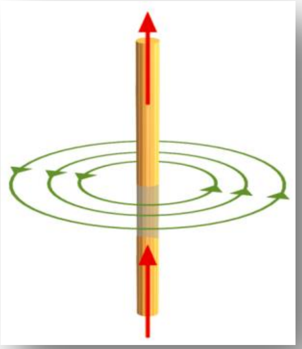
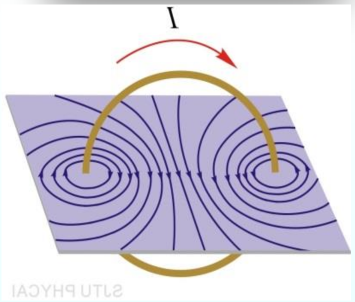
思过去：

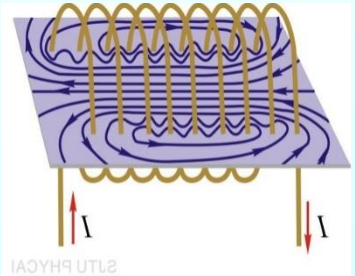
点电荷 → 点电荷系(带电体) → $\vec{E}=\int d\vec{E}$

想现在：

元电流 → 电流(载流体） → $\vec{B}=\int d\vec{B}$





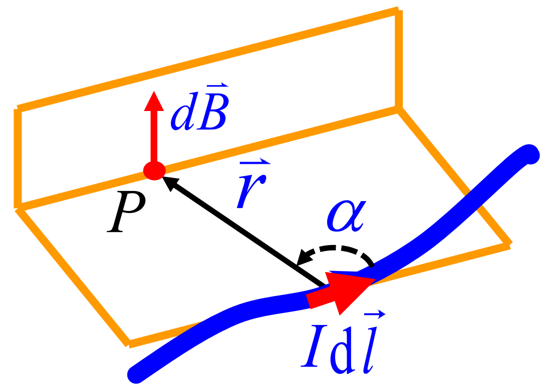


- 电流产生的磁场的大小与哪些因素有关？
- 常见直导线、圆环电流等的磁场，
  能否通过理论进行计算？
- 计算磁场的基本方法是什么？

毕奥-萨伐尔定律

§ 8-3　毕奥-萨伐尔定律

一、毕奥-萨伐尔定律



1820年，毕奥和萨伐尔用实验方法证明：

电流元在空间任一点P产生的$d\vec{B}$的大小，

与电流元$Id\vec{l}$的大小成正比，

与电流元到P点距离r的平方成反比，

与电流元$Id\vec{l}$和它到场点P的矢径$\vec{r}$之间的夹角α的正弦成正比。

$$dB = k\frac{Idl\sin\alpha}{r^2} \longrightarrow \boxed{dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}}$$

方向：$Id\vec{l} \times \vec{r}$

真空中的磁导率：　$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ T\cdot m\cdot A^{-1}$

$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}}$$

毕奥—萨伐尔定律

线电流：

$$\vec{B}=\int d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{Id\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$$

