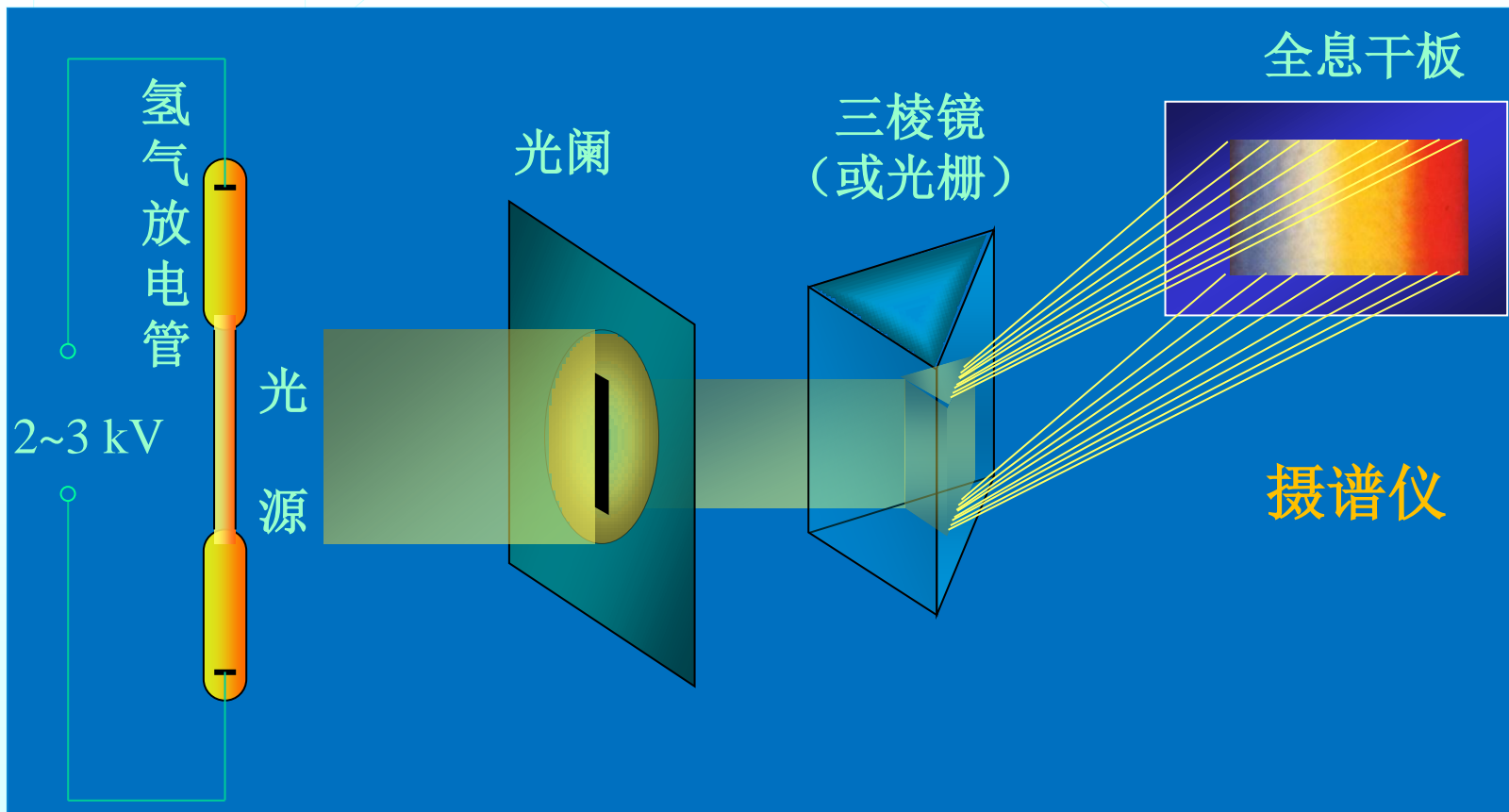


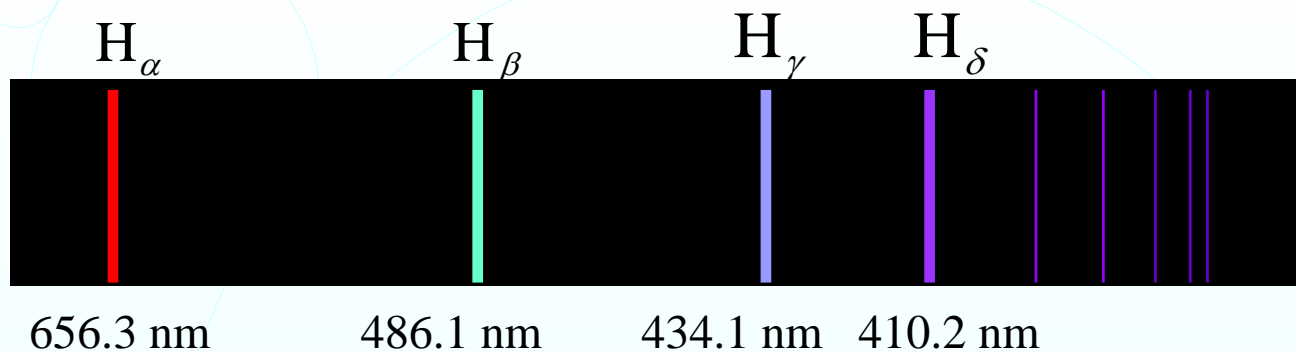
# § 13-4 氢原子光谱 玻尔的氢原子理论

## 记录氢原子光谱的实验原理图



从氢气放电管中获得氢原子线状光谱

# 一、氢原子光谱的规律性



氢原子巴耳末线系谱线



Johann Jakob Balmer

1825—1898

## 1、分立线状光谱

1885年瑞典中学教师巴尔末发现：

$$\lambda = B \frac{n^2}{n^2 - 2^2} \quad (n = 3, 4, 5, \dots)$$

—— 巴耳末公式

$$B = 364.56 \text{ nm}$$

## 2、谱线的波数

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda}$$

氢原子各谱线的波数可表示为经验公式：

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

1889年里德伯和里兹发现普遍公式：

$$\tilde{\nu} = R_H \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

里德伯方程

$$\left( \begin{array}{l} k = 1, 2, 3 \dots \\ n = k + 1, k + 2 \dots \end{array} \right)$$

里德伯常数：  $R_H = \frac{4}{B} = 1.096776 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$

$$R_{H\text{理论}} = 1.0973731 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$



**Janne Rydberg**  
1854—1919



**Walter Ritz**  
1878-1909

