

4.3.3. Исследование разрешающей способности микроскопа методом Аббе

Дорогинин Д.В.
Группа Б02-825

Цель работы: определение дифракционного предела разрешения объектива микроскопа.

В работе используются: лазер; кассета с набором сеток разного периода; щель с микрометрическим винтом; оптический стол с набором рейтеров и крепёжных винтов; экран; линейка.

Теория

Для иммерсионного микроскопа разрешающая способность объектива при *некогерентном* освещении

$$\ell_{min} \approx \frac{0.61\lambda}{n \sin u}, \quad (1)$$

где u – апертурный угол объектива микроскопа (угол между оптической осью и лучом, направленным из центра объекта в край линзы).

Метод Аббе для оценки разрешающей способности состоит в разделении хода лучей на две части: сначала рассматривается картина в задней фокальной плоскости F объектива – она называется *первичным изображением* или *фурье-образом*. Это первичное изображение рассматривается как источник волн (принцип Гюйгенса-Френеля), создающий изображение в плоскости P_2 , сопряжённой плоскости предмета – *вторичное изображение*.

Первичное изображение есть картина дифракции Фраунгофера (на дифракционной решётке), если её период d , то для направления максимальной интенсивности φ_m

$$d \sin \varphi_m = m\lambda. \quad (2)$$

При этом проходят пучки только с $\varphi_m < u$. Можно условием разрешения считать, что $u > \varphi_1$, иначе говоря

$$\sin u \geq \lambda/d.$$

или

$$d \geq \frac{\lambda}{\sin u} \approx \frac{\lambda}{D/2f}, \quad (3)$$

где D – диаметр линзы, f – фокусное расстояние.

Двумерную решётку можно рассматривать как две перпендикулярные друг другу, для максимумов которых выполняется соотношение

$$d \sin \varphi_x = m_x \lambda, \quad d \sin \varphi_y = m_y \lambda. \quad (4)$$

Экспериментальная установка

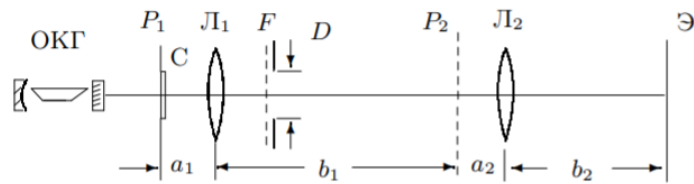


Рис. 1: Схема установки.

Схема установки приведена на Рис. 1. Предметом P_1 служат сетки в кассете C . Линза $Л_1$ длиннофокусная, а $Л_2$ короткофокусная. В F устанавливаются диафрагмы D , с помощью сеток с разными d и щелевой диафрагмы можно проверить соотношение (3). Период сеток может быть измерен либо по расстоянию между дифракционными максимумами на экране, либо по увеличенному с помощью микроскопа изображению сетки на экране. Пространственную фильтрацию (получение наклонного изображения решётки) можно получить с помощью подбора угла наклона и ширины вспомогательной щели.

Ход работы

1. Определение периода решёток по их пространственному спектру

Соберём установку согласно Рис 1, за исключением линз. Длина волны излучения лазера $\lambda = 532$ нм.

Расстояние от сетки до экрана $H = 141 \pm 2$ см, погрешность объясняется неопределённостью положения сетки внутри кассеты, погрешностью меток на столе, использованных при измерении, и погрешностью прямого измерения.

Измерим линейкой на экране расстояние Δx между $n + 1$ максимумами и рассчитаем по формуле (2) с учётом $\varphi = \frac{\Delta x}{H}$ период решётки $d = \frac{n\lambda}{\Delta x} H$. Результаты приведены в Таблице 1.

Реш.	Δx см	$\sigma_{\Delta x}$, см	n	d , мкм	σ_d , мкм
1	22.7	0.1	6	20	3
4	22.6	0.1	9	30	3
3	25.1	0.1	20	60	3
4	22.5	0.1	35	117	3
5	22.7	0.1	48	159	4

Таблица 1: Периоды решёток, метод 1.

Погрешность измерения Δx – цена деления линейки, n – один промежуток. Погрешность d считаем по формуле

$$\sigma_d = \sqrt{\left(\frac{\partial d}{\partial \Delta x}\right)^2 \sigma_{\Delta x}^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial n}\right)^2 \sigma_n^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial H}\right)^2 \sigma_H^2} = \lambda \sqrt{\frac{n^2 H^2 \sigma_{\Delta x}^2}{\Delta x^4} + \frac{\Delta x^2 \sigma_n^2 \sigma_H^2}{n^2} + \frac{H^2 \sigma_n^2}{\Delta x^2}}.$$

2. Определение периода решёток по изображению, увеличенному с помощью микроскопа

Соберём модель микроскопа, добавив линзы согласно Рис. 1. Фокусные расстояния линз $F_1 = 110$ мм, $F_2 = 25$ мм. Измеряем необходимые расстояния:

$$\begin{aligned} a_1 &= 120 \pm 10 \text{ мм}, \\ a_2 + b_1 &= 455 \pm 10 \text{ см}, \\ b_2 &= 815 \pm 10 \text{ см}, \end{aligned}$$

Погрешности здесь обусловлены неточностями в положениях сеток и линз. Из формулы тонкой линзы $a_2 = \frac{b_2 F_2}{b_2 - F_2} = 25.79$ мм, откуда $a_2 \approx F_2$, поэтому в дальнейшем будем использовать это значение, следовательно $b_1 = 420 \pm 10$ мм.