- 毕萨定律解题的方法：

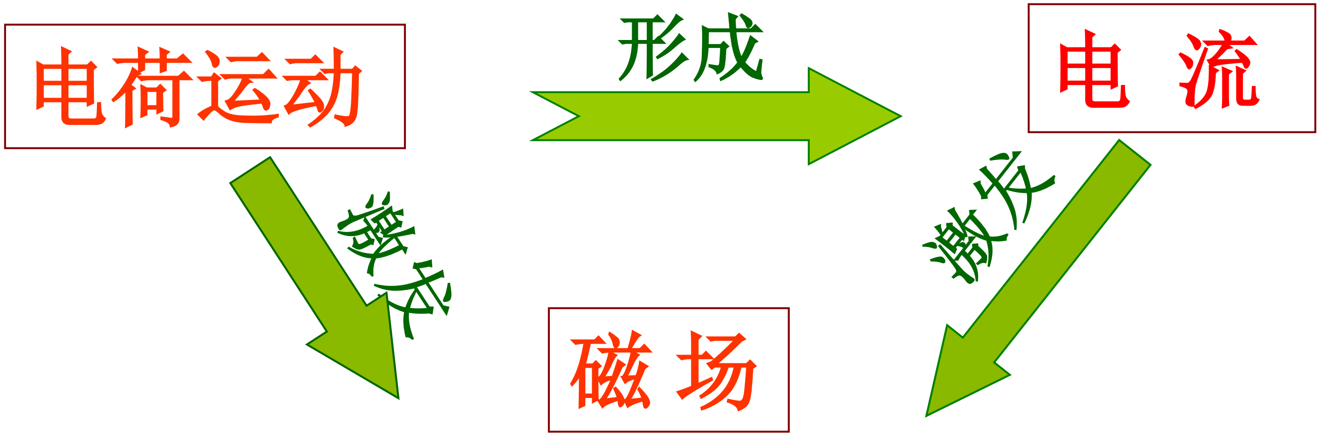
1. 分割电流元；
2. 由毕萨定律求出dB；
3. 让dB对整个电流积分，求出B。

元电流 → 线电流 → 面电流 → 体电流

→ 任何载流体的 $\vec{B}$ 分布

常采用分量积分，再叠加各分量，求出总的磁感应强度矢量。

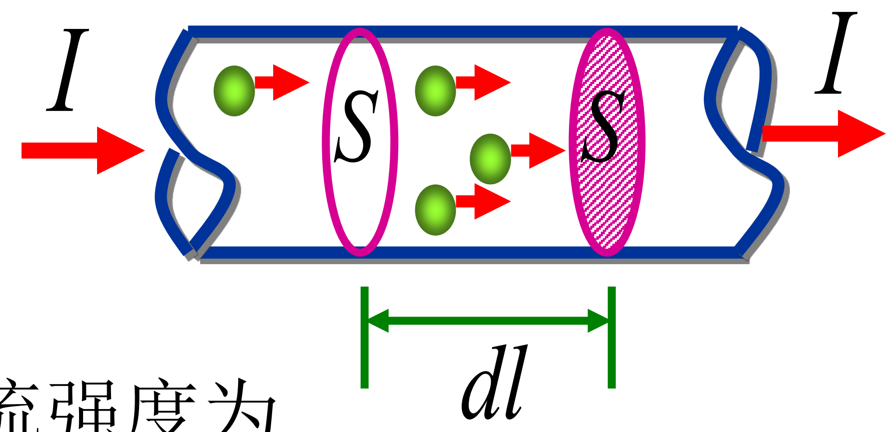
二、运动电荷的磁场



由毕—萨定律，电流元$I d\vec{l}$产生的磁感应强度$d\vec{B}$的大小为

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I dl \sin\alpha}{r^2}$$

设电流元$Id\vec{l}$的横截面积为S，导体单位体积内有n个带电粒子，每个粒子带电量为q，以速度$\vec{v}$沿$Id\vec{l}$方向匀速运动形成电流。



