## 二、法拉第电磁感应定律

当穿过回路所包围面积的磁通量发生变化时，回路中产生的感应电动势的大小与穿过回路的磁通量对时间的变化率成正比。

即 $\varepsilon_i \propto$

$$\boxed{\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

"−" 反映了感应电动势的方向

回路有多匝导线：$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(N\Phi)}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt}$

（$\Psi = N\Phi$ 为磁通链数）

$$\boxed{\varepsilon_i = \left|-N\frac{d\Phi}{dt}\right|}$$

# 四、应用

## 1. 磁通计

感应电流： $I_{\mathrm{i}}=\dfrac{\varepsilon}{R}=-\dfrac{1}{R}\dfrac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t}$

感应电荷量： $q=\int_{t_1}^{t_2}I_{\mathrm{i}}\mathrm{d}t=-\dfrac{1}{R}\int_{\Psi_1}^{\Psi_2}\mathrm{d}\Psi=-\dfrac{1}{R}(\Psi_2-\Psi_1)$

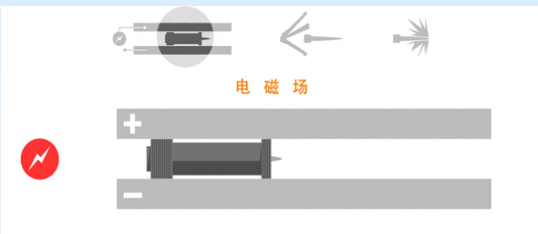
磁通计原理

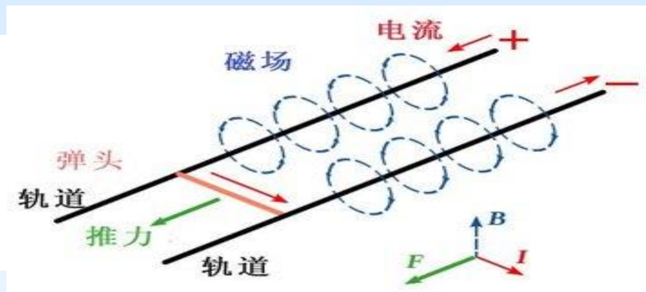
实验中，可通过测量感应电荷量和电阻来确定磁通量的变化.

# 2. 电磁炮

“不用火药的炮”

电磁炮基本原理：法拉第电磁感应定律




2018年3月，官方首次确认中国电磁炮上舰试验获得成功！

电磁炮就是一个 “直线电机 ”

# § 9-2　动生电动势

感应电动势 $\varepsilon$　　$\boxed{\varepsilon_i = -\dfrac{d\Phi}{dt}}$　　$d\Phi_m = \vec{B}\cdot d\vec{S} = B\cos\theta\, dS$

**1 动生电动势**：磁场保持不变，导体回路或导体在磁场中运动

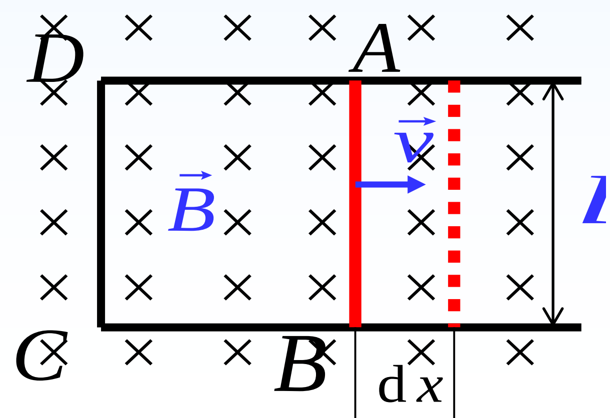
**2 感生电动势**：导体回路或导体不动，磁场变化

## 一　动生电动势

**动生电动势**：导线在磁场中作切割磁力线的运动时所产生的感应电动势称为动生电动势。

$$\mathrm{d}\Phi = \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = Bl\,\mathrm{d}x$$

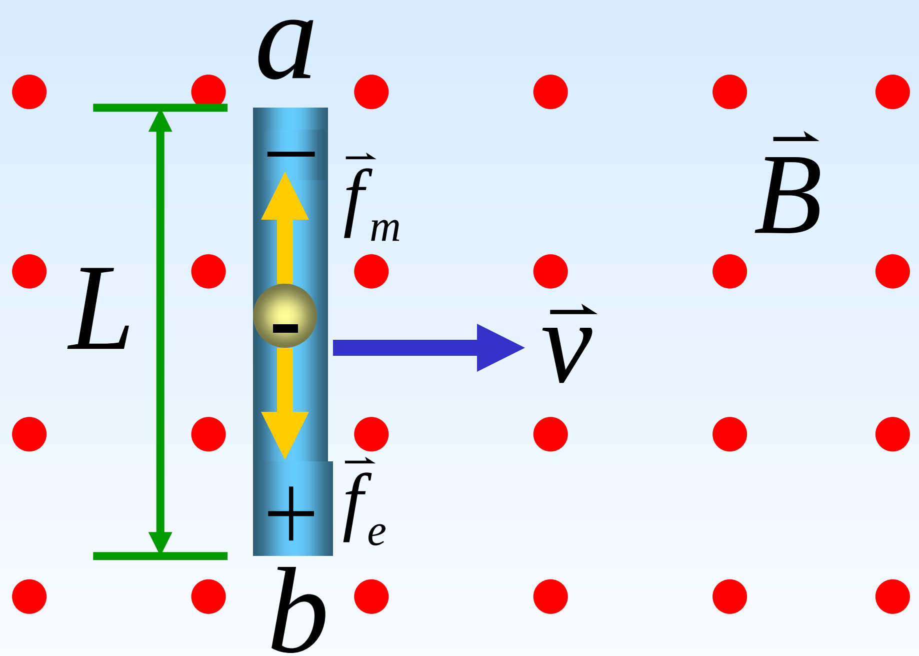
$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -Bl\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -Blv$$



