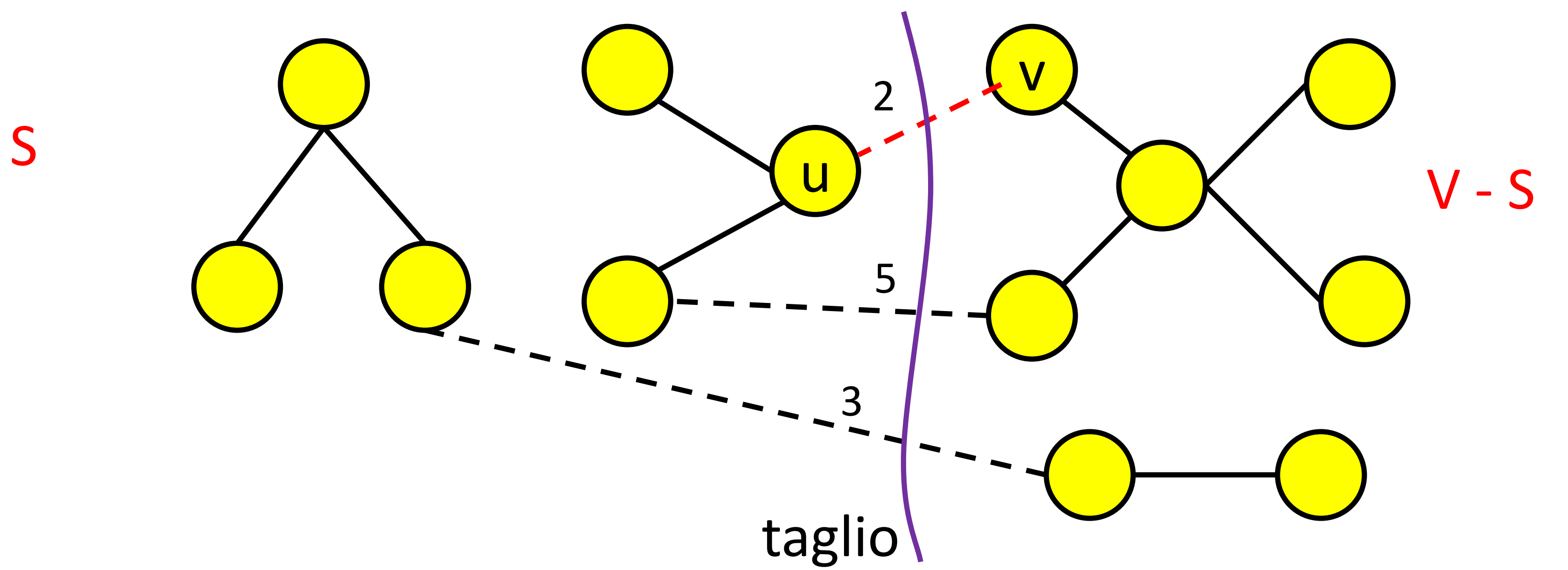
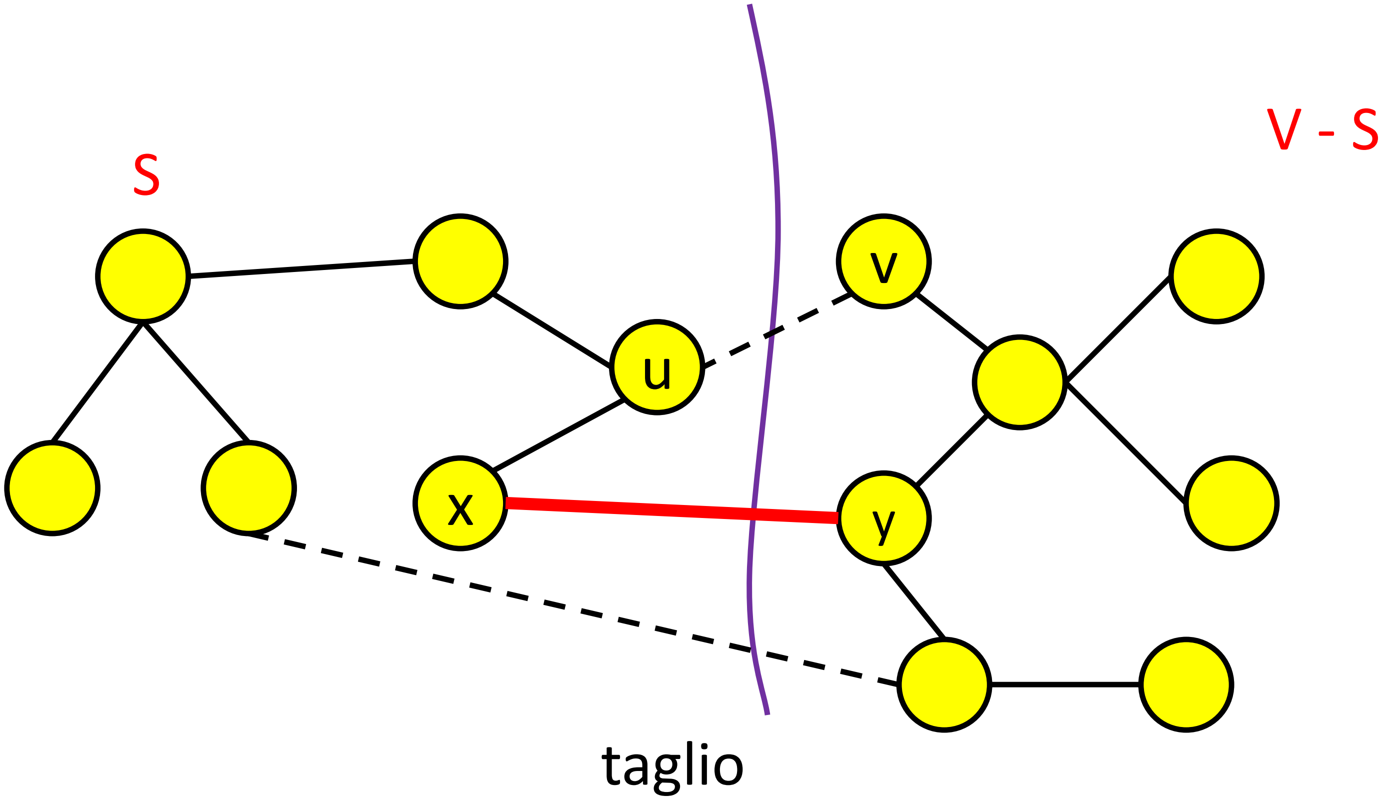
LEMMA DEL TAGLIO

