幾性微与空间解析几何

2018/11/6

4.1 n维向量的概念及线性运算

- 一 n维向量的概念
- 二 n维向量的线性运算

一 n维向量的概念

- 1. 定义 由数域F 上n 个数 $a_1, a_2, ..., a_n$ 组成的有序数组, 称为数域F上的n 维向量 a_i 称为第i 个分量
- 2. 表示 向量通常用希腊字母 α , β , γ 等来表示 例如上述向量可表示为 $\alpha = (a_1, a_2, ..., a_n)$ n维向量写成一行, 称为行向量, 也就是行矩阵

或者
$$\alpha = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} = (a_1, a_2, ..., a_n)^T$$
 n 维向量写成一列, 称为列向量,也就是 列矩阵

3. 运算

n维向量的运算按照矩阵的运算规则进行

- 4. 零向量 O=(0,0,...,0)
- 5. 负向量 $-\alpha = (-a_1, -a_2, ..., -a_n)$
- 6. 数乘 $\alpha = (a_1, a_2, ..., a_n)$ 为数域F 上的n 维向量, k 为数域F 上的数

 $k\alpha = (ka_1, ka_2, ..., ka_n)$,叫做k与向量 α 的数乘

向量的加法与数乘统称为向量的线性运算,n 维向量的线性运算满足下列八条性质

对任意的n 维向量 α, β, γ 和数k 及l

$$(1)\alpha + \beta = \beta + \alpha$$

$$(2)(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$$

$$(3)\alpha + 0 = \alpha$$

$$(4)\alpha + (-\alpha) = 0$$

$$(5)1\alpha = \alpha, (-1)\alpha = -\alpha, 0\alpha = 0$$

$$(6)k(l\alpha) = (kl)\alpha$$

$$(7)k(\alpha+\beta) = k\alpha+k\beta$$

$$(8)(k+l)\alpha = k\alpha + l\alpha$$

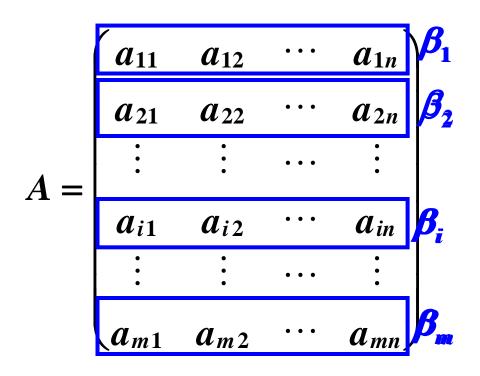
向量与矩阵

例如 矩阵 $A = (a_{ij})_{m \times n}$ 有 $n \land m$ 维列向量

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_j & a_{n} \\ a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 称为矩阵A 的列向量组.

类似地,矩阵 $A = (a_{ij})_{m \times n}$ 又有 $m \land n$ 维行向量



向量组 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_m$ 称为矩阵A 的行向量组.

反之,由有限个向量所组成的向量组可以构成一个矩阵.

m个n维列向量所组成的向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$,构成一个 $n\times m$ 矩阵

$$A = (\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m)$$

m个n 维行向量所组成的向量组 $\beta_1,\beta_2,\cdots\beta_m$,构成一个 $m \times n$ 矩阵

$$B = \begin{pmatrix} eta_1 \\ eta_2 \\ \vdots \\ eta_m \end{pmatrix}$$