## • 动生电动势产生的原因

每个电子受到方向向上的洛仑兹力为

$$\vec{f}_m = -e\vec{v} \times \vec{B}$$




正负电荷积累在导体内建立电场

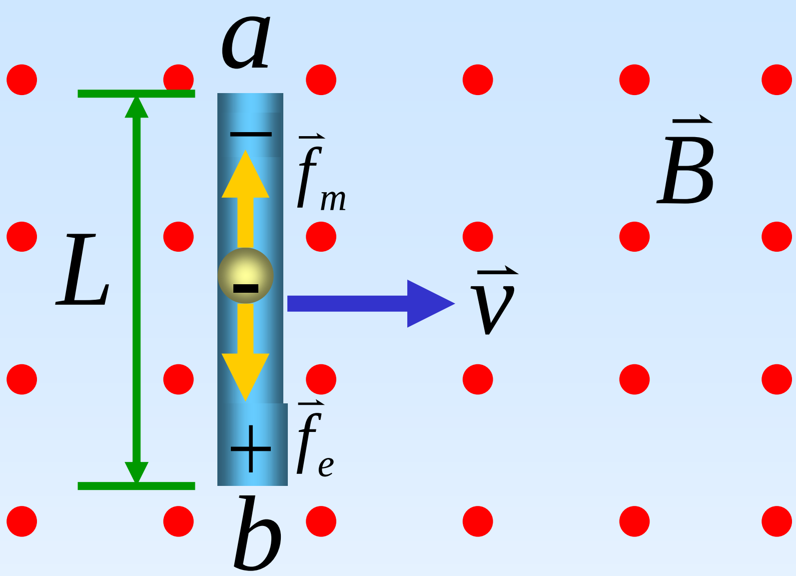
$$\vec{f}_e = -e\vec{E}$$

达到动态平衡，不再有宏观定向运动，则

$$\vec{f}_m = \vec{f}_e$$

导体 $ab$ 相当一个电源，$a$ 为负极（低电势），$b$ 为正极（高电势）.

洛仑兹力就是非静电力




非静电力 $\vec{f}_m$ 克服静电力 $\vec{f}_e$ 作功，将正电荷由 $a$ 端（负极）通过电源内部搬运到 $b$ 端（正极）。

则单位正电荷所受的非静电力即非静电场强为

$$\vec{E}_k = \frac{\vec{f}_m}{-e} = \frac{-e\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)}{-e} = \vec{v}\times\vec{B}$$

根据电动势定义，运动导体 ***ab*** 上的动生电动势为

$$\varepsilon_i = \int_{-}^{+} \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \int_a^b \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot d\vec{l}$$

即将单位正电荷，通过电源内部从负极移到正极，非静电力所作的功。

结论：动生电动势的本质是洛伦兹力，

洛伦兹力是形成动生电动势的非静电力。

(1)当$\vec{v}\perp\vec{B}$, 且$\vec{B}=$常矢量时，

$$\varepsilon_i=\int_a^b\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot d\vec{l}=\int_0^L vBdl=BLv$$

即动生电动势等于运动导体在单位时间内切割的磁感应线数。

(2)若$\vec{B}\neq$常矢量，$\vec{v}\neq$常矢量，且导体形状任意，则

$$d\varepsilon_i=\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot d\vec{l}$$

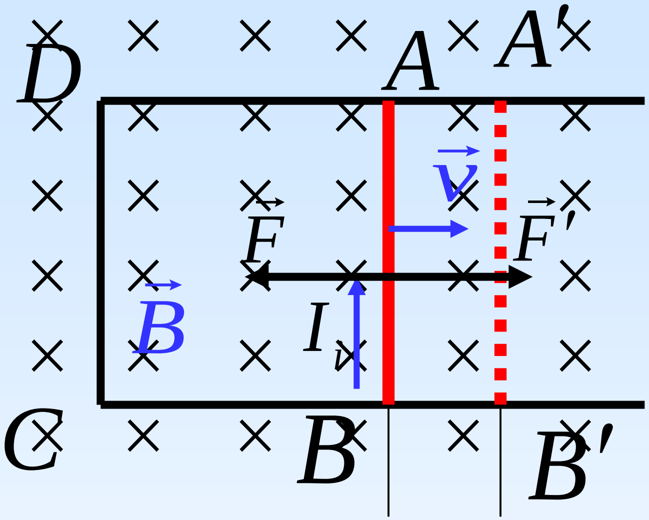
$$\varepsilon_i=\int_L d\varepsilon_i=\int_L\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot d\vec{l}$$

(3)当导体为闭合回路时，则

$$\varepsilon_i=\oint_L d\varepsilon_i=\oint_L\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot d\vec{l}$$

设电路中感应电流为$I$，
则感应电动势做功的功率为

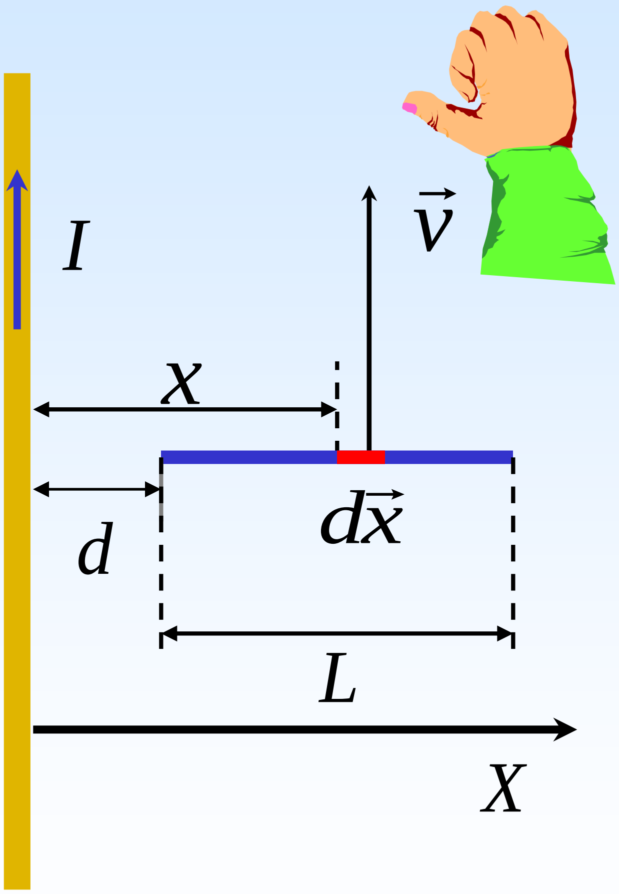
$$P = I_i \varepsilon_i = I_i B l v$$




通电导体棒$AB$在磁场中受到的安培力大小为 $F_m = IlB$，方向向左。为了使导体棒匀速向右运动，必须有外力$F_{外}$与$F_m$平衡，大小相等，方向相反，外力的功率为

$$P = F'v = I_i lBv$$

例、 如图金属杆**AB**以速度$v$ 平行于长直载流导线运动。
已知导线中的电流强度为$I$ .
求：金属杆**AB**中的动生电动势。




解： $$d\varepsilon_i = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{x} = -vBdx$$