Увеличение микроскопа $\Gamma = \frac{b_1 b_2}{a_1 a_2} = 114 \pm 10$. Погрешность находится по формуле

$$\sigma_\Gamma = \sqrt{\left(\frac{\partial \Gamma}{\partial a_1}\right)^2 \sigma_{a_1}^2 + \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial b_1}\right)^2 \sigma_{b_1}^2 + \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial b_2}\right)^2 \sigma_{b_2}^2}.$$

Повторим измерения периодов изображений в новой конфигурации, погрешности считаются аналогично. Измерение представлены в Таблице 2.

Реш.	Δx , см	$\sigma_{\Delta x}$, см	n	d , мкм	σ_d , мкм
1	3.7	0.1	16	20	2
2	15.7	0.1	49	28	3
3	25.3	0.1	38	58	5
4	24.1	0.1	18	117	12
5	23.6	0.1	13	159	19

Таблица 2: Периоды решёток, метод 2.

Здесь d определялось по формуле $d = \frac{\Delta x}{\Gamma n}$, погрешность

$$\sigma_d = \sqrt{\left(\frac{\partial d}{\partial \Delta x}\right)^2 \sigma_{\Delta x}^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial n}\right)^2 \sigma_n^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial \Gamma}\right)^2 \sigma_{\Gamma}^2}.$$

Обратим внимание, что значения периодов решётки совпадают в пределах погрешности.

3. Определение периода решёток по оценке разрешающей способности микроскопа

Поместим в фокальной плоскости линзы \mathcal{L}_1 щелевую диафрагму с микрометрическим винтом и определим минимальную толщину D при которой на экране видна двумерная решётка. В этом случае период будет вычисляться по формуле (3) в предельном случае

$$d = \frac{2\lambda F_1}{D},$$

погрешность вычисляется по формуле

$$\sigma_d = d \frac{\sigma_D}{D}.$$

Результаты приведены в Таблице 3.

D , мм	σ_D , мм	d , мкм	σ_d , мкм
4.14	0.02	28.27	3
1.960	0.010	59.7	3
1.020	0.010	114.7	3
0.810	0.010	144.5	4

Таблица 3: Периоды решёток, метод 3.

Через щель проходили только нулевой (по центру) и два первых максимумы, за исключением второй щели, где нулевой максимум был помещён к краю щели. Для первой решётки период таким методом измерить не получилось, так как ширины щели не хватает.

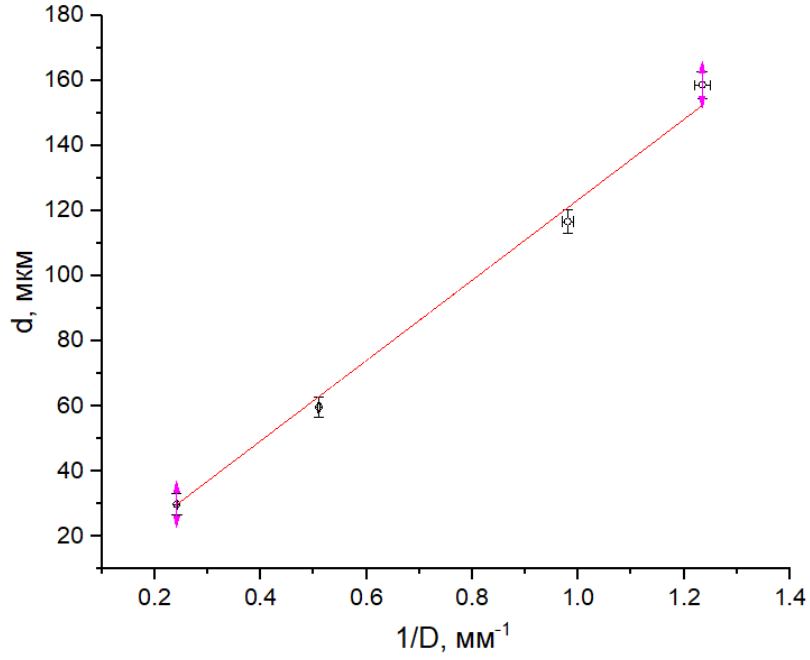


Рис. 2: Зависимость $d = f(1/D)$.