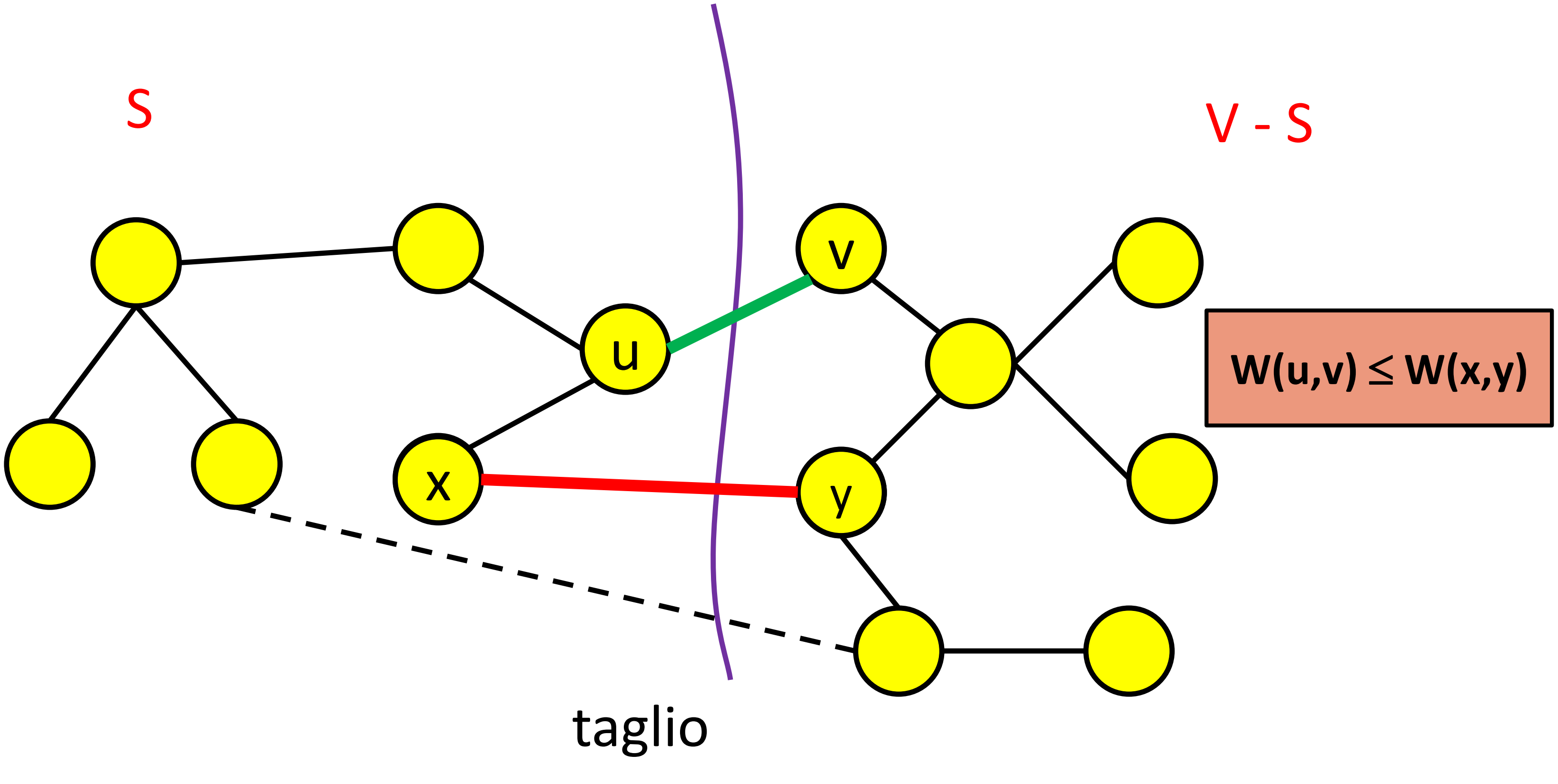
Dimostrazione del lemma - I



Dimostrazione del lemma - III



Dimostrazione del lemma - IV



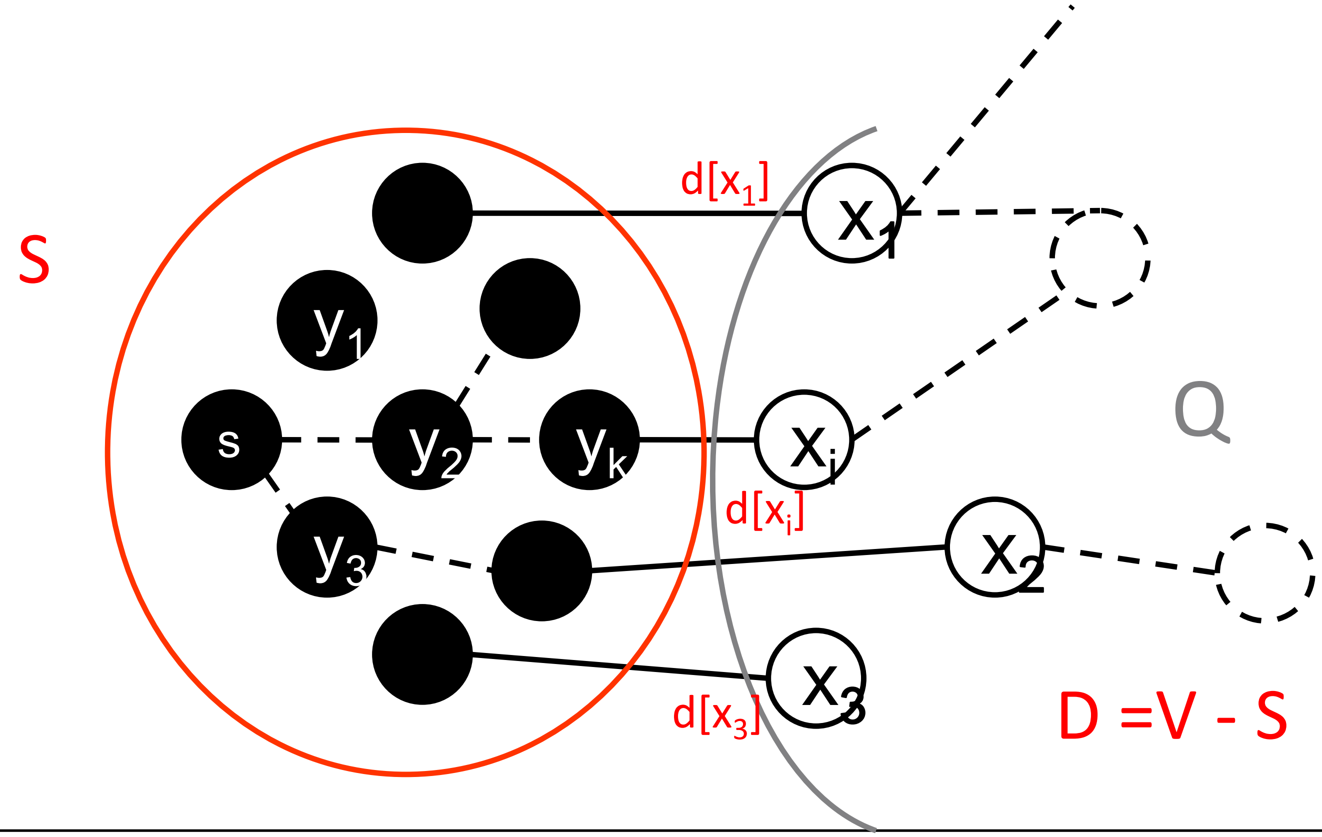
CORRETTEZZA PRIM

Invarianti

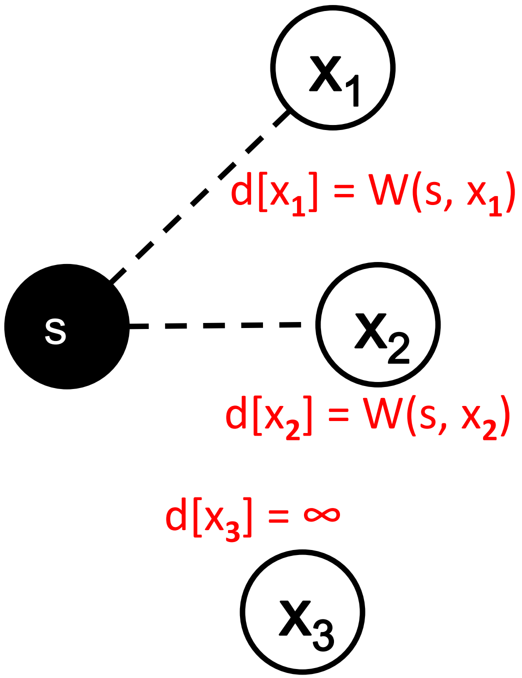
Definiamo gli invarianti

IS)

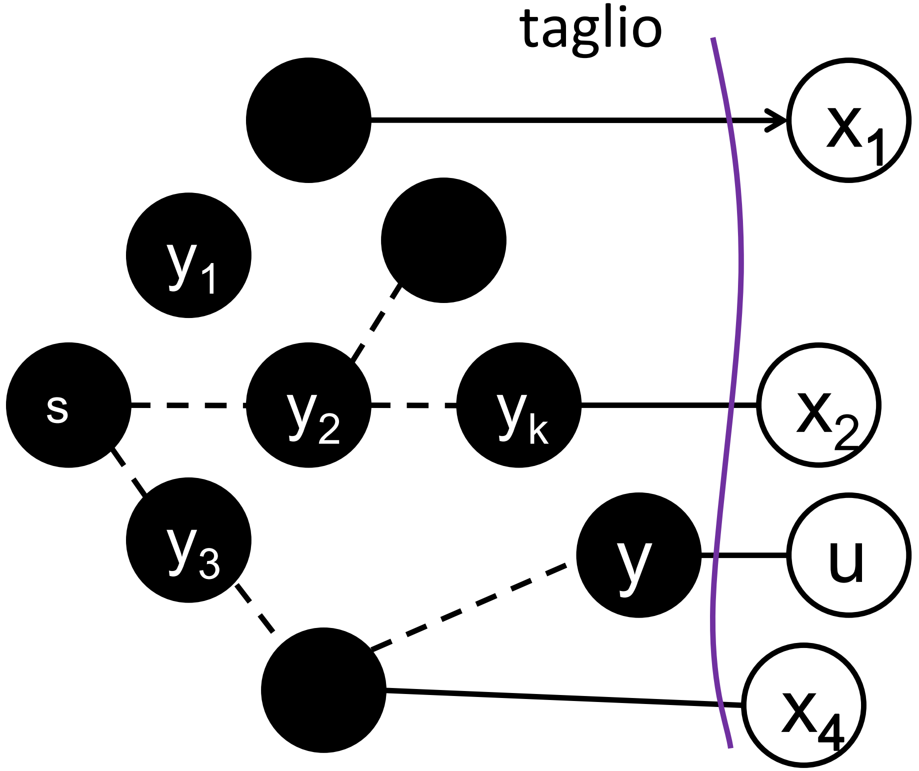
ID)



