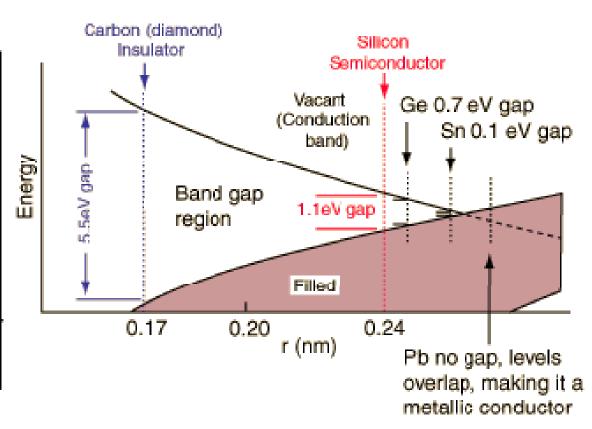
金刚石型晶体能带结构

随原子序数增加,原子轨道重叠增加,导带价带变宽,<u>带隙逐渐闭合</u> Periodic table 在能带相同的位置上,<u>有效质量变小</u>

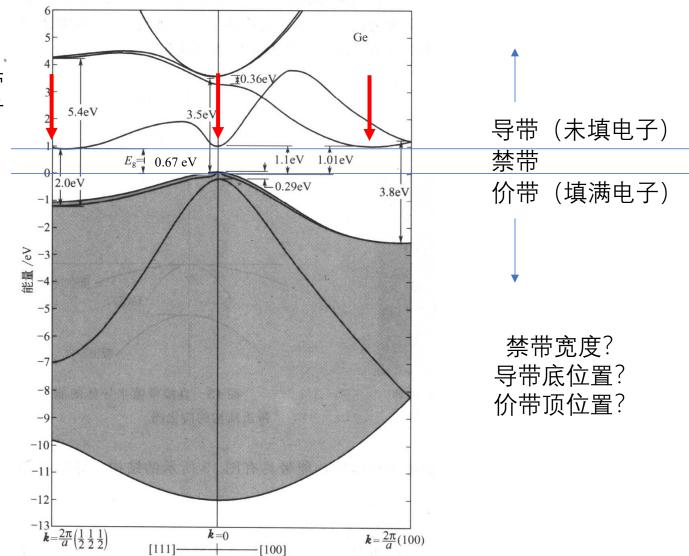
environment of semiconductors

| В | C _{2p} ² | N |
|----|-------------------------------------|----|
| AI | ပြာသူ | Р |
| Ga | Ge _{4p} | As |
| In | Sn 5p | Sb |
| TI | Pb 6p ² | Bi |



锗能带的详细结构

三个能谷都是导带 底候选,注意相对 高度

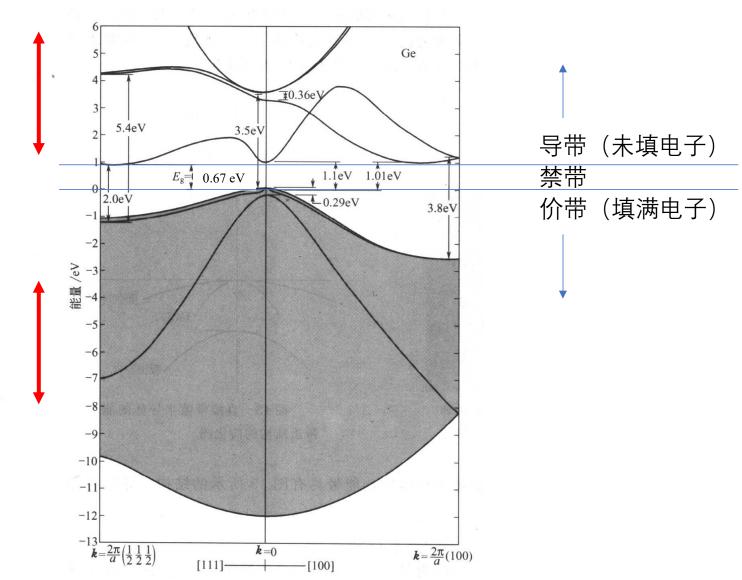


硅、锗能带的特征

- 价带顶位于k=0处(Γ点)
- 价带顶附近有三个能带:
 - 重空穴带、轻空穴带(「点处二能带简并)、由于自旋-轨道耦合而形成的第三个带
- 导带底并非位于k=0处
 - 硅: <100>方向某处
 - 锗: <111>方向布里渊区边界
 - 无法简单预测导带底在哪里
- 带隙: 硅 (1.12 eV) 宽于锗 (0.67 eV)

金刚石型晶体有效质量

随原子序数增加,原子轨道 重叠增加,导 带价带变宽, 有效质量变小



锗的导带底

- 导带底 \mathbf{k}_0 : L点([111]方向布里渊区边界)
- 能带具有明显各向异性
 - 注意:此时取三个轴为[111]方向(称之为纵向 longitudinal)和与之垂直的任意两个方向(称之为横向transverse)

transverse)
$$E(\mathbf{k}) \sim E(\mathbf{k_0}) + (\mathbf{k} - \mathbf{k_0}) \cdot \frac{\hbar^2}{2} m_n^*^{-1} \cdot (\mathbf{k} - \mathbf{k_0})$$
 行向量 列向量

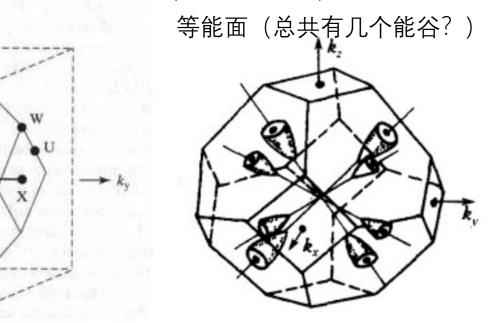
$$m_n^* = \begin{pmatrix} m_{nl}^* & 0 & 0 \\ 0 & m_{nt}^* & 0 \\ 0 & 0 & m_{nt}^* \end{pmatrix} \qquad m_n^{*-1} = \begin{pmatrix} m_{nl}^{*-1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{nt}^{*-1} & 0 \\ 0 & 0 & m_{nt}^{*-1} \end{pmatrix}$$

