

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

# Вынужденные колебания в электрическом контуре

выполнила студентка 653 группы ФФКЭ

Карпова Татьяна

Долгопрудный, 2017 г.

# 1 Цель работы

Исследование вынужденных колебаний и процессов их установления

## 2 В работе используются

- генератор звуковой частоты
- осциллограф
- вольтметр
- частотомер
- ёмкость
- индуктивность
- магазин сопротивлений
- универсальный мост

## 3 Теоретические положения

Рассмотрим процессы, протекающие в колебательном контуре, подсоединённом к внешней ЭДС. Для колебаний в контуре имеем, применяя метод комплексных амплитуд:

$$\ddot{I} + 2\gamma\dot{I} + \omega^2 I = -\varepsilon \frac{\Omega}{L} \sin(\Omega t) \Leftrightarrow \ddot{\hat{I}} + 2\gamma\dot{\hat{I}} + \omega^2 \hat{I} = -\varepsilon \frac{\Omega}{L} e^{i\Omega t}$$

Общим решением данного уравнения является суперпозиция синусоид: первая – с частотой собственных колебаний контура  $\omega$  и амплитудой, экспоненциально убывающей со временем; вторая – с частотой внешнего источника  $\Omega$  и постоянной амплитудой. Со временем собственные колебания затухают, и в контуре устанавливаются вынужденные колебания. Амплитуда этих колебаний максимальна при совпадении частоты  $\Omega$  внешнего сигнала с собственной частотой контура  $\omega_0$ .

$$I = B e^{-\gamma t} \sin(\omega t - \theta) + \frac{\varepsilon_0 \Omega}{L \rho_0} \sin(\Omega t - \psi)$$

Резонансная частота контура определяется по формуле

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (1)$$

Построив *резонансные кривые* - графики зависимости  $U/U_0 = f(\nu/\nu_0)$ , определим добротность контура при сопротивлении  $R = 0,01$  Ом и  $R = 100,01$  Ом по формуле

$$Q = \frac{\nu_0}{2\Delta\nu}, \quad (2)$$

где  $\nu_0$  - резонансная частота, а  $2\Delta\nu$  - ширина резонансной кривой при  $U/U_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Также добротность колебательного контура можно установить по скорости нарастания амплитуды вынужденных колебаний при резонансе или по скорости затухания свободных колебаний. Наблюдать эти явления на осциллографе можно, если на контур подаются пуги. Чем выше добротность, тем медленнее нарастают и медленнее затухают колебания в контуре. Логарифмический декремент затухания связан с добротностью и при исследовании затухания колебаний может быть вычислен по формуле

$$\Theta = \frac{\pi}{Q} = \frac{1}{n} \ln \frac{U_k}{U_{k+n}}, \quad (3)$$

а при установлении колебаний в контуре

$$\Theta = \frac{\pi}{Q} = \frac{1}{n} \ln \frac{U_0 - U_k}{U_0 - U_{k+n}} \quad (4)$$

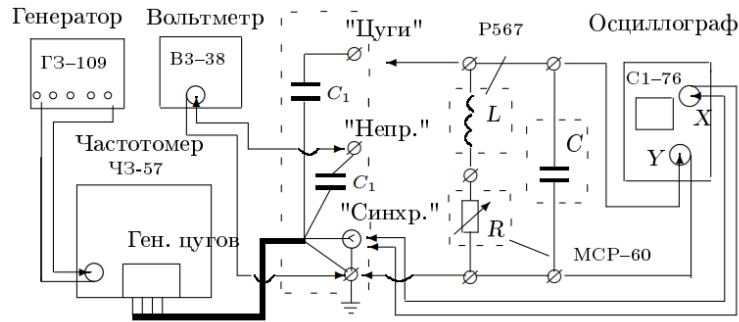


Рис. 1: Схема экспериментальной установки для исследования вынужденных колебаний

## 4 Экспериментальная установка

Схема установки для исследования вынужденных колебаний приведена на рис. 1

Колебательный контур состоит из ёмкости  $C = 0,1$  мкФ, индуктивности  $L = 100$  мГн и переменного сопротивления  $R$

Также учтём достаточно большое сопротивление магазина индуктивностей и уточним фактическую его индуктивность

$$R_L = 30,418 \text{ Ом} \quad L = 100,4 \text{ мГн}$$

Погрешность магазинов индуктивностей и сопротивлений

$$\sigma_L = 0.2008\% \quad \sigma_R = 0,02\%$$

## 5 Ход работы

### 5.1 Исследование резонансных кривых

1. Соберём цепь на рис. 1, настроим приборы. Рассчитаем резонансную частоту по формуле (1)  $\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 1591,55$  Гц. Меняя частоту генератора в обе стороны от резонансной, снимем зависимость показаний вольтметра  $U$  от показаний частотомера  $\nu$ . Результаты измерений занесём в таблицы 1 и 2.