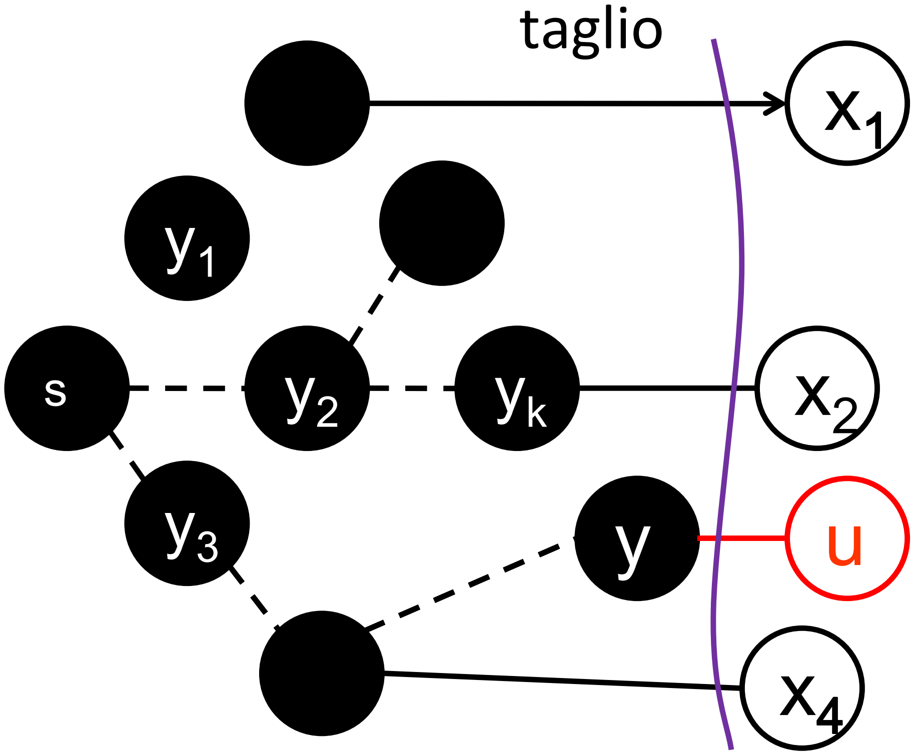
Esempio base



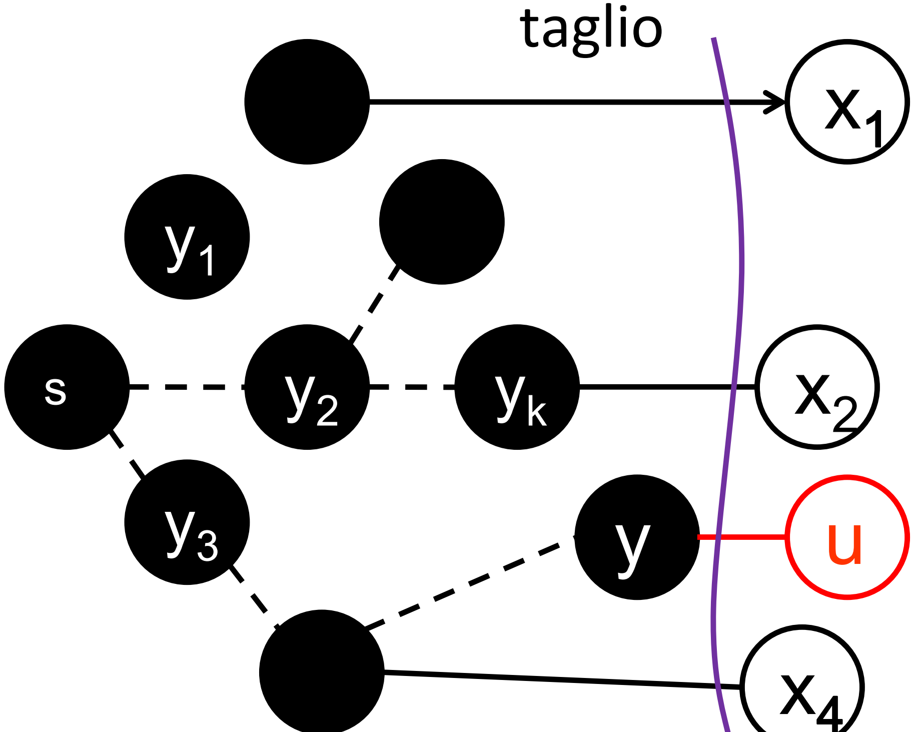
Correttezza – passo



Correttezza – passo II



Correttezza – passo III



Correttezza – passo IV

```
…
for ogni v adj ad u then
        if def[v] = false and d[v] > W(u,v) then
                π[v] <- u
                d[v] <- W(u,v)
                decrease_key(D,v,d[v])
     end for
…
```

Correttezza – conclusione

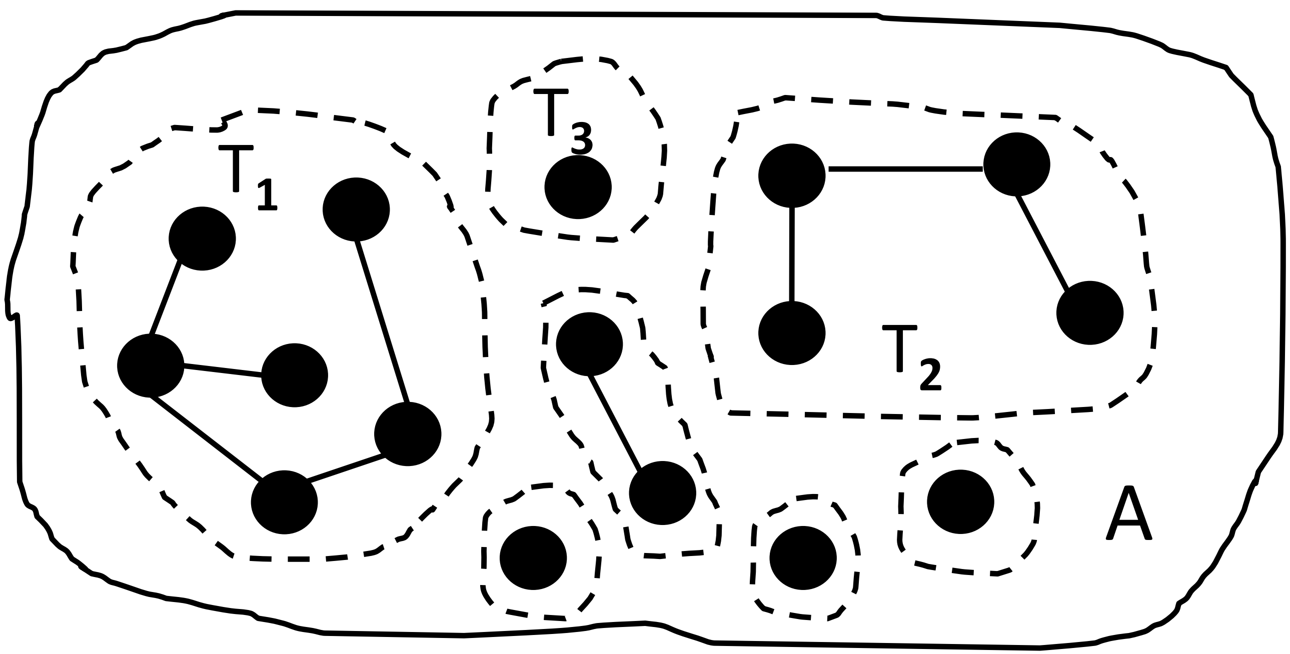
⇓

Quindi, **S è un Minimo Albero Ricoprente** di G.

