

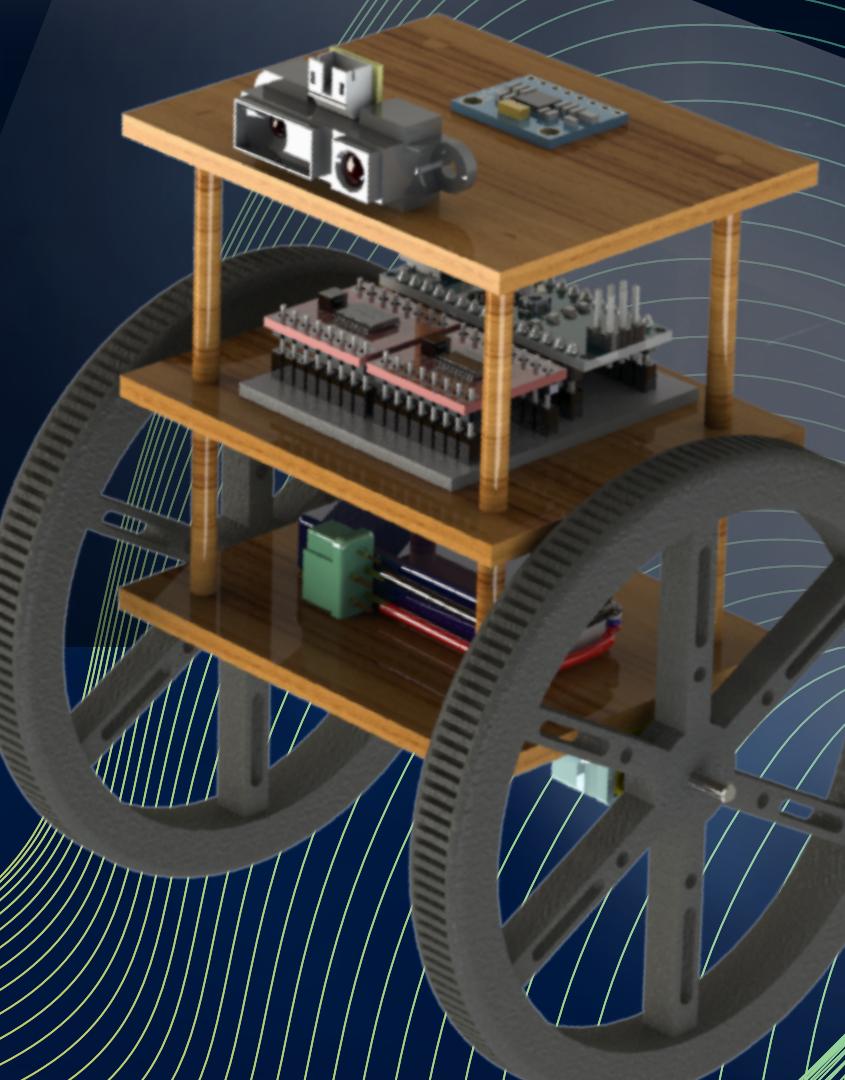


CONTROL I

# PRESENTACIÓN FINAL

INTEGRANTES :

Brayan Durán  
Weimar Condori  
Jheny Huanca  
Marcelo Velásquez  
Belén Lopez



# ROBOT BALANCIN

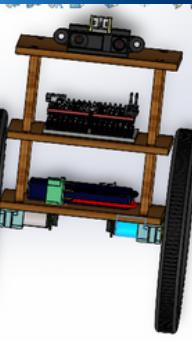
## DESCRIPCIÓN:

Los “self balancing robots” son robots capaces de mantener el equilibrio sobre dos ruedas sin verse afectados por acciones externas. Para ello, se basan en el principio del péndulo invertido.

## ESPECIFICACIONES DEL SISTEMA:

Deben considerarse las siguientes limitaciones: El robot será capaz de equilibrarse en 90 grados respecto a la superficie y desplazarse en 2 direcciones sin perder el equilibrio.





# ECUACIONES DINÁMICAS DEL SISTEMA

ENERGÍAS CINÉTICAS DEL SISTEMA :

$$E_{c3} = \frac{1}{2} * J_p * \dot{\theta}^2$$

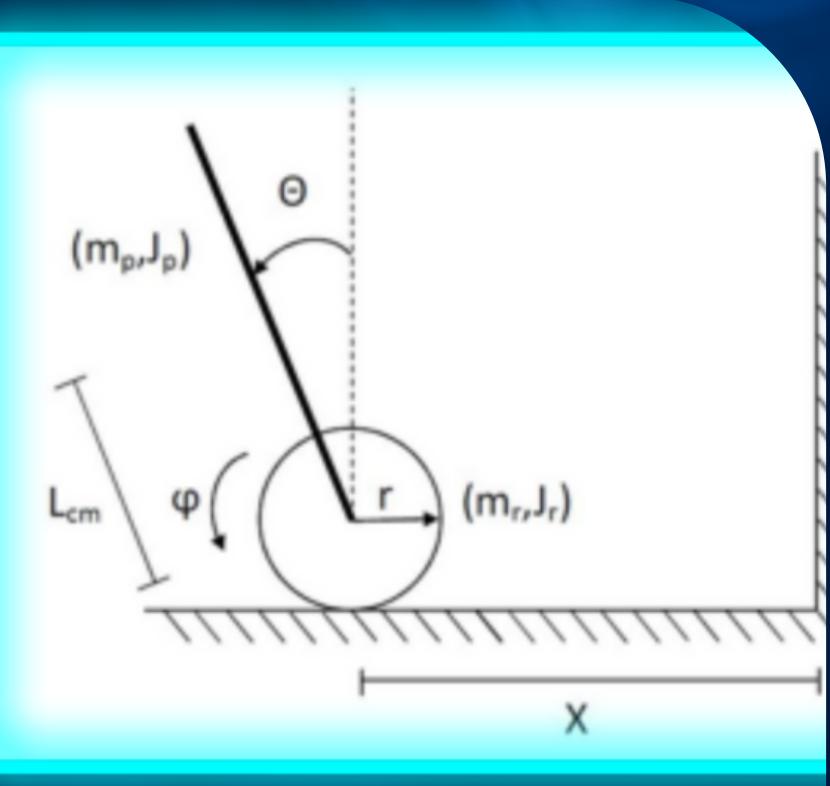
$$E_{c2} = \frac{1}{2} * J_r * \dot{\phi}^2 = \frac{1}{2} * J_r * \frac{\dot{x}^2}{r^2}$$

ENERGÍA POTENCIAL DEL PÉNDULO:

$$E_p = m_p * g * L * \cos \theta$$

$$E_{c4} = \frac{1}{2} * m_p * (L^2 \dot{\theta}^2 + \dot{x}^2 + 2L\dot{x}\dot{\theta} \cos \theta)$$

$$E_{c1} = \frac{1}{2} * m_r * \dot{x}^2$$



- **Donde:**
- **$m_r$ :** masa de la rueda
- **$m_p$ :** masa del péndulo
- **$J_r$  :** Momento de inercia de la rueda
- **$J_p$  :** Momento de inercia del péndulo
- **$r$ :** radio de la rueda
- **$L$ :** distancia del eje de las ruedas al centro de masa del

- **$g$ :** gravedad
- **$x$ :** posición del eje de la rueda
- **$\dot{x}$ :** velocidad del eje de la rueda
- **$\ddot{x}$ :** aceleración del eje de la rueda
- **$\theta$ :** ángulo del péndulo respecto a la vertical
- **$\dot{\theta}$ :** velocidad angular del péndulo respecto a la vertical
- **$\ddot{\theta}$ :** aceleración angular del péndulo respecto a la vertical