Таблица 1: Зависимость показаний вольтметра от частоты колебаний в контуре,  $R = 0$  Ом

$U, \times 10 \text{ В}$	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
$\nu, \text{ Гц}$	1484	1490	1494	1499	1503	1507	1510	1514	1516	1518	1521
$U, \times 10 \text{ В}$	23	24	25	26	27	28	29	29,5	30	30,5	30,75
$\nu, \text{ Гц}$	1523	1526	1528	1531	1534	1536	1539	1541	1543	1546	1550
$U, \times 10 \text{ В}$	30,5	30	29,5	29	28,5	28	27	26	25	24	23
$\nu, \text{ Гц}$	1551	1557	1559	1561	1563	1564	1566	1569	1572	1575	1577
$U, \times 10 \text{ В}$	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12
$\nu, \text{ Гц}$	1580	1585	1587	1590	1593	1597	1602	1606	1611	1618	1624

Таблица 2: Зависимость показаний вольтметра от частоты колебаний в контуре,  $R = 100$  Ом

$U, \times 3 \text{ В}$	20	21	22	23	24	25	26	27	28	28,5	29
$\nu, \text{ Гц}$	1439	1448	1457	1465	1472	1481	1489	1496	1506	1510	1515
$U, \times 3 \text{ В}$	29,5	30	30,5	31	31,2	31	30,5	30	29,5	29	28,5
$\nu, \text{ Гц}$	1521	1527	1535	1549	1558	1567	1581	1589	1596	1604	1609
$U, \times 3 \text{ В}$	28	27	26	25	24	23	22	21	20		
$\nu, \text{ Гц}$	1615	1626	1637	1648	1659	1670	1682	1695	1708		

2. Построим резонансные кривые на одном графике в координатах  $U/U_0 = f(\nu/\nu_0)$  (рис. 2).