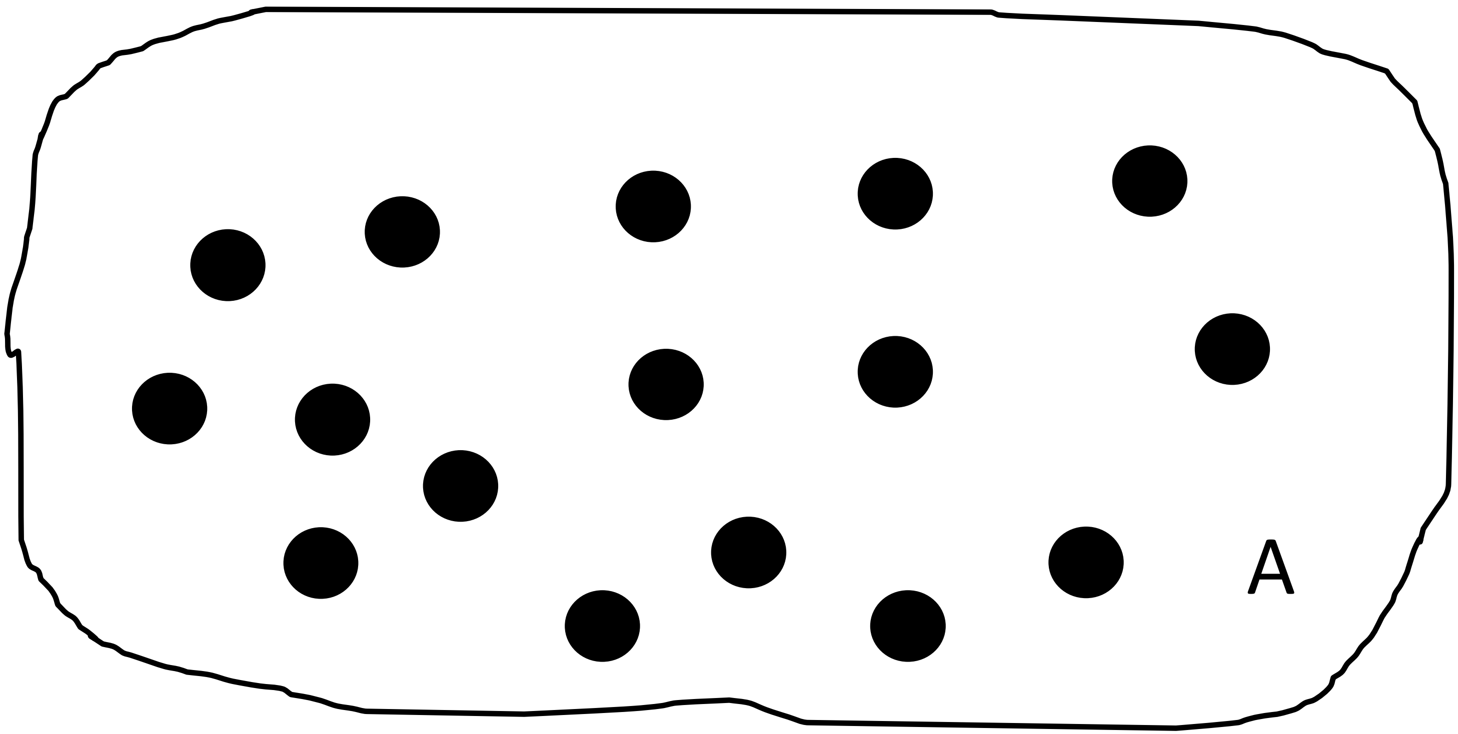
CORRETTEZZA KRUSKAL

Correttezza

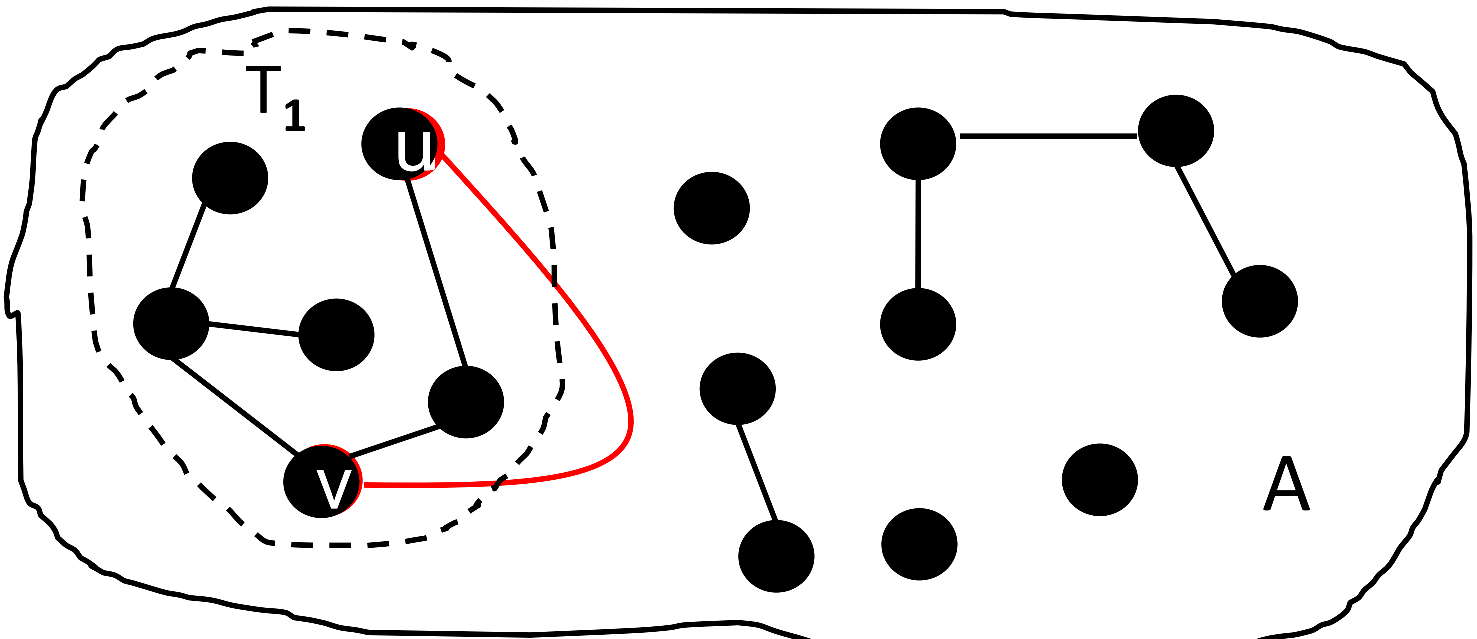
Definiamo un invariante.



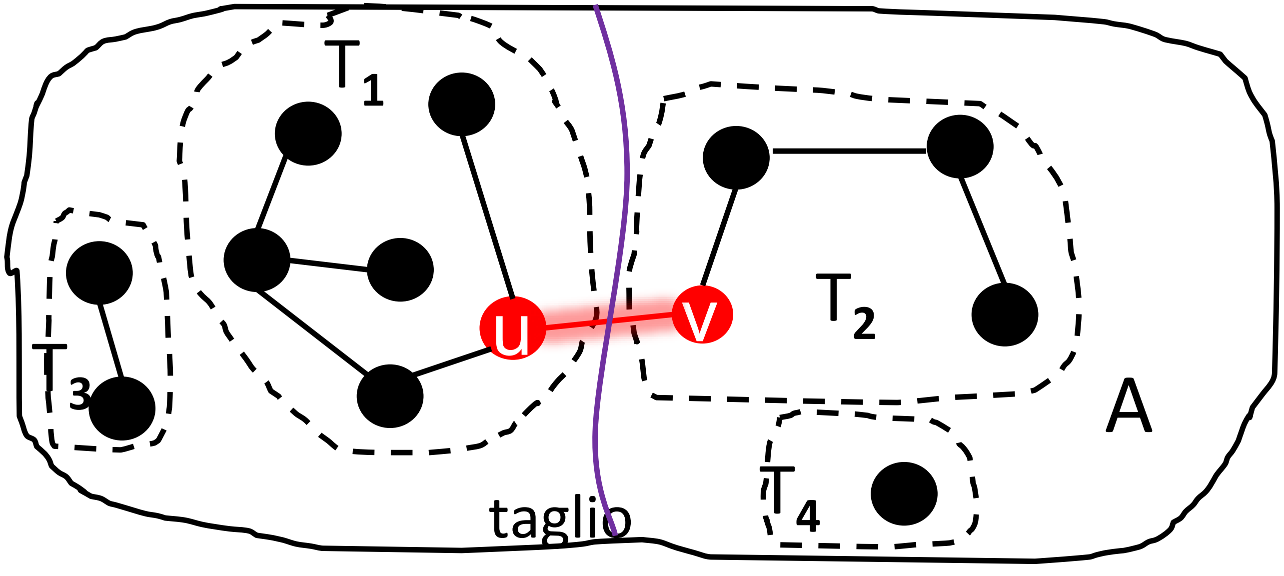
Caso Base



Passo – caso 1



Passo – caso 2



CORRETTEZZA BELLMAN FORD

CORR PRIM Correttezza

Definiamo l’invariante **KPATH**:

Dopo la k-esima iterazione

Correttezza - II

Sia v_{k+1} un nodo il cui cammino minimo **$s \leadsto v_k \leadsto v_{k+1}$ è composto da k+1 archi**. Si ha dunque:

$$\delta(s, v_{k+1}) = W(s \leadsto v_k \leadsto v_{k+1}) = W(s \leadsto v_k) + W(v_k, v_{k+1})$$

Ma **$s \leadsto v_k \leadsto v_{k+1}$ è un cammino minimo** e (per proprietà dei sottocammini minimi) **$s \leadsto v_k$ è un cammino minimo** quindi **$W(s \leadsto v_k) = \delta(s, v_{k+1})$** quindi
$\delta(s, v_{k+1}) = \delta(s, v_k) + W(v_k, v_{k+1})$

Ma il cammino $s \leadsto v_k$ ha k archi, e quindi per **ipotesi induttiva**
$d[v_k] = \delta(s, v_k)$.

Quindi nel corpo del ciclo:
- Se **$d[v_{k+1}]$ viene aggiornata**,
  $d[v_{k+1}] = d[v_k] + W(v_k, v_{k+1}) = \delta(s, v_k) + W(v_k, v_{k+1}) = \delta(s, v_{k+1})$
- Se **$d[v_{k+1}]$ non viene aggiornata**, poiché **$d[v_{k+1}] \geq \delta(s, v_{k+1})$** ($d[v_{k+1}]$ è il peso di un cammino da s a v_{k+1} in G) e non essendo stata aggiornata **$d[v_{k+1}] \leq$** $d[v_k] + W(v_k, v_{k+1}) =$ **$\delta(s, v_{k+1})$**, possiamo avere solo
  $d[v_{k+1}] = \delta(s, v_{k+1})$ quindi **il cammino trovato è comunque minimo**.

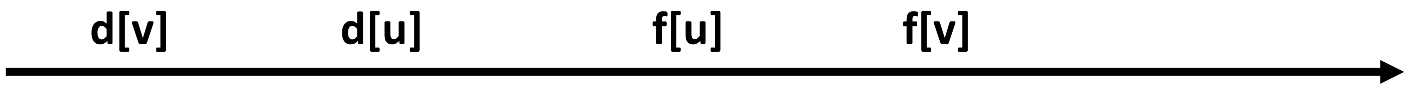
ORDINAMENTO TOPOLOGICO

Teorema dell'ordinamento topologico

Teorema. Una (qualunque) DFS di un grafo orientato aciclico associa ai vertici tempi di fine visita tali che:

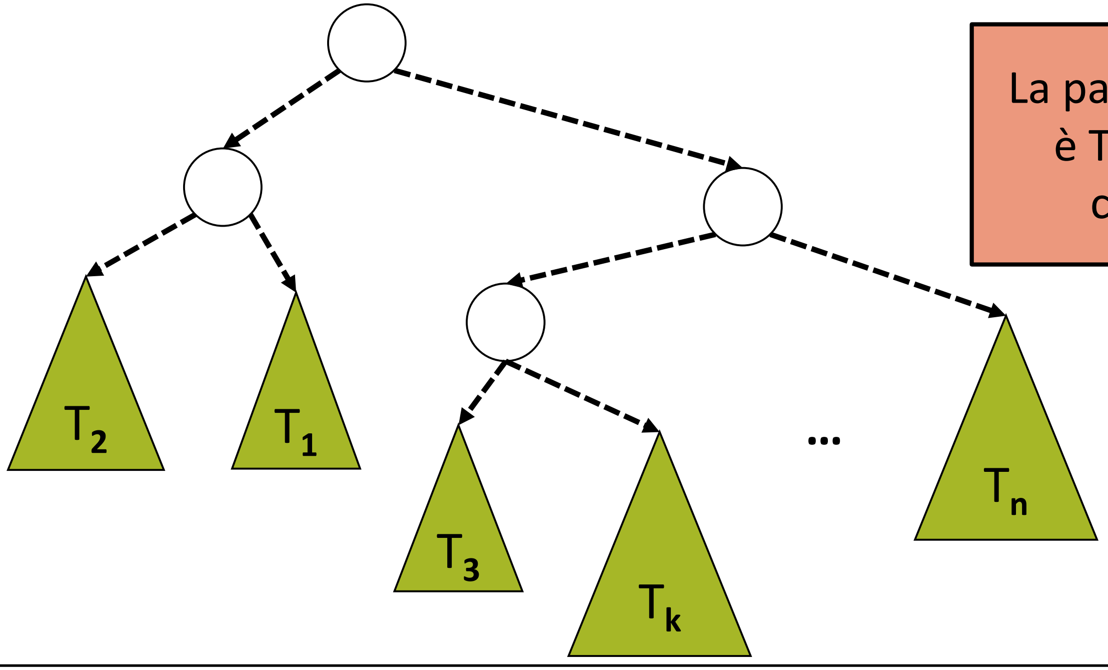
f[v] < f[u] per ogni arco <u, v> del grafo.

