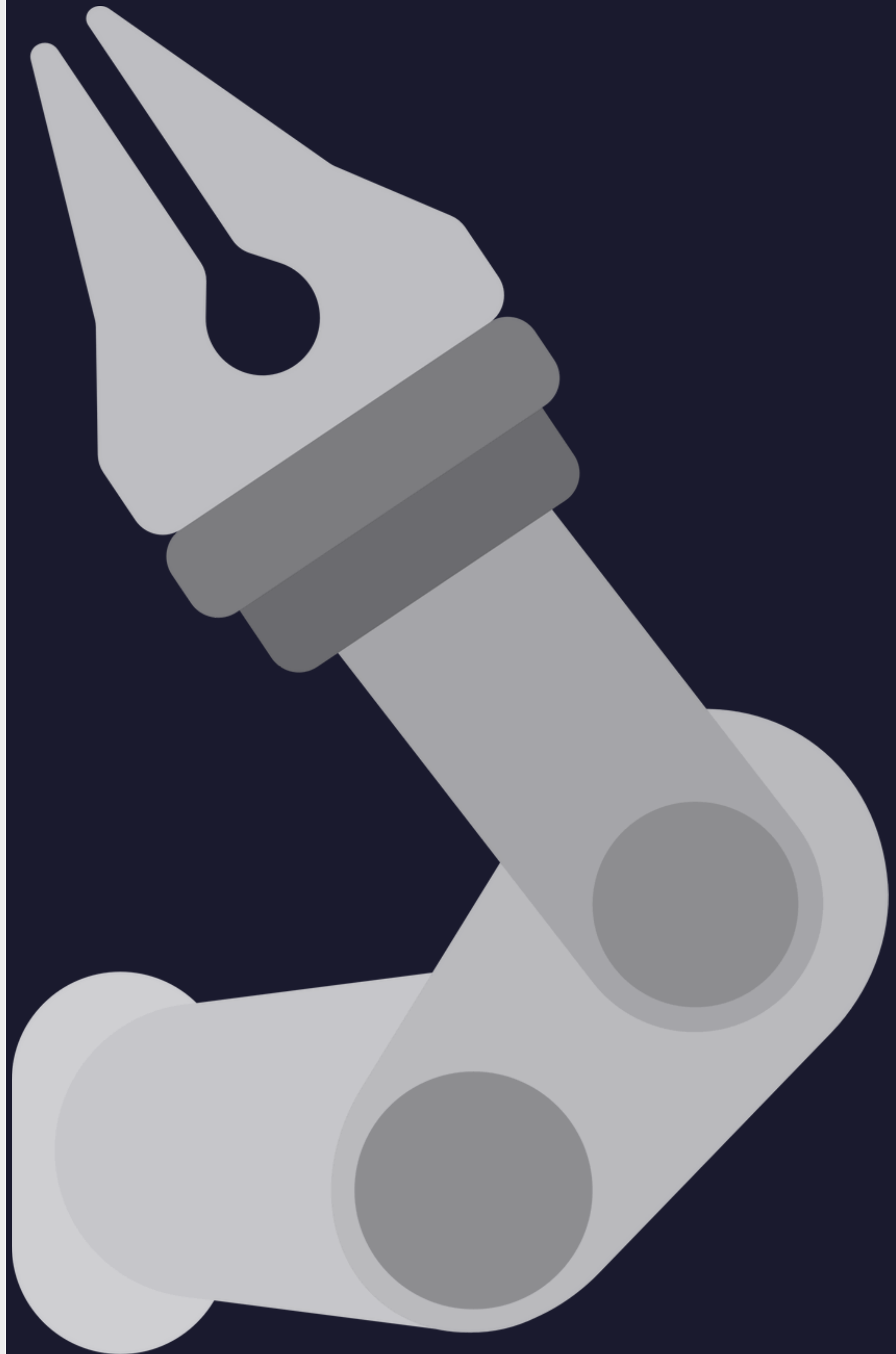
Ingeniería de Control

DINÁMICA DE MANIPULADOR 2DoF



Ramón Herrera
Carlos Aguilar
Fabricio Berdeja
Brayan Durán
Pablo Butron
Sandro Murillo
Daniel Alcázar

¿Qué representan las variables 'q' y sus derivadas en el tiempo?