### 3、里兹并合原理

$$\tilde{\nu} = R_H \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) = \underline{T(k)} - \underline{T(n)}$$

$$T(k) = \frac{R_H}{k^2} \quad T(n) = \frac{R_H}{n^2}$$

光谱项

即  $\tilde{\nu} = T(k) - T(n)$  ——里兹并合原理

- 原子具有线光谱；
- $k$ 、 $n$  取不同值，对应不同谱线系的不同谱线；
- 任一谱线的波数都可表示为两光谱项之差。

$$T(k) = \frac{R_H}{(k+\alpha)^2}$$

$$T(n) = \frac{R_H}{(n+\beta)^2}$$

式中  $\alpha$ 、 $\beta$  为修正值（均  $< 1$ ），不同元素  $\alpha$ 、 $\beta$  值不同。

# • 氢原子光谱

$$\tilde{\nu} = R_H \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 2, 3, \dots$$

莱曼系(紫外光)

T. Lyman 1914年发现

$$\tilde{\nu} = R_H \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 3, 4, \dots$$

巴尔末系(可见光)

$$\tilde{\nu} = R_H \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 4, 5, \dots$$

帕邢系(红外光)

F. Paschen 1908年发现

$$\tilde{\nu} = R_H \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 5, 6, \dots$$

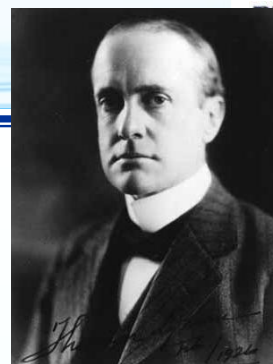
布拉开系(红外光)

F. Brackett 1922年发现

$$\tilde{\nu} = R_H \left( \frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 6, 7, \dots$$