# LAGRANGIANO DEL SISTEMA



$$L = \frac{1}{2} \left( m_r + \frac{J_r}{r^2} + m_p \right) \dot{x}^2 + \frac{1}{2} (J_p + m_p L^2) \dot{\theta}^2 + m_p L \dot{x} \dot{\theta} \cos \theta - m_p * g * L * \cos \theta$$

## APLICACIÓN DE EULER-LAGRANGE

Coordenadas generalizadas:

$$q_1 = x$$

$$q_2 = \theta$$

$$\dot{q}_1 = \dot{x}$$

$$\dot{q}_2 = \dot{\theta}$$

Ecuación de Euler-Lagrange con primera coordenada generalizada

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} - \frac{\partial L}{\partial q_1} = F$$

$$\left( m_r + \frac{J_r}{r^2} + m_p \right) \ddot{x} + m_p L \cos(\theta) \ddot{\theta} - m_p L \sin(\theta) \dot{\theta}^2 = F$$

Ecuación de Euler-Lagrange con segunda coordenada generalizada

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} - \frac{\partial L}{\partial q_2} = 0$$

$$(J_p + m_p L^2) \ddot{\theta} + m_p L \cos(\theta) \ddot{x} - m_p g L \sin \theta = 0$$

# LINEALIZACIÓN

$$f_1(\theta) = \cos(\theta)$$

$$f_2(\theta) = \sin(\theta)$$

$$f_3(\dot{\theta}) = \dot{\theta}^2$$

$$f_1(\theta) = \cos(\theta)$$

$$f_1'(\theta) = -\sin(\theta)$$

$$L_1(\theta) = \cos(180) - \sin(180) * (\theta - 0)$$

$$L_1(\theta) = -1 - 0(\theta - 0)$$

$$L_1(\theta) = -1$$

$$f_2(\theta) = \sin(\theta)$$

$$f_2'(\theta) = \cos(\theta)$$

$$L_2(\theta) = \sin(180) + \cos(180) * (\theta - 0)$$

$$L_2(\theta) = 0 - 1(\theta)$$

$$L_2(\theta) = -\theta$$

$$f_3(\dot{\theta}) = \dot{\theta}^2$$

$$f_3'(\dot{\theta}) = 2\dot{\theta}$$

$$L_3(\dot{\theta}) = 0^2 + 2(0)(\dot{\theta} - 0)$$

$$L_3(\dot{\theta}) = 0$$

$$\left(m_r + \frac{J_r}{r^2} + m_p\right)\ddot{x} - m_p L \ddot{\theta} = F$$

$$(J_p + m_p L^2)\ddot{\theta} - m_p L \ddot{x} + m_p g L \theta = 0$$

# REEMPLAZANDO EN LAS ECUACIONES ORIGINALES:

Valores constantes:

- $m_r = 0.005$
- $m_p = 0.272$
- $J_r = 6.3617e - 07$

- $J_p = 6.8000e-04$
- $r = 0.03$
- $L = 0.05$
- $g = 9.81$



## ESPAZIO DE ESTADOS FINAL

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -9.4149 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -192.2493 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 141.1364 \\ 0 \\ 1411.3642 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = 0$$