• $m_{nl}^*(\sim 1.64m) > m_{nt}^*(\sim 0.08m)$

锗的导带底等能面

• 导带底 \mathbf{k}_0 : L点([111]方向布里渊区边界)

$$\frac{(k_l-k_{l0})^2}{m_{nl}^*} + \frac{(k_{t1}-k_{t10})^2}{m_{nt}^*} + \frac{(k_{t2}-k_{t20})^2}{m_{nt}^*} = \frac{2(E-E(\pmb{k_0}))}{\hbar^2}$$
为球心在 $\pmb{k_0}$ 的椭球面



锗的价带顶

- 价带顶**k**₀: 「点
- 能带不具有明显各向异性
- 能带分为重空穴带 m_{ph}^* (heavy)、轻空穴带 m_{pl}^* (light)、自旋-轨道耦合(spin-orbit)产生的"第三个"带 m_{p3}^*
 - 其中,重空穴带、轻空穴带在「点处能量完全相等
 - 自旋-轨道耦合带在Γ点处能量低较多(-0.29 eV)
 - 因为4p轨道较大, 轨道磁矩比硅的大
- $m_{ph}^* \sim 0.28m$, $m_{pl}^* \sim 0.044m$, $m_{p3}^* \sim 0.077m$

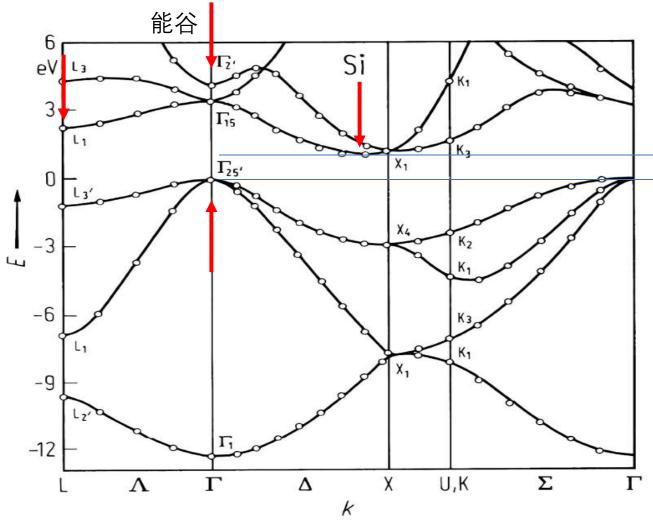
硅、锗的有效质量

- •导带底(位置不同,无法直接比较)
 - 硅不同方向 $m_{nx}^*(\sim 0.92m)$, $m_{ny}^* = m_{nz}^*(\sim 0.19m)$
 - x方向也可以叫做纵向, y、z也可以叫做横向, 和锗对应
 - 锗纵、横有效质量 m_{nl}^* (~1.64m), m_{nt}^* (~0.08m)
- 价带顶
 - 不管是重空穴带、轻空穴带(Γ点处二能带简并)、 自旋-轨道耦合带、锗的有效质量均小于硅

| - | | | 44- | |
|---|-----|----|-----|-----|
| 表 | 1-2 | 空穴 | 的有象 | 女质量 |

| 材 料 | $\frac{(m_{\rm p})_{\rm h}}{m_0}$ | $\frac{(m_p)_1}{m_0}$ | $\frac{(m_{\rm p})_3}{m_0}$ |
|-----|-----------------------------------|-----------------------|-----------------------------|
| 硅 | 0.53 | 0.16 | 0.245 |
| 锗 | 0.28 | 0.044 | 0.077 |

小结: 硅的能带结构



半导体中由于很多原因 (后述),导带底和价 带顶会填一些电子/空穴

> <u>导带三种能谷</u> <u>「X、L、「</u>

导带 (未填电子)

禁带

价带 (填满电子)

价带三条能带

导带的极小值和价带的 极大值也叫做"能谷"

号带底(最小值)和<u>价</u>带顶(最大值)分别在哪里?

k: 三维, 较复杂; 布里渊区中注意「XKL这几个点

等能面

小结: 硅的导带底

- 导带底 \mathbf{k}_0 : 「X方向(<100>方向某处)
- 能带具有明显各向异性(一纵两横)

$$E(\mathbf{k}) \sim E(\mathbf{k_0}) + (\mathbf{k} - \mathbf{k_0}) \cdot \frac{\hbar^2}{2} m_n^*^{-1} \cdot (\mathbf{k} - \mathbf{k_0})$$
 行向量 列向量

$$m_n^* = egin{pmatrix} m_{nl}^* & 0 & 0 \ 0 & m_{nt}^* & 0 \ 0 & 0 & m_{nt}^* \end{pmatrix}$$

- $m_{nl}^*(\sim 0.92m) > m_{nt}^* = m_{nt}^* (\sim 0.19m)$
 - 对角化的三个轴就是x、y、z

小结: 硅的价带顶

- 价带顶 \mathbf{k}_0 : 「点 ($\mathbf{k}_0 = \mathbf{0}$)
- 能带不具有明显各向异性
- 能带分为3支,有效质量不同,在Γ点处能量大致相等
- 分别叫做重空穴带 m_{ph}^* (heavy)、轻空穴带 m_{pl}^* (light)、自旋-轨道耦合(spin-orbit)产生的"第三个"带 m_{p3}^*
 - 其中, 重空穴带、轻空穴带在「点处能量完全相等
 - 自旋-轨道耦合带在Γ点处能量略低(-0.04 eV)
- $m_{ph}^* \sim 0.53m$, $m_{pl}^* \sim 0.16m$, $m_{p3}^* \sim 0.25m$

小结: 硅的价带顶

•到底哪一支是重空穴带,哪一支是轻空穴带,哪一支是自旋-轨道耦合带?