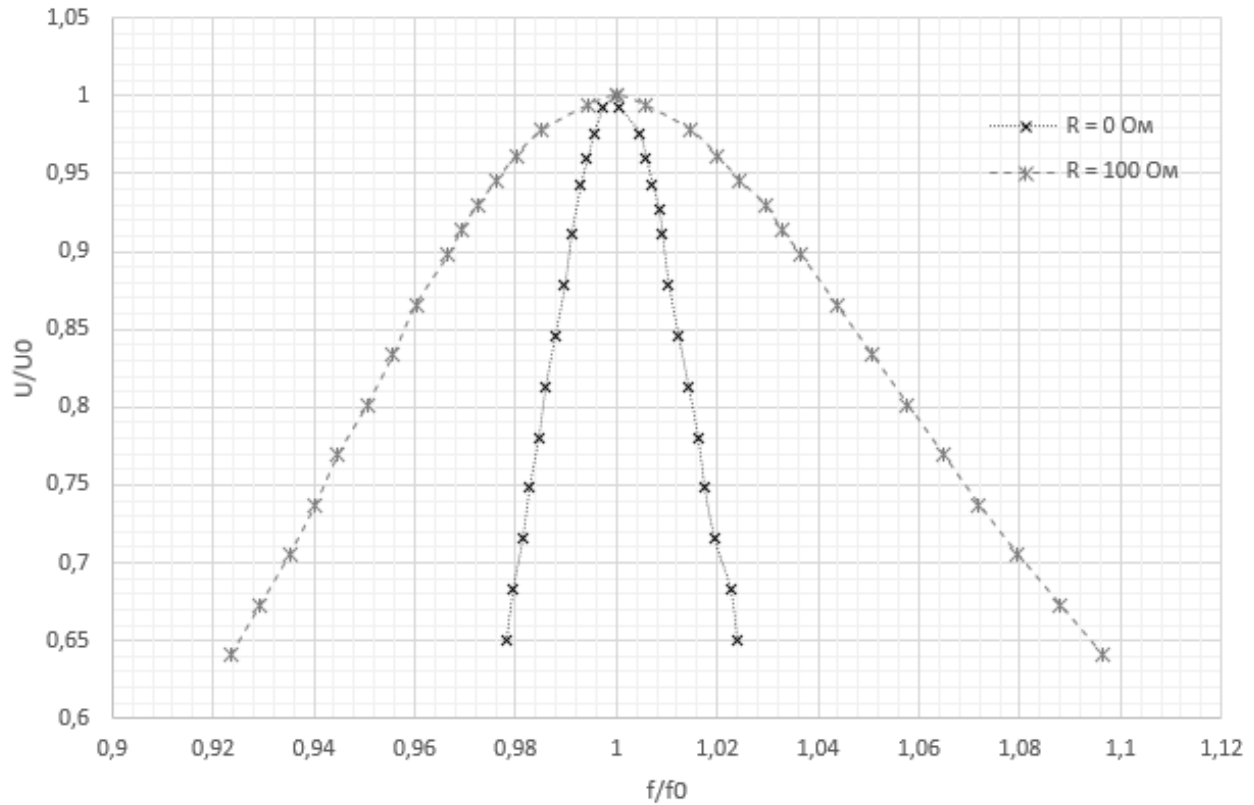


Рис. 2: Резонансные кривые для цепей с сопротивлением  $R = 0 \text{ Ом}$  и  $R = 100 \text{ Ом}$

3. По формуле (2) определим добротность колебательного контура при разных значениях  $R$ :

$$Q_0 = \frac{\nu_0}{\Delta\nu_1} = \frac{1550}{38} = 26,271$$

$$Q_{100} = \frac{\nu_0}{\Delta\nu_2} = \frac{1558}{144,4} = 6,924$$

Погрешность измерения ширины резонансной кривой определим по методу наименьших квадратов (прямые на резонансных кривых до начала перегиба,  $\approx 0,95$  по оси  $y$ ).

$$\sigma_{\Delta\nu} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - b^2}$$

Тогда для погрешности добротности формула

$$\sigma_Q = Q \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\nu_0}}{\nu_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta\nu}}{\Delta\nu}\right)^2}$$

Окончательно получим

$$Q_0 = 26,271 \pm 0,231 \quad \epsilon_0 = 0,88\%$$

$$Q_{100} = 6,924 \pm 0,005 \quad \epsilon_0 = 0,07\%$$

4. Определим экспериментальное значение добротности контура по формуле  $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$

$$Q_0 = 32,93 \quad Q_{100} = 7,68$$

## 5.2 Процессы установления и затухания колебаний

1. Подключим контур к клемме "Цуги". Установим на генераторе резонансную частоту, подберём частоту развёртки ЭО, при которой на экране укладывается один цуг колебаний. Рассчитаем добротность контура при нарастании и затухании колебаний, пользуясь формулами (3) и (4). Результаты измерения запишем в таблицы 3 - 6. Фотографии картинки на осциллограмме при нарастании и затухании колебаний при разных сопротивлениях в цепи представлены на рис. 3 и 4.

$$Q_{up} = \frac{\pi}{\Theta} = \pi \left( \frac{1}{n} \ln \frac{U_0 - U_k}{U_0 - U_{k+n}} \right)^{-1}$$

$$Q_{down} = \frac{\pi}{\Theta} = \pi \left( \frac{1}{n} \ln \frac{U_k}{U_{k+n}} \right)^{-1}$$

Таблица 3: Нарастание колебаний, R = 0 Ом

U, дел	U <sub>1</sub> = 0,5	U <sub>2</sub> = 1	U <sub>3</sub> = 1,4	U <sub>4</sub> = 1,8	U <sub>5</sub> = 2,2	U <sub>6</sub> = 2,5	U <sub>7</sub> = 2,6	U <sub>8</sub> = 2,9	U <sub>9</sub> = 3,4
Q	15,84	15,49	12,81	10,91	10,80	15,49	10,76	6,40	6,80

Таблица 4: Затухание колебаний, R = 0 Ом

U, дел	U <sub>1</sub> = 2,7	U <sub>2</sub> = 2,5	U <sub>3</sub> = 2,2	U <sub>4</sub> = 1,8	U <sub>5</sub> = 1,6	U <sub>6</sub> = 1,4	U <sub>7</sub> = 1,3	U <sub>8</sub> = 1,2	U <sub>9</sub> = 1,1
Q	40,80	30,66	28,14	28,14	31,30	29,84	28,14	30,73	32,74

Таблица 5: Нарастание колебаний, R = 100 Ом

U, дел	U <sub>0</sub> = 2,7	U <sub>1</sub> = 0,8	U <sub>2</sub> = 1,5	U <sub>3</sub> = 2	U <sub>4</sub> = 2,3	U <sub>5</sub> = 2,5			
Q	6,83	6,29	5,58	5,83	5,72	5,26	5,61	5,01	

Рассчитаем погрешность определения средней величины Q по формуле

$$\sigma_Q = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum (x_i - \bar{x})^2}$$