在 $Id\vec{l}$ 中 共 有 dN 个 带 电 粒 子

$$dN = nSdl$$

单位时间通过横截面S的电流强度为

$$I=\frac{dq}{dt}=\frac{q\cdot dN}{dt}=\frac{qnsdl}{dt}=qnsv$$

电流元在P点产生的磁感应强度

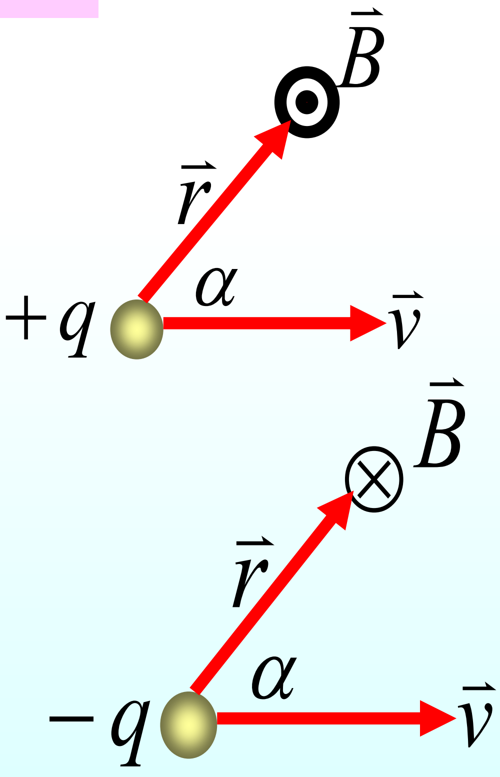
$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qnvS\,\mathrm{d}l\sin\alpha}{r^2}$$

一个电荷所激发的磁感应强度大小为：

$$B=\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}N}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qv\sin\alpha}{r^2}$$