# CONTROL PID

# DISEÑO DEL CONTROLADOR PID

## GANANCIAS

Ganancias Teóricas

$$\begin{aligned}K_p &= 1.61 \\K_i &= 9.36 \\K_d &= 0.069\end{aligned}$$

## GANANCIAS

Ganancias  
implementadas

$$\begin{aligned}K_p &= 4.1 \\K_i &= 70 \\K_d &= 22\end{aligned}$$

START



# MODELO TEÓRICO



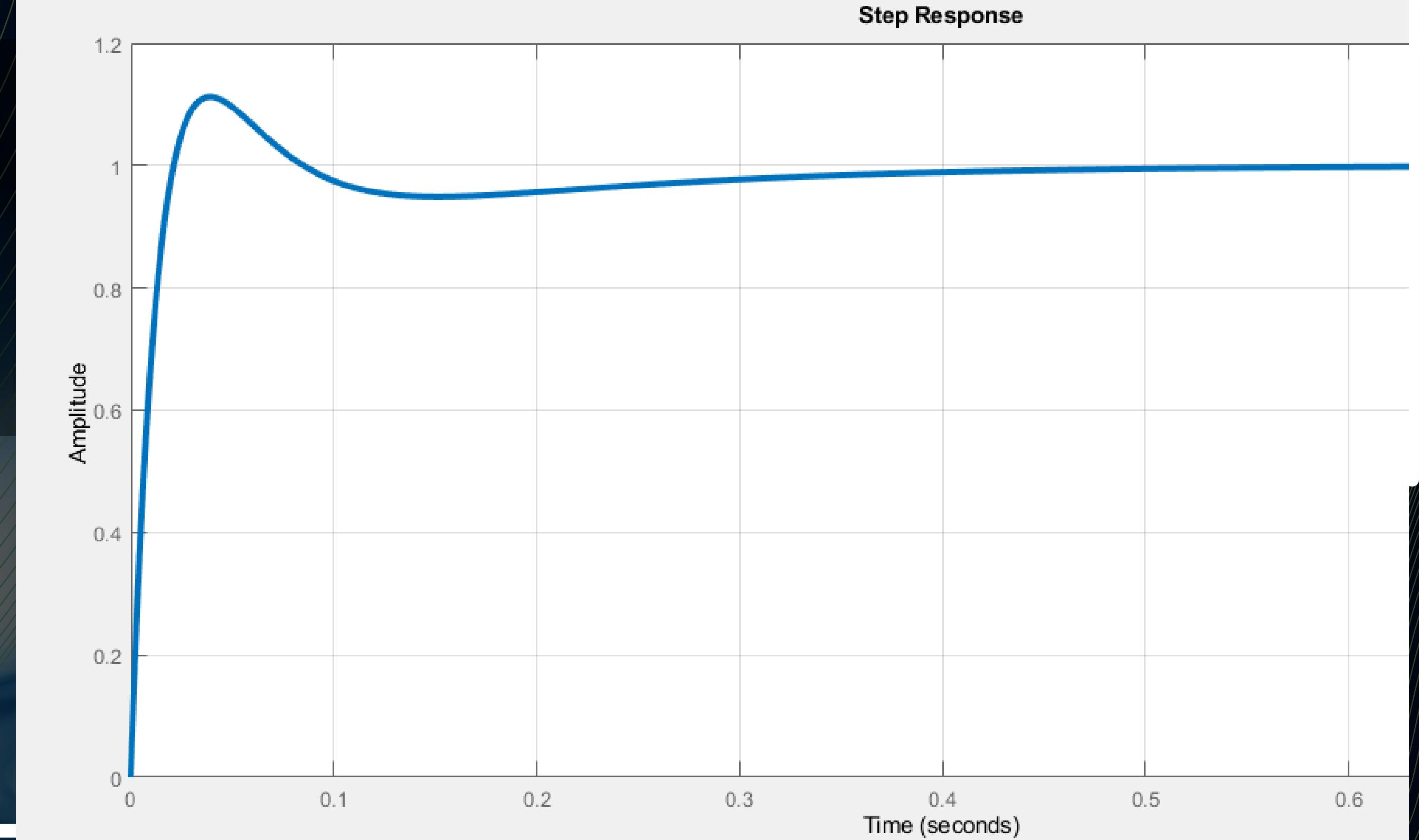
## DESEMPEÑO

$ST = 0.9136 s$

$OS = 11.23\%$

$RT = 0.0152 s$

$SSE = 0\%$





# MODELO

# IMPLEMENTADO



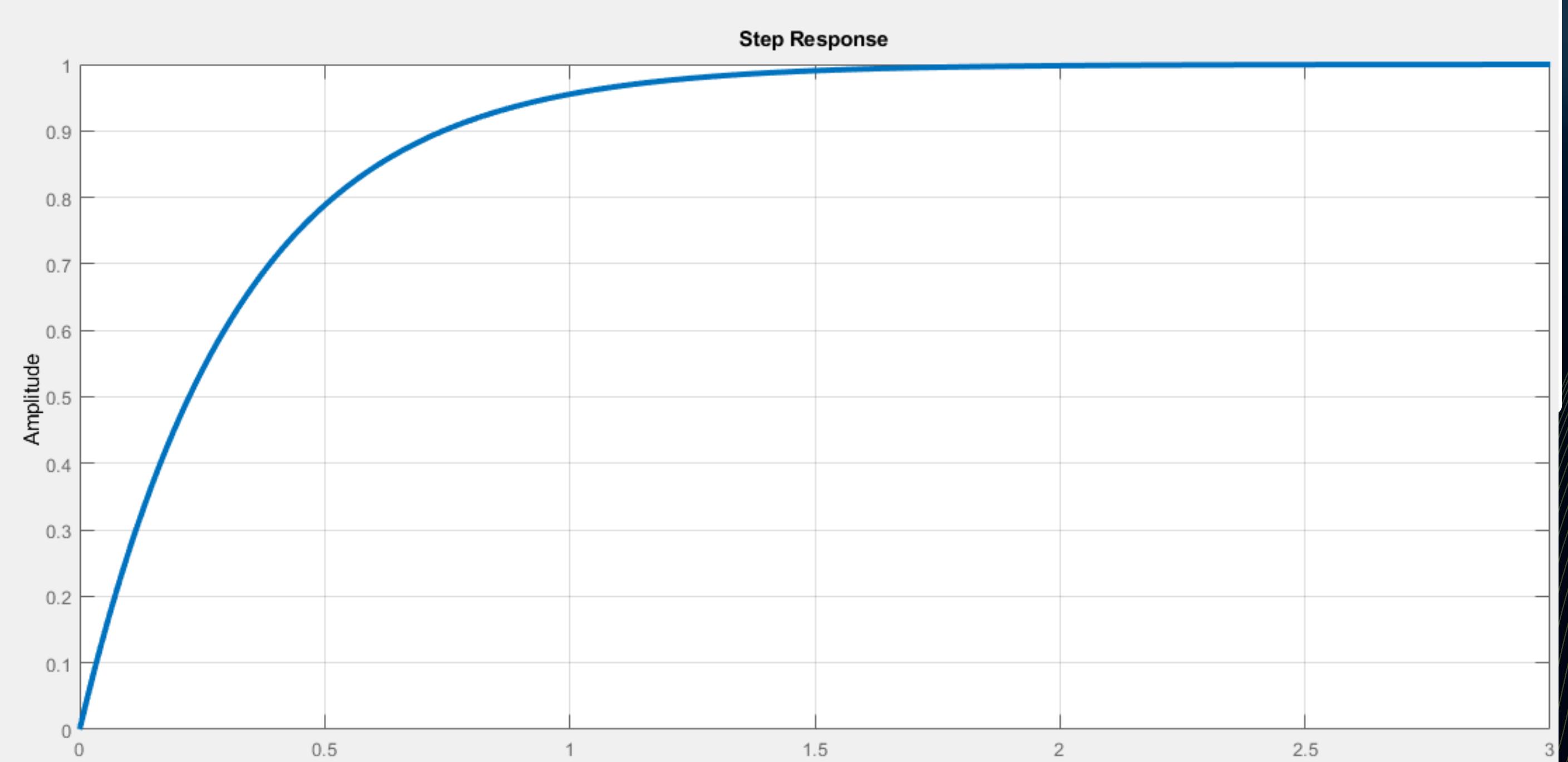
## DESEMPEÑO

$ST=1.26 \text{ s}$

$OS=0\%$

$RT=0.707 \text{ s}$

$SSE= 0\%$





# control lqr



# DISEÑO DEL CONTROLADOR LQR

## GANANCIAS

Ganancias Teóricas

$K =$

1.0000  
0.1543  
-0.0194  
-0.0047

## GANANCIAS

Ganancias implementadas

$K =$

0.7500  