普芳德系(红外光)

H.A. Pfund 1924年发现



T. Lyman  
1874-1954



F. Paschen  
1865-1947



A.H.  
Pfund  
1879-1949

原子特征光谱的规律:

(1) 线状、分立 (2) 同一公式 (3) 两光谱项之差

## 知识回顾

巴尔末公式

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

里德伯方程

$$\tilde{\nu} = R_H \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \begin{pmatrix} k = 1, 2, 3 \dots \\ n = k + 1, k + 2 \dots \end{pmatrix}$$

里兹并合原理

$$\tilde{\nu} = R_H \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) = \underline{T(k)} - \underline{T(n)}$$

光谱项

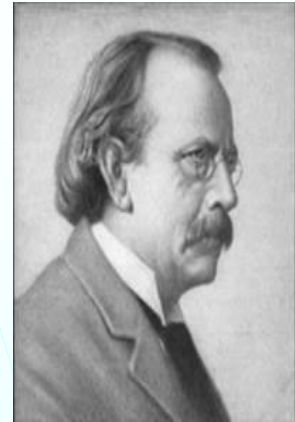
$$T(k) = \frac{R_H}{k^2} \quad T(n) = \frac{R_H}{n^2}$$

## 二、经典氢原子模型 (atomic model)

### 1. 汤姆逊模型 (1903)

1897年汤姆逊发现电子

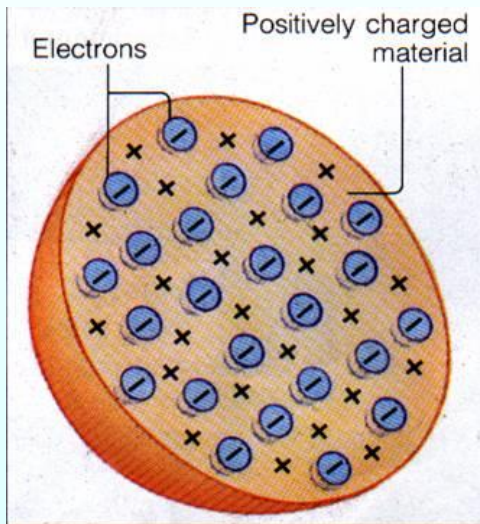
带负电的电子在中性原子中如何存在的呢？



Joseph John Thomson

1856—1940

The Nobel Prize in  
Physics 1906

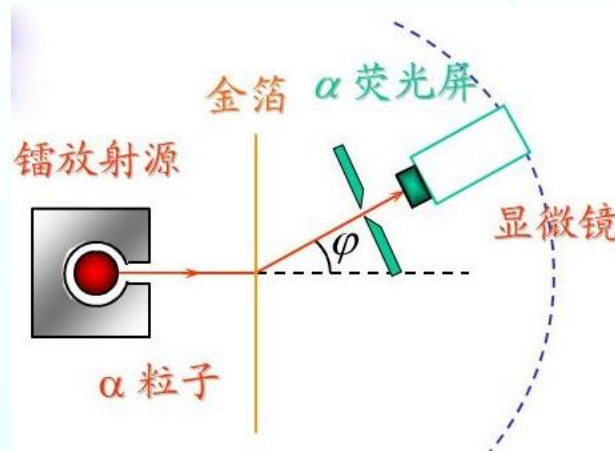
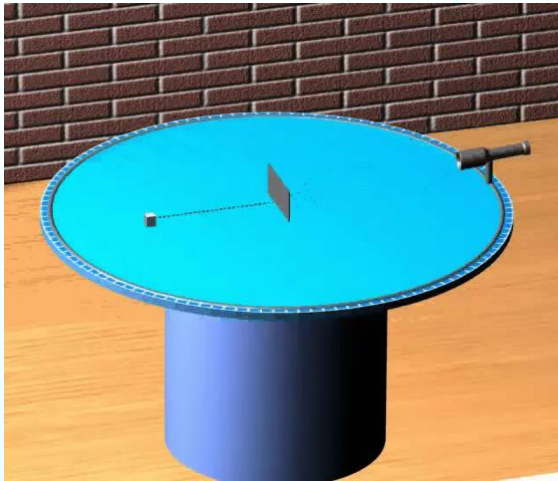


