

概率论与数理统计

第六章 数理统计的基本概念

- 总体与样本
- 几个重要的分布
- 统计量及抽样分布

第一节 总体与样本

6.1.1 总体与个体

6.1.2 样本

6.1.3 样本分布

数理统计学是一门应用性很强的学科。它是研究怎样以有效的方式收集、整理和分析带有随机性的数据,以便对所考察的问题作出推断和预测。

由于大量随机现象必然呈现它规律性,只要对随机现象进行足够多次观察,被研究的规律性一定能清楚地呈现出来。

客观上,只允许我们对随机现象进行次数不多的观察试验,我们只能获得局部观察资料。

数理统计的任务就是研究有效地收集、整理、分析所获得的**有限**的资料,对所研究的问题, 尽可能地作出精确而可靠的结论.

在数理统计中,不是对所研究的对象全体 (称为**总体**) 进行观察, 而是抽取其中的部分 (称为**样本**) 进行观察获得数据 (**抽样**), 并通过这些数据对总体进行推断.

数理统计方法具有“部分推断整体”的特征 .

6.1.1 总体与个体

1、总体

在数理统计中,把研究对象的全体称为**总体或母体**.

2、个体

组成总体的每一个研究对象称为个体.

3、有限总体: 包括有限个个体的总体.

无限总体: 包括无限个个体的总体.

例1 普查广州市大学生的身高. **有限总体**

总体: 广州市全体大学生的身高

个体: 每个学生身高

例2 测定一个育苗室各处的温度. **无限总体**

总体: 育苗室各处温度的全体

个体: 每一处的温度

4、说明

在实际问题中,总体和个体不是一成不变的,而是要看我们研究的任务来确定。

在数理统计研究中,人们往往关心研究对象的某一项(或几项)数量指标,对这一指标进行随机试验,观察试验结果全部观察值,从而考察该数量指标的分布情况.这时,每个具体的数量指标的全体就是总体.每个数量指标就是个体.

某批
灯泡的寿命



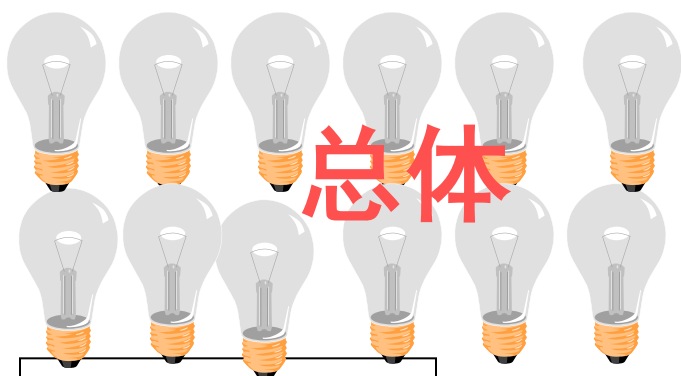
该批灯泡寿命的全
体就是总体

我们关心的是总体中的个体的某项指标(如人的身高、灯泡的寿命, ...) .

总体就可以用一个随机变量及其分布来描述.

因此在数理统计中理论上可以把总体与概率分布等同起来.

例如：研究某批灯泡的寿命时,关心的数量指标就是寿命,那么,此总体就可以用随机变量 X 表示



寿命 X 可用一概率
(指数) 分布来刻画



某批
灯泡的寿命

鉴于此,常用随机变量的记号
或用其分布函数表示总体 如
说总体 X .

统计中,总体这个概念的要旨是:总体就是一个概率分布.

6.1.2 样本

总体分布一般是未知,或只知道是包含未知参数的分布,为推断总体分布及各种特征,按一定规则从总体中抽取若干个体进行观察试验,以获得有关总体的信息,这一抽取过程称为“**抽样**”,所抽取的部分个体称为**样本**. 样本中所包含的个体数目称为样本容量.

1.样本 从总体 X 中按照某种方式抽取 n 个个体,组成的集合称为样本.

容量为 n 的样本记为 (X_1, X_2, \dots, X_n)

2. 样本值,样本观测值

从总体 X 中随机抽取的样本 X_1, X_2, \dots, X_n 是 n 个随机变量。当它们被抽取出来后就就是具体数值, 常记为 (x_1, x_2, \dots, x_n) 称为**样本值或样本观测值**。

3. 常用抽取方式

(1) 不重复抽样(不放回抽样)

每次抽取一个不放回去,再抽取第二个,连续抽取 n 次。

(2) 重复抽样(有放回抽样)

每次抽取一个考察后放回去,再抽取第二个,连续抽取 n 次。

说明:

对于无限总体或总体中个体数目较大的有限总体,一个个体是否放回,对下一次抽取影响甚微,这时不重复抽取与重复抽取没什么区别。

4. 简单随机抽样

(1). **代表性**: X_1, X_2, \dots, X_n 中每一个随机变量与总体 X 有相同的分布.

(2). **独立性**: X_1, X_2, \dots, X_n 相互独立.

具有上述两个特征的样本称为简单随机样本。

简单随机样本：独立与总体同分布

6.1.3 样本分布

1、样本的联合分布函数

设总体 X 的分布函数为 $F(x)$, 样本为 (X_1, X_2, \dots, X_n)

则样本的联合分布函数为

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = F(x_1)F(x_2) \cdots F(x_n) = \prod_{i=1}^n F(x_i)$$

2、连续型:

设总体 X 的概率密度函数为 $p(x)$, 样本为 (X_1, X_2, \dots, X_n)

则样本的联合概率密度函数为

$$p(x_1, x_2, \dots, x_n) = p(x_1)p(x_2) \cdots p(x_n)$$