运动电荷的磁感应强度公式：

$$\vec{B}=\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}$$



方向：$\vec{v}\times\vec{r}$（正电荷）

$-\vec{v}\times\vec{r}$（负电荷）

三、毕奥–萨伐尔定律的应用

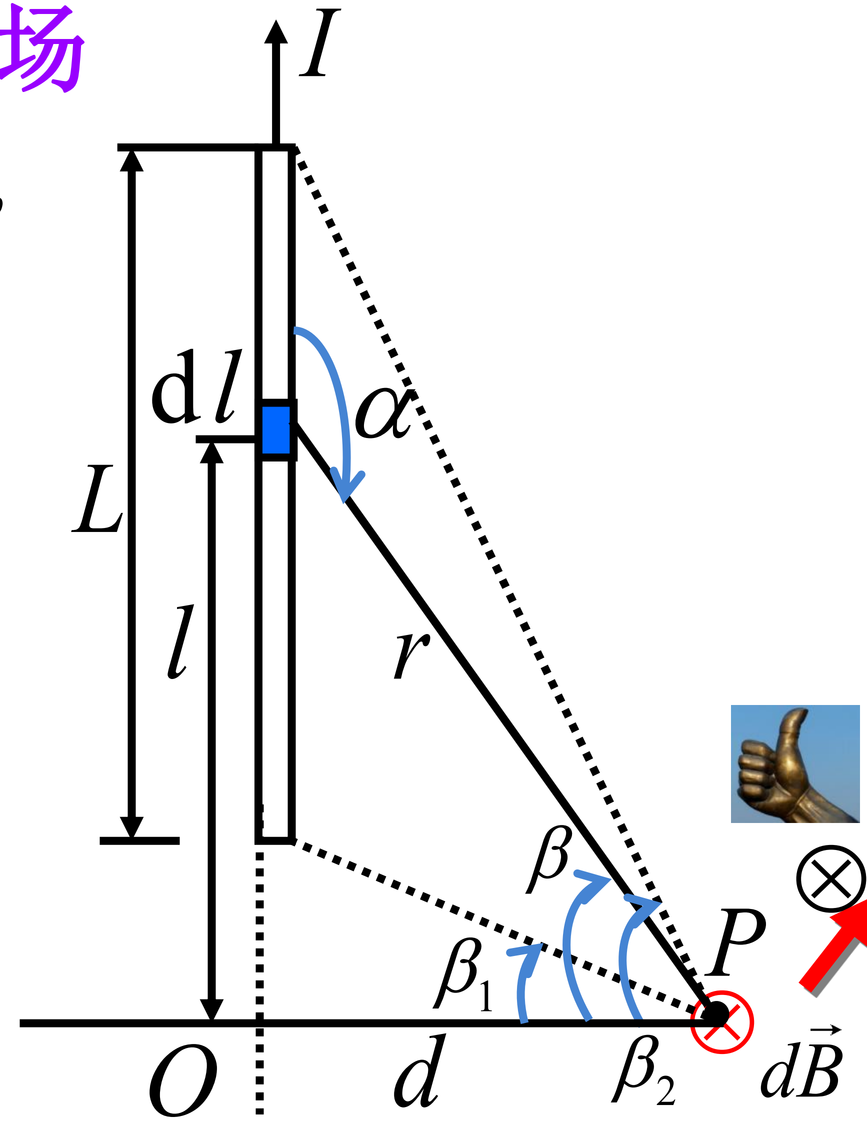
1、载流长直导线的磁场

设有长为L的载流直导线，电流为I 。试计算距导线 d处 *P*点的磁感应强度 $\vec{B}$。

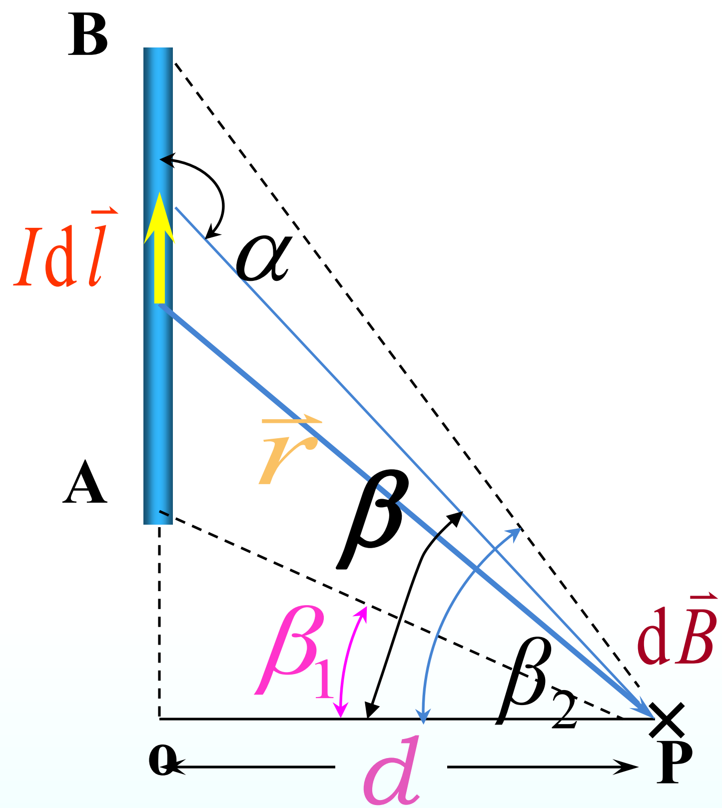
解： 建立如图坐标系，在载流直导线上，任取一电流元 *I dl*，由毕—萨定律得磁感应强度大小为

大小：$\mathrm{d}B = \dfrac{\mu_0 I \mathrm{d}l \sin\alpha}{4\pi r^2}$

方向：$I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}$ 的方向



$$B=\int_L \mathrm{d}B=\int_L \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\mathrm{d}l\sin\alpha}{r^2}$$



由几何关系有：

$\sin\alpha=\cos\beta \qquad r=d\sec\beta$

$l=d\,\mathrm{tg}\beta \Rightarrow \mathrm{d}l=d\sec^2\beta\,\mathrm{d}\beta$

$$\Rightarrow B=\int \mathrm{d}B=\int\frac{\mu_0 I\mathrm{d}l\sin\alpha}{4\pi r^2}$$

$$=\int\frac{\mu_0 I d\sec^2\beta\cos\beta\,\mathrm{d}\beta}{4\pi d^2\sec^2\beta}=\frac{\mu_0 I}{4\pi d}\int_{\beta_1}^{\beta_2}\cos\beta\,\mathrm{d}\beta$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi d}(\sin\beta_2-\sin\beta_1)$$