轻重空穴带 $E(\mathbf{k}) = -Ak^2 \mp \sqrt{B^2k^4 + C^2(k_x^2k_y^2 + k_y^2k_z^2 + k_z^2k_x^2)}$. SO分裂能 energy [eV] energy [eV] E -0.2 -0.3 Χ \leftarrow L $X\rightarrow$

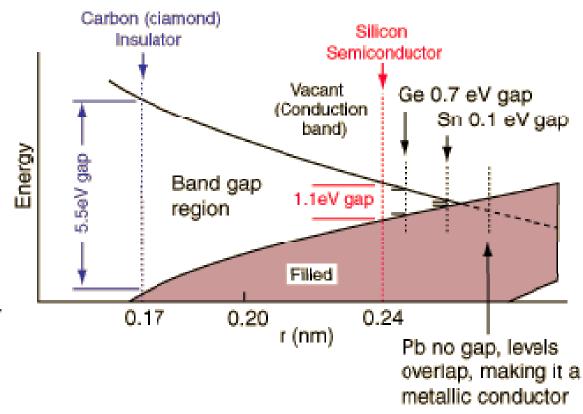
https://www.iue.tuwien.ac.at/phd/ungersboeck/node28.html

小结: 金刚石型晶体的能带

随原子序数增加,原子轨道重叠增加,导带价带变宽,<u>带隙逐渐闭合</u> 在能带相同的位置,<u>有效质量变小</u>

Periodic table environment of semiconductors

| В | C _{2p²} | N |
|----|------------------------------------|----|
| AI | Si 3p ² | Р |
| Ga | Ge ² | As |
| In | Sn 5p | Sb |
| TI | Pb 6p ² | Bi |



第二部分: 能带结构

- 晶体能带的严谨处理方法
- 实际半导体的能带结构
 - 硅的能带结构
 - 金刚石晶体的能带结构
 - 闪锌矿晶体的能带结构
 - 纤锌矿晶体的能带结构
- 实际半导体能带结构的规律

半导体材料的能带结构

IV族单质: C(金刚石)、 IV、III-V、II-VI族化合物: IV、III-V、II-VI族化合物:

Si、Ge SiC、GaAs、InSb、ZnS等 SiC、GaN、ZnO、ZnS等

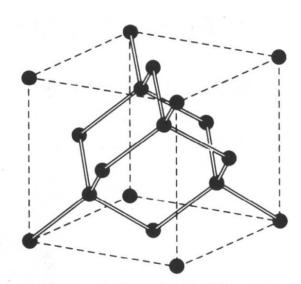


图 23 金刚石型晶体结构。图中显 示了四面体键合的排列方式。

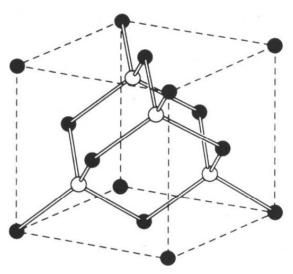


图 24 立方硫化锌的晶体结构。

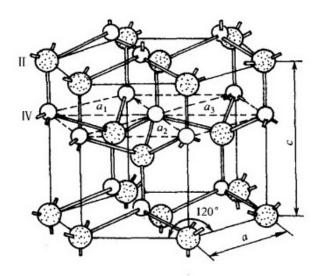


图 1-3 纤锌矿型结构

金刚石结构

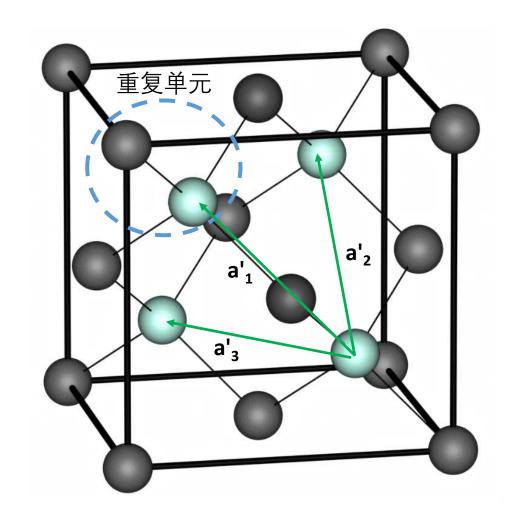
立方闪锌矿结构

六方纤锌矿结构

已知晶体结构,如何得出能带结构?

硅能带:紧束缚近似

- 硅的原胞包含两个硅原子(记作α、β)
- 每个硅原子有四个sp³原子轨道,可组合出8N (N为原胞数) 个波函 数/状态
- 硅的原胞的正格矢为a'₁、
 a'₂、a'₃



硅能带: 紧束缚近似

• 利用原子轨道线性组合,得到波函数,近似满足 薛定谔方程 ^{原胞里的所有波函数}

"波形"式线性组合

• 求其平均能量

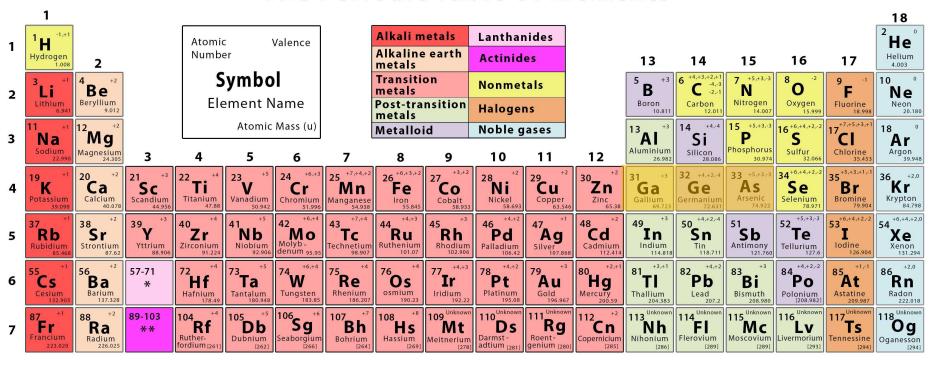
波函数和自己及相邻波函数的交叠

$$\int \psi_{k}(\mathbf{x},t)^{*} \widehat{E} \psi_{k}(\mathbf{x},t) dV \sim \sum_{\mathbf{R}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}} \int \phi_{k}(\mathbf{x}-\mathbf{R})^{*} \widehat{H} \phi_{k}(\mathbf{x}-\mathbf{R}) dV$$

