

Отчет о выполнении лабораторной работы 3.4.2  
Закон Кюри-Вейсса

Варламов Антоний, группа Б02-928

16 сентября 2020 г.

# 1 Введение

*Цель работы:* Изучение температурной зависимости магнитной восприимчивости ферромагнетика выше точки Кюри

*Оборудование и материалы:* катушка с образцом из гадолиния, термостат, частотомер, цифровой вольтметр, LC-автогенератор, термопара медь-константан.

Для ферромагнетиков справедлив закон *Кюри-Вейсса*:

$$\chi \sim \frac{1}{T - \Theta_p} \quad (1)$$

где  $\Theta_p$  – температура, близкая к температуре Кюри.

Данный закон хорошо работает в диапазоне температур:

$T \gg \Theta_p$ . Для температур, близких к температуре Кюри вводят две величины:

Собственно саму температуру Кюри (ферромагнитную) –  $\Theta$ , и

Парамагнитную температуру Кюри –  $\Theta_p$ .

В таком случае график зависимости величины, обратной магнитной восприимчивости образца изображен на рисунке (1).

Закон Кюри-Вейсса можно считать справедливым, если выполняется соотношение:

$$\frac{1}{\chi} \sim \frac{1}{T - \Theta_p} \sim (T - \Theta_p) \quad (2)$$

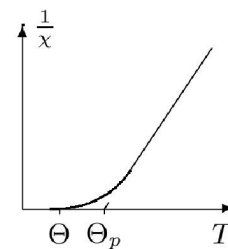


Рис. 1: График зависимости  $\frac{1}{\chi}(T)$

## 2 Параметры установки

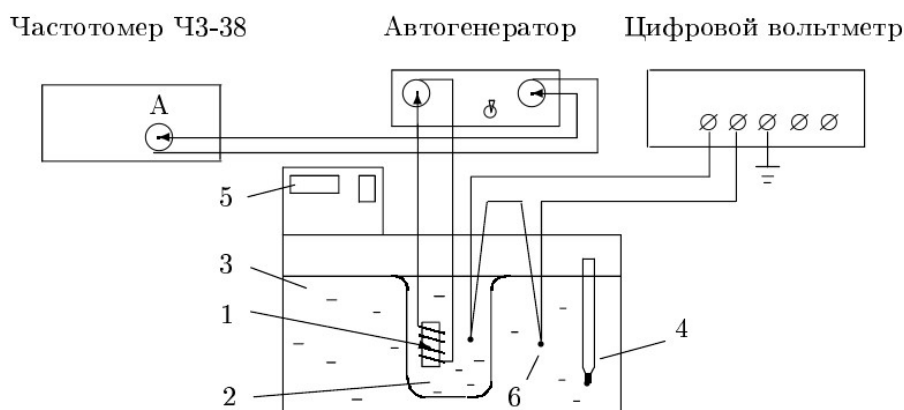


Рис. 2: Схема установки. 1 - Катушка индуктивности с образцом из гадолиния, 2 - сосуд с трансформаторным маслом, 3 - вода, нагреваемая термостатом, 4 - ртутный термометр, 5 - блок термостата, 6 - термопара

