bar{d})^2}{4} = 0,166 \text{ см}^2$$

$$\sigma_S = S \sqrt{2 \left( \frac{\sigma_d}{d} \right)^2} = 0,005 \text{ см}^2$$

$$S = (0,166 \pm 0,005) \text{ мм}^2$$

3. Измеряем длину проволоки  $l = 176 \text{ см}$

4. Направляем зрительную трубу на зеркальце так, чтобы мы четко видели шкалу, тогда свет от шкалы будет падать примерно перпендикулярно шкале на зеркало, поэтому

$$\Delta l = \frac{nr}{2h}$$

$$\sigma_{\Delta l} = \Delta l \sqrt{\left( \frac{\sigma_n}{n} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_d}{d} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_h}{h} \right)^2}$$

где  $r = 15 \text{ см}$  - длина рычага, разница показаний шкалы -  $n$ , расстояние от шкалы до проволоки -  $h = (138 \pm 0,1) \text{ см.}$

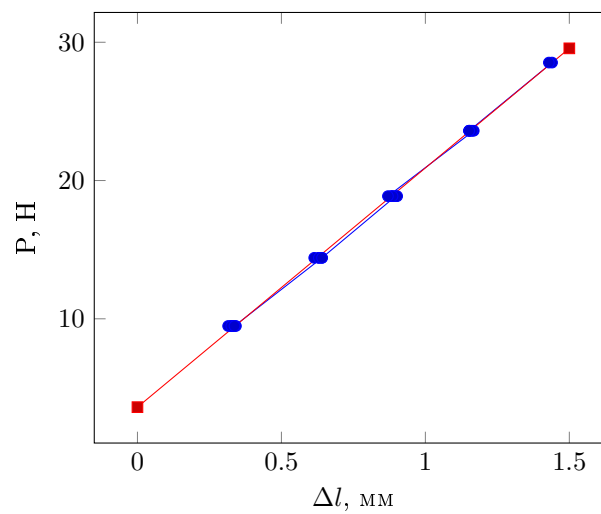
5. Исходя из того, что  $\sigma_{\text{предел}} = 900 \text{ Н/мм}^2$  получаем, что предельный вес, который можно повесить, чтобы не выйти за пределы  $P_{\text{предел}} = 0,3\sigma_{\text{предел}}S \approx 44,8 \text{ Н.}$

6. Снимем зависимость удлинения проволоки от массы грузов при увеличении и уменьшении нагрузки 2-3 раза (табл.1).
7. Построим график зависимости удлинения проволоки от нагрузки. В недеформированном состоянии проволока, как правило, изогнута, и при малых нагрузках её "удлинение" определяется не растяжением, а выпрямлением. Найдем уравнение получившейся прямой по МНК. По наклону прямой определим жесткость проволоки, а по ней - модуль Юнга (табл.2). Начальный участок графика при обработке следует исключить.
8. По найденной графически жёсткости проволоки найдем модуль Юнга по формуле

$$E = \frac{k * l_0}{S}$$

$$\sigma_E = \sqrt{\left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_S}{S}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{l_0}}{l_0}\right)^2}$$