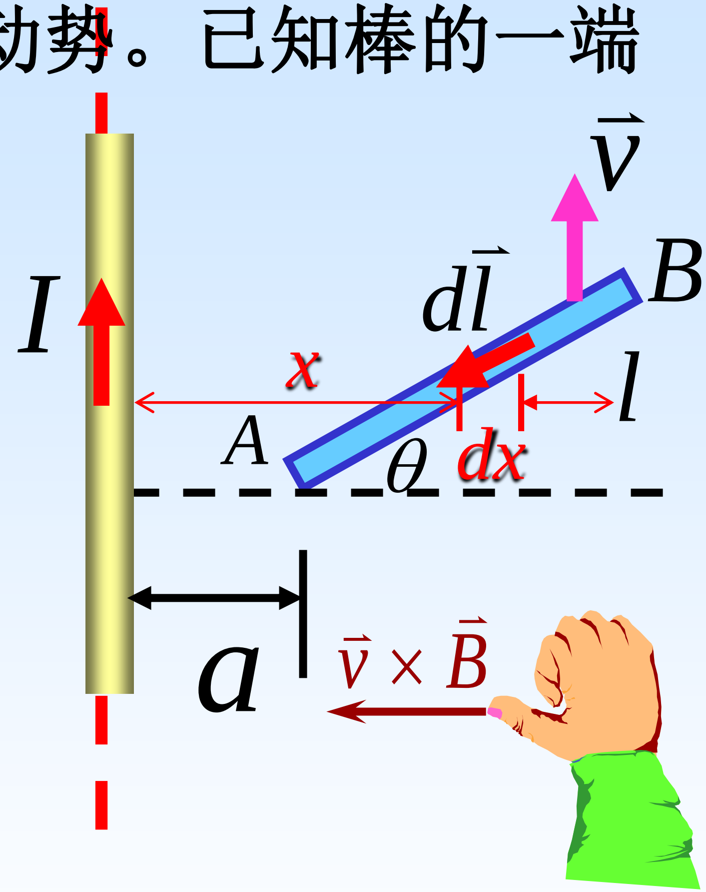
$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}}$$

$$\varepsilon_i = \int_L d\varepsilon_i = -\int_L Bv\,dx$$

$$= -\frac{\mu_0 I v}{2\pi}\int_d^{d+L}\frac{dx}{x}$$

$$\boxed{\varepsilon_i = -\frac{\mu_0 I v}{2\pi}\ln\frac{d+L}{d}}$$

例、一长直导线中通有电流 ***I***，有一长为 ***l*** 的金属棒***AB***与导线垂直共面。当棒 ***AB*** 与水平方向成***θ***角以速度 ***v***匀速运动时，求棒 ***AB*** 产生的动生电动势。已知棒的一端到导线的垂直距离为 ***a***。




解：

选 $\mathbf{d}\vec{l}$ 如图所示

$$d\varepsilon_i = \left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot d\vec{l}$$

$$= vBdl\cos\theta = -vBdx$$

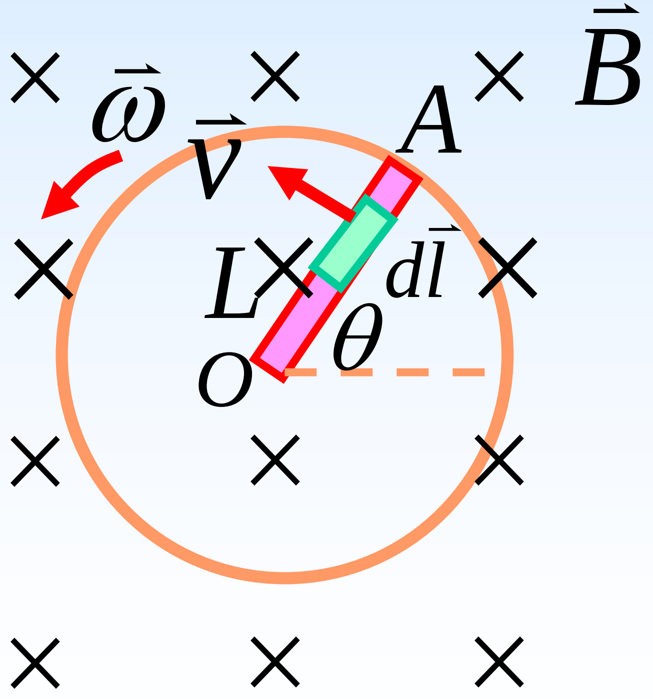
$$\varepsilon_i = \int d\varepsilon_i = \int_a^{a+l\cos\theta} -\frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\frac{dx}{x}$$

$$= -\frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\ln\frac{a+l\cos\theta}{a}$$

方向：$B\rightarrow A$(高)

**例、** 如图，铜棒 $OA$ 长为 $L$，在方向垂直于屏幕内的磁场 $\vec{B}$ 中，沿逆时针方向绕 $O$ 轴转动，角速度为$\omega$，求铜棒中的动生电动势。若是半径为 $R$ 的铜盘绕 $O$ 轴转动，则盘心 $O$ 点和铜盘边缘之间的电势差为多少？

**解：（解法一）：** 在铜棒上任取一小段 $dl$，其产生的动生电动势为




$$d\varepsilon_i = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

$$= vBdl = l\omega Bdl$$

$$(\text{方向：} A \rightarrow O)$$

整个铜棒产生的动生电动势为

$$\varepsilon_i = \int_L d\varepsilon_i = \int_0^L l\omega B dl = \frac{1}{2}L^2\omega B$$