### 3 Ход выполнения работы

№ измерения	$\tau$ , мкс	$\sigma_{\tau}^{\text{инстр}}$ , мкс	$\Delta U$ , мкВ	$\sigma_{\Delta U}^{\text{случ}}$ , мкВ	$T_{\text{воды}}$ , °C	$\sigma_{T_{\text{воды}}}^{\text{случ}}$ , °C
$T = 14^{\circ} C$						
1	10,768	0,001	18	2	14,01	0,01
$T = 16^{\circ} C$						
1	10,737	0,001	17	2	16,02	0,01
$T = 18^{\circ} C$						
1	10,704	0,001	18	2	18,00	0,01
$T = 20^{\circ} C$						
1	10,326	0,001	16	2	20,00	0,01
2	10,317	0,001	15	2	20,01	0,01
3	10,307	0,001	14	2	20,01	0,01
4	10,302	0,001	13	2	20,02	0,01
5	10,291	0,001	12	2	20,02	0,01
6	10,284	0,001	11	2	20,02	0,01
7	10,276	0,001	10	2	20,02	0,01
8	10,270	0,001	9	2	20,02	0,01
$T = 22^{\circ} C$						
1	9,985	0,001	15	2	22,01	0,01
2	9,974	0,001	14	2	22,02	0,01
3	9,962	0,001	14	2	22,02	0,01
4	9,953	0,001	13	2	22,02	0,01
5	9,544	0,001	12	2	22,03	0,01
6	9,935	0,001	12	2	22,04	0,01
7	9,928	0,001	11	2	22,03	0,01
8	9,917	0,001	10	2	22,04	0,01
$T = 24^{\circ} C$						
1	9,962	0,001	14	2	24,03	0,01
2	9,606	0,001	14	2	24,03	0,01
3	9,601	0,001	14	2	24,03	0,01
4	9,597	0,001	13	2	24,04	0,01
5	9,592	0,001	12	2	24,04	0,01
6	9,581	0,001	11	2	24,05	0,01
7	9,524	0,001	11	2	24,06	0,01
8	9,480	0,001	11	2	24,06	0,01
$T = 26^{\circ} C$						
1	9,440	0,001	17	2	26,01	0,01
2	9,438	0,001	15	2	26,01	0,01
3	9,435	0,001	16	2	26,02	0,01
4	9,433	0,001	13	2	26,03	0,01
5	9,430	0,001	13	2	26,04	0,01
6	9,489	0,001	13	2	26,04	0,01
7	9,427	0,001	12	2	26,05	0,01
8	9,425	0,001	11	2	26,05	0,01
$T = 28^{\circ} C$						
1	9,349	0,001	16	2	28,01	0,01
2	9,347	0,001	16	2	28,02	0,01
3	9,346	0,001	14	2	28,02	0,01
4	9,345	0,001	13	2	28,02	0,01
5	9,344	0,001	13	2	28,03	0,01
6	9,343	0,001	13	2	28,04	0,01
7	9,342	0,001	12	2	28,04	0,01
8	9,341	0,001	11	2	28,05	0,01
$T = 30^{\circ} C$						
1	9,295	0,001	15	2	30,00	0,01
2	9,295	0,001	14	2	30,01	0,01
3	9,294	0,001	11	2	30,01	0,01

4	9,293	0,001	13	2	30,02	0,01
5	9,292	0,001	13	2	30,02	0,01
6	9,292	0,001	13	2	30,03	0,01
7	9,291	0,001	12	2	30,03	0,01
8	9,290	0,001	12	2	30,04	0,01
$T = 32^{\circ} C$						
1	9,258	0,001	14	2	32,01	0,01
2	9,257	0,001	14	2	32,02	0,01
3	9,257	0,001	13	2	32,03	0,01
4	9,256	0,001	14	2	32,04	0,01
5	9,256	0,001	13	2	32,04	0,01
6	9,255	0,001	12	2	32,04	0,01
7	9,255	0,001	12	2	32,05	0,01
8	9,254	0,001	12	2	32,05	0,01
$T = 34^{\circ} C$						
1	9,231	0,001	16	2	34,00	0,01
2	9,230	0,001	15	2	34,00	0,01
3	9,230	0,001	14	2	34,01	0,01
4	9,229	0,001	15	2	34,01	0,01
5	9,229	0,001	13	2	34,02	0,01
6	9,229	0,001	14	2	34,02	0,01
7	9,228	0,001	13	2	34,03	0,01
8	9,228	0,001	12	2	34,03	0,01
$T = 36^{\circ} C$						
1	9,210	0,001	15	2	36,00	0,01
2	9,209	0,001	15	2	36,00	0,01
3	9,209	0,001	14	2	36,01	0,01
4	9,209	0,001	14	2	36,02	0,01
5	9,209	0,001	14	2	36,02	0,01
6	9,208	0,001	12	2	36,02	0,01
7	9,208	0,001	11	2	36,03	0,01
8	9,208	0,001	11	2	36,03	0,01
$T = 38^{\circ} C$						
1	9,194	0,001	16	2	38,00	0,01
2	9,194	0,001	16	2	38,00	0,01
3	9,194	0,001	15	2	38,01	0,01
4	9,193	0,001	15	2	38,01	0,01
5	9,194	0,001	14	2	38,01	0,01
6	9,194	0,001	13	2	38,02	0,01
7	9,193	0,001	13	2	38,02	0,01
8	9,193	0,001	12	2	38,03	0,01
$T = 40^{\circ} C$						
1	9,182	0,001	15	2	40,00	0,01
2	9,181	0,001	15	2	40,00	0,01
3	9,181	0,001	14	2	40,01	0,01
4	9,181	0,001	13	2	40,02	0,01
5	9,181	0,001	12	2	40,01	0,01
6	9,181	0,001	12	2	40,02	0,01
7	9,180	0,001	12	2	40,03	0,01
8	9,180	0,001	11	2	40,03	0,01

Таблица 1: Результаты измерения зависимости периода колебаний в LC-контуре от температуры

## 4 Обработка полученных данных

Для подтверждения закона Кюри-Вейсса необходимо построить график зависимости  $\frac{1}{\tau^2 - \tau_0^2} = f(T)$ .  
Для этого оценим погрешности измеряемых величин.