Зависимость удлинения проволоки от нагрузки



## Определение модуля Юнга по измерениям изгиба палки (рис.2)

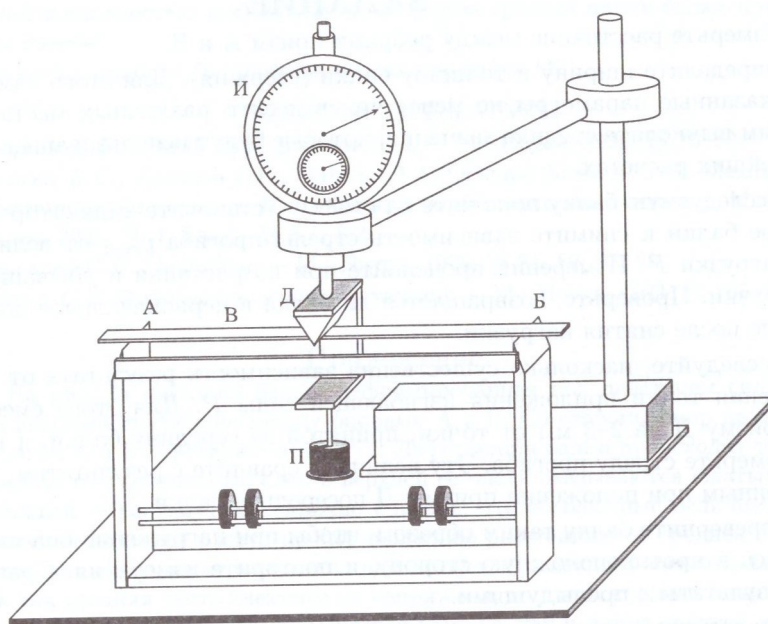


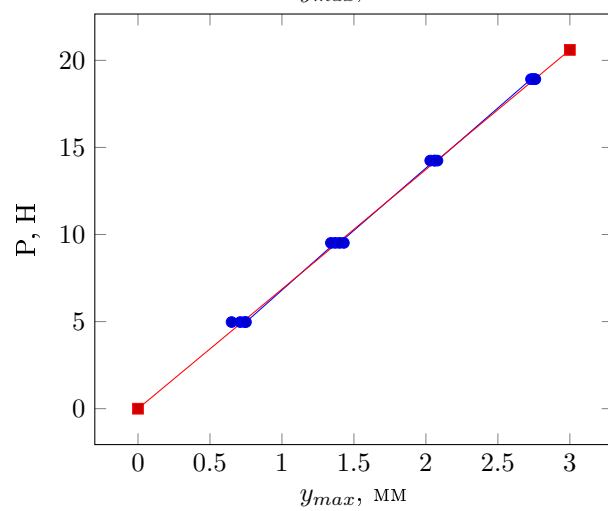
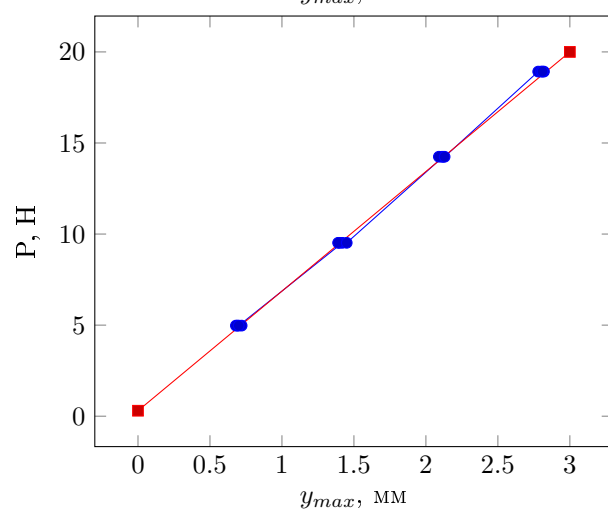
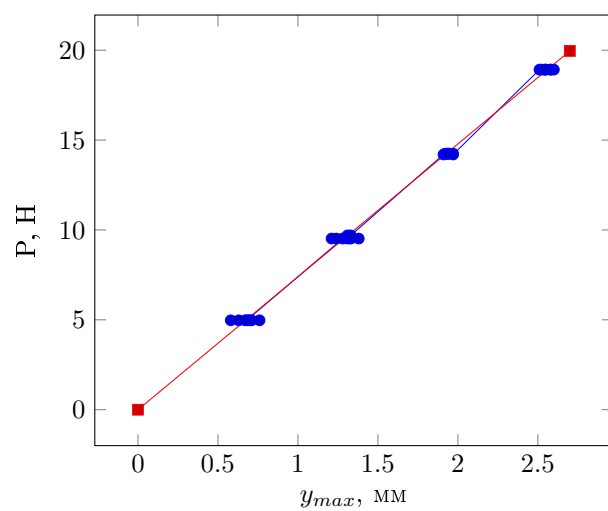
Рис. 2. Схема установки для измерения модуля Юнга