0.9000  
-0.0330  
-0.5000

START



# MODELO TEÓRICO



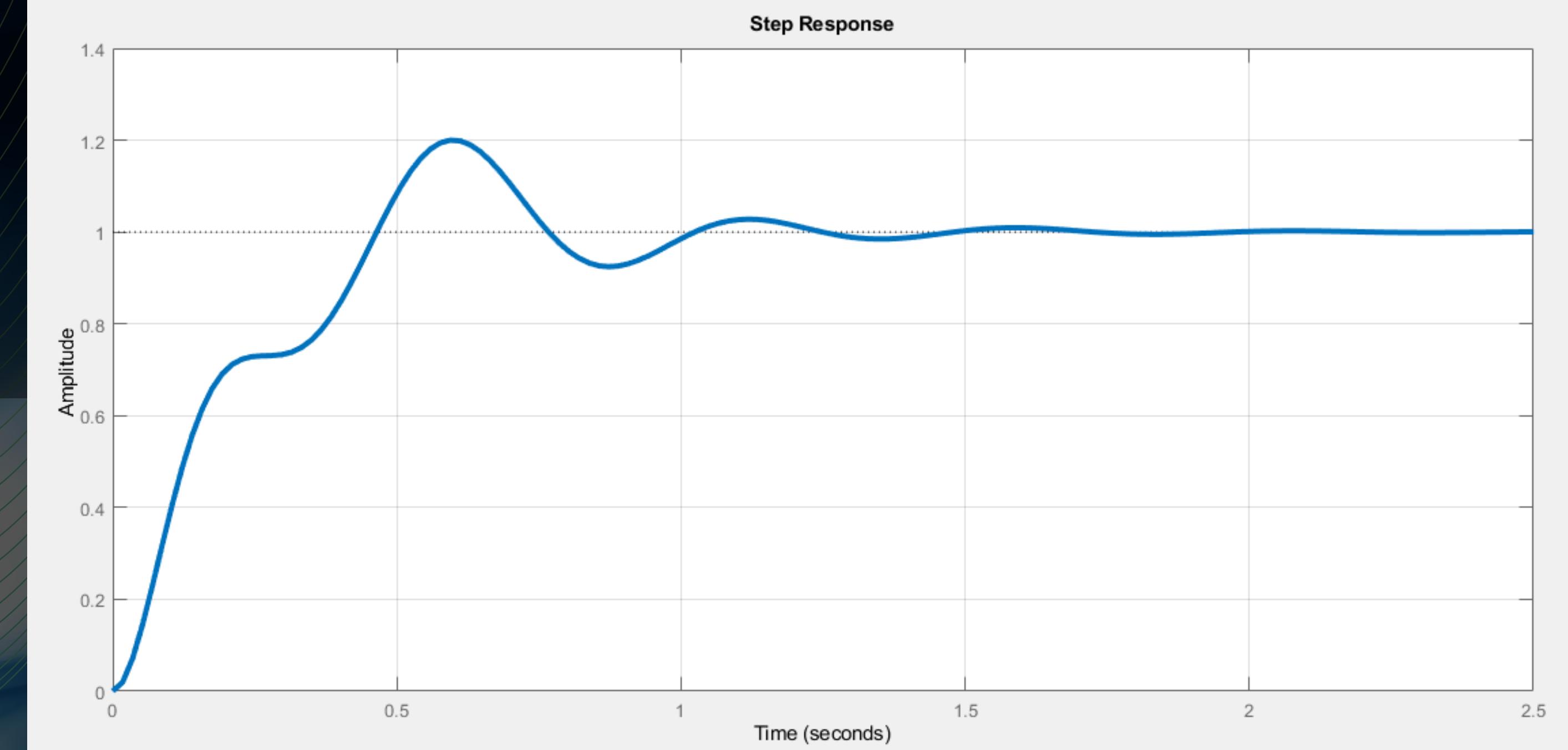
## DESEMPEÑO

$ST=1.1772 \text{ s}$

$OS=20.0\%$

$RT=0.382 \text{ s}$

$SSE= 0\%$





# MODELO

# IMPLEMENTADO



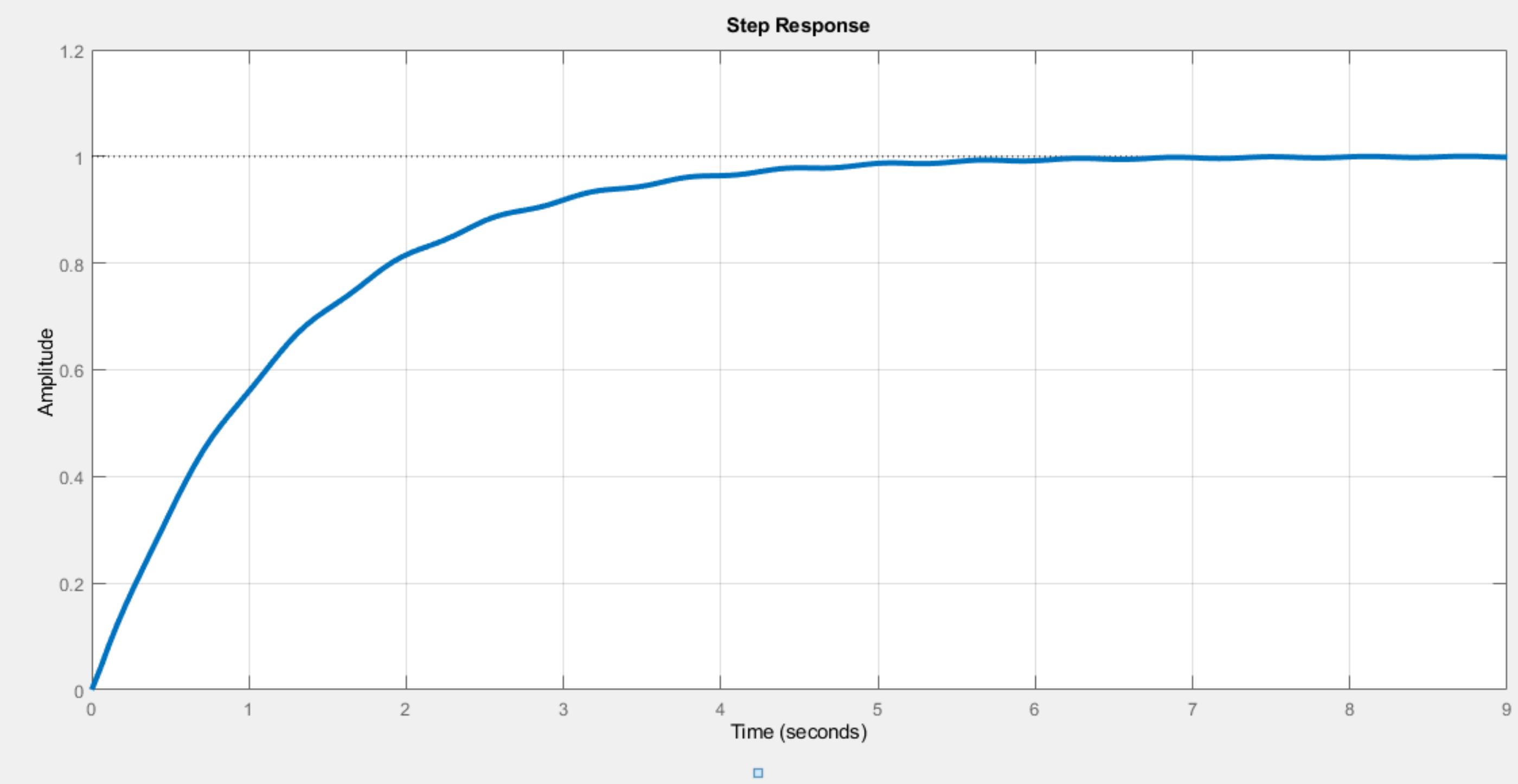
## DESEMPEÑO

$ST=4.7761 \text{ s}$

$OS=0.052\%$

$RT=2.635 \text{ s}$

$SSE= 0\%$





**CONTROL LQ5**

# DISEÑO DEL CONTROLADOR LQG

GANACIAS  
DE KALMAN

$$L = \begin{bmatrix} 15.4392 \\ 119.3145 \\ 83.9627 \\ 901.8994 \end{bmatrix}$$

GANACIAS  
DEL LQR

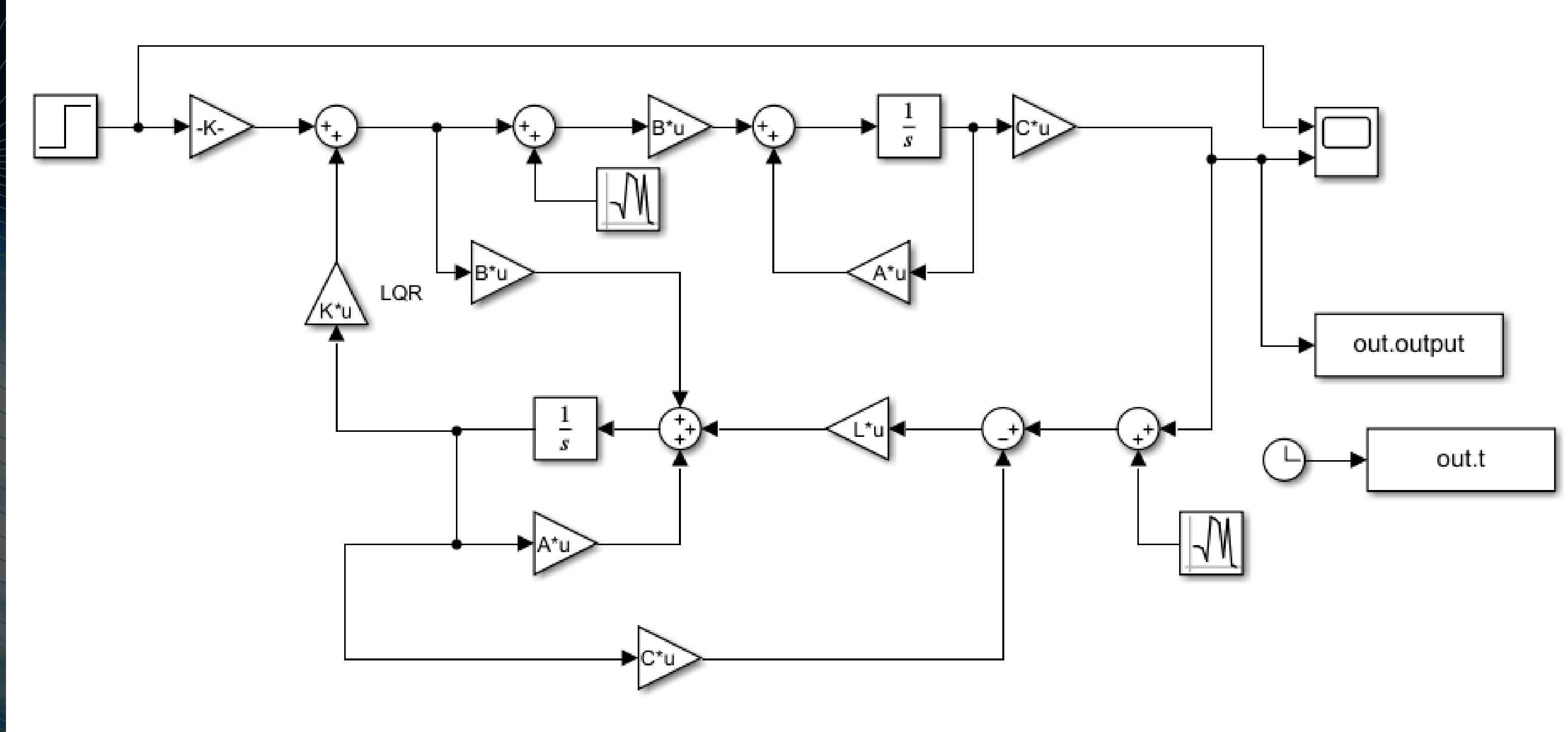
$$K = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.1543 \\ -0.0194 \\ -0.0047 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 1.1220 \\ 1.6800 \\ -5.2760 \\ -0.7190 \end{bmatrix}$$

