

## Zweite Kenntnisüberprüfung

im Vorkurs Mathematik 2020, RWTH Aachen University

### Bitte kreuzen Sie an:

Haben Sie einen Leistungskurs Mathematik belegt?

☐ ja ☐ nein

### Lösen Sie die folgenden Aufgaben:

A 1: Bestimmen Sie alle Primfaktoren von 195.

A 2: Berechnen Sie  $\left(\frac{1}{9} + \frac{2}{10}\right) : \frac{8}{45}$  in vollständig gekürzter Form.

A 3: Seien  $a, b \in \mathbb{R}$  mit  $a \neq 0, \pm b$ . Vereinfachen Sie  $\frac{a(a+b)^2 - 4a^2b}{a^3 - ab^2}$  so weit wie möglich.

A 4: Seien  $r, s \in \mathbb{Q}$  und  $x, y \in \mathbb{R}$ ,  $x, y > 0$ . Vereinfachen Sie  $\frac{x^{2r-1}}{y^{1-s}} : \frac{x^{r-s}}{y^{3s}}$  so weit wie möglich.

A 5: Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung  $x^3 + 5x^2 - 6x = 0$ .

A 6: Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung  $|x + 1| = 2x - 1$ .

A 7: Bestimmen Sie alle Lösungen der Ungleichung  $x^2 - x \leq x - 1$ .

A 8: Seien  $A$  und  $B$  Aussagen. Ergänzen Sie die Wahrheitstafel:

$A$	$B$	$\neg A$	$B \vee (\neg A)$	$(B \vee (\neg A)) \wedge B$
$F$	$F$			
$F$	$W$			
$W$	$F$			
$W$	$W$			

A 9: Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  differenzierbar und  $x_0 \in \mathbb{R}$ . Sei  $A = "f \text{ hat in } x_0 \text{ ein lokales Extremum}."$  sowie  $B = "Es gilt } f'(x_0) = 0."$ . Welche der folgenden Aussagen sind immer (für jedes solche  $f$ ) wahr?

☐  $A \implies B$     ☐  $B \implies A$     ☐  $A \iff B$

A 10: Kreuzen Sie alle wahren Aussagen über die Funktion  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $n \mapsto n + 1$  an.

☐  $f$  ist injektiv    ☐  $f$  ist surjektiv    ☐  $f$  ist bijektiv

**Bitte wenden!**

A 11: Seien  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{2, 3\}$  und  $C = \{3, 4\}$ . Bestimmen Sie  $\mathfrak{P}((A \cup B) \setminus C)$ .

A 12: Geben Sie den maximalen Definitionsbereich  $D \subseteq \mathbb{R}$  einer durch die Abbildungsvorschrift  $f(x) = \sqrt{(x-2)(x+4)}$  definierten Funktion  $f$  an.

A 13: Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion  $f : D \setminus \{-4, 2\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto \sqrt{(x-2)(x+4)}$  (wobei  $D$  der maximale Definitionsbereich aus der letzten Aufgabe sei).

A 14: Kreuzen Sie alle wahren Aussagen über die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto \begin{cases} -x^2 & , x < 0 \\ x^2 & , x \geq 0 \end{cases}$  an.

☐  $f$  ist stetig      ☐  $f$  ist streng monoton steigend      ☐  $f$  ist streng monoton fallend

A 15: Bestimmen Sie  $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$ .

A 16: Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung  $5 \log_x 9 = 10$ .

A 17: Bestimmen Sie die Ableitung von  $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto \frac{e^x + 1}{1 + x}$ .

A 18: Bestimmen Sie  $f'(1)$  für  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto \ln(x^2 + 1)$ .

A 19: Bestimmen Sie eine Stammfunktion von  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto x \cos(x)$ .

A 20: Bestimmen Sie eine Stammfunktion von  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto \frac{e^x}{1 + e^x}$ .

A 21: Geben Sie die Matrix  $A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$  mit Einträgen  $a_{ij} := \sum_{k=1}^i j \cdot k$  explizit an.

A 22: Bestimmen Sie die Lösungsmenge des nebenstehenden Gleichungssystems.

$$\begin{array}{rcl} x - 2y & & = 8 \\ x + y + 10z & = & 9 \\ x & + & 5z = 7 \end{array}$$

A 23: Für welche reellen Zahlen  $a$  hat das nebenstehende lineare Gleichungssystem genau eine Lösung?

$$\begin{array}{rcl} x + ay & = & 1 \\ ax + y & = & a^2 \end{array}$$