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi d}(\sin\beta_2-\sin\beta_1)$$

注意：

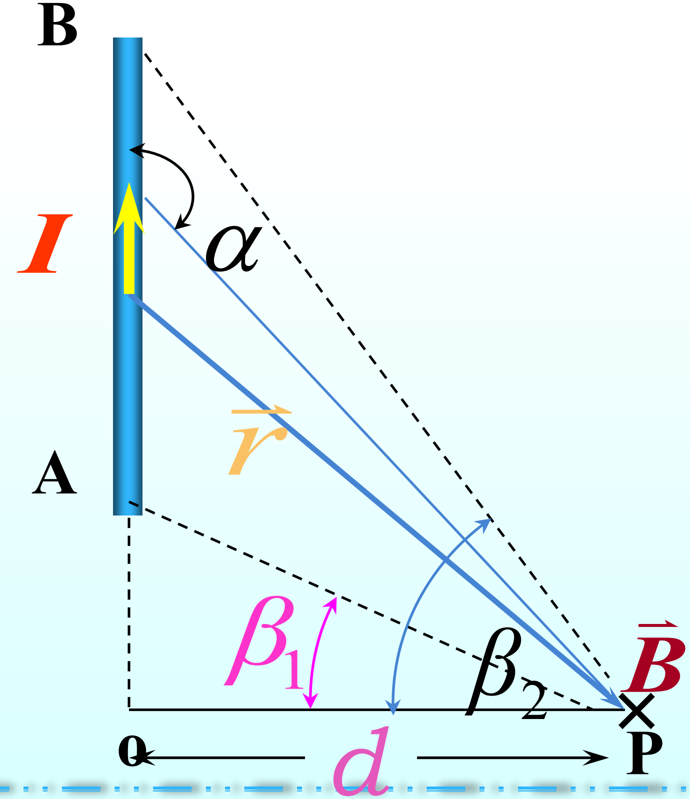
1、β_1，β_2 角

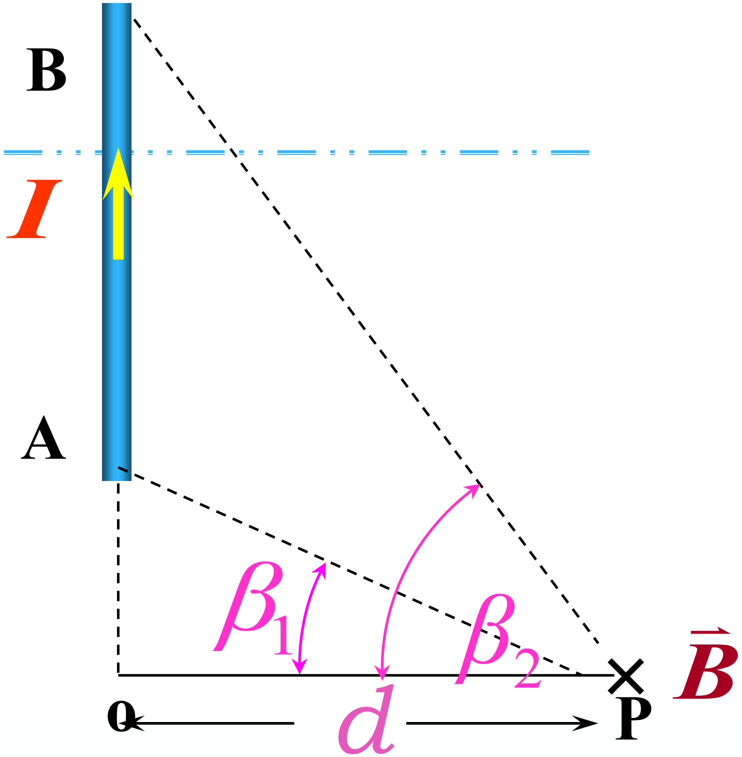
β_1——是Po线与电流始端A的连线的夹角

β_2——是Po线与电流末端B的连线的夹角

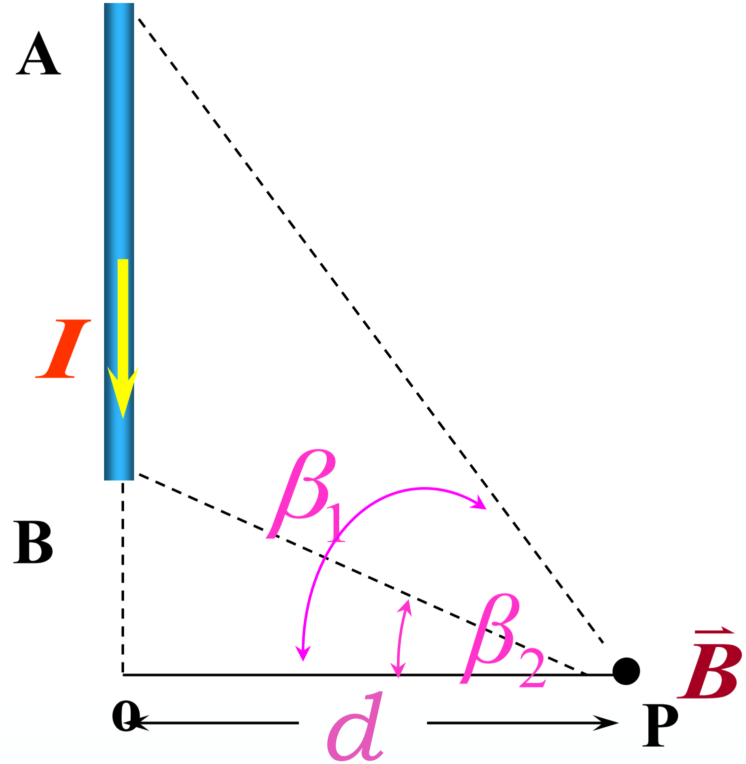
2、β_1，β_2 角的正负