Teórico    Implementado



# MODELO SIMULINK





# MODELO TEÓRICO



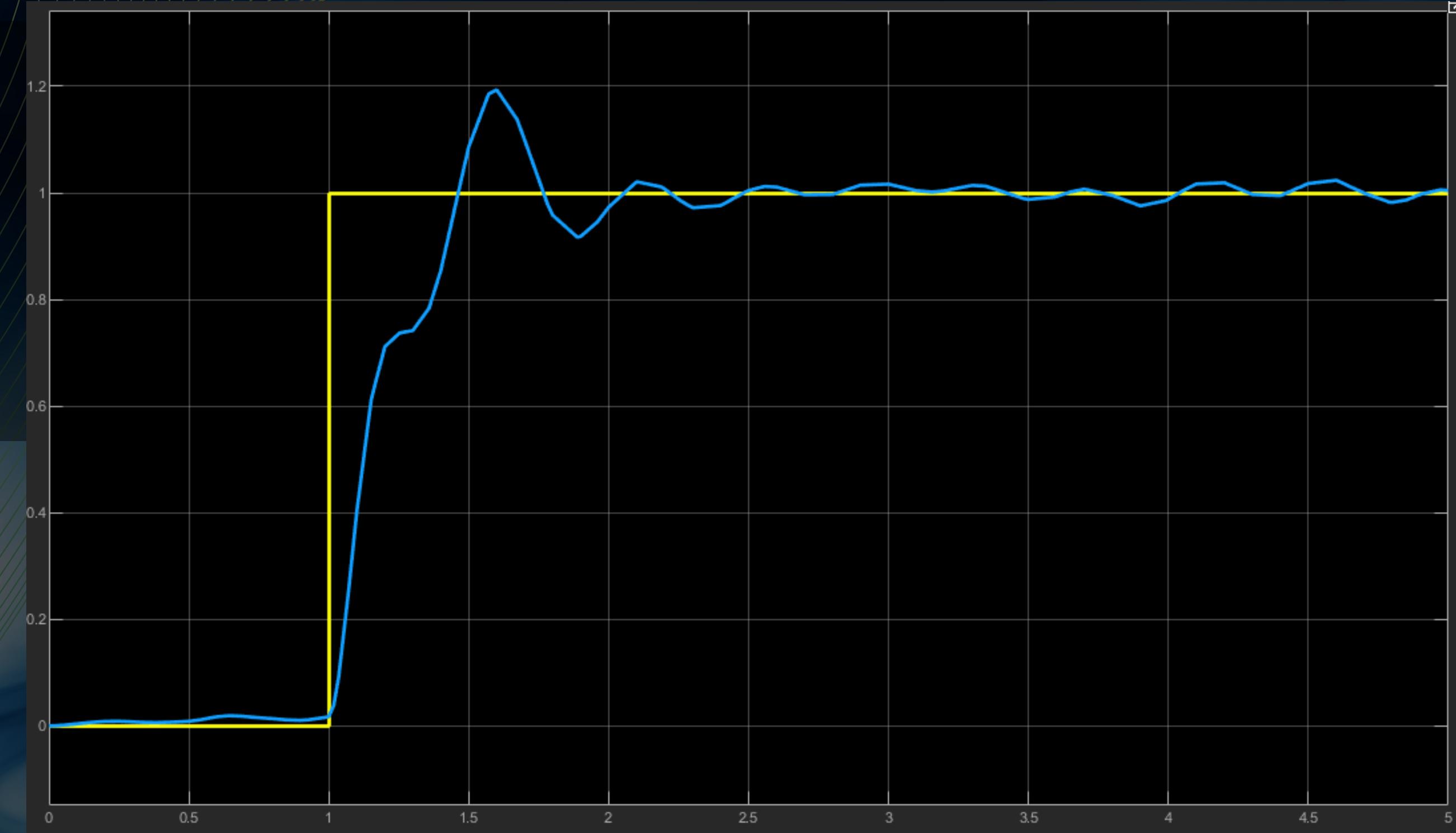
## DESEMPEÑO

$ST=4.833 \text{ s}$

$OS=18.45\%$

$RT=0.384 \text{ s}$

$SSE= 2.4\%$





# MODELO IMPLEMENTADO



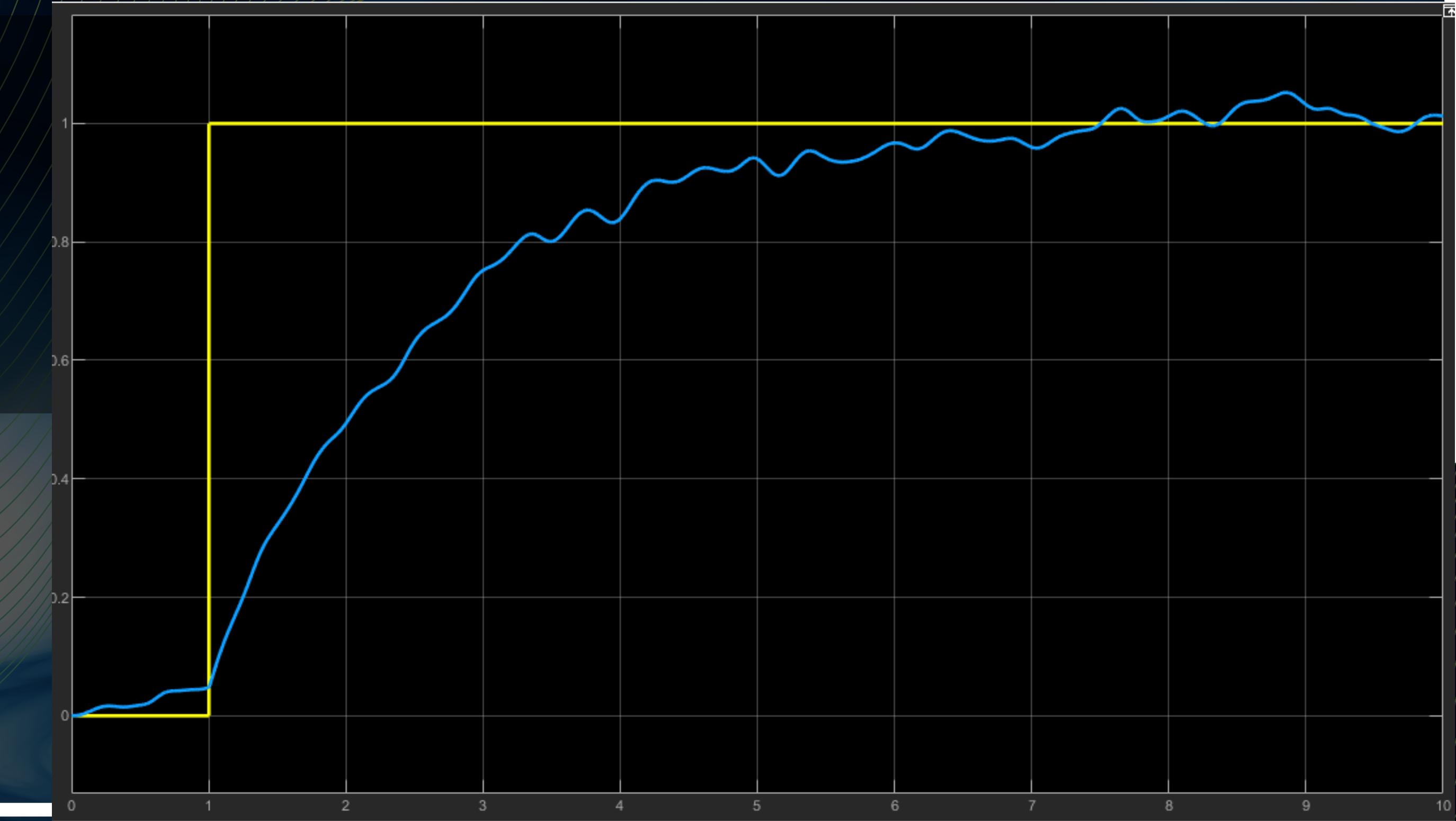