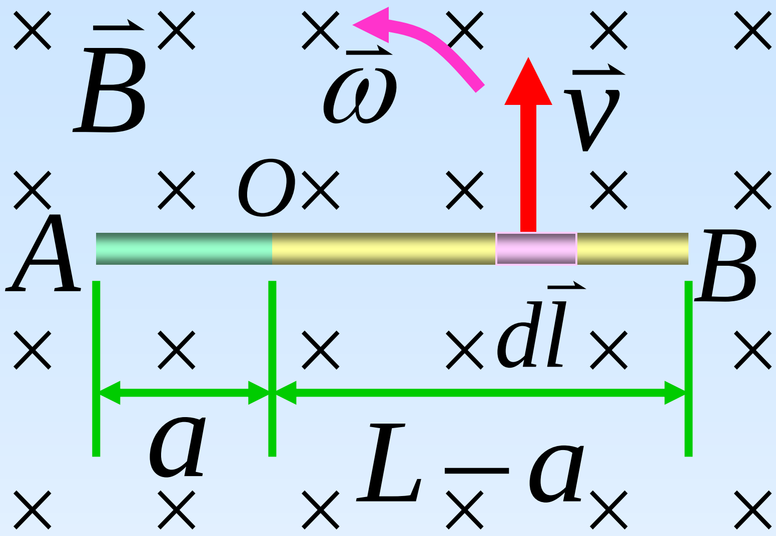
（O点电势高）

（1）若为铜盘，则动生电动势仍为

$$\varepsilon_i = \frac{1}{2}R^2\omega B$$

（2）若绕棒上任一点为轴转动，则动生电动势为？

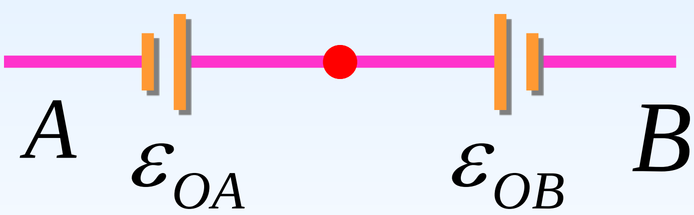
若铜棒绕如图的 $O$ 点转动，那么 $A$、$B$ 两点的电势差$U_{AB}$ 的计算如下：在铜棒上任取 $dl$ ，则




$$d\varepsilon_i = \left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot d\vec{l}$$

$$\varepsilon_{OB} = \int d\varepsilon_i = \int_0^{L-a}\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot d\vec{l}$$

$$= \int_0^{L-a} l\omega B dl = \frac{l}{2}\omega B\left(L-a\right)^2$$




方向$B\rightarrow O$

同理有 $\varepsilon_{OA} = \dfrac{1}{2}\omega B a^2$

方向$A\rightarrow O$

电势差为 $$U_{AB}=V_A-V_B=U_{OB}-U_{OA}$$
$$=\frac{1}{2}\omega B\left[\left(L-a\right)^2-a^2\right]=\frac{1}{2}\omega BL\left(L-2a\right)$$

或 $$\varepsilon_{AB}=\int_{AB}\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot d\vec{l}=-\int_{-a}^{L-a}\omega Bldl=-\frac{1}{2}\omega Bl^2\Big|_{-a}^{L-a}=-\frac{1}{2}\omega BL\left(L-2a\right)$$

所以 $$U_{AB}=-\varepsilon_{AB}=\frac{1}{2}\omega BL\left(L-2a\right)$$

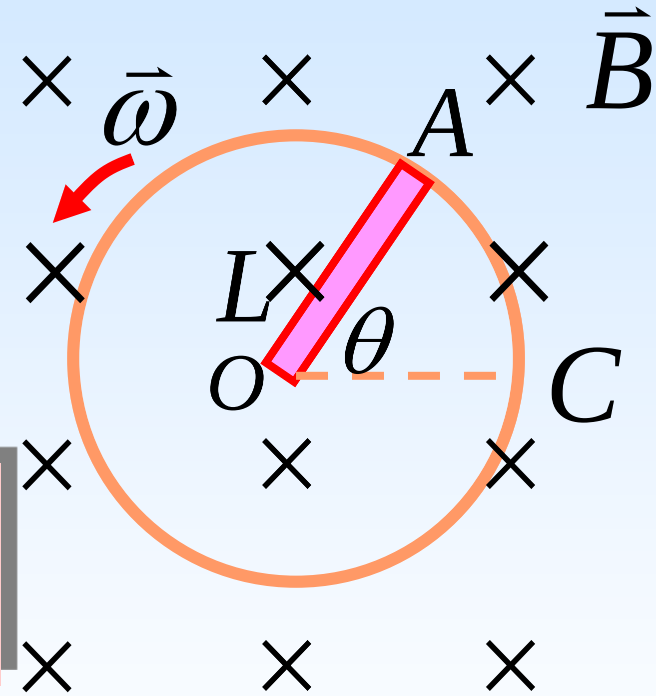
当$L\rangle\rangle 2a$时，$A$点电势高于$B$点。

在电源内部，$\vec{E}_k,\varepsilon,I$三者方向一致，且“$\vec{E}_k=\vec{v}\times\vec{B}$”，即为$\varepsilon$的方向。