从Po旋转到PA（或PB)时
旋转方向与电流方向
相同为正、相反为负

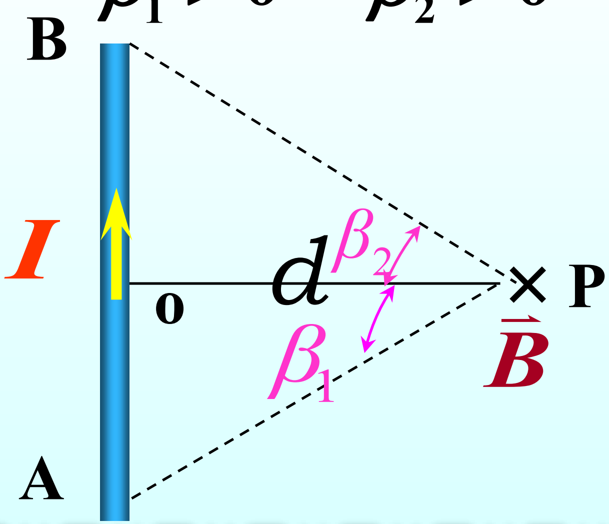




$\beta_1 > 0 \quad \beta_2 > 0$

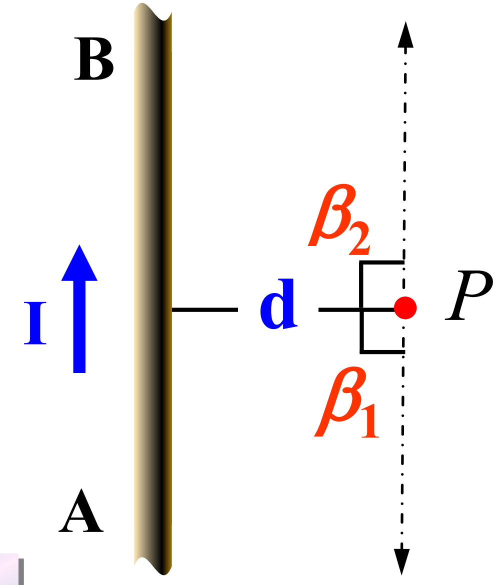


$\beta_1 < 0 \quad \beta_2 < 0$



$\beta_1 < 0 \quad \beta_2 > 0$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}(\sin\beta_2 - \sin\beta_1)$$