正电部分和原子质量均匀分布在半径为  $10^{-10} m$  的球体内，弹性、冻胶状的负电荷嵌在（浸于）此球内，电子在平衡位置作简谐振动而发射同频率的电磁波。



## 2. 卢瑟福核式结构模型 (1911)

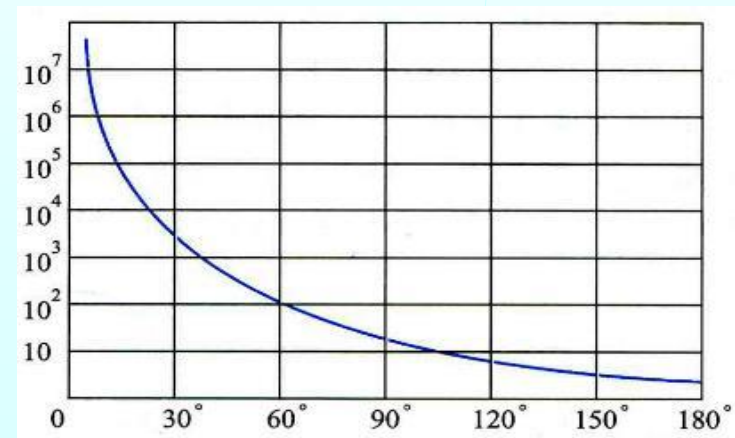
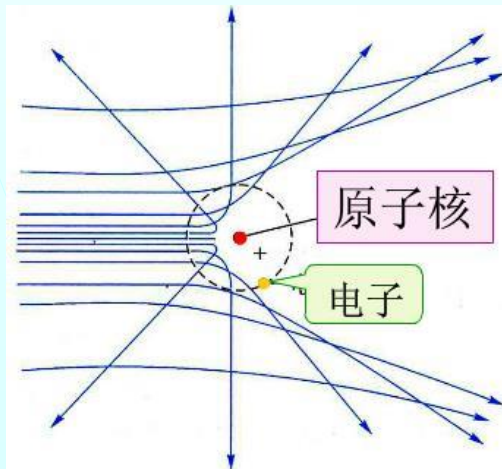
### $\alpha$ 粒子散射实验



Ernest Rutherford

1871—1937

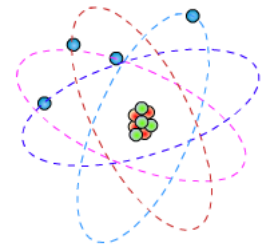
The Nobel Prize in  
Chemistry 1908



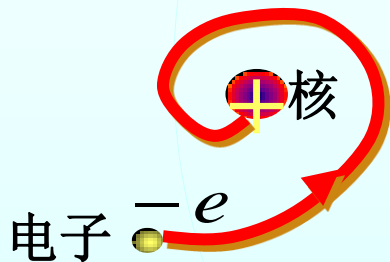
汤姆逊模型无法解释 $\alpha$ 粒子散射实验



1911年卢瑟福提出：原子中带正电的部分集中了原子绝大部分质量，并分布在一个极小区域内（称为**原子核**），而电子在它的周围运动，好象行星绕太阳一样。



### 3、氢原子经典核模型的困难



电子被原子核捕获，光谱为连续光谱。

问题：



原子的稳定性问题？



原子光谱是线状光谱？

### 三、玻尔的氢原子理论

1913年发表了《论原子构造与分子构造》等三篇文章，正式提出了关于原子稳定性和量子跃迁理论的假设，解释了氢原子光谱的规律。

玻尔的创新点：

- 1、将量子化概念用于原子结构上，成功的计算氢原子光谱，并预言了新光谱线；
- 2、将原子光谱和原子中电子跃迁联系起来，统一了卢瑟福核式模型、量子化概念和光谱。