Ecuación generalizada para manipuladores de 2 grados de libertad:

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau$$

Variables

$$q = \begin{bmatrix} \theta 1 \\ \theta 2 \end{bmatrix}$$

Coordenadas generalizadas

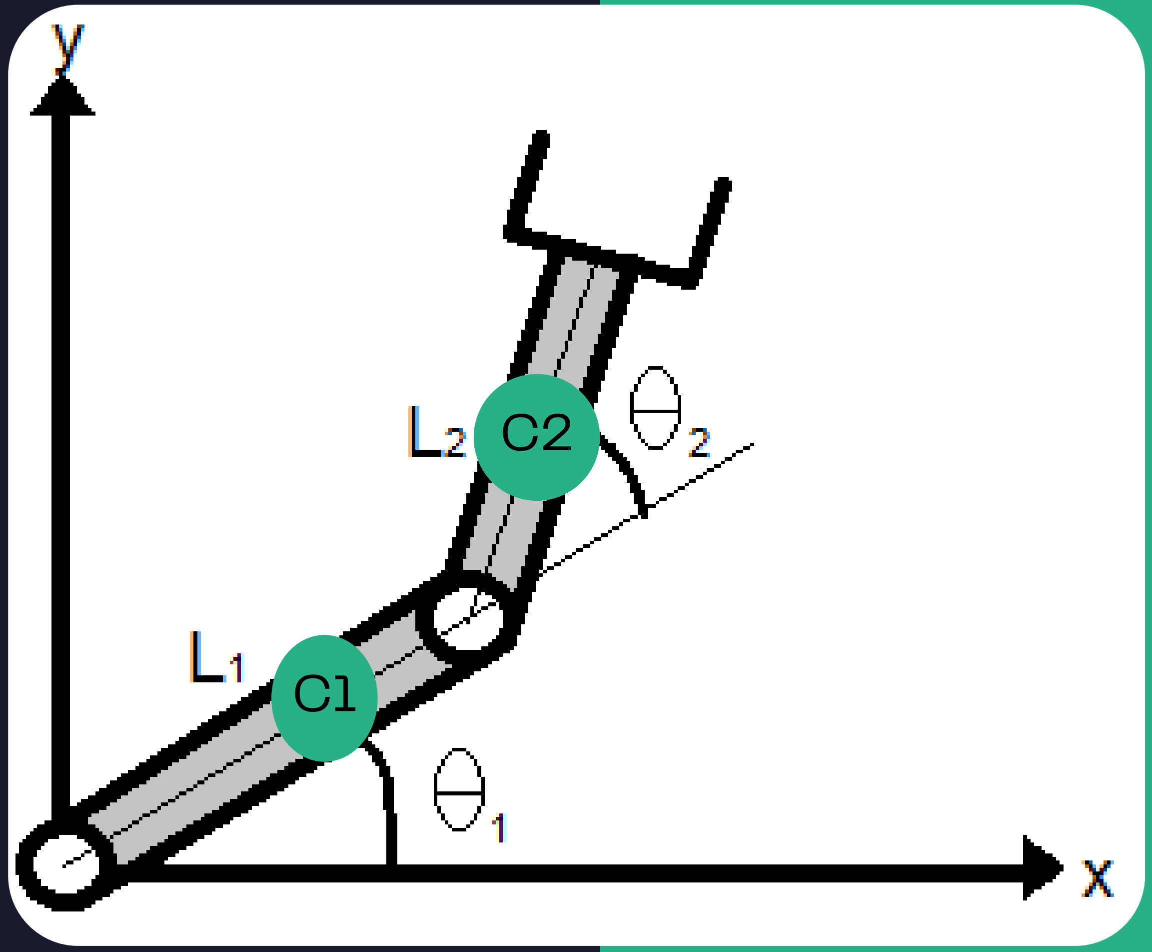
$$q' = \begin{bmatrix} \theta' 1 \\ \theta' 2 \end{bmatrix}$$

Velocidad de links

$$q'' = \begin{bmatrix} \theta'' 1 \\ \theta'' 2 \end{bmatrix}$$

Aceleración de links

Variables asociadas



¿Qué significa M(q)?

M(q) es la matriz de inercia del manipulador, también llamada matriz de masa.

- Describe cómo la masa del sistema se distribuye y cómo esa distribución afecta el movimiento.
- Relaciona las aceleraciones articulares con los torques requeridos.
- Depende de la forma, longitudes y masas de los eslabones.
- Cambia con la postura del robot.

$$M(q) = \begin{bmatrix} m_{11}(q) & m_{12}(q) \\ m_{21}(q) & m_{22}(q) \end{bmatrix}$$

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}$$

donde cada término representa la inercia efectiva por cada articulación.