Dimostrazione. assurdo



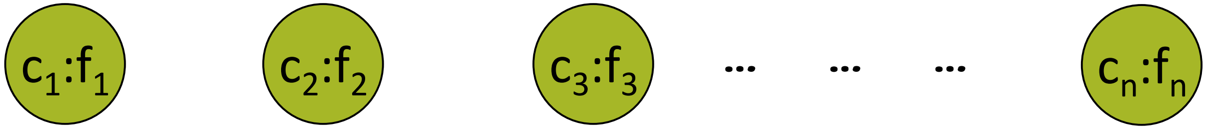
HUFFMAN

Invariante di Ciclo

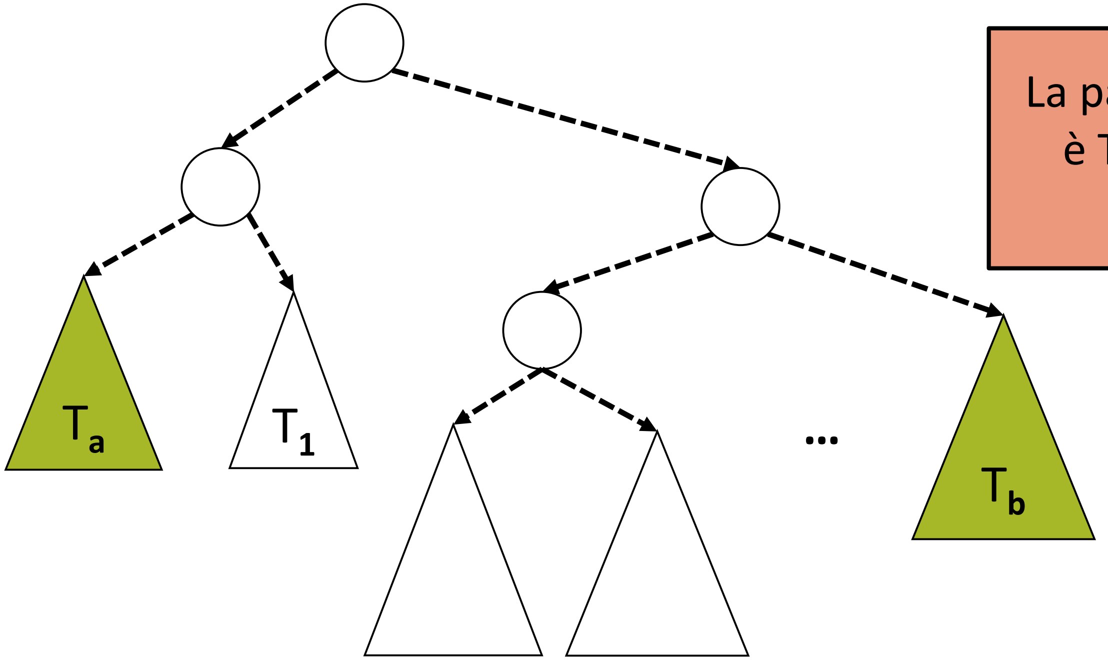


La parte tratteggiata è T, che noi non conosciamo

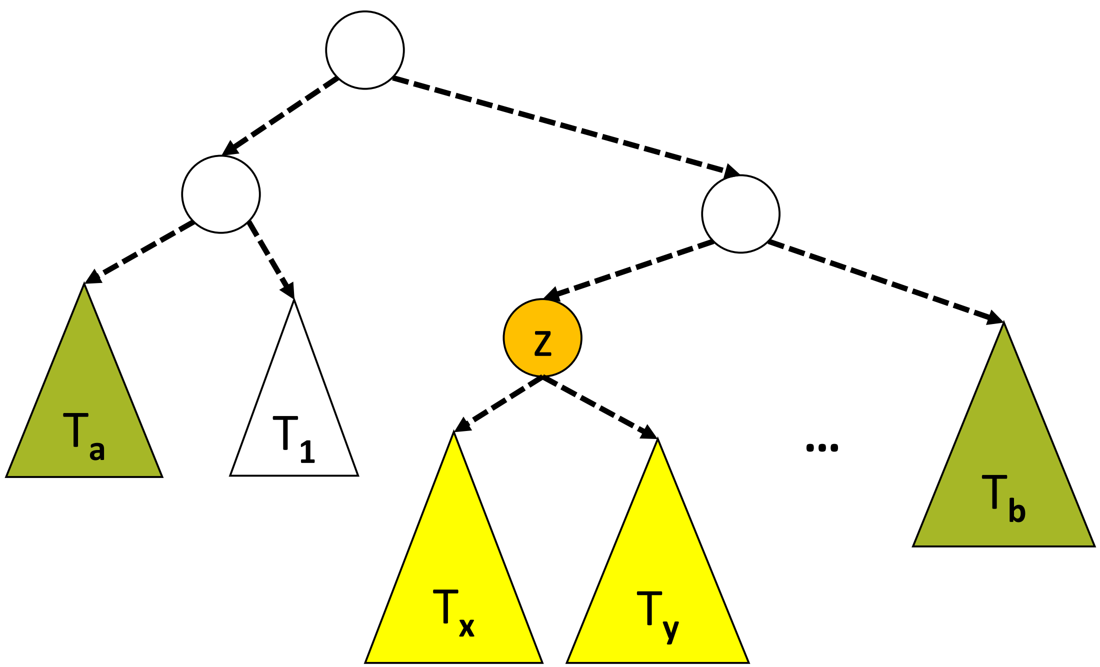
Base dell'induzione



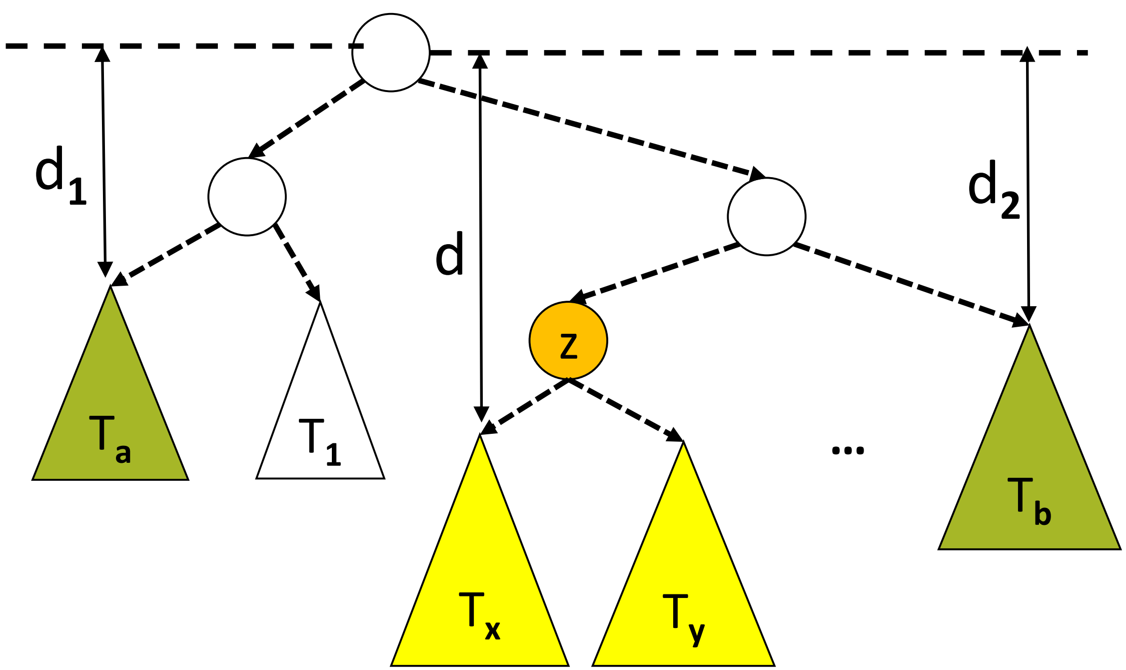
Dimostrazione del passo induttivo



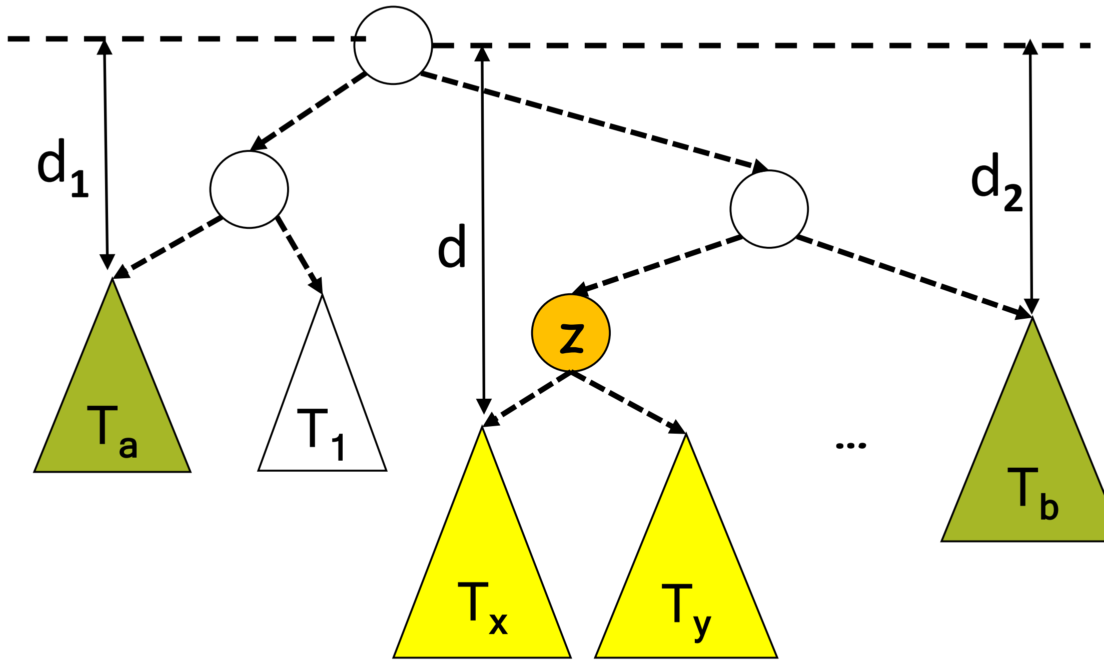