**Niels Bohr**

**1885-1962**

**The Nobel Prize  
in Physics 1922**

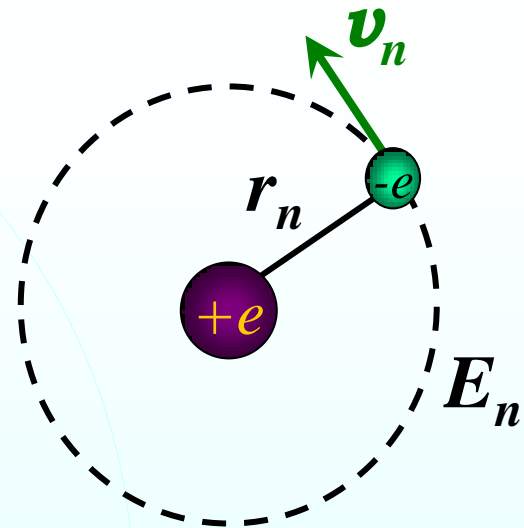
“这简直是思维上最和谐乐章”——爱因斯坦

# 1、玻尔氢原子模型

## (1) 定态假设

原子系统只能处在一系列不连续的能量状态，在这些状态中，电子只能在一定的轨道上绕核作圆周运动，但不辐射能量。

这些状态称为原子系统的稳定状态（简称**定态**），相应的能量分别为 $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$  ……



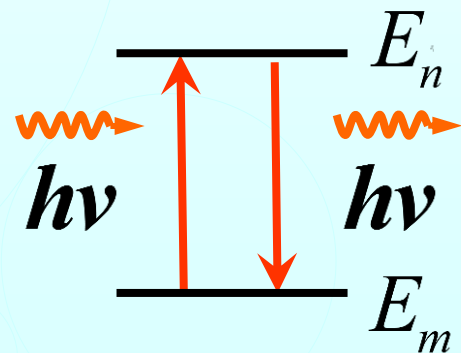
## (2) 频率条件

原子从一个定态跃迁到另一定态时，会发射或吸收一个光子

$$h\nu = E_n - E_m$$

$$\nu = \frac{E_n - E_m}{h}$$

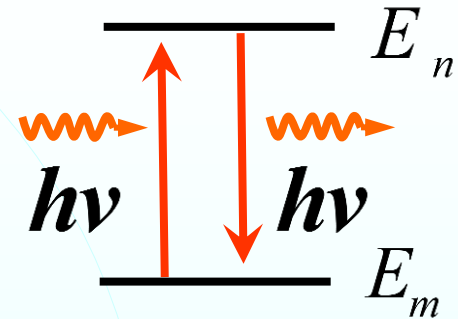
若 $E_n > E_m$ ，则 $m \rightarrow n$ ，吸收光子  
 $n \rightarrow m$ ，发射光子



$$\nu = \frac{E_n - E_m}{h}$$

$\nu$  是光子频率而不是电子振动频率

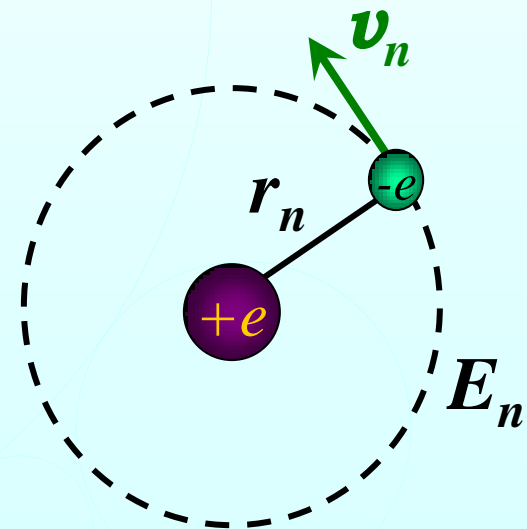
$E_n$ 、 $E_m$  为分立值，所以  $\nu$  为分立线光谱。



### (3) 角动量量子化条件

$$L = mvr = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar \quad (n = 1, 2, 3 \dots)$$