1. Измеряем  $l_{ab} = 50$  см.
2. Определяем ширину и толщину стержней (табл. 3).
3. Кладем балку так, чтобы Д было в середине и снимаем зависимость  $y_{max}$  от Р. Для этого смещаем Д на 2-3 мм в сторону и сравниваем с положением в середине: угол наклона примерно один и тот же.
4. Поворачиваем балку на 180 градусов вокруг горизонтальной оси и проделываем то же, что и в пункте 3. Сравниваем с пунктом 3: угол наклона примерно один и тот же.
5. Аналогично для 2-3 балок из дерева и 1 из металла.
6. Все данные записываем в табл. 4.
7. Для каждого образца строим графики при увеличении и уменьшении нагрузки.
8. По наклону графиков определяем средние значения модулей Юнга по формуле (табл.5)

$$E = \frac{Pl^3}{4ab^3y_{max}}$$

$$\sigma_E = \sqrt{3 \left( \frac{\sigma_l}{l} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{P/y_{max}}}{P/y_{max}} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_a}{a} \right)^2 + 3 \left( \frac{\sigma_b}{b} \right)^2}$$

График табл.4



|                     |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|---------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| P, Н                | 9,48  | 14,41 | 18,87 | 23,60 | 28,53 | 28,53 | 23,60 | 18,87 | 14,41 | 9,48  |
| $\Delta l$ , см     | 0,326 | 0,641 | 0,897 | 1,168 | 1,440 | 1,440 | 1,163 | 0,902 | 0,641 | 0,342 |
| $\sigma_{\Delta l}$ | 0,007 | 0,014 | 0,020 | 0,025 | 0,031 | 0,031 | 0,025 | 0,020 | 0,014 | 0,008 |
| P, Н                | 9,48  | 14,41 | 18,87 | 23,60 | 28,53 | 28,53 | 23,60 | 18,87 | 14,41 | 9,48  |
| $\Delta l$ , см     | 0,331 | 0,630 | 0,886 | 1,152 | 1,429 | 1,429 | 1,152 | 0,886 | 0,630 | 0,326 |
| $\sigma_{\Delta l}$ | 0,007 | 0,014 | 0,019 | 0,025 | 0,031 | 0,031 | 0,025 | 0,019 | 0,014 | 0,007 |
| P, Н                | 9,48  | 14,41 | 18,87 | 23,60 | 28,53 | 28,53 | 23,60 | 18,87 | 14,41 | 9,48  |
| $\Delta l$          | 0,315 | 0,630 | 0,880 | 1,158 | 1,429 | 1,424 | 1,152 | 0,870 | 0,614 | 0,337 |
| $\sigma_{\Delta l}$ | 0,007 | 0,014 | 0,019 | 0,025 | 0,031 | 0,031 | 0,025 | 0,019 | 0,013 | 0,008 |

Таблица 1: Зависимость удлинения проволоки от нагрузки

|   | Значение                | $\sigma$               | $\varepsilon$ |
|---|-------------------------|------------------------|---------------|
| k | $1,73 \cdot 10^3$ Н/м   | $0,027 \cdot 10^3$ Н/м | 0,016         |
| E | $18,3 \cdot 10^{10}$ Па | $0,7 \cdot 10^{10}$ Па | 0,04          |

Таблица 2: Значения k и E

|         | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | Ср.знач. | $\sigma$ |
|---------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|----------|----------|
| 1 балка |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |          |          |
| a, см   | 0,4  | 0,4  | 0,39 | 0,38 | 0,35 | 0,37 | 0,38 | 0,39 | 0,38 | 0,37 | 0,381    | 0,01     |
| b, см   | 2,1  | 2,1  | 2,12 | 2,12 | 2,09 | 2,09 | 2,07 | 2,12 | 2,08 | 2,08 | 2,097    | 0,01     |
| 2 балка |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |          |          |
| a, см   | 0,46 | 0,51 | 0,41 | 0,46 | 0,46 | 0,46 | 0,47 | 0,48 | 0,46 | 0,47 | 0,464    | 0,01     |
| b, см   | 2,15 | 2,14 | 2,15 | 2,15 | 2,12 | 2,15 | 2,15 | 2,14 | 2,14 | 2,15 | 2,144    | 0,01     |
| 3 балка |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |          |          |
| a, см   | 0,95 | 0,94 | 0,94 | 0,93 | 0,92 | 0,95 | 0,94 | 0,92 | 0,93 | 0,92 | 0,934    | 0,004    |
| b, см   | 2,02 | 2,07 | 2,04 | 2,02 | 2,02 | 2    | 2    | 2,02 | 2,01 | 2,04 | 2,024    | 0,006    |