（解法二）：取扇形面积$OCA$，其面积为 $S=\dfrac{1}{2}L^2\theta$

穿过它的磁通量为

$$\Phi = BS = \frac{1}{2}BL^2\theta$$




由法拉第电磁感应定律，得

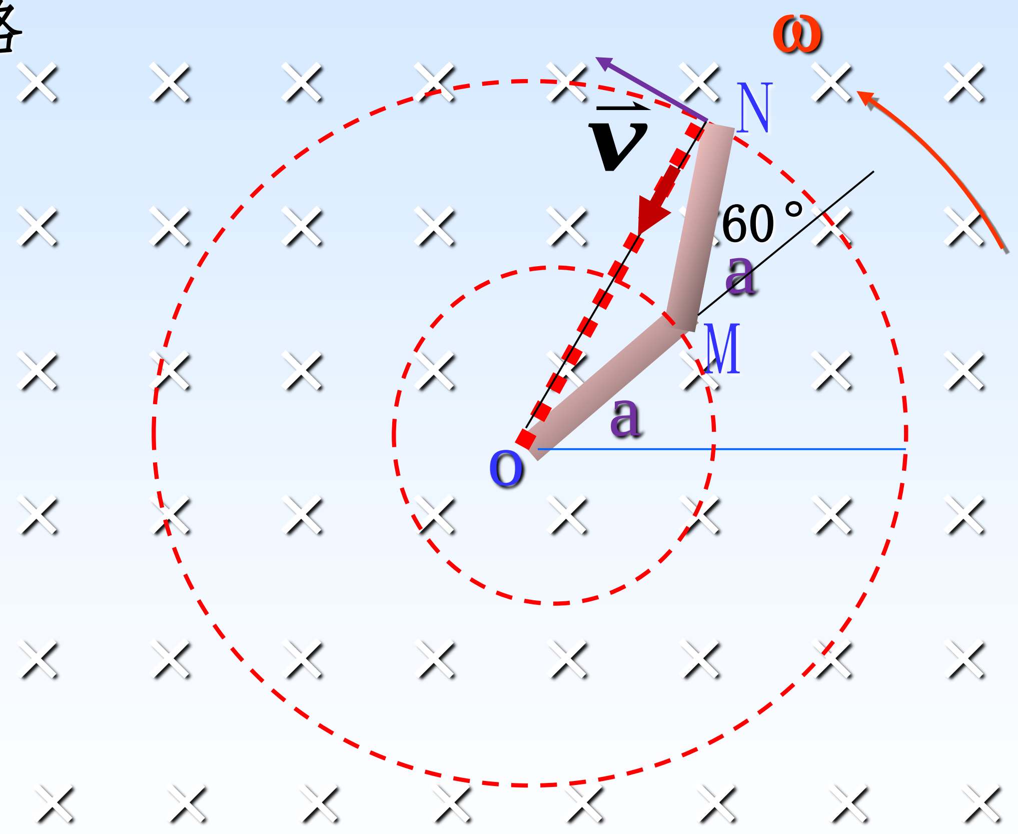
$$\left|\varepsilon_i\right| = \left|-\frac{d\Phi}{dt}\right| = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}BL^2\theta\right) = \frac{1}{2}BL^2\omega$$

由楞次定律得动生电动势的方向为：逆时针即

$$A \rightarrow O$$

例、在均匀磁场B中导线形状如图所示，以角速度ω在与磁场方向垂直的平面上作匀速转动且OM=MN=a。求棒的两端ON之间的感应电动势大小。

解：连接ON,对于OMN回路




$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = 0$$

$$\therefore \varepsilon_{iOMN} = \varepsilon_{iON}$$

由上题结论得：

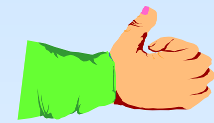
$$\varepsilon_{iON} = -\frac{1}{2}B(ON)^2\omega$$

$$\because \overline{ON} = \sqrt{3}a$$

$$\therefore \varepsilon_{iOMN} = -\frac{3}{2}B\omega a^2$$

动生电动势方向：N→O

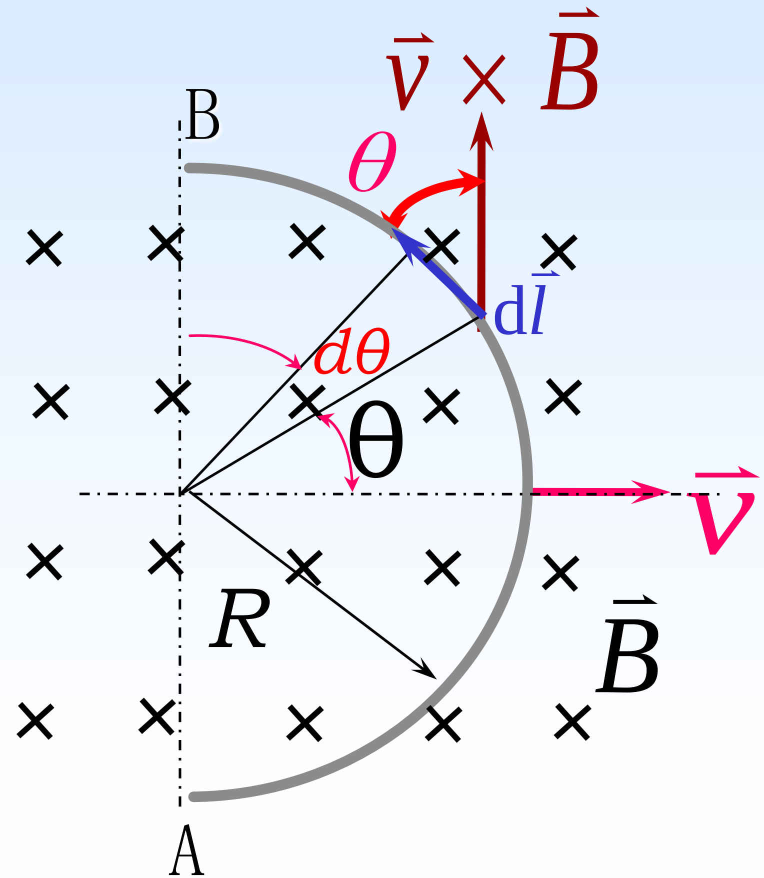
**思考：** 若圆形金属导线在匀强磁场中作切割磁力线运动时，产生的动生电动势如何？

