PLAN FÜR DIE WOCHE 4 DES VORKURSES MATHEMATIK

DR. KATHRIN MAURISCHAT

Vorweg: Dieser Wochenplan... ist ein Konzeptvorschlag, den Ihre Tutoren und Sie nach den Bedürfnissen Ihres Tutoriums anpassen können. Es macht zum Beispiel keinen Sinn, in die Tiefen von Vektorräumen abzutauchen, bevor man sattelfest lineare Gleichungssysteme löst.
Dieser Vorkurs wird von Teilnehmern vieler Studiengänge besucht. Und es ist klar, dass z.B. Mathematik- oder Physikstudierende einen anderen Anspruch an den Kurs haben als Studierende von Fachrichtungen, die Mathe nur als kleines Nebenfach kennenlernen. Allen wird dieser Wochenplan gerecht, wenn die letzteren zusammen mit ihren Tutoren auch mal etwas auslassen.
Auch dieser Woche behandeln wir Themen, die Ihnen aus der Schule größtenteils vertraut sein dürften. Aber wie in den vergangen Wochen sehen wir diese Inhalte nun aus Hochschulsicht konzeptioneller und komprimierter. Dazu benötigen wir auch ein paar neue Begriffe, die die meisten von Ihnen noch nicht kennen werden.

Weshalb sind die Videos nicht gleich an dieser Stelle verlinkt? Das hat zwei Gründe.
Zum einen schafft die Anordnung nach Themengebieten in Moodle Ordnung im thematischen Zusammenhang. Die Videos sind praktischer aufzufinden, wenn Sie später im Kurs noch mal auf ein Video zurückgreifen wollen.
Zum anderen ist es technisch schlicht nicht immer möglich, alle Funktionalitäten zu realisieren, die man sich wünscht.

In der dritten Woche... bearbeiten wir den dritten großen Themenblock, nämlich die lineare Algebra. Diese befasst sich grundlegend mit „Linearität", einem der wichtigsten mathematischen Konzepte überhaupt. Eine Abbildung f heißt linear, wenn stets $f(v+w) = f(v) + f(w)$ und ebenso $f(\lambda v) = \lambda f(\lambda)$ gilt für alle λ aus einem Körper und Vektoren v und w. Das heißt, Linearität erhält Summen und Vielfache und ist somit etwas sehr Starres. Trotzdem oder gerade deswegen kommt dieses Konzept in allen Bereichen dauernd vor. In der Geometrie z.B. bei Streckungen und Drehungen.
Die Grundlagen und einfachsten Beispiele sind Ihnen im Prinzip aus der Schule vertraut: Lineare Gleichungssysteme und euklidische Geometrie.
Vielleicht wehren Sie sich anfangs dagegen, dass wir Wert darauf legen, nicht nur die Vektorräume $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$ zu betrachten, sondern mindestens den $\mathbb{R}^n$ für beliebiges $n \in \mathbb{N}$. Aber sobald wir die geometrische Anschauung beiseite lassen, finden wir diese Konzepte an ganz vielen Stellen in Wissenschaft und Anwendung. Und dort sind z.B. lineare Gleichungssysteme mit nur zwei oder drei Variablen die Ausnahme. In der Künstlichen Intelligenz haben Systeme auch mal eine Million Stellen – und können genau so behandelt werden, wie die vertrauten mit drei.

Lineare Gleichungssysteme I. Lineare Gleichungssysteme (LGS) bestehen aus mehreren Gleichungen in mehreren Unbestimmten, wobei die Unbestimmten nur linear auftreten, also nicht in Produkten untereinander. Solche LGS können zum Beispiel mit dem Gauß-Algorithmus sehr konzeptionell gelöst werden.
Auch Rechner kommen mit linearen Gleichungssystemen besonders gut zurecht, deshalb versucht man in der Anwendung wann immer möglich, Rechnungen auf LGS zurückzuführen.

Vektorräume. Mit den Vektorräumen entdecken wir die Struktur hinter den LGS. Die Ihnen vertrauten Räume $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$ sind Vektorräume, aber man kann den Begriff viel abstrakter fassen. Dann kommt man zu neuen Begriffen wie Untervektorräumen, linearer Abhängigkeit und Unabhängigkeit sowie Basen. Dafür bekommt man aber dann einen handfesten Begriff z.B. Dimension.

Lineare Gleichungssysteme II und Matrizen. Mit Vektorraumbegriffen beschreiben wir nun die Lösungsmengen von linearen Gleichungssystemen konzeptionell. Dabei bietet sich auch eine neue Schreibweise der LGS mithilfe von Matrizen an.

Euklidische Räume. Hier kehren wir zurück zur geometrischen Anschauung. Durch das (euklidische Skalarprodukt) haben wir Begriffe wie Längen, Abstand, Winkel und Orthogonalität zur Verfügung. Wir beweisen zum Beispiel den Kosinussatz, beschäftigen uns mit Normalformen von Geraden und Ebenen und deren Lagebeziehungen.

Videos – Tagespläne

Montag, 19. Oktober.

- LGS 1 Motivation.mp4
- LGS 2 Definition.mp4
- LGS 3 Gauss-Algorithmus.mp4
- LGS 4 Begleitmatrix.mp4
- LGS 5 mit Parameter.mp4
- Vektorraum 1 Ebene Raum Vektorraum.mp4

Dienstag, 20. Oktober.

- Vektorraum 2 Beispiele.mp4
- Vektorraum 3 Untervektorraum.mp4
- Vektorraum 4 Erzeugendensysteme.mp4
- Vektorraum 5 lineare Unabhängigkeit.mp4
- Matrix 1 Definition.mp4

Mittwoch, 21. Oktober.

- Vektorraum 6 Basen.mp4
- Vektorraum 7 Dimension.mp4
- Vektorraum 8 Basis 2.mp4
- Vektorraum 9 Geraden und Ebenen.mp4 (Parameterform)
- Matrix 2 Matrix-Vektor-Produkt.mp4 (mit Linearität, Matrix-Darstellung eines LGS)

Donnerstag, 22. Oktober.

- Matrix 3 LGS II homogen.mp4 (Struktur der Lösungen von homogenen LGS)
- Matrix 4 LGS II inhomogen.mp4 (allgemeine Struktur der Lösung eines LGS)
- Euklid VR 1 Skalarprodukt und Norm.mp4
- Euklid VR 2 Skalarprodukt und Cosinus.mp4
- Euklid VR 3 Anwendungen Skalarprodukt.mp4

Freitag, 23. Oktober.

- Euklid VR 4 Abstand Punkt Gerade.mp4 (in der Ebene)
- Euklid VR 5 Gerade Normalform.mp4
- Euklid VR 6 Ebene Normalform.mp4
- Euklid VR 7 Gerade Ebene im R3.mp4
- Euklid VR 8 Ebene Ebene im R3.mp4