### 4.1 Определение погрешности измерения периода колебаний

Для определения величины погрешности измерения периода определим природу данной погрешности. Так как период измеряется непосредственно с помощью частотомера, то погрешность измерения периода – погрешность измерительного инструмента и случайная погрешность. определим случайную погрешность измерения периода –  $\sigma_{\tau}^{\text{случ}}$ :

$T, ^\circ C$	$\bar{\tau}$ , мкс	$\sigma_{\tau}^{\text{случ}}$ , мкс	$\sigma_{\tau}^{\text{приб}}$ , мкс	$\sigma_{\tau}$ , мкс
14	10,768	0,020	0,001	0,020
16	10,737	0,020	0,001	0,020
18	10,704	0,020	0,001	0,020
20	10,296	0,019	0,001	0,019
22	9,900	0,136	0,001	0,136
24	9,618	0,136	0,001	0,136
26	9,439	0,019	0,001	0,019
28	9,345	0,002	0,001	0,003
30	9,293	0,002	0,001	0,002
32	9,256	0,001	0,001	0,002
34	9,229	0,001	0,001	0,001
36	9,209	0,001	0,001	0,001
38	9,194	0,000	0,001	0,001
40	9,181	0,000	0,001	0,001

Таблица 2: Значение погрешностей для величины периода

Как видно из таблицы (2) наибольшее отклонение от среднего значения было зафиксировано в диапазоне  $22 - 24^\circ C$ . Значение относительной погрешности при этом достигает  $\varepsilon_{\tau, \text{макс}} = \frac{\sigma_{\tau}}{\bar{\tau}} \approx 10^{-2}$ , что является приемлемым результатом.

Получив значение погрешности прямого измерения периода, можно оценить погрешность косвенного измерения величины  $\frac{1}{\tau^2 - \tau_0^2}$ . Для этого рассмотрим функцию:

$$f(\tau) = \frac{1}{\tau^2 - \tau_0^2} \quad (3)$$

Для погрешности косвенного измерения воспользуемся формулой:

$$\sigma_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial \tau}(\tau)\right)^2 \cdot \sigma_{\tau}^2} \quad (4)$$

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{4\tau^2}{(\tau^2 - \tau_0^2)^4}} \sigma_{\tau} \quad (5)$$

$$\sigma_f = \frac{2\tau\sigma_{\tau}}{(\tau^2 - \tau_0^2)^2} \quad (6)$$

$\tau$ , мкс	10,768	10,737	10,704	10,296	9,900	9,618	9,439	9,345	9,293	9,256	9,229	9,209	9,194	9,181
$\sigma_f$	0,001	0,001	0,001	0,001	0,010	0,023	0,007	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,003	0,003
$f(\tau)$	0,029	0,030	0,031	0,041	0,062	0,094	0,137	0,181	0,220	0,259	0,297	0,335	0,369	0,404

Таблица 3: Погрешность косвенных измерений

Как видно из таблицы (3), относительная погрешность косвенных измерений не превосходит 0,25, что говорит о приемлемой точности измерений.

## 4.2 Определение погрешности измерения температуры.

Для определения погрешности измерения температуры необходимо указать, каким образом происходит измерение температуры образца, так как это косвенное измерение.