Тогда получившиеся значения добротностей для каждой серии измерений:

$$\begin{aligned} Q_{0up} &= 12,189 \pm 12,891 & \epsilon &= 105,8\% \\ Q_{0down} &= 30,403 \pm 38,634 & \epsilon &= 127,1\% \\ Q_{100up} &= 5,766 \pm 1,169 & \epsilon &= 20,3\% \\ Q_{100down} &= 7,925 \pm 1,133 & \epsilon &= 14,3\% \end{aligned}$$

Таблица 6: Затухание колебаний,  $R = 100 \text{ Ом}$

U, дел	$U_1 = 2,3$	$U_2 = 1,5$	$U_3 = 1$	$U_4 = 0,7$	$U_5 = 0,5$	$U_6 = 0,3$		
Q	7,35	7,54	7,92	8,23	7,74	8,24	8,57	7,80

- Сместим частоту генератора с резонансного значения и получим на экране картину биений (см. рис 5). Они возникают из-за того, что частота близка к резонансной и разность фаз колебаний на частоте генератора и на резонансной частоте меняется медленно. Когда экспонента  $e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t}$  достаточно затухнет, колебания станут синусоидальными
- Сведём результаты всех измерений в таблицу 7

Таблица 7: Результаты измерений разными методами

R, Ом	$R_{real},$	Кривая	Нарастание	Затухание	Теория
0	30,428	26,271	12,19	30,40	32,93
100	130,428	6,924	5,77	7,92	7,68