闪锌矿晶体和硅的主要区别也在于此

闪锌矿能带结构: GaAs

The Periodic Table of Elements





化学键极性增加一劈裂减少

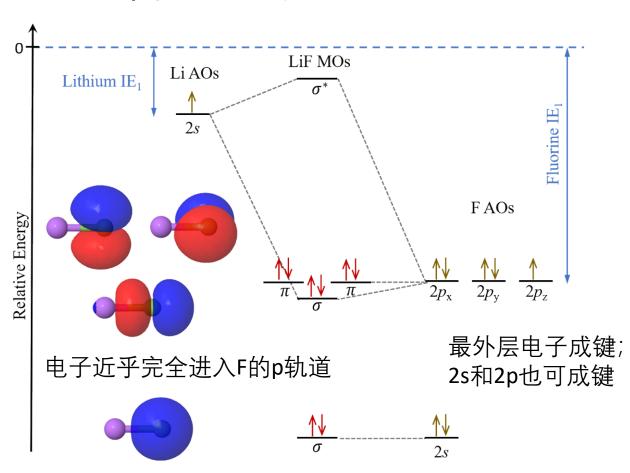
LiF的分子轨道

LiF的电负性差值 约为3,基本属于 离子键(超强极 性共价键)

"共用电子对"造成的能量降低基本等于电子完全转移造成的能量降低,<u>共价键键能很低,劈</u>

<u>成键能级基本就是</u> F的原子轨道能级

两原子吸引主要靠库仑力



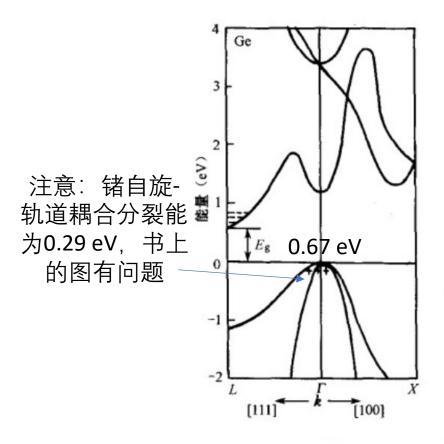
https://wisc.pb.unizin.org/chem109fall2021ver 02/chapter/mos-for-heteronuclear-diatomic-molecules/

预测GaAs的能带结构

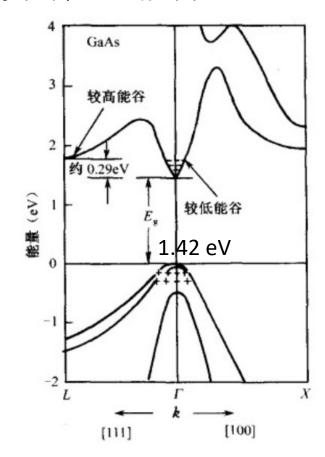
- GaAs和Ge相比:
 - 共价键极性(离子性)更强,因此能级劈裂更小
 - 能带展宽更小
 - 能隙提高
 - 在相同k处有效质量更大
- 价带中As 4s4p的成分居多,导带中Ga 4s4p的成分居多
 - 因为电负性高的原子轨道能量低; 见上页

III-V族能带结构: GaAs

砷化镓比锗能隙略宽;导带底位置也有所不同



锗: L点低于「点能量



砷化镓:「点低于L点能量

GaAs的能带结构和有效质量

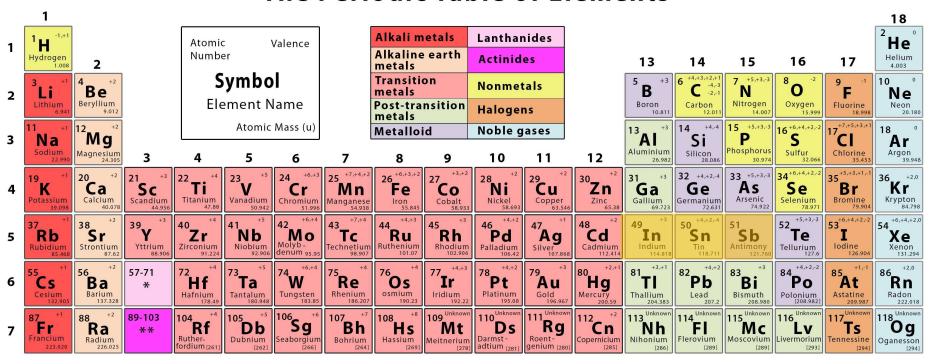
- 导带底
 - k=0处 (Γ点), 等能面是球面, m_n* ~ 0.063m
- 价带顶
 - k=0处 (Γ点), 等能面在k比较小时基本是球面; 比较大时是扭曲面
 - 重空穴带(m_p * ~ 0.50m)、轻空穴带(0.076m)、由于自旋-轨道耦合而形成的第三个带
 - 注意: 第三个带的顶点比价带顶低较多(0.34 eV), 通常不会填充, 不需关心其有效质量
- 室温下 E_g=1.42 eV

GaAs和Ge比较

- 极性共价键-非极性共价键
- 带离子键成分,展宽小
- 因此,GaAs比起Ge
 - 带隙宽(1.42 eV − 0.67 eV)
 - 有效质量大(例如:轻空穴0.076m 0.044m,重空穴0.50m 0.28m)
- 导带能谷难以简单预测: L点和「点相对高低不同
 - 导带底电子有效质量无法直接比较

闪锌矿能带结构: InSb

The Periodic Table of Elements





定性预测InSb的能带结构

- 带隙多少? 已知: GaAs 1.42 eV, Sn <0.1 eV
- 导带底在「点
- 有效质量多少? 已知: GaAs电子0.063m、轻空穴0.076m、重空穴0.50m
- 自旋-轨道耦合带分裂能? 已知GaAs 0.34 eV

定性预测InSb的能带结构

- 带隙多少? 已知: GaAs 1.42 eV, Sn <0.1 eV
 - InSb 0.18 eV
- 导带底在「点
- 有效质量多少? 已知: GaAs电子0.063m、轻空穴0.076m、重空穴0.50m
 - InSb电子0.0118m、轻空穴0.016m、重空穴~0.4m
- 自旋-轨道耦合带分裂能? 已知GaAs 0.34 eV
 - InSb 0.9 eV

InSb的能带结构

- 窄带隙0.18 eV
- 超低电子有效质量
- 较低空穴有效质量
- 独特的"锥形"导带结构
 - (课外知识)导带-价带相互作用构成了"狄拉克 锥"(Dirac cone)
- 独特的重空穴带结构