Таблица 3: Значения a и b

|                                  |       |       |        |       |       |        |       |       |  |
|----------------------------------|-------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|-------|--|
| Сталь, несмещенная               |       |       |        |       |       |        |       |       |  |
| P, Н                             | 4,973 | 9,521 | 14,197 | 18,92 | 18,92 | 14,197 | 9,521 | 4,973 |  |
| $y_{max}$ , мм                   | 0,67  | 1,28  | 1,91   | 2,51  | 2,6   | 1,97   | 1,38  | 0,76  |  |
| Сталь, несмещенная, перевернутая |       |       |        |       |       |        |       |       |  |
| P, Н                             | 4,973 | 9,521 | 14,244 | 18,92 | 18,92 | 14,244 | 9,521 | 4,973 |  |
| $y_{max}$ , мм                   | 0,63  | 1,24  | 1,94   | 2,52  | 2,58  | 1,97   | 1,33  | 0,7   |  |
| Сталь, смещенная                 |       |       |        |       |       |        |       |       |  |
| P, Н                             | 4,973 | 9,696 | 14,241 | 18,92 | 18,92 | 14,241 | 9,696 | 4,973 |  |
| $y_{max}$ , мм                   | 0,69  | 1,31  | 1,93   | 2,55  | 2,54  | 1,94   | 1,33  | 0,71  |  |
| Сталь, смещенная, перевернутая   |       |       |        |       |       |        |       |       |  |
| P, Н                             | 4,973 | 9,521 | 14,244 | 18,92 | 18,92 | 14,244 | 9,521 | 4,973 |  |
| $y_{max}$ , мм                   | 0,58  | 1,21  | 1,92   | 2,55  | 2,58  | 1,94   | 1,31  | 0,68  |  |
| Латунь                           |       |       |        |       |       |        |       |       |  |
| P, Н                             | 4,973 | 9,519 | 14,244 | 18,92 | 18,92 | 14,244 | 9,519 | 4,973 |  |
| $y_{max}$ , мм                   | 0,69  | 1,42  | 2,09   | 2,78  | 2,82  | 2,11   | 1,39  | 0,7   |  |
| Латунь, перевернутая             |       |       |        |       |       |        |       |       |  |
| P, Н                             | 4,973 | 9,519 | 14,244 | 18,92 | 18,92 | 14,244 | 9,519 | 4,973 |  |
| $y_{max}$ , мм                   | 0,72  | 1,4   | 2,13   | 2,8   | 2,81  | 2,12   | 1,45  | 0,72  |  |
| Дерево                           |       |       |        |       |       |        |       |       |  |
| P, Н                             | 4,973 | 9,519 | 14,244 | 18,92 | 18,92 | 14,244 | 9,519 | 4,973 |  |
| $y_{max}$ , мм                   | 0,71  | 1,37  | 2,06   | 2,73  | 2,74  | 2,08   | 1,43  | 0,74  |  |
| Дерево, перевернутая             |       |       |        |       |       |        |       |       |  |
| P, Н                             | 4,973 | 9,519 | 14,244 | 18,92 | 18,92 | 14,244 | 9,519 | 4,973 |  |
| $y_{max}$ , мм                   | 0,65  | 1,34  | 2,03   | 2,75  | 2,76  | 2,06   | 1,4   | 0,75  |  |

Таблица 4: Зависимость P от  $y_{max}$  для разных балок в разном положении

| 1 балка     |                       |                        |               |
|-------------|-----------------------|------------------------|---------------|
|             | Значение              | $\sigma$               | $\varepsilon$ |
| $P/y_{max}$ | 7393,58 Н/м           | 74,53 Н/м              | 0,01          |
| Е           | $20,05 * 10^{10}$ Н/м | $0,03 * 10^{10}$ Н/м   | 0,014         |
| 2 балка     |                       |                        |               |
|             | Значение              | $\sigma$               | $\varepsilon$ |
| $P/y_{max}$ | 6665,41 Н/м           | 41,89 Н/м              | 0,01          |
| Е           | $9,72 * 10^{10}$ Н/м  | $0,464 * 10^{10}$ Н/м  | 0,048         |
| 3 балка     |                       |                        |               |
|             | Значение              | $\sigma$               | $\varepsilon$ |
| $P/y_{max}$ | 6868,97 Н/м           | 64,24 Н/м              | 0,01          |
| Е           | $1,31 * 10^{10}$ Н/м  | $0.0221 * 10^{10}$ Н/м | 0,017         |

Таблица 5: Вычисляемые значения для балок