## DESEMPEÑO

$ST=8.36\text{ s}$

$OS=4.787\%$

$RT=3.357\text{ s}$

$SSE= 5.1\%$



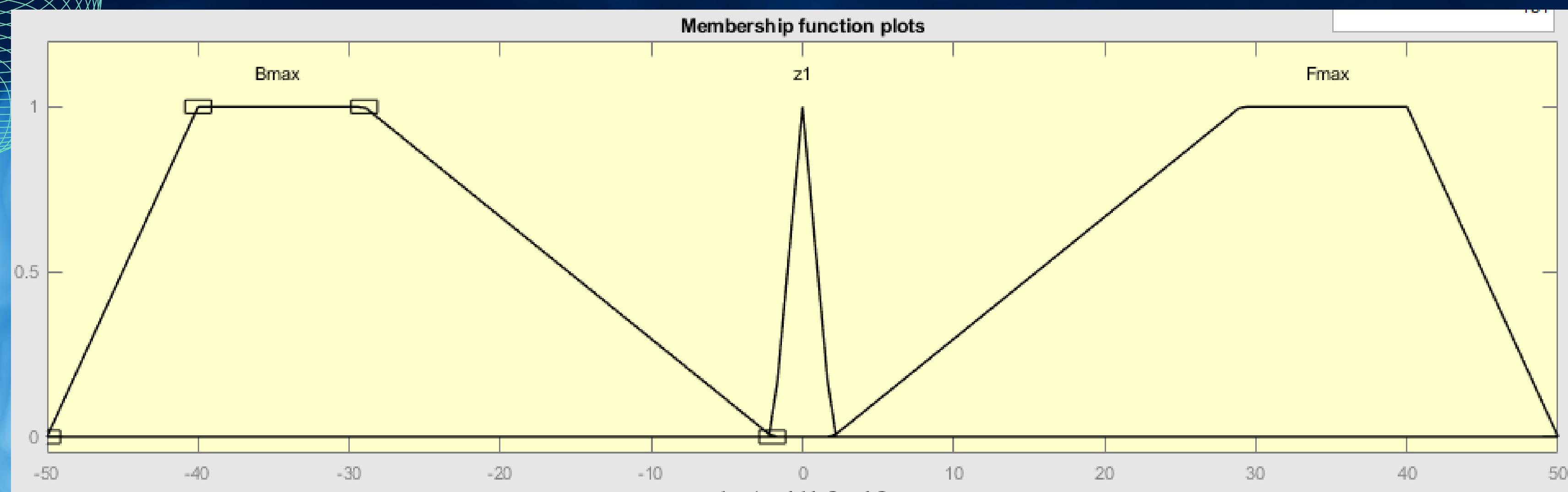


# CONTROL DIFUSO



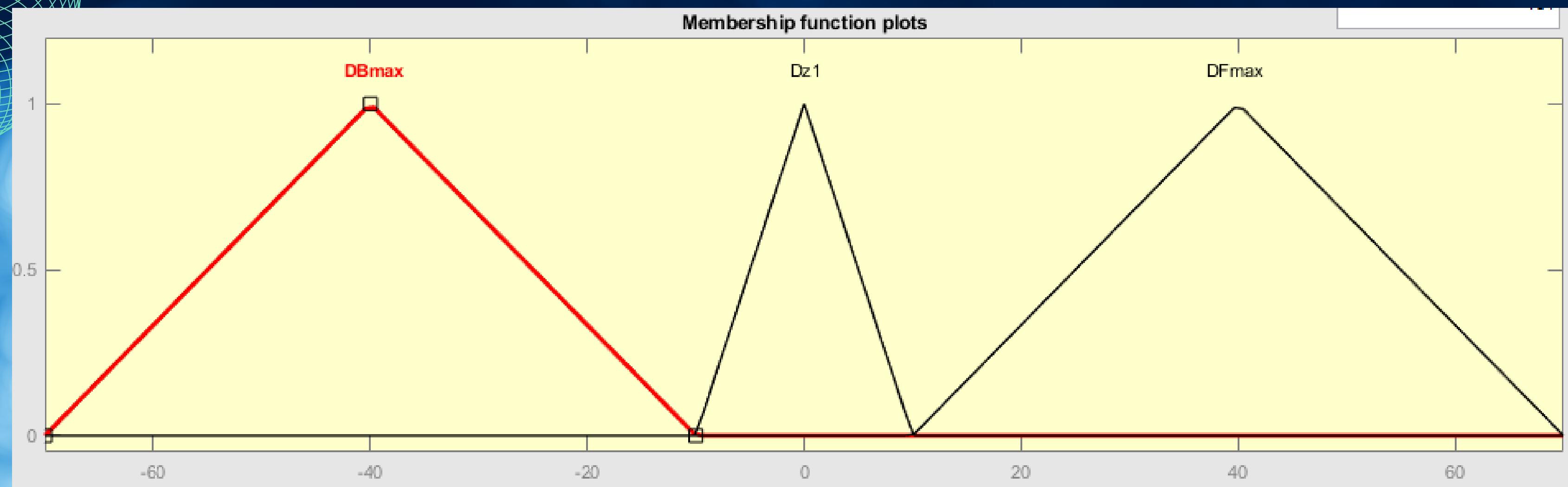
# FUNCIONES DE MEMBRESÍA

## Angle (Input)



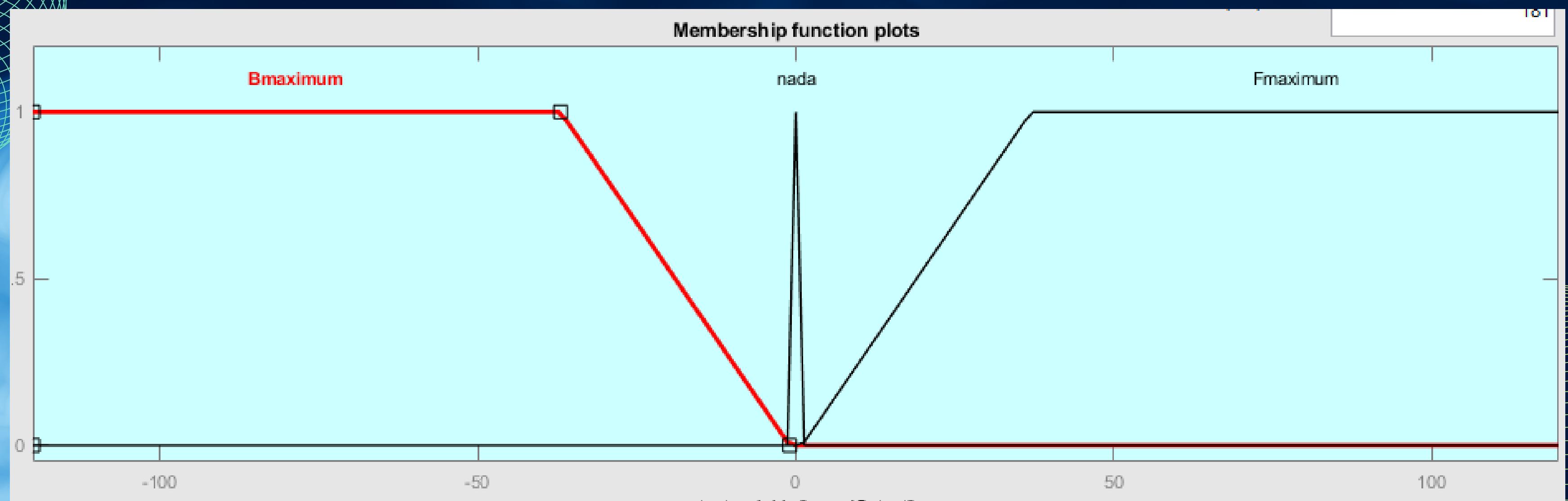