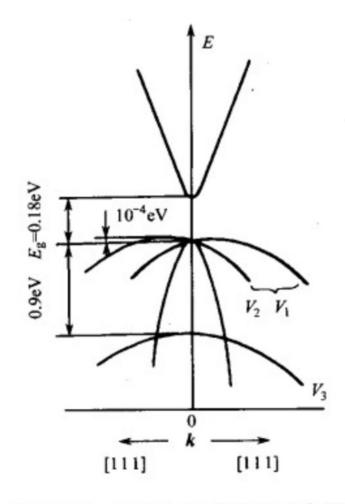


图 1-27 锑化铟能带结构示意图

极性晶体的特殊之处

- 在极性半导体中,由于自旋-轨道耦合,不同自旋的重空穴带分为两支,导致价带顶稍微偏离「点
- 图中V₁是重空穴带,V₂ 是轻空穴带,V₃是自旋-轨道耦合带
- (课外知识) 自旋-轨道 耦合有三个效应: Rashba, Dresselhaus, Zeeman

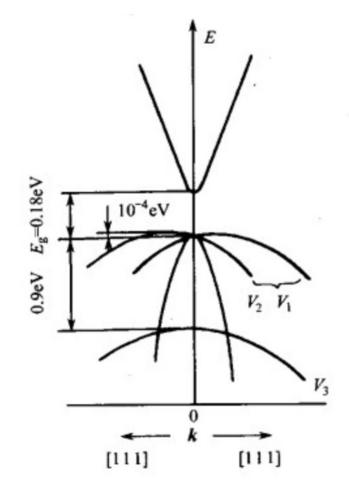


图 1-27 锑化铟能带结构示意图 J Phys Chem Solids 1, 249 (1957).

第二部分: 能带结构

- 晶体能带的严谨处理方法
- 实际半导体的能带结构
 - 硅的能带结构
 - 金刚石晶体的能带结构
 - 闪锌矿晶体的能带结构
 - 纤锌矿晶体的能带结构
- 实际半导体能带结构的规律

半导体材料的能带结构

IV族单质: C(金刚石)、 IV、III-V、II-VI族化合物: IV、III-V、II-VI族化合物: Si、Ge SiC、GaAs、InSb、ZnS等 SiC、GaN、ZnO、ZnS等

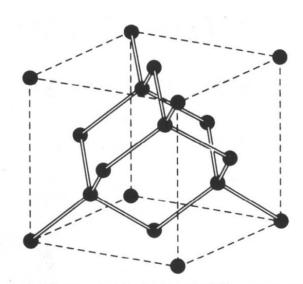


图 23 金刚石型晶体结构。图中显 示了四面体键合的排列方式。

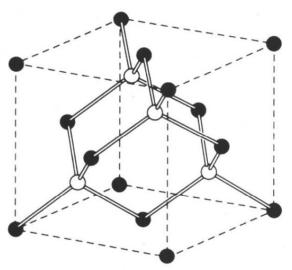


图 24 立方硫化锌的晶体结构。

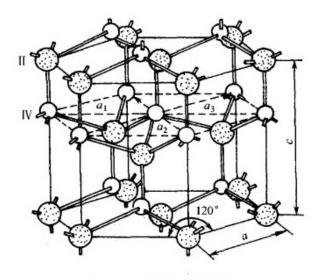


图 1-3 纤锌矿型结构

金刚石结构

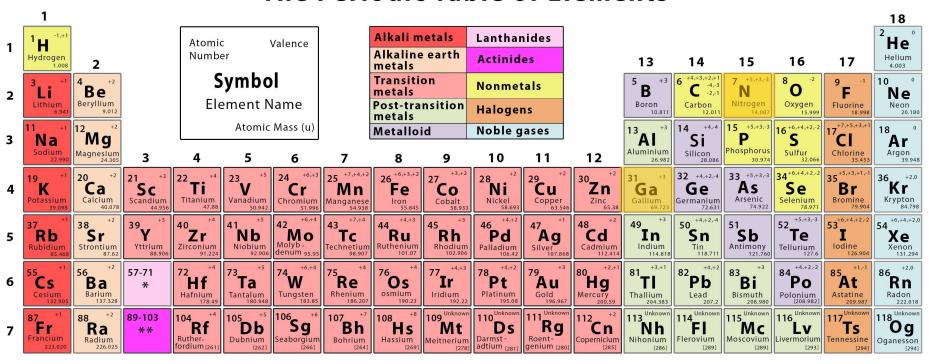
立方闪锌矿结构

六方纤锌矿结构

已知晶体结构,如何得出能带结构?

纤锌矿能带结构: GaN

The Periodic Table of Elements





硅能带: 紧束缚近似

• 利用原子轨道线性组合,得到波函数,近似满足 薛定谔方程 ^{原胞里的所有波函数}

ψ_k(x) =
$$\frac{1}{\sqrt{8N}} \sum_{\mathbf{R}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}} (\sum_{j=1}^{4} \alpha_{j\mathbf{k}} \psi_{sp3-\alpha} (\mathbf{x} - \mathbf{R}) + \sum_{j=1}^{4} \beta_{j\mathbf{k}} \psi_{sp3-\beta j} (\mathbf{x} - \mathbf{R}))$$

归一化系数
硅原子α、β的4个sp³轨道,可定义为φ_k(x - R)

"波形"式线性组合

• 求其平均能量

波函数和自己及相邻波函数的交叠

$$\int \psi_{k}(\mathbf{x},t)^{*} \widehat{E} \psi_{k}(\mathbf{x},t) dV \sim \sum_{\mathbf{R}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}} \int \phi_{k}(\mathbf{x}-\mathbf{R})^{*} \widehat{H} \phi_{k}(\mathbf{x}-\mathbf{R}) dV$$

纤锌矿晶体怎么处理?

