Die Implikation $A \Rightarrow B$ ist wahr, auch wenn A und B als „falsch" bewertet sind.

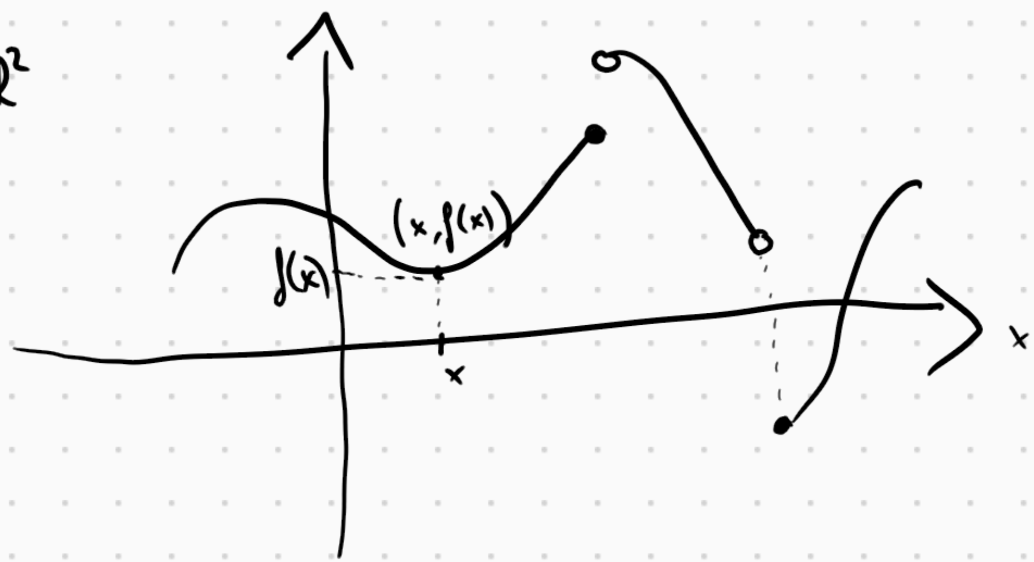
Bsp:

$\text{Flkt} \quad f : D \longrightarrow M \,, \quad x \longmapsto f(x)\,.$

$$\text{Graph}(f) = \{ (x, f(x)) \mid x \in D \} \subsetneq D \times M$$

$D \subseteq \mathbb{R} \,, \quad M \subseteq \mathbb{R}$

$\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$



Die Identität, oder auch identische Abbildung:

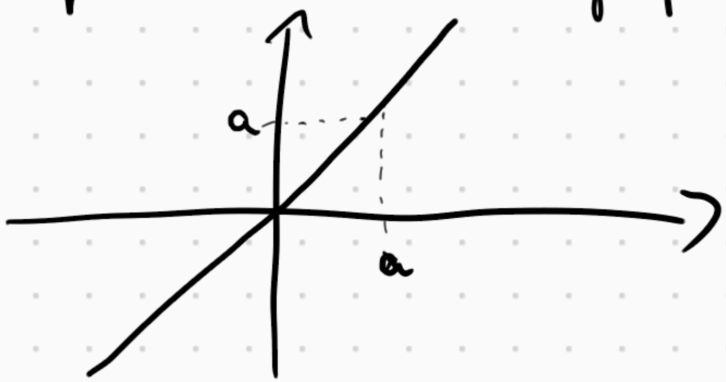
Abb einer Menge $M \neq \emptyset$ auf sich selbst,

$$\begin{aligned} id_M : M &\longrightarrow M \\ x &\longmapsto x \end{aligned}$$

so, dass jedes Element festbleibt.