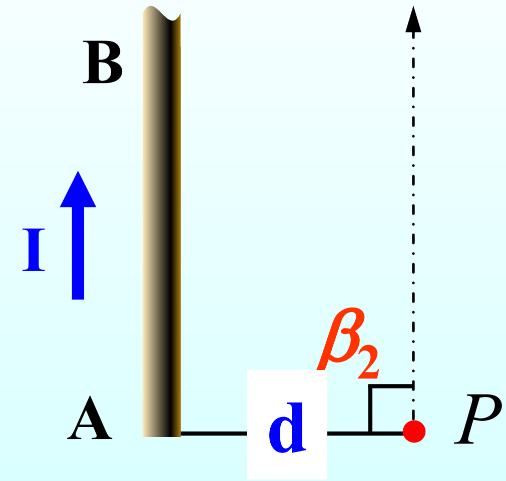
讨论：

1.当直线电流为“无限长”时

$$\beta_1 = -\pi/2,\ \beta_2 = \pi/2$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

2.若导线为“半无限长”时



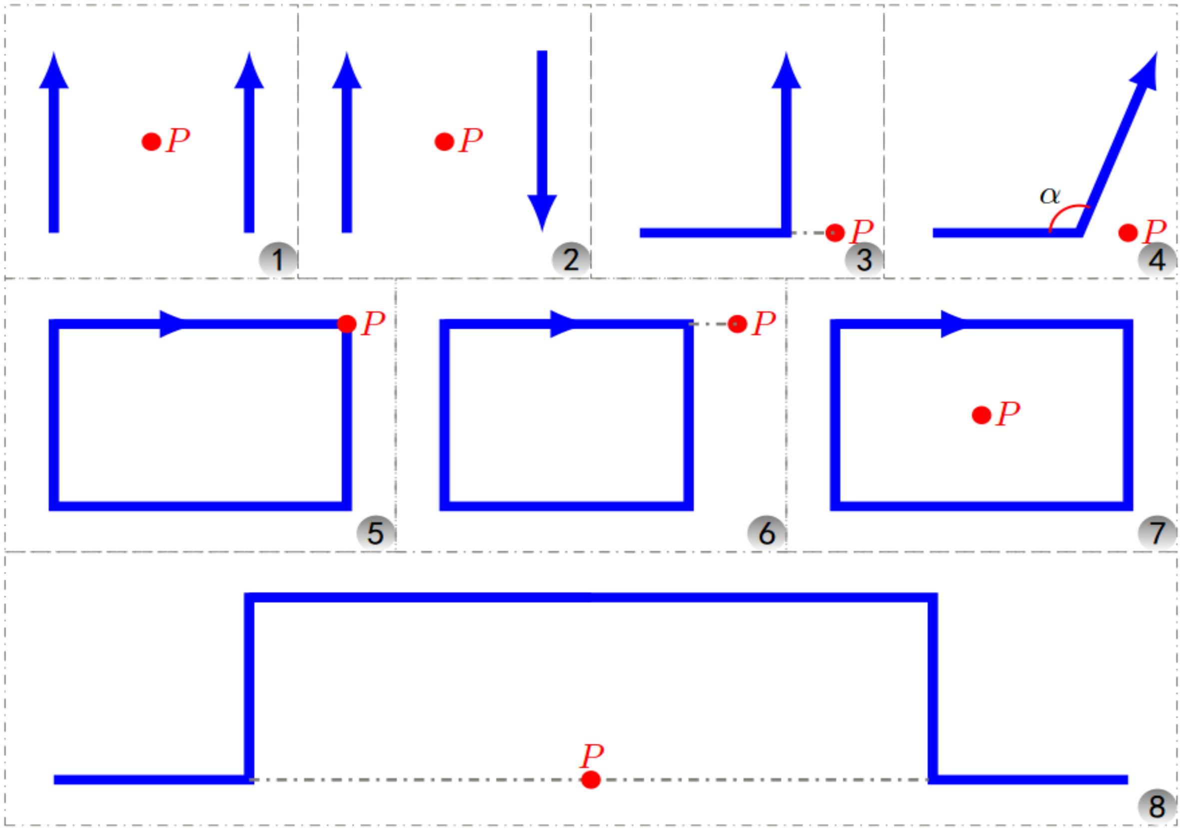
$$\beta_1 = 0,\quad \beta_2 = \frac{\pi}{2}$$