# FUNCIONES DE MEMBRESÍA

## Dangle (Input)



# FUNCIONES DE MEMBRESÍA

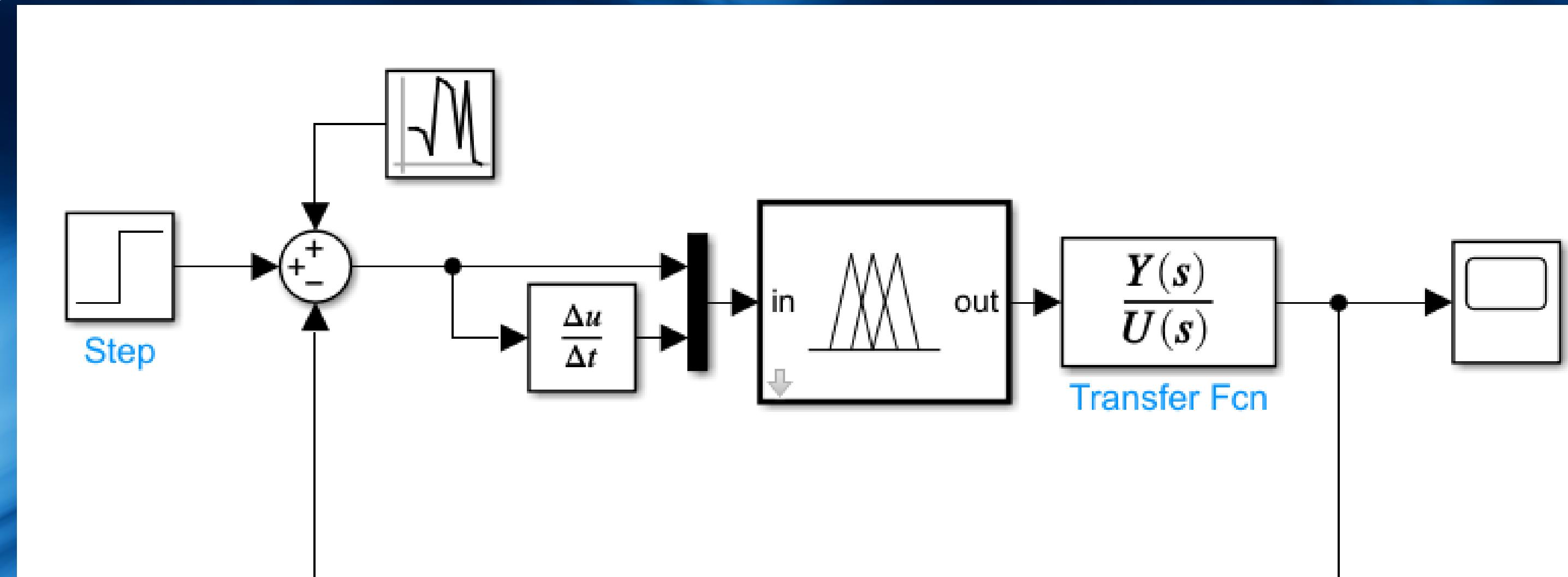
## SpeedOutput (Output)



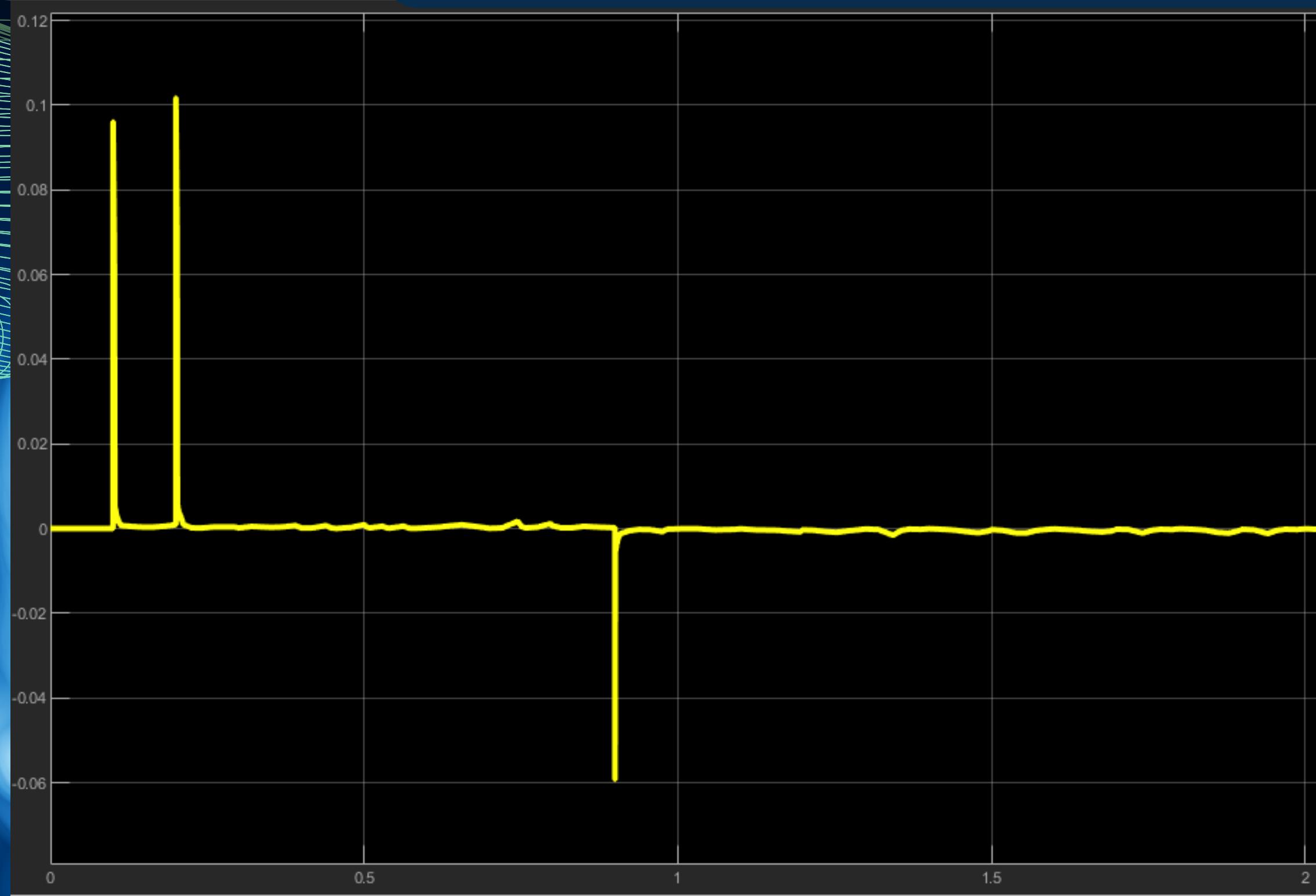
# BASE DE CONOCIMIENTO (REGLAS)