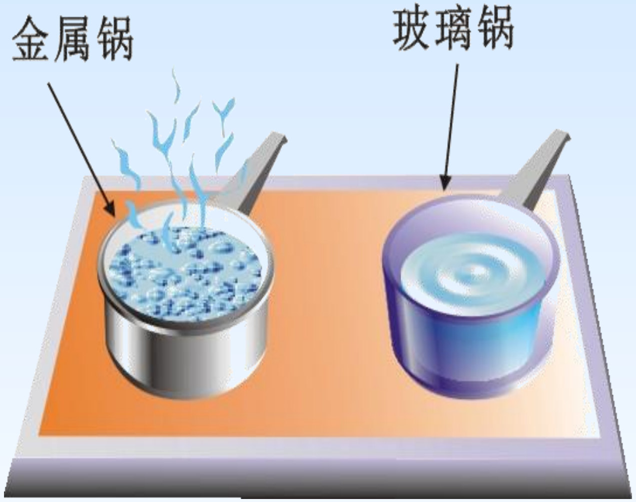


$$d\varepsilon_i = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

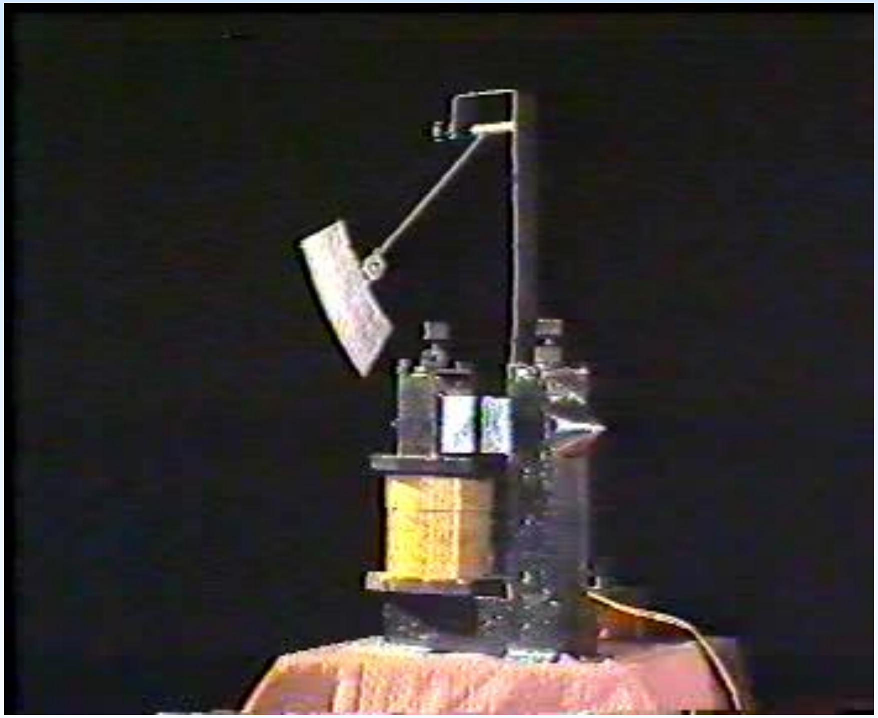
$$\varepsilon_i = 2vBR$$

$\varepsilon_i$方向：由A→B






电磁灶

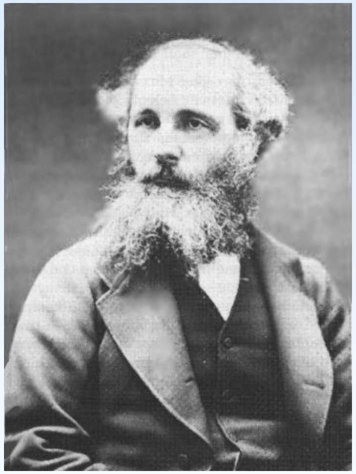


# §9-3　感生电动势　感生电场

## 一、　感生电动势

- 感生电场（涡旋电场）

*麦克斯韦的假设：变化磁场在其周围激发一种涡旋状电场，这种电场就称为感生电场



$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \oint_L \vec{E}_{感} \cdot d\vec{l}$$

非静电力是感生电场力！

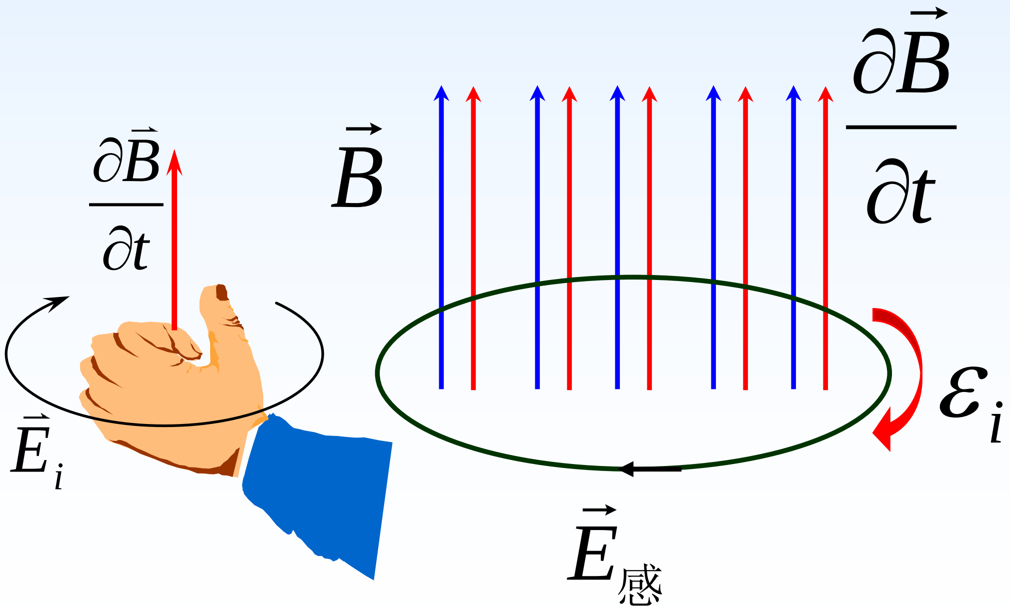
由法拉第电磁感应定律

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}\iint_s \vec{B}\cdot d\vec{S} = -\iint_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

$$\boxed{\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_{感} \cdot d\vec{l} = -\iint_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}}$$

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_{感} \cdot d\vec{l} = -\iint_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$\vec{E}_{感}$ 与 $\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ 的关系： $\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ 与 $\vec{E}_{感}$ 成左手螺旋关系