闪锌矿和纤锌矿的不同

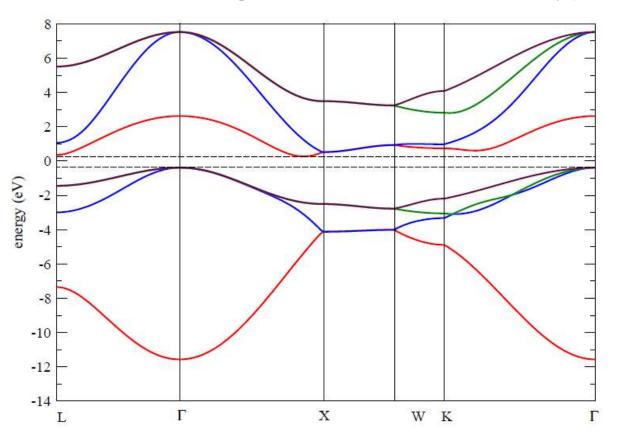
Do all III-V compounds have the zinc-blende or wurtzite ground state structure?

The traditional view of the structural stability of III-V compounds is based on the competition between the well-known zinc-blende (ZB) and wurtzite (W) phases. Theoretical and experimental works have revealed that the ZB and the W phases are the most common crystal structures of III-V compounds. They differ structurally only in their third-nearest-neighbor atomic arrangement. Even the difference in total energy between these two phases is very small, giving strong evidence that both of them can be prepared experimentally.

M. Ferhat et al., Appl. Phys. Lett. 88, 161902 (2006).

硅能带:紧束缚近似

仅考虑硅原子、最近邻和次近邻的波函数交叠



能带已经和实验相符了

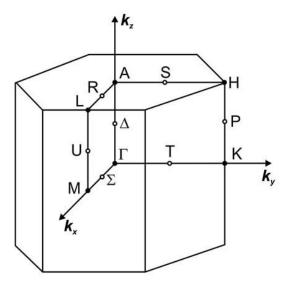
因此, 纤锌矿能带和闪 锌矿大致类似(细节有 一定差异)

Figure 2.5: silicon bands cutting of on 2nd neighbors

http://materia.fisica.unimi.it/manini/theses/cinquanta.pdf

纤锌矿的布里渊区

纤锌矿布里渊区是怎样的?

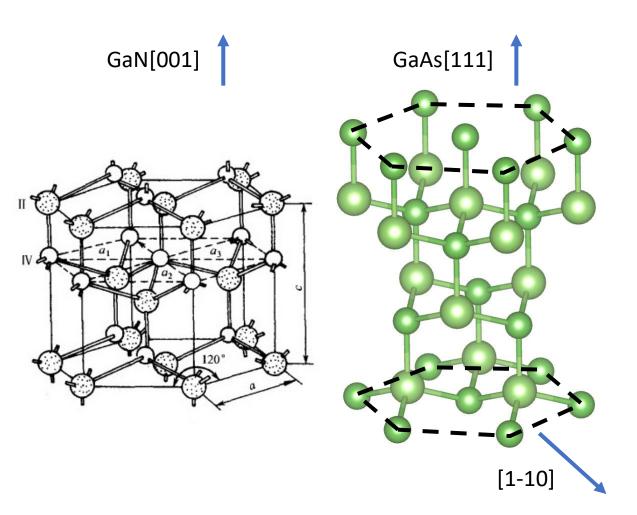


Γ: 布里渊区中心

M: 侧面面心

K: 侧棱棱心

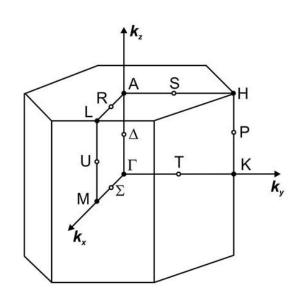
A: 顶面面心



纤锌矿和闪锌矿的布里渊区

纤锌矿布里渊区如何和闪锌矿结构对应?

Γ=Γ, ΓA~ΓL ([111]六方对称性), ΓM/ΓK~ΓK ([-110]和[111]垂直)

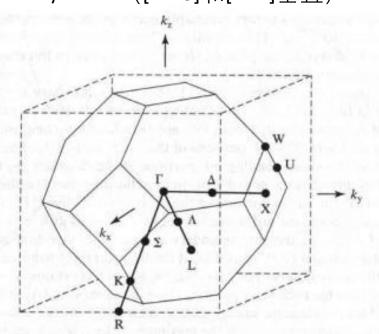


Г: 布里渊区中心

M: 侧面面心

K: 侧棱棱心

A: 顶面面心



T: 布里渊区中心

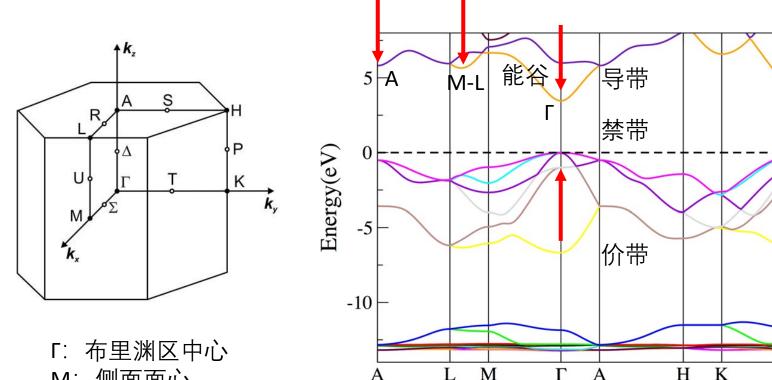
ГХ: [100]方向

ГК: [110]方向

ΓL: [111]方向

GaN的能带结构

同样有导带、价带和禁带;导带三种能谷,价带三个能带



M: 侧面面心

侧棱棱心

A: 顶面面心

布里渊区如何和闪锌矿结构对应?

