

PLAN FÜR DIE WOCHE 1 DES VORKURS MATHEMATIK

DR. KATHRIN MAURISCHAT

Weshalb sind die Videos nicht gleich an dieser Stelle verlinkt? Das hat zwei Gründe.

Zum einen schafft die Anordnung nach Themengebieten in Moodle Ordnung im thematischen Zusammenhang. Das ist auch praktischer aufzufinden, wenn Sie später im Kurs noch mal auf ein Video zurückgreifen wollen.

Zum anderen ist es technisch schlicht nicht immer möglich, alle Funktionalitäten zu realisieren, die man sich wünscht.

In der zweiten Woche... wird das Zahlensystem weiter ausgebaut. Mit diesem Wissen ausgestattet werden verschiedene Typen von Gleichungen und Ungleichungen gelöst. Zum Schluss wird der Bereich der komplexen Zahlen eingeführt, über dem wir beliebige polynomiale Gleichungen lösen können.

Körperaxiome und Folgerungen. Ein wichtiges neues Objekt ist der mathematische Körper. Das ist ein „bestmöglicher“ Zahlenbereich, in der Hinsicht, dass er Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division plus eine Vielzahl guter Recheneigenschaften (Assoziativ-, Kommutativ-, Distributivgesetz) gestattet.

Dass diese Eigenschaften derart herausgestellt werden, überrascht hier vielleicht erst einmal. Geht man aber ein Stückchen weiter, dann werden einem Strukturen begegnen, die diese Eigenschaften nicht oder nicht alle haben, z.B. Matrizen.

Nicht verwechselt werden sollte der Begriff des Körpers mit dem eines geometrischen Objekts. Er ist also kein Quader und auch keine Kugel, sondern eine Zahlenmenge mit vorteilhaften Eigenschaften. Die rationalen Zahlen bilden einen Körper, ebenso die reellen Zahlen und die komplexen Zahlen.

Reelle Zahlen. Es gibt Zahlen, die nicht rational sind, die sich aber trotzdem vergleichen lassen mit den rationalen. Beispiele sind $\sqrt{2}$, die Kreiszahl π oder die Eulersche Zahl e . Sie heißen irrationale Zahlen. Zusammen mit den rationalen Zahlen bilden sie die Menge der reellen Zahlen. Haben wir zwei verschiedene reelle Zahlen gegeben, können wir stets entscheiden, welche die größere von beiden ist: Die reellen Zahlen lassen sich auf dem Zahlenstrahl anordnen, und mithilfe des Absolutbetrags kann man Abstände zwischen ihnen bestimmen.

Potenzgesetze. Das Rechnen mit Potenzen folgt bestechenden Gesetzmäßigkeiten, auch für Exponenten, die keine ganzen Zahlen sind. Es werden aber auch die Gültigkeitsgrenzen der Potenzgesetze sichtbar, z.B. wenn die Basis keine positive Zahl ist. Potenzen begegnen uns andauernd: In der Zinsrechnung und bei Wachstums- und Zerfallsprozessen, bei der Vermessung der Welt, ...

Häufige mathematische Ausdrücke. Es gibt ein paar mathematische Ausdrücke, denen Sie immer wieder begegnen werden, zum Beispiel der Fakultät (das ist hier keine universitäre Organisationseinheit) und den Binomialkoeffizienten. Aber auch das Summen- und das Produktzeichen sind sinnvolle Abkürzungen, die man kennen und verstehen sollte.

Vollständige Induktion. Das Prinzip der vollständigen Induktion ist ein Beweisprinzip für Aussagen, die man für unendlich viele Fälle auf einen Schlag zeigen möchte, z.B. für alle natürlichen Zahlen. Mit seiner Hilfe werden z.B. Vermutungen für das Ergebnis allgemeiner Summen gezeigt. Als Beispiel werden Sie auch den wichtigen binomischen (Lehr-)Satz kennenlernen.

Gleichungen und Ungleichungen lösen. Früher oder später muss man in allen Anwendungsbereichen der Mathematik Gleichungen und Ungleichungen lösen. Ein Großteil der Mathematik ist aus dem Wunsch entstanden, Gleichungen der verschiedensten Typen lösen zu können. In diesem Teil des Kurses geht es darum, Gleichungen und Ungleichungen in einer Variable zu verstehen und eine Vielzahl von Typen systematisch zu lösen wie quadratische (Un-)Gleichungen, Wurzel(un)gleichungen, Betrags(un)gleichungen.

Komplexe Zahlen. Die komplexen Zahlen entstanden aus dem Ärgernis, dass etwa die Gleichung $X^2 + 1 = 0$ keine Lösung in den reellen Zahlen hat. In den komplexen Zahlen kann man hingegen jede polynomiale Gleichung lösen. Die komplexen Zahlen sind nicht lange theoretisches Spielzeug geblieben. Die moderne Physik kann gar nicht ohne sie formuliert werden, die Digitalisierung wäre ohne sie wortwörtlich undenkbar.

VIDEOS – TAGESPLÄNE

Montag, 5. Oktober.

- Zahlen 3 Körper 1.mp4
- Zahlen 4 Binomische Formeln.mp4
- Zahlen 5 Körper 2.mp4
- Zahlen 6 Nullteilerfreiheit.mp4
- Zahlen 7 Irrationale Zahlen.mp4

Als Ausblick:

- Der Körper mit zwei Elementen

Dienstag, 6. Oktober.

- Zahlen 8 Anordnung.mp4
- Zahlen 9 Potenzgesetze.mp4
- Zahlen 9a Beispiel SI IEC Präfixe.mp4
- Zahlen 10 Wurzeln.mp4
- Zahlen 11 Fakultät und Binomialkoeffizient.mp4
- Zahlen 12 Summe und Produkt.mp4

Mittwoch, 7. Oktober.

- Zahlen 13 Vollständige Induktion.mp4
- Zahlen 14 Binomische Lehrsatz.mp4
- Zahlen 15 Induktion Warnung.mp4
- (Un-)Gleichungen 1 Definition.mp4
- Grundmenge von Gleichungen.mp4
- (Un-)Gleichungen 2 lineare Gleichungen.mp4
- (Un-)Gleichungen 3 quadratische Gleichungen.mp4
- (Un-)Gleichungen 4 Faktorisierung von quadratischen Polynomen.mp4

Donnerstag, 8. Oktober.

- (Un-)Gleichungen 5 Bruchgleichungen.mp4
- (Un-)Gleichungen 6 lineare Ungleichungen.mp4
- (Un-)Gleichungen 7 quadratische Ungleichungen.mp4
- QuadUngleichung.mp4
- (Un-)Gleichungen 8 Betragsgleichungen.mp4
- (Un-)Gleichungen 9 Betragsungleichungen.mp4

Freitag, 9. Oktober.

- (Un-)Gleichungen 10 Wurzelgleichungen.mp4
- Komplexe Zahlen 1 Einführung.mp4
- Komplexe Zahlen 2.mp4
- Komplexe Zahlen 3.mp4