La parte tratteggiata è T', che noi non conosciamo



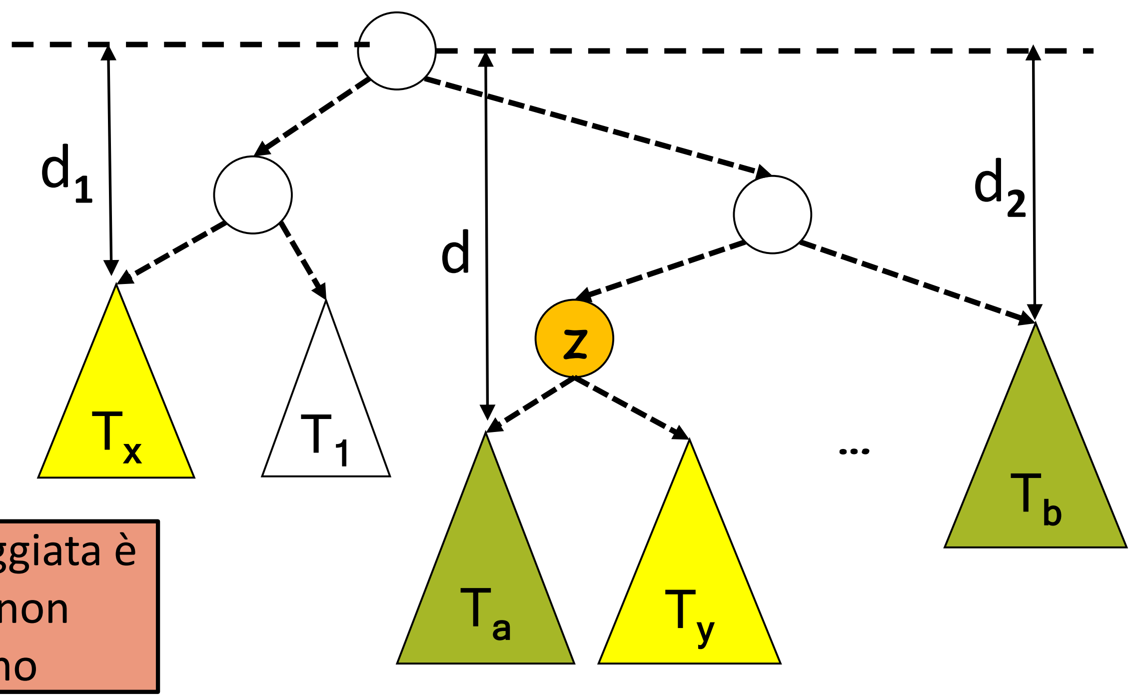
Z
T a
T 1
T x
T y
...
T b



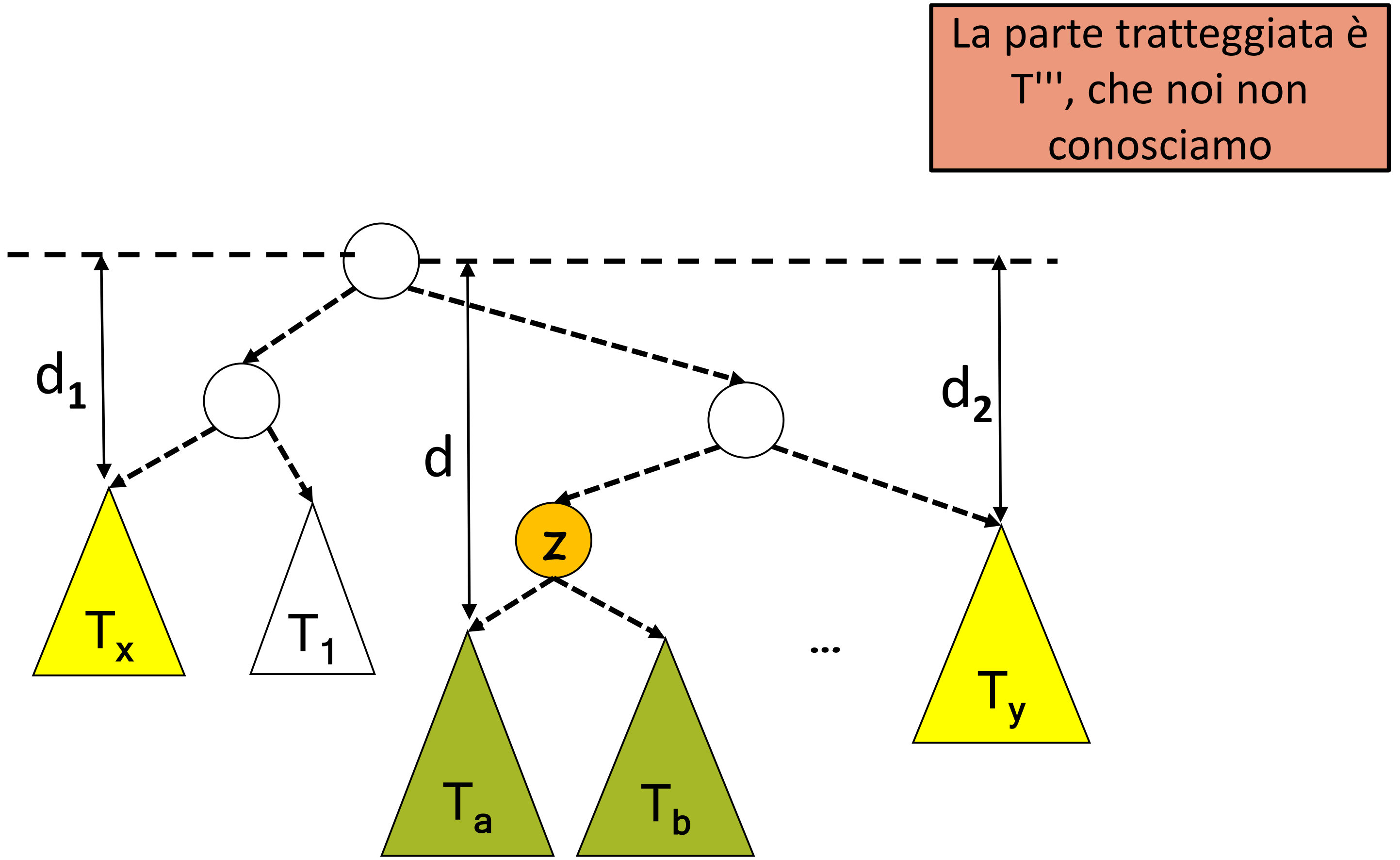
d1
d
d2
z
Ta
T1
Tx
Ty
...
Tb

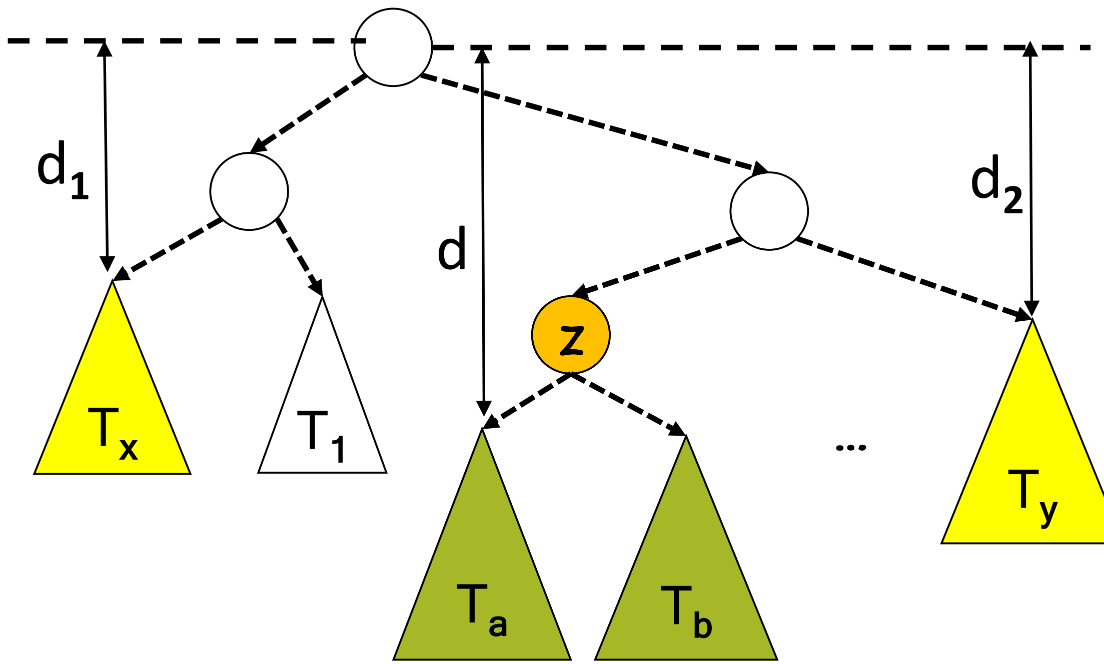


d1
d
d2
z
Ta
T1
Tx
Ty
...
Tb



La parte tratteggiata è T'', che noi non conosciamo


La parte tratteggiata è T''', che noi non conosciamo
d1
d
d2
z
Tx
T1
Ta
Tb
...
Ty