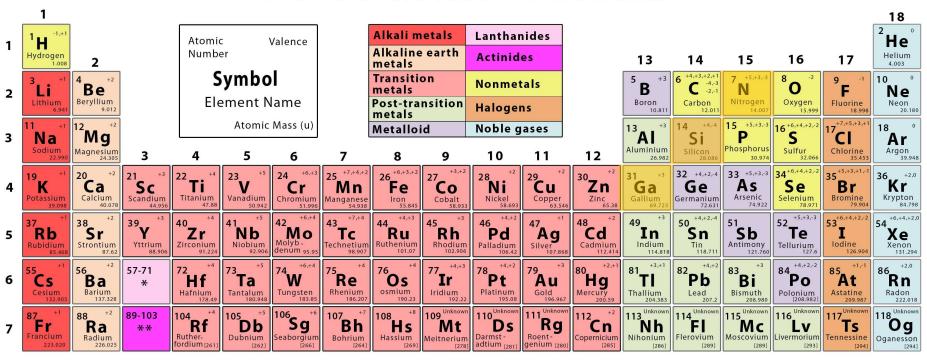
Γ=Γ, ΓA~ΓL([111] 六方对称性), ΓM/ΓK~ΓK([-110] 和[111] 垂直)

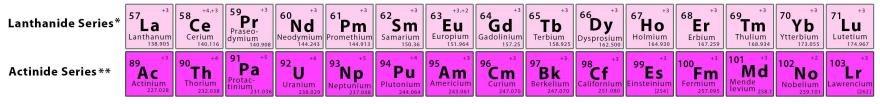
GaN的能带结构和有效质量

- 导带底
 - k=0处 (Γ点), 等能面是球面, m_n* ~ 0.20m
- 价带顶
 - k=0处(Γ点),等能面在k比较小时基本是球面;比较大时是扭曲面
 - 重空穴带(m_p * ~ 1.4m)、轻空穴带(0.3m) 、由于自旋-轨道耦合而形成的第三个带(0.6m)
- 室温下 E_g=3.39 eV

纤锌矿能带结构: GaN

The Periodic Table of Elements





GaN和Si比较

- 极性共价键-非极性共价键
- 离子键成分较大、展宽小
- 因此, GaN比起Si:
- 帯隙宽(3.39 eV 1.12 eV)
 - 有效质量大(例如:轻空穴0.3m 0.16m,重空穴 1.4m 0.53m)
- 导带难以简单预测: ΓX轴上某处和Γ点相对高低 不同
 - 导带底电子有效质量无法直接比较

GaN中的电子和空穴比较

- 导带底
 - k=0处 (Γ点), 等能面是球面, 0.20m
- 价带顶
 - k=0处 (Γ点) ,等能面是球面
 - 重空穴带(1.4m)、轻空穴带(0.3m) 、由于自旋-轨道耦合而形成的第三个带(0.6m)
- 空穴比电子重很多的原因?
 - 价带、导带分别以什么原子轨道的组合为主?
 - 哪一种重叠多,展宽大,有效质量小?

第二部分: 能带结构

- 晶体能带的严谨处理方法
- 实际半导体的能带结构
 - 硅的能带结构
 - 金刚石晶体的能带结构
 - 闪锌矿晶体的能带结构
 - 纤锌矿晶体的能带结构
- 实际半导体能带结构的规律

半导体能带结构比较

纵向比较:从上到下原子序数增大,近邻原子波函数交叠更多,能带展宽更大

此时, <u>带隙变小, 相同k值附近有效质量降低</u> 远离: 价带顶

| | 导带底 | 价带顶 | 带隙 | 电子纵 | 电子横 | 重空穴 | 轻空穴 | 3号带 |
|------|------|-----|------|--------|-------|--------|---------|---------|
| 金刚石 | | | | | | | | |
| Si | ΓX某处 | Γ | 1.12 | 0.92 | 0.19 | 0.53 | 0.16 | 0.245 |
| Ge | L | Γ | 0.6 | 1.64 | 0.082 | 0.28 | 0.044 | 0.077 |
| 闪锌矿 | | | | | | | | |
| GaP | ΓX某处 | Γ | 2.27 | 0.91 | 0.25 | 0.67 | 0.17 | 远离 |
| InP | Γ | Γ | 1.34 | 0.073 | | 0.45 | 0.12 | 远离 |
| GaAs | Γ | Γ | 1.42 | 0.063 | | 0.50 | 0.076 | 远离 |
| InSb | Γ | Γ | 0.18 | 0.0118 | | ~0.4 | 0.016 | 远离 |
| 纤锌矿 | | | | | | | | |
| AIN | Γ | Γ | 6.2 | 0.4 | | 3.5-10 | 0.2-3.5 | 0.2-3.8 |
| GaN | Γ | Γ | 3.39 | 0.20 | | 1.4 | 0.3 | 0.6 |

半导体能带结构比较

横向比较: 从上到下键的极性增大

远离:价带顶

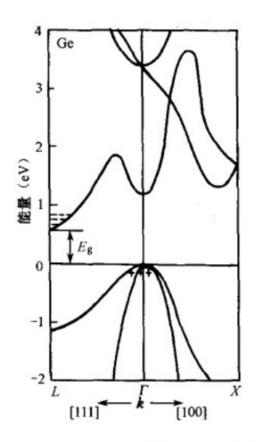
| | 导带底 | 价带顶 | 带隙 | 电子纵 | 电子横 | 重空穴 | 轻空穴 | 3号带 |
|------|------|-----|------|-------|-------|------|-------|-------|
| 三周期 | | | | | | | | |
| Si | ΓX某处 | Γ | 1.12 | 0.92 | 0.19 | 0.53 | 0.16 | 0.245 |
| AIP | ΓX某处 | Γ | 2.52 | 3.67 | 0.212 | 0.71 | 0.19 | 0.30 |
| GaN | Γ | Γ | 3.39 | 0.20 | | 1.4 | 0.3 | 0.6 |
| 四周期 | | | | | | | | |
| Ge | L | Γ | 0.6 | 1.64 | 0.082 | 0.28 | 0.044 | 0.077 |
| GaAs | Γ | Γ | 1.42 | 0.063 | | 0.50 | 0.076 | 远离 |
| ZnSe | Γ | Γ | 2.60 | 0.2 | | >0.6 | ? | 远离 |

J. Appl. Phys. **89**, 5815 (2001).

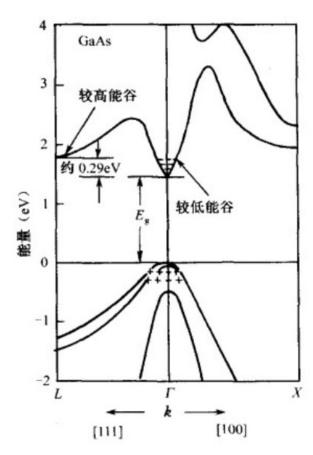
键的极性增大,近邻原子波函数交叠造成的能带展宽更小此时,带隙变大,相同k值附近有效质量提高