Por que C(q,q') depende del movimiento?

Posición Articular (q): La configuracion geometrica del robot determina la distribucion de la masa y por lo tanto como varia las fuerzas centrifugas y las fuerzas Coriolis.

Velocidad articular (q'): Esta fuerza es directamente proporcional a las velocidades, estas siendoel cuadrado de las velocidades angulares en centrifuga y el producto de dos velocidades angulares en Coriolis.

C(q,q') representa los pares causados por la velocidad, es el termino de Coriolis

$$\mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) = \begin{pmatrix} -\mathrm{m}_2 \sin(q_2)\dot{q}_2 & -\mathrm{m}_2 \sin(q_2)(\dot{q}_1+\dot{q}_2) \\ \mathrm{m}_2 \sin(q_2)\dot{q}_1 & 0 \end{pmatrix}$$

Donde:

- q_1 y q_2 son los ángulos de las articulaciones (componentes de $\mathbf{q}$).
- $\dot{q}_1$ y $\dot{q}_2$ son las velocidades angulares (componentes de $\dot{\mathbf{q}}$).
- m_2 es un coeficiente que representa la masa y las longitudes del segundo eslabón, y es constante.

$$\tau_C = \begin{pmatrix} [-\mathrm{m}_2 \sin(q_2)\dot{q}_2]\,\dot{q}_1 + [-\mathrm{m}_2 \sin(q_2)(\dot{q}_1+\dot{q}_2)]\,\dot{q}_2 \\ [\mathrm{m}_2 \sin(q_2)\dot{q}_1]\,\dot{q}_1 + 0 \end{pmatrix}$$

¿Por qué la gravedad hace que el brazo sea dificil de controlar?

Vector G(q)

- Contiene los torques gravitacionales para cada eslabón.
- NO es constante.
- En función de la orientación y distancia de la palanca.

G(q)=[g1(q1,q2),g2(q2)]

Equilibrio inestable

- Como un péndulo invertido.
- Mantener postura.
- Compensar perturbaciones.
- Evitar colapsos.

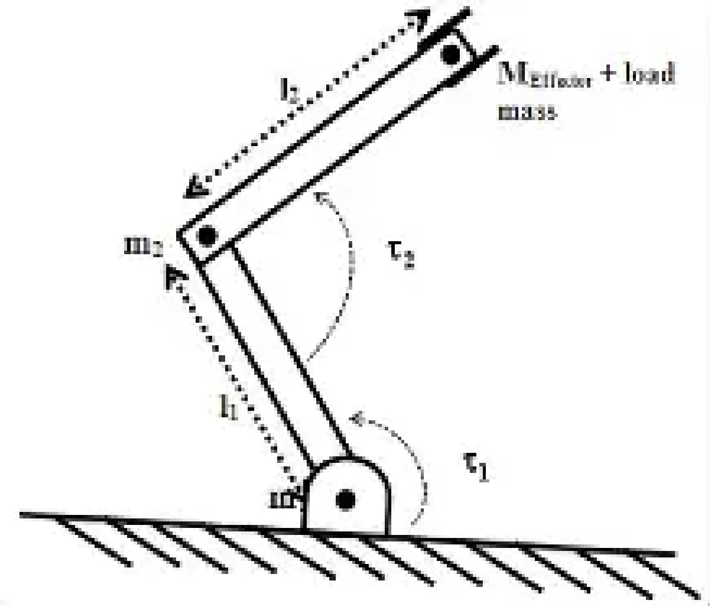
τ=m g l sin(θ)

Costo de energía requerido

- **Mayor costo en posiciones horizontales.**
- **Energía constante.**
- **Motores más fuertes.**
- **Torque sin movimiento.**

$$G(q) = \begin{bmatrix} g_1(q_1, q_2) \\ g_2(q_1, q_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(m_1\, l_{c1} + m_2\, l_1\right) g\ \sin(q_1)\ +\ m_2\, l_{c2}\, g\ \sin(q_1 + q_2) \\ m_2\, l_{c2}\, g\ \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix}$$

Acoplamientos entre articulaciones



- Acoplamiento inercial
- Acoplamiento centrífugo
- Acoplamiento por efectos de Coriolis
- Acoplamiento por gravedad
- Acoplamiento geométrico