# 感生电场与静电场的比较

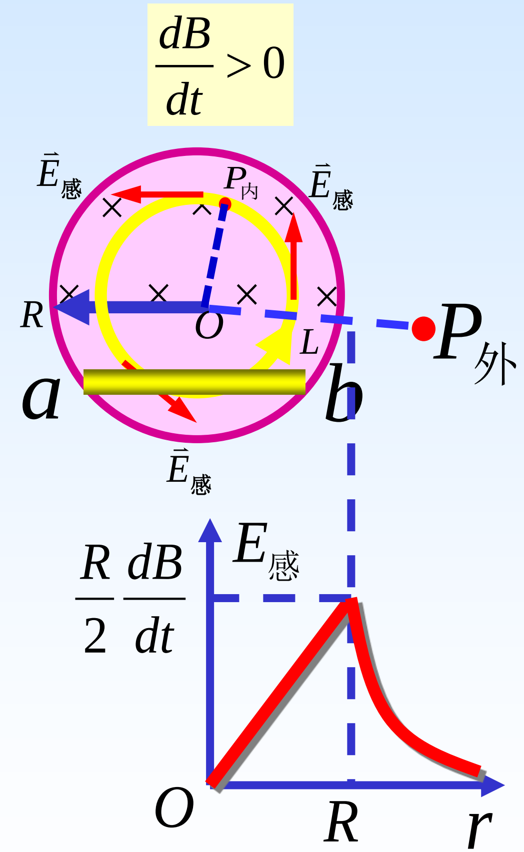
| 感生电场 | • 静电场 |
| --- | --- |
| ① 由变化的磁场激发 | • 由静止电荷激发 |
| ① 电场线是闭合曲线 | • 电场线不是闭合曲线 |
| ③ 对电荷有感生电场力 | • 静电场（库仑）力 |
| ③ 有旋场 $\oint_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = \varepsilon_i \neq 0$ | • 无旋场 $\oint_L \vec{E}_{静} \cdot d\vec{l} = 0$ |
| ③ 非保守场 | • 保守场 |
| ③ 涡旋场 | • 有源场 |

**例、** 已知半径为R的长直螺线管中的电流随时间变化, 若管内磁感应强度随时间增大, 即 $\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$ = 恒量 >0 , 求感生电场分布.

**解:** 选择一回路L, 逆时针绕行.

感生电场的方向如图:

$$\oint_L \vec{E}_{感}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\iint_S \frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t}\cdot \mathrm{d}\vec{S} \Rightarrow E_{感}2\pi r = \iint_S \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}S$$




**$r < R$:**

$$E_{感}2\pi r = \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\pi r^2$$

$$\boxed{E_{感} = \frac{r}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}}$$

**$r > R$:**

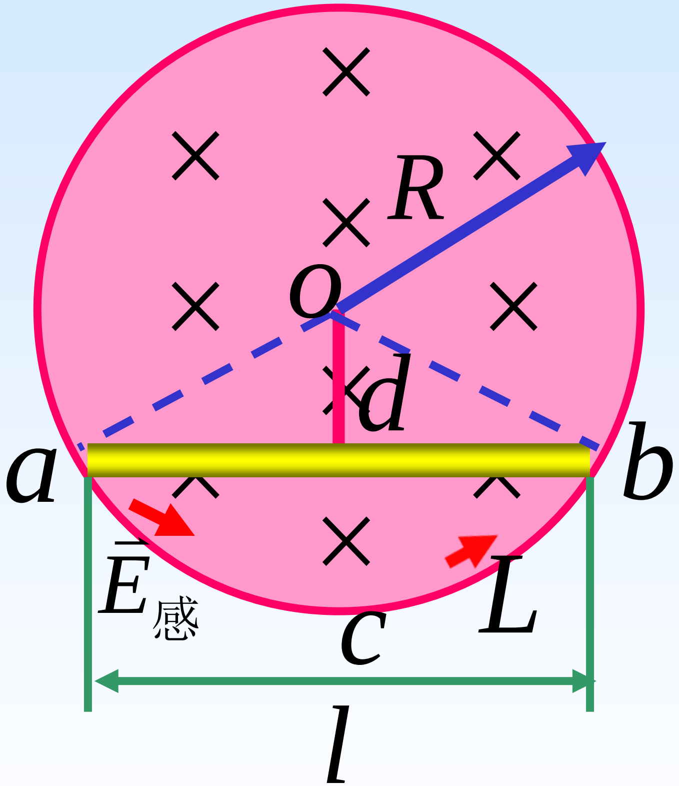
$$E_{感}2\pi r = \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\pi R^2$$

$$\boxed{E_{感} = \frac{R^2}{2r}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}}$$

思考：若在磁场中放一金属棒，棒两端的感生电动势是多少?

**例、**在半径为 $R$ 的圆柱形体内存在均匀磁场，且 $\dfrac{dB}{dt}>0$，有一长为 $l$ 的金属棒放在磁场中，位置如图。求棒两端的感生电动势。

**解一：**取回路 $abca$ 为逆时针方向，$\vec{E}_{感}$ 线为逆时针方向。则




$$\oint_{acba}\vec{E}_{感}\cdot d\vec{l} = \int_{\overline{ba}}\vec{E}_{感}\cdot d\vec{l} + \int_{acb}\vec{E}_{感}\cdot d\vec{l}$$

$$\varepsilon_{ba} = \int_{\overline{ba}}\vec{E}_{感}\cdot d\vec{l} = \oint_{acba}\vec{E}_{感}\cdot d\vec{l} - \int_{acb}\vec{E}_{感}\cdot d\vec{l}$$

其中

$$\oint_{acba} \vec{E}_{感} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\iint_S \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S} = S_{acba} \frac{dB}{dt}$$

$$= \left( \frac{1}{2} R^2 \theta - \frac{l}{2} \sqrt{R^2 - \left( \frac{l}{2} \right)^2} \right) \frac{dB}{dt}$$

$$\int_{acb} \vec{E}_{感} \cdot d\vec{l} = \int_{acb} \frac{R}{2} \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{l} = \frac{R}{2} \frac{dB}{dt} R\theta = \frac{1}{2} R^2 \theta \frac{dB}{dt}$$