导带底、价带顶的相对位置

砷化镓:均在「点;锗:一个在L点一个在「点



锗: L点低于「点能量

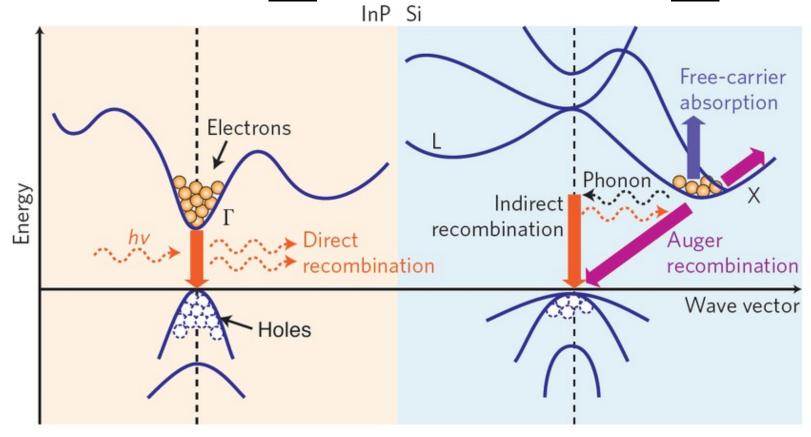


砷化镓:「点低于L点能量

直接带隙与间接带隙

直接带隙半导体:导带底 和价带顶的波矢<u>相同</u>

<u>间接带隙半导体</u>:导带底 和价带顶的波矢<u>不同</u>



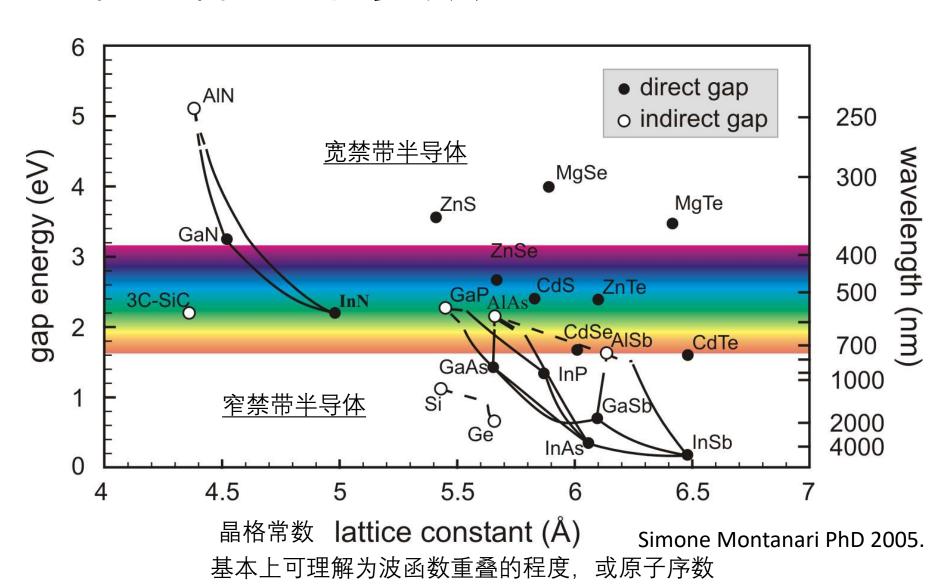
电子-空穴复合能发射光子

电子-空穴复合不能发射光子 Beal Romain PhD 2015.

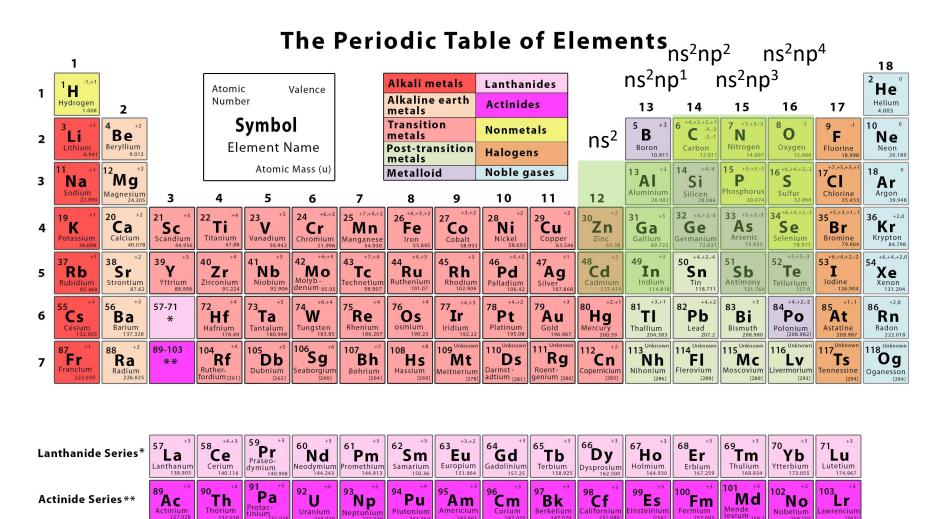
常见半导体能带结构的规律

- 原子序数越大,化学键共价性越强,带隙越小
 - 此时,在相同波矢处有效质量越低
- 常见半导体的价带顶通常都位于「点附近,导带底则不确定
 - IV族半导体通常为间接带隙
 - III-V族半导体除AIX和GaP为间接带隙以外,其它通常 为直接带隙
 - II-VI族半导体通常为直接带隙
- 常见半导体的价带顶通常包含重空穴带、轻空穴带、自旋轨道耦合带,导带底通常只有一个带

半导体能带参数



其它半导体?



电负性表



Periodic table of electronegativity using the Pauling scale

alevelchemistry.co.uk

为什么NaCI不是半导体?

- 一个主要原因:
- I-VII族电负性差值特别大,为离子晶体
- 离子晶体: 离子键(库仑力)
- 化学键强极性
- 能带没有展宽(或展宽不明显)
- 有效质量特别高
- 电子/空穴载流能力极低

导体、半导体、绝缘体的区别

都是物质里的电子,为什么有的容易运动有些不容易运动? 1.能带填充有区别;2.有效质量不同