Bsp: für $M = \mathbb{R}$ $\Rightarrow$ $\mathrm{Graph}(id_{\mathbb{R}}) = \{ (x, id_{\mathbb{R}}(x)) \mid x \in \mathbb{R} \}$

$$= \{ (x, x) \mid x \in \mathbb{R} \}$$



Das Urbild eines Funktionswertes:

$$f : D \longrightarrow M$$

Sei $y \in M$. Urbild von y : $f^{-1}(\{y\}) = \{x \in D \mid f(x) = y\}$

Sei $T \subseteq M$. Urbild von T : $f^{-1}(T) = \{x \in D \mid f(x) \in T\}$

<u>Bsp</u>: $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \longmapsto x^2$

$f^{-1}(y) = \{\sqrt{y}, -\sqrt{y}\}$

$f^{-1}(\tilde{y}) = \{\ \} = \emptyset$.

$f^{-1}(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$

Kartesisches Produkt zweier Mengen:

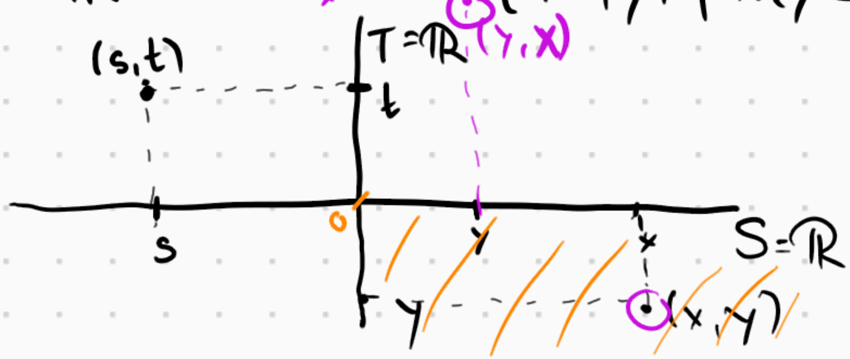
S, T

$$S \times T = \{ \underbrace{(s,t)}_{\text{i.A.} \neq (t,s)} \mid s \in S,\ t \in T \}$$

- $S = \{1, 2\},\ T = \{3, 4\} \Rightarrow S \times T = \{ (1,3); (1,4); (2,3); (2,4) \}$

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

- $S = \mathbb{R},\ T = \mathbb{R} \Rightarrow S \times T = \{ (x,y) \mid x, y \in \mathbb{R} \} = \mathbb{R}^2$



$\mathbb{R}_{>0} \times \mathbb{R}_{<0} = \{ (x,y) \mid x > 0 \wedge y < 0 \}$

$$S \times T \times U = \{(s,t,u) \mid s \in S,\ t \in T,\ u \in U\}$$

<u>Umkehrfkt</u> zu $f: D \to M$ ist eine Fkt $g: M \to D$

so, dass

- $g \circ f : D \to D$, $\quad g \circ f = \underline{id_D}$.
- $f \circ g : M \to M$, $\quad f \circ g = \underline{id_M}$.

$(\forall x \in \mathbb{Z}\ \exists y \in \mathbb{Z} : x > y)$ wahr oder falsch

Ist wahr, denn mit $x \in \mathbb{Z}$ ist $(x-1) \in \mathbb{Z}$ und $x > x-1$, d.h. $y = x-1$ erfüllt die obige Aussage.

- $A \Rightarrow B$ ist z.z., dann manchmal z.z:

  $$\neg B \Rightarrow \neg A$$ (Kontraposition) (Indirekter Beweis)

- $A \Rightarrow B$ (direkter Beweis)

- Beweis durch Widerspruch:

  Annahme: Die Aussage ist falsch und zeigen daraus einen Widerspruch auf.

- Vollständige Induktion $A(n)$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

$$((A \vee B) \wedge C) \not\Leftrightarrow (A \wedge B) \vee C$$

- $3x - 7 = 2 \implies 3x = 9$

  $\implies x = 3$

- $3x - 7 = 2 \iff 3x = 9 \iff x = 3$

- $3x - 7 = 2 \impliedby 3x = 9 \impliedby x = 3$

(a)

(