Для проверки теории Аббе построим график $d = f(\frac{1}{D})$ со значениями d из части 1, погрешность $\frac{1}{D}$ рассчитывается по формуле

$$\sigma_{1/D} = \frac{\sigma_D}{D^2}.$$

Угловой коэффициент прямой из МНК $k = (124 \pm 8) \cdot 10^{-9} \text{ м}^2$, в пределах погрешности он совпадает с теоретическим $2\lambda F_1 = 117 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2$. Таким образом, теория Аббе подтвердилась.

Реш.	$1/D, \text{мм}^{-1}$	$\sigma_{1/D}, \text{мм}^{-1}$	$d, \text{мкм}$	$\sigma_d, \text{мкм}$
2	0.2415	0.0012	30	3
3	0.510	0.003	60	3
4	0.980	0.010	117	3
5	1.235	0.015	159	4

Таблица 4: Значения для графика $d = f(1/D)$.

4. Пространственная фильтрация и мультиплицирование

Для наблюдения фильтрации на сетке 2 откроем щель так, чтобы она пропускала только максимум нулевого порядка и, поворачивая щель, наблюдаем за изменением картины. Картины представлены на Рис 3.

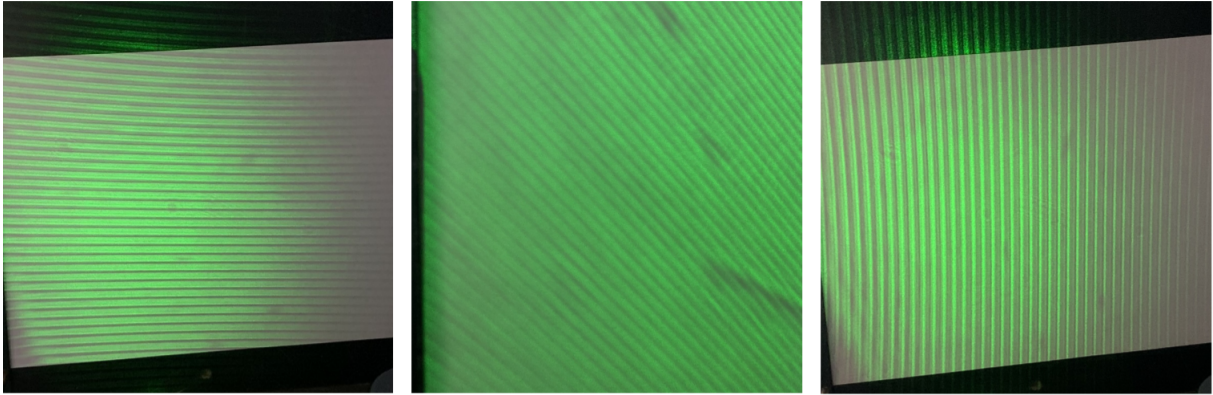


Рис. 3: Слева направо: горизонтальная щель $(0, m_y)$, щель на 45° ($m_x = m_y$), вертикальная щель $(m_x, 0)$.

Для наблюдения мультиплицирования поменяем местами сетку и щель, пронаблюдаем мультипликацию, картина представлена на Рис. 4.

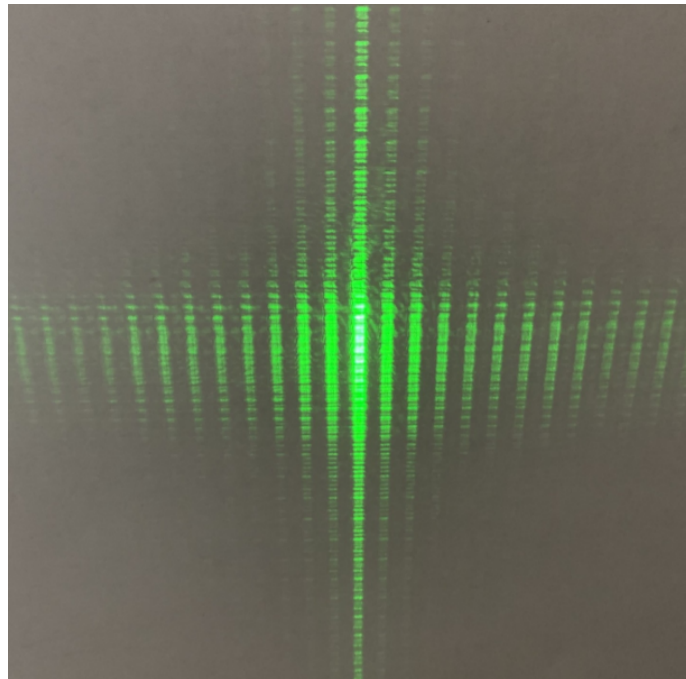


Рис. 4: Явление мультипликации.