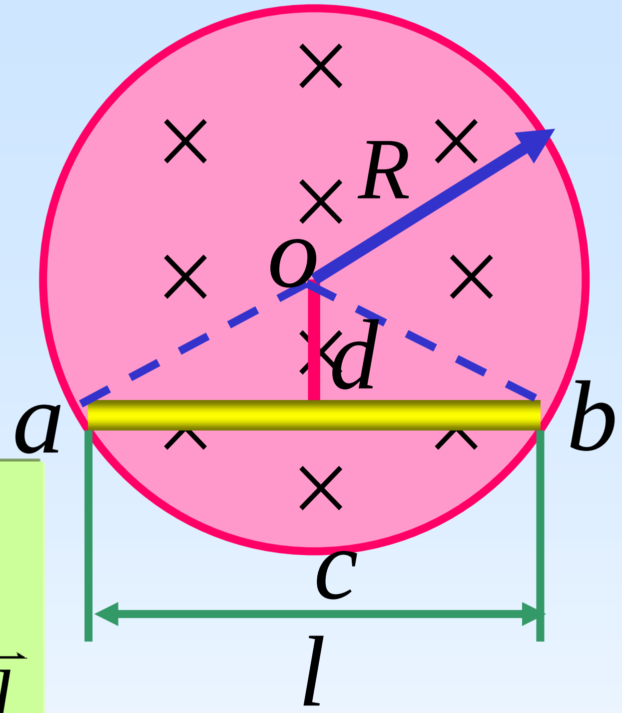
$$\varepsilon_{ba} = \oint_{acba} \vec{E}_{感} \cdot d\vec{l} - \int_{acb} \vec{E}_{感} \cdot d\vec{l} = -\frac{l}{2} \sqrt{R^2 - \left( \frac{l}{2} \right)^2} \frac{dB}{dt}$$

所以

$$\varepsilon_{ab} = -\varepsilon_{ba} = \frac{l}{2} \sqrt{R^2 - \left( \frac{l}{2} \right)^2} \frac{dB}{dt}$$

**解二：**取回路 $aboa$ 为逆时针方向，则

$\vec{E}_{感}$与$\overline{oa}$、$\overline{bo}$处处垂直




$$\varepsilon_{ab} = \int_{\overline{ab}} \vec{E}_{感} \cdot d\vec{l}$$

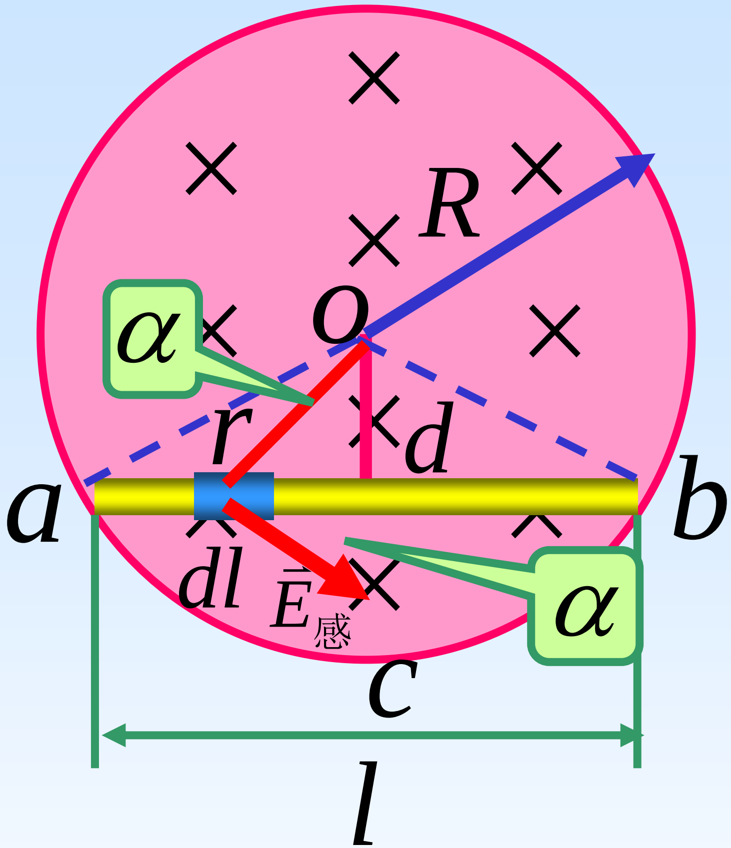
$$= \oint_{aboa} \vec{E}_{感} \cdot d\vec{l} - \int_{\overline{bo}} \vec{E}_{感} \cdot d\vec{l} - \int_{\overline{oa}} \vec{E}_{感} \cdot d\vec{l}$$

$$= -\iint_{S_{aboa}} \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S} - 0 - 0$$

$$= -\left(-S_{aboa} \cdot \frac{dB}{dt}\right) = \frac{l}{2}\sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}\,\frac{dB}{dt}$$

**解三：**积分法：在棒上任取 $d\vec{l}$，由于

$$E_{感}=\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}$$




所以

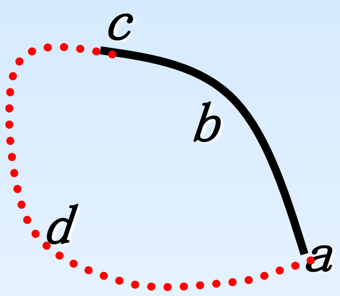
$$\varepsilon_{ab}=\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_a^b \frac{r}{2}\frac{dB}{dt}\cos\alpha dl=\int_a^b \frac{r}{2}\frac{dB}{dt}\frac{d}{r}dl$$

$$=\frac{d}{2}\frac{dB}{dt}\int_a^b dl=\frac{d}{2}\frac{dB}{dt}l=\frac{l}{2}\sqrt{R^2-\left(\frac{l}{2}\right)^2}\frac{dB}{dt}$$

- **感生电动势的计算方法：**

（1）导体为**闭合回路** $\varepsilon_{\mathrm{i}}=-\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$ （通用法则）

（2）导体为**非闭合回路**




**方法一：** 构建闭合回路；

$$\varepsilon_{\mathrm{i}}=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=\varepsilon_{abc}+\varepsilon_{cda}\Longrightarrow\varepsilon_{abc}=\varepsilon_{i}-\varepsilon_{cda}$$

**条件：** 添加径路上的电动势已知或为零

**方法二：** 已知感生电场，直接积分。

$$\varepsilon_{\mathrm{i}}=\int_{a}^{c}\vec{E}_{k}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$