REGLAS	Angle		
	Bmax	Z1	Fmax
Dangle	DBmax	Bmaximum	Bmaximum
	DZ1	Bmaximum	nada
	Dfmax	Fmaximum	Fmaximum

# SIMULACIÓN E IMPLEMENTACIÓN DE CONTROL DIFUSO



# SIMULACIÓN E IMPLEMENTACIÓN DE CONTROL DIFUSO



DESEMPEÑO

$ST=0.950 \text{ s}$   
 $OS=10.12\%$   
 $RT=0.067 \text{ s}$   
 $SSE= 2\%$



# **ANÁLISIS COMPARATIVO**

# TABLA COMPARATIVA TEÓRICA DE LOS CONTROLADORES

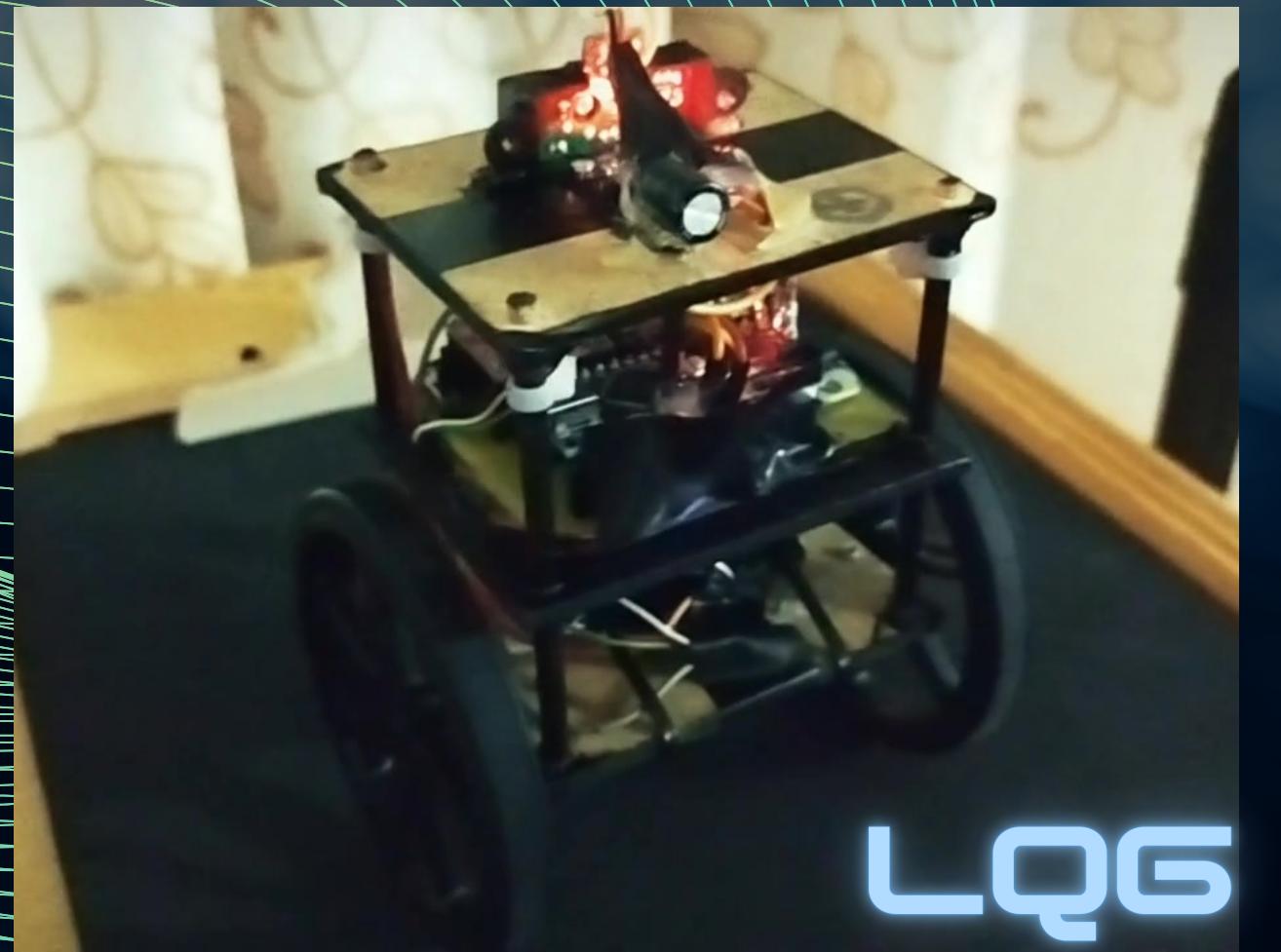
DATOS	CONTROL PID	CONTROL LQR	CONTROL LQG	CONTROL DIFUSO
settling time	0,913s	1,1772s	4,833s	0.950
Overshoot	11,23%	20,00%	18,45%	10.12%
Rising time	0,0152s	0,382s	0,384s	0.067s
SSE	0%	0%	2,40%	2%

# TABLA COMPARATIVA DE LOS CONTROLADORES IMPLEMENTADOS

DATOS	CONTROL PID	CONTROL LQR	CONTROL LQG	CONTROL DIFUSO
settling time	1.26s	4.7761s	8.36s	1
Overshoot	0%	0.052%	4.787%	0%
Rising time	0.707s	2.635s	3.357s	0.5
SSE	0%	0%	5.1%	0%

# TABLA COMPARATIVA CUALITATIVA DE LOS CONTROLADORES

CONTROLADORES	IMPLEMENTACIÓN	EFICIENCIA	ROBUSTEZ
CONTROL LQG	Compleja y pesada de procesar para el Mcu (arduino nano) y algo complicada de sintonizar.	Consigue mantener la verticalidad como también el desplazamiento.	Tiene una buena respuesta ante perturbaciones externas como también las del mismo sistema.
CONTROL DIFUSO	Implementación sencilla pero con una codificación extensa.	Se mueve lo necesario para mantener la verticalidad, pero no controla el desplazamiento.	Es el mejor ante perturbaciones pequeñas y medias, pero no soporta empujones fuertes.
CONTROL LQR	Complicaciones al presentar dos entradas (desplazamiento, inclinación) y complicado de sintonizar.	Tiene movimientos un poco bruscos que causan inestabilidad en el sistema. Tiene un precario control de su posición.	Es inestable ante medianas perturbaciones y tiene un alto grado de error en el funcionamiento.
CONTROL PID	Sencilla y fácil de entender Una sola variable de entrada (ángulo).	Consigue quedarse vertical, pero se desplaza sin control.	Es inestable ante perturbaciones medias y altas.



LQR

# FUNCIONAMIENTO



# CONCLUSIÓN

CONTROL  
IMPLEMENTADO MÁS  
ADECUADO:

CONTROL LQG



# ¡GRACIAS!