约化普朗克常数:  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$



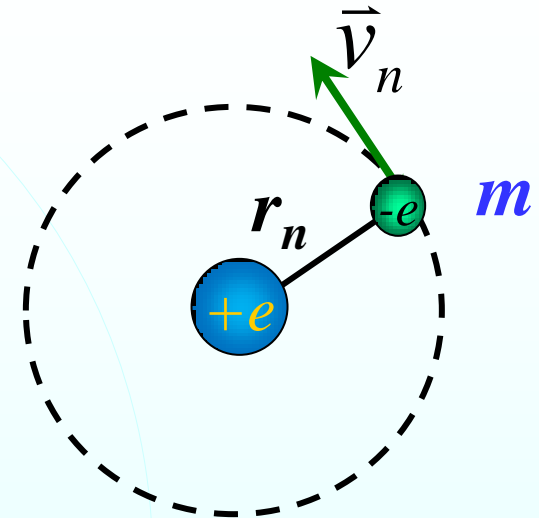
## 2、氢原子轨道半径和能量的计算

### (1) 半径

经典理论结合玻尔理论

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = m \frac{v^2}{r} \rightarrow r = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m v^2}$$

$$L = mvr = n \frac{h}{2\pi} \rightarrow v = \frac{nh}{2\pi mr}$$

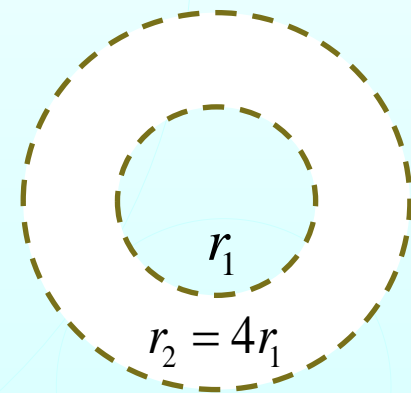


### • 氢原子的半径和玻尔半径

$$r_n = n^2 \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} \quad n = 1, 2, \dots$$

$$r_1 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} = a_0 = 0.0529 \text{ nm}$$

玻尔第一轨道半径



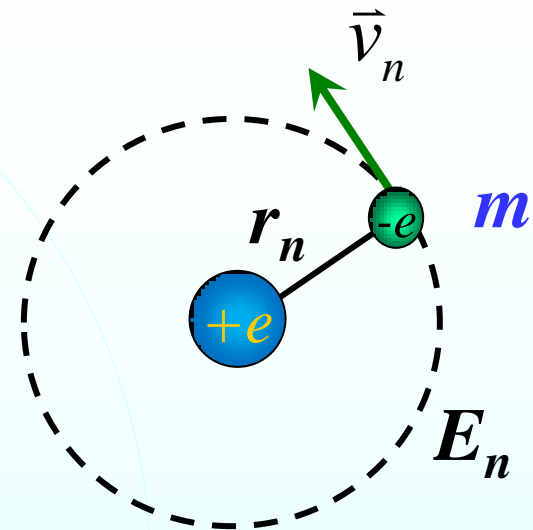
$$r_n = n^2 r_1$$

## (2) 轨道能量

$$E_n = \frac{1}{2}mv_n^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n}$$