Рис. 3: Биения при  $R = 0 \text{ Ом}$  и  $R = 100 \text{ Ом}$

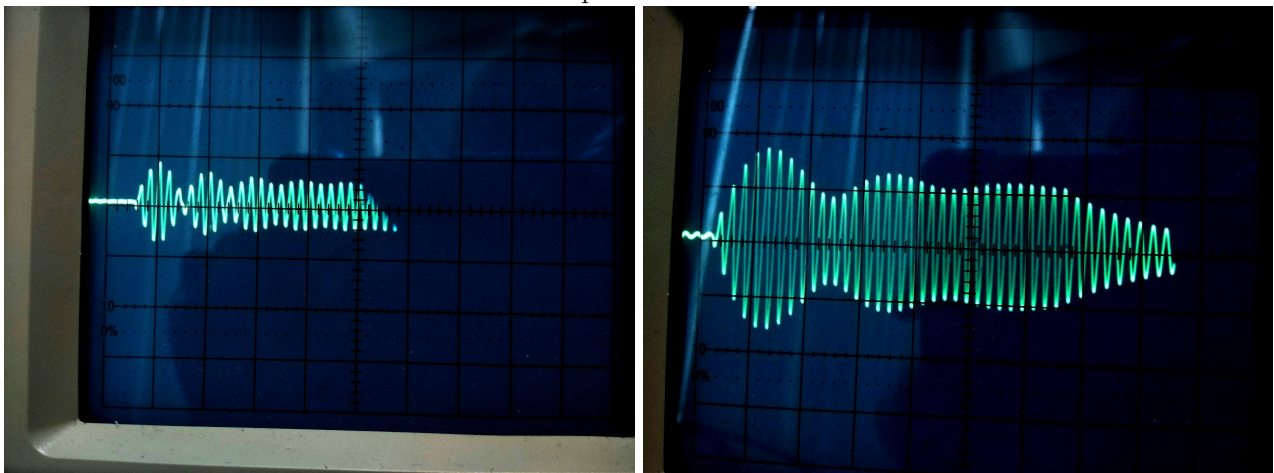


Рис. 4: Нарастание и затухание колебаний при  $R = 0 \text{ Ом}$

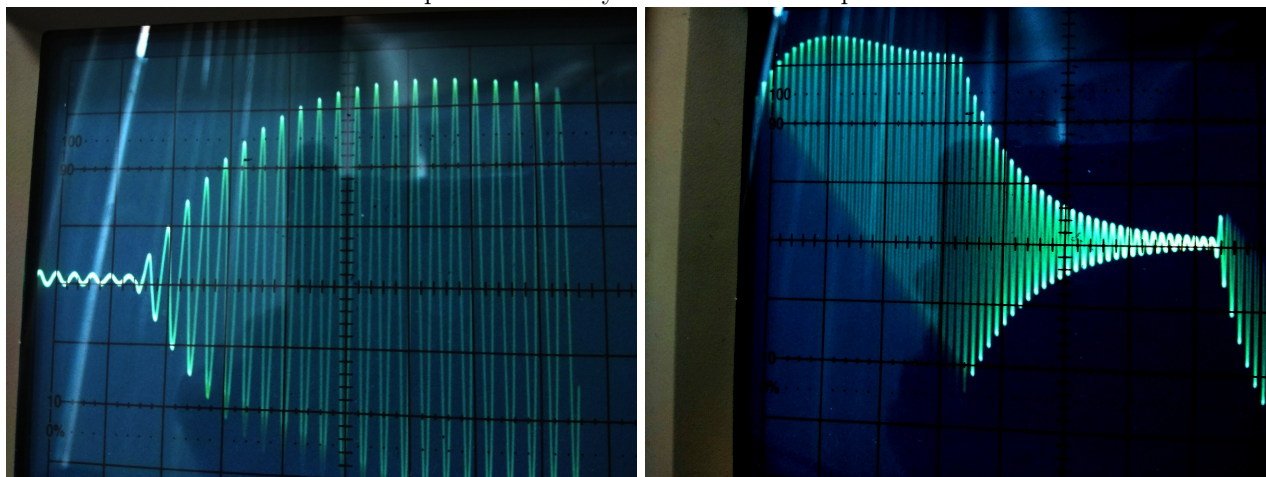
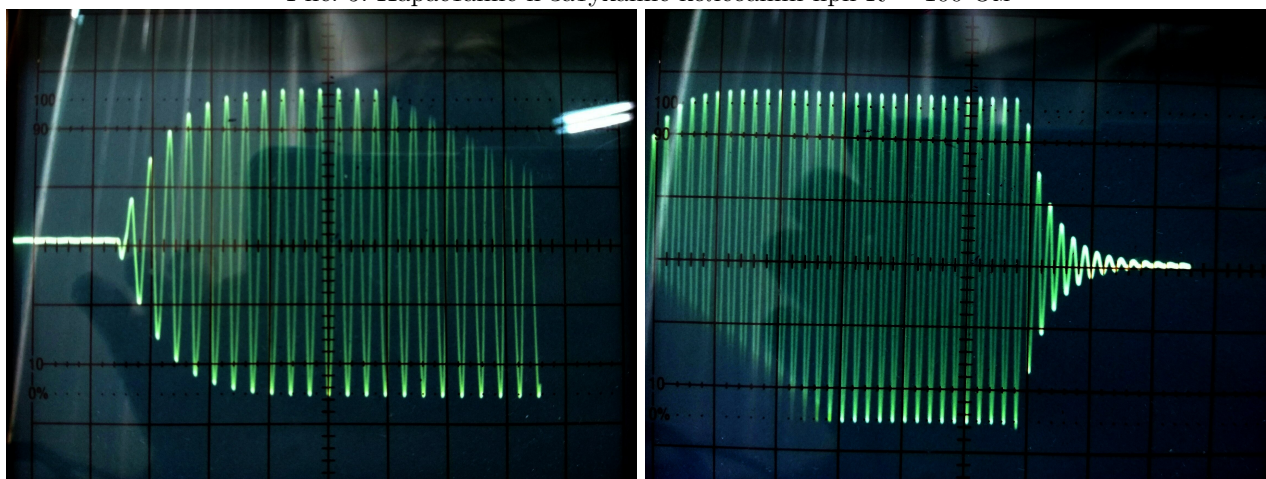


Рис. 5: Нарастание и затухание колебаний при  $R = 100 \text{ Ом}$



## 6 Вывод

В ходе работы были изучены процессы вынужденных колебаний в электрическом контуре. Были исследованы резонансные кривые для двух контуров с разными сопротивлениями, найдена добротность этих контуров по полученным кривым. Также добротность была найдена при изучении установления колебаний в контуре при запуске в него цугов волн - при нарастании и затухании колебаний. Было рассчитано также теоретическое значение добротности контуров. В конце работы были сравнены все 4 значения.

Рассмотрим причины, почему могли не сойтись значения, полученные теоретически и экспериментально.

- Наиболее вероятная причина - наличие в контуре дополнительных сопротивлений, ёмкостей и индуктивностей. Самый точный результат определения добротности - по методу резонансных кривых, и значения полученные этим методом, практически совпадают с теоретическими. Стоило с помощью LRC-моста проверить все соединения, составить более точную схему установки и работать с ней
- Естественно, что значения добротности контуров, полученные при исследовании нарастания и затухания цугов колебаний, плохо сходятся с теоретическими. Разброс получившихся значений очень велик, при  $R = 0$  относительная погрешность вообще составляет больше 100%, что говорит о некорректности эксперимента. Тем не менее, при выполнении этого задания мы посмотрели детально на процесс установления колебаний в контуре (использовать этот метод при определении добротности контура не рекомендуется)