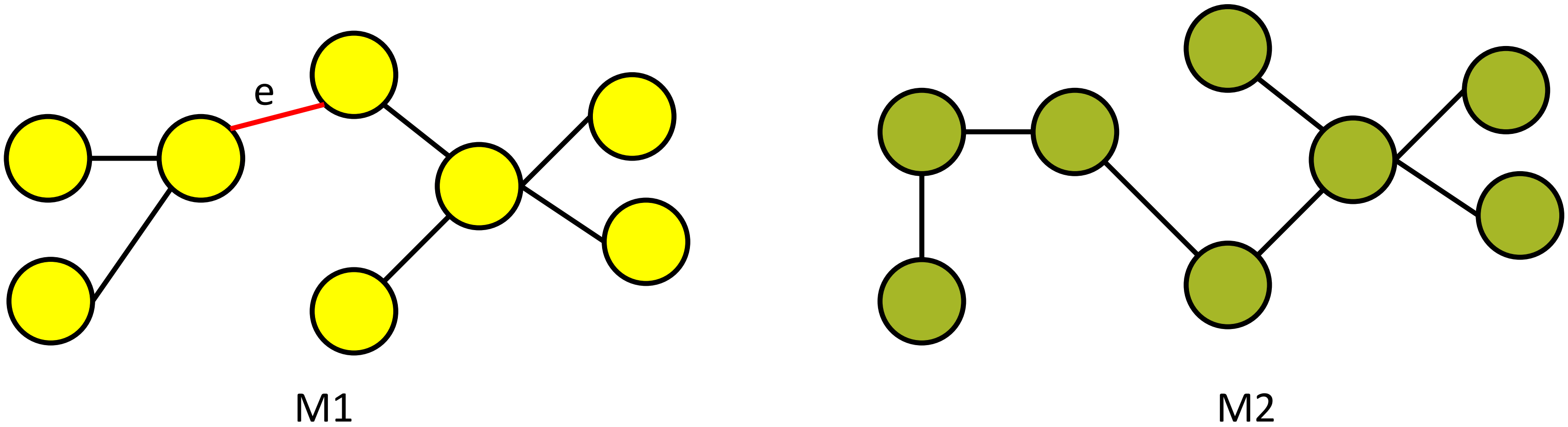
d1
d
d2
z
Tx
T1
Ta
Tb
...
Ty

UNICITÀ MAR

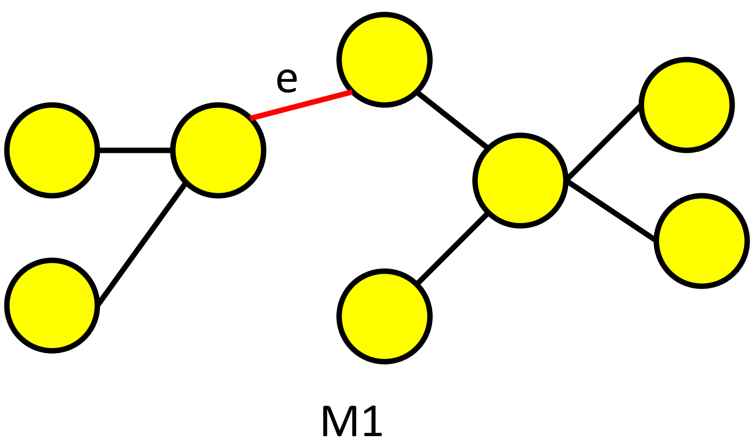
Teorema dell'unicità del MAR

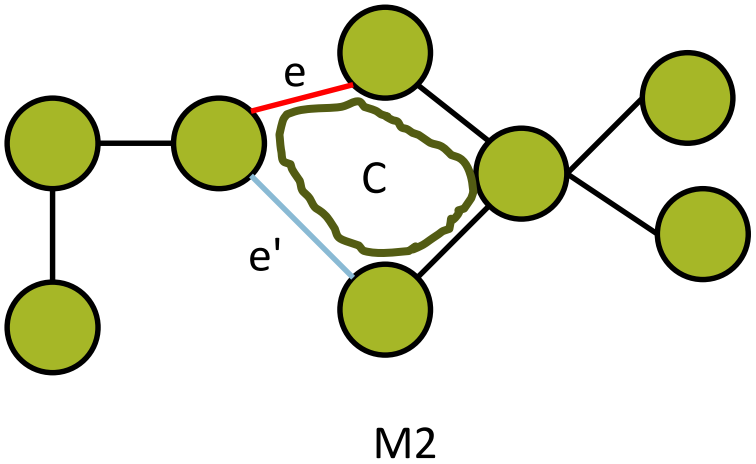
TEOREMA.

DIMOSTRAZIONE.

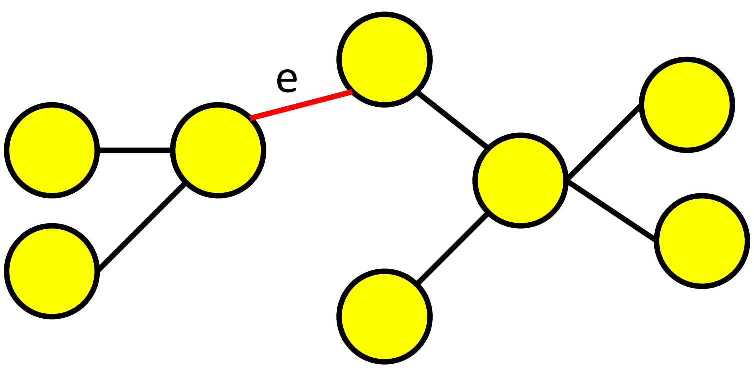


Teorema dell’unicità del MAR

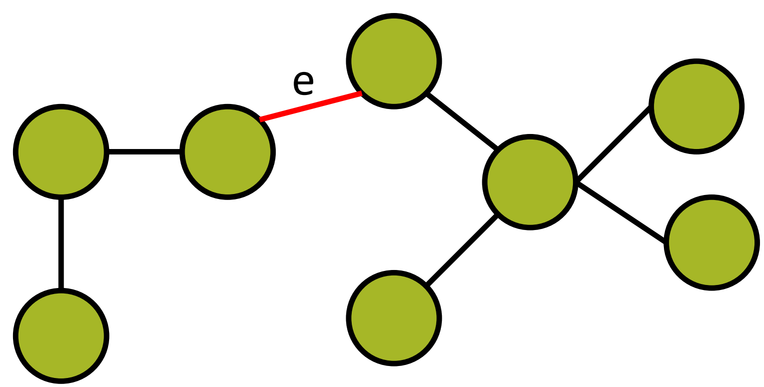




Teorema dell’unicità del MAR - II



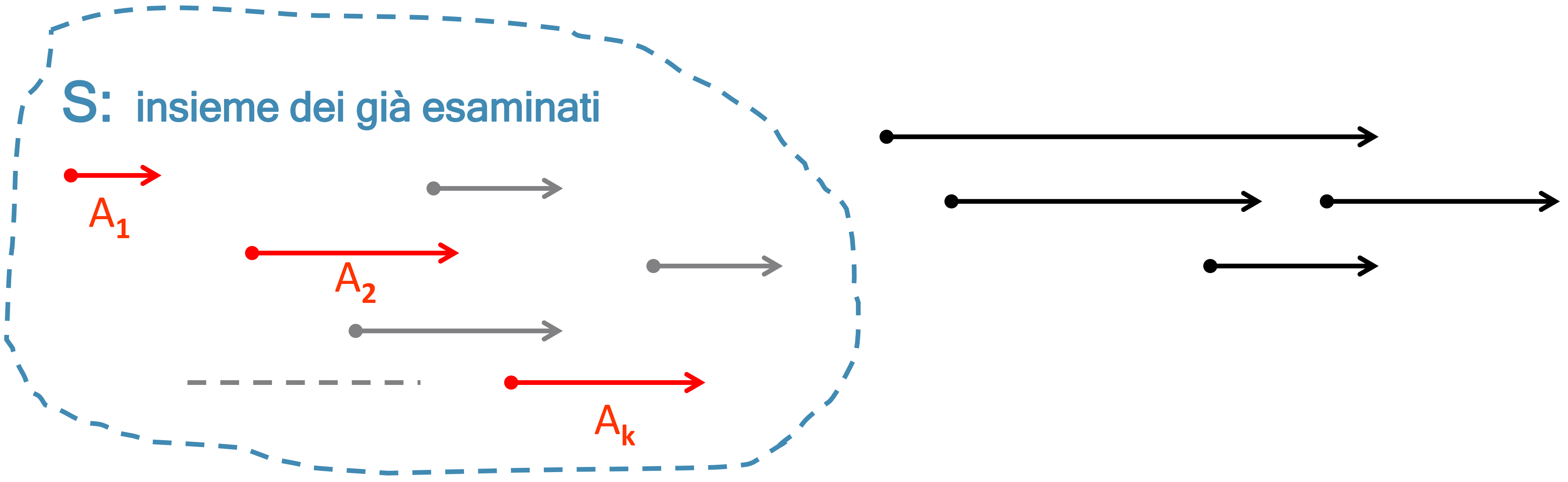
M1



M’2

INTERVALLI DISGIUNTI

Dimostrazione di correttezza



Situazione a un generico passo intermedio (Invarianti), dove sia **S** è **l'insieme di tutti gl'intervalli finora esaminati**:

1. **MAX**

2. **PRIMAMAX**

3. **PRIMAVISTI**

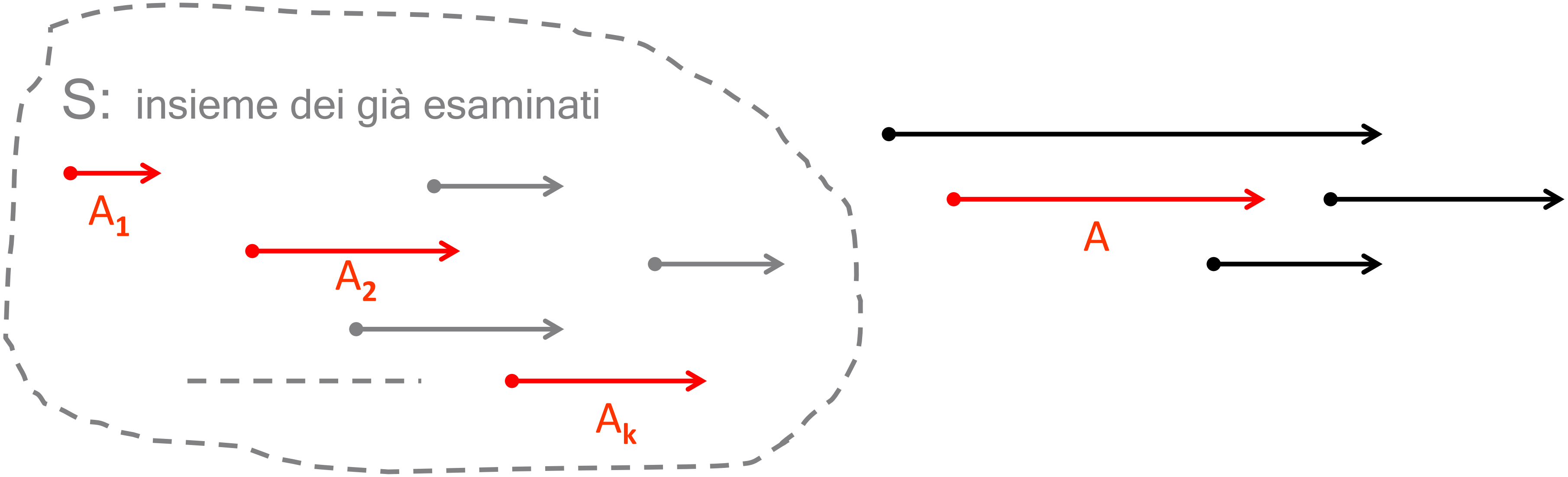
Dimostrazione di correttezza (per induzione): la base

Max:

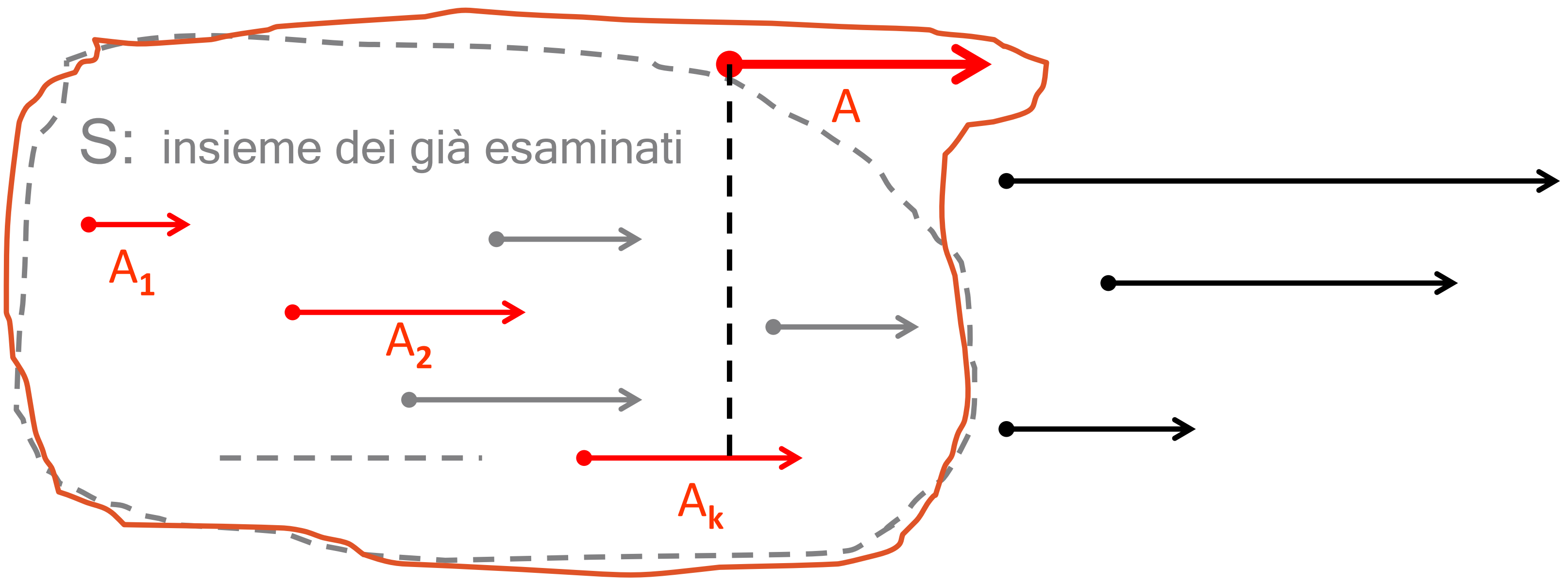
PrimaMax:

PrimaVisti:

Dimostrazione di correttezza: il passo.

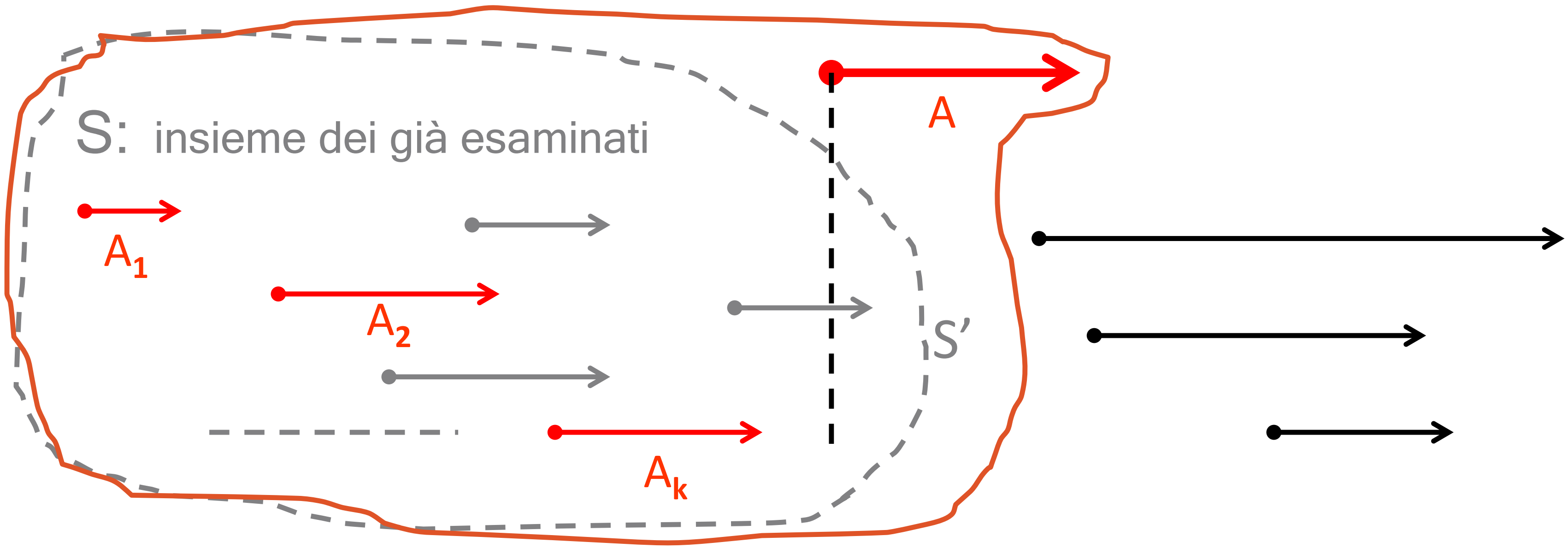


Dimostrazione del passo: caso 1.



caso 1)

Dimostrazione del passo: caso 2.



caso 2)

•

•