$$r_n = \frac{\epsilon_0 h^2 n^2}{\pi m e^2} \quad v_n = \frac{nh}{2\pi m r_n}$$

$$E_n = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2}$$

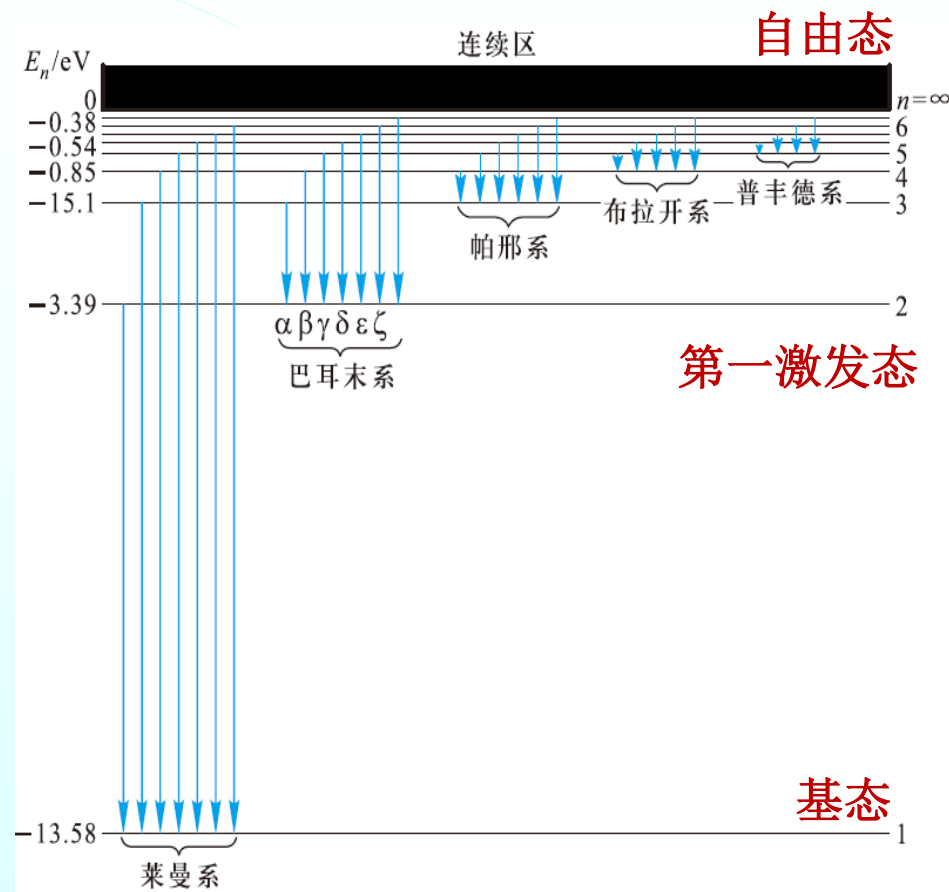
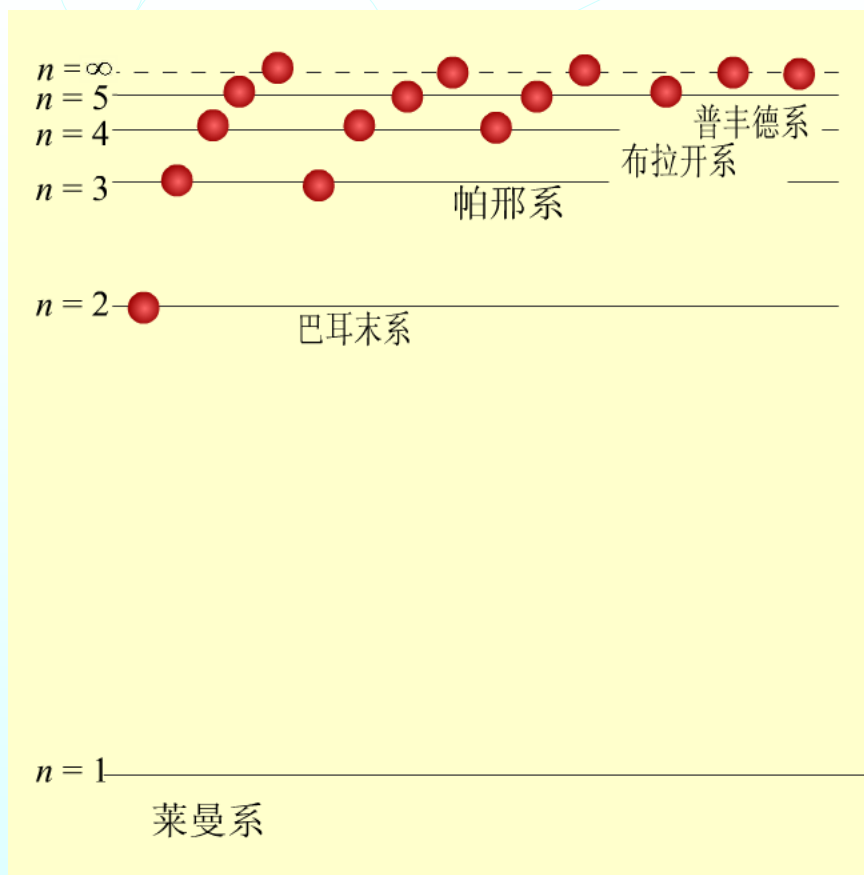


氢原子的基态能量:  $E_1 = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \approx -13.6 \text{ eV}$