Для температуры образца справедлива формула:

$$T_{Gd} = T_{\text{термостата}} + kU_{\text{термопары}} \quad (7)$$

В соответствии с данной формулой можем записать формулу для определения величины погрешности косвенного измерения:

$$\sigma_{T_{Gd}} = \sqrt{\left(\left(\frac{\partial f}{\partial T_{\text{термостата}}}\right) \cdot \sigma_{T_{\text{термостата}}}\right)^2 + \left(\left(\frac{\partial f}{\partial U}\right) \cdot \sigma_U\right)^2} \quad (8)$$

$$\sigma_{T_{Gd}} = \sqrt{\sigma_T^2 + k^2 \sigma_U^2} \quad (9)$$

$\tau$ , мкс	10,768	10,737	10,704	10,296	9,900	9,618	9,439	9,345	9,293	9,256	9,229	9,209	9,194	9,181
$\sigma_f$	0,001	0,001	0,001	0,001	0,010	0,023	0,007	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,003	0,003
$f(\tau)$	0,029	0,030	0,031	0,041	0,062	0,094	0,137	0,181	0,220	0,259	0,297	0,335	0,369	0,404
$T_{Gd} \text{ } ^\circ C$	14,4	16,4	18,4	20,3	22,3	24,3	26,3	28,3	30,3	32,3	34,3	36,3	38,3	40,3
$\sigma_{T_{Gd}} \text{ } ^\circ C$	0,5	0,5	0,5	0,7	0,6	0,6	0,7	0,6	0,6	0,5	0,6	0,6	0,6	0,6

Таблица 4: Результаты определения погрешности косвенных вычислений температуры и периода колебаний образца

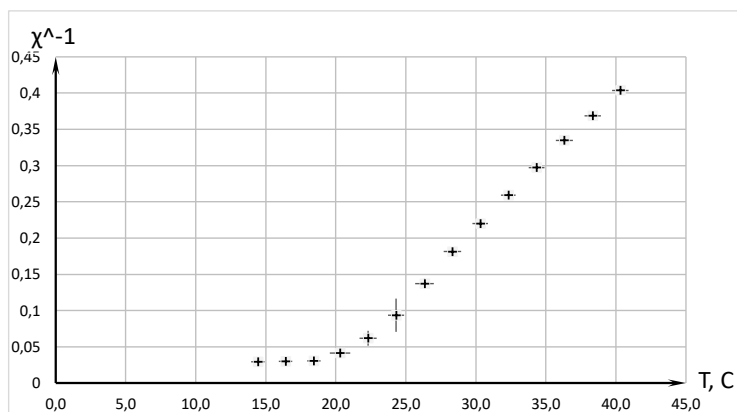


Рис. 3: График зависимости  $\frac{1}{\tau^2 - \tau_0^2} = f(T)$

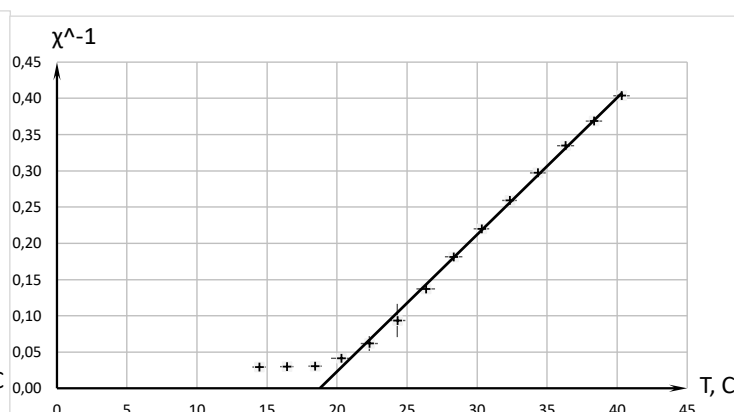


Рис. 4: Экстраполяция графика линейной функцией

С помощью МНК по данным таблиц (2, 3, 4) получаем итоговые параметры температуры Кюри для Гадолиния:

$$\Theta_{Gd,p} = 18,0 \pm 1,0 \text{ } ^\circ C \quad (10)$$

## 5 Итоги

1. В ходе работы был экспериментально подтвержден закон Кюри-Вейсса для металла гадолиния. Была найдена температура Кюри (парамагнитная температура Кюри):

$$\Theta_{Gd,p} = 18,0 \pm 1,0^\circ C$$

Полученное значение согласуется с известными экспериментальными данными  $\Theta_{Gd,p} \approx 290 K$ .

2. Определена погрешность полученного результата. Погрешность составила  $\varepsilon \approx 7\%$ . Основной вклад в погрешность внесла неточность данных, полученных при температурах, близких к температуре Кюри. Неточность связана с проблемами, возникшими при использовании оборудования для проведения эксперимента.
3. Анализ погрешностей показал, что достаточно проводить измерения температуры с точностью до 0,1, ЭДС в термопаре с точностью  $\sim 5 \cdot 10^{-6}$  В. Наибольший вклад в погрешность конечного результата вносит погрешность косвенных измерений промежуточных величин.