氢原子能级:  $E_n = \frac{E_1}{n^2}$   $E_1, E_1/4, E_1/9 \dots$



# 氢原子能级图



**电离能:** 电子从基态到脱离原子核的束缚所需的能量

**激发能:** 电子从基态跃迁到激发态所需的能量

## 富兰克—赫兹实验

1914年，富兰克和赫兹在研究电子碰撞原子的实验中验证了能级的存在。



理论值:

$$R = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} = 1.097373 \times 10^7 (m^{-1})$$

实验值:

$$R_H = 1.096776 \times 10^7 (m^{-1})$$

修正:

$$m \rightarrow \frac{Mm}{M+m} \quad \text{折合质量}$$

考虑核的运动  $M \approx 2000 m$

索末菲椭圆轨道理论 (1916):

$$\oint P dq = nh$$

推广量子化条件，用于解释类氢原子光谱

# 玻尔氢原子理论

## 成功:

- 解释氢光谱规律;
- 提出了能量量子化和角动量量子化的概念;
- 提出了定态和能级跃迁假设;
- 能计算光谱频率.

## 局限:

- 对光谱强度、宽度、偏振问题无法解决;
- 无法解释比氢原子更复杂的原子;
- 对复杂原子系统不能计算;
- 对氢原子精细结构及塞曼效应也不能解释;
- 缺乏内在逻辑性.

例：用能量12.09eV的电子轰击氢原子，将产生那些谱线？

解：

$$E_n - E_k = E_1 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right) = 13.6 \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$12.09 = 13.6 \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow n = \sqrt{\frac{13.6}{13.6 - 12.09}} = 3$$

可能的轨道跃迁：**3→1**，**2→1**，**3→2**

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda_1} = 1.097 \times 10^7 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right) = 0.975 \times 10^7$$

$$\lambda_1 = 1.025 \times 10^{-7} m$$

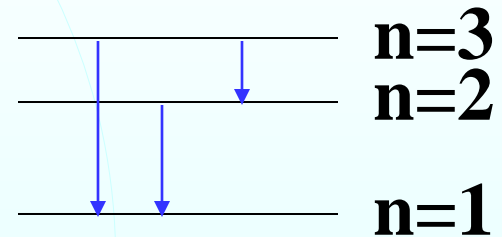
$$\frac{1}{\lambda_2} = 1.097 \times 10^7 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = 0.975 \times 10^7$$

$$\lambda_2 = 1.216 \times 10^{-7} m$$

$$\frac{1}{\lambda_3} = 1.097 \times 10^7 \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = 0.152 \times 10^7$$

$$\lambda_3 = 6.579 \times 10^{-7} m$$

取 **n = 3**



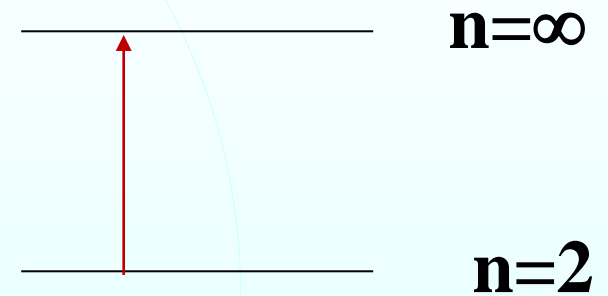
**例：**氢原子中把  $n = 2$  状态下的电子移离原子需要多少能量？

**解：**  $n = 2$  ,  $k \rightarrow \infty$

$$\Delta E = E_{\infty} - E_2 = \frac{E_1}{\infty} - \frac{E_1}{2^2}$$

$$= -\frac{E_1}{4} = \frac{13.6}{4}$$

$$= 3.4 \text{ eV}$$



## 玻尔氢原子理论

### 1 实验规律

分立线状光谱

$$\text{波数 } \tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

线系

k=1: 赖曼线系

k=2: 巴尔末线系

k=3: 帕邢线系

k=4: 布拉开线系

### 2 玻尔假设

→ 定态假设

→ 跃迁假设

→ 角动量量子化假设

### 3 氢原子理论

轨道半径

$$r_n = n^2 r_1$$

轨道能量

$$E_n = \frac{1}{n^2} E_1$$

辐射频率

$$\nu_{kn} = \frac{E_n - E_k}{h}$$





## 课后思考：

请查阅资料，了解光谱分析  
的相关应用及其发展前景