$$\beta_1 = -\frac{\pi}{2},\quad \beta_2 = 0$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}$$

图1-8中P点的磁感应强度大小及方向分别怎样？

常见情况举例



$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi d}(\sin\beta_2-\sin\beta_1)$$

解题关键在于确定

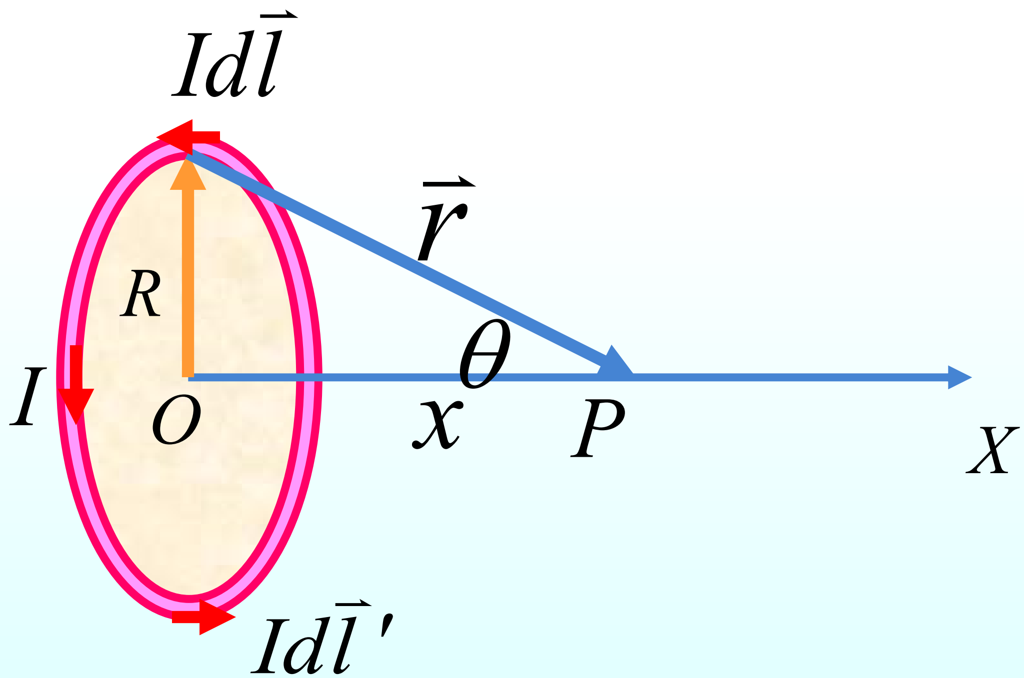
β_1,β_2

- 若P点在载流直导线的延长线上，则$B=0$

2、 载流圆线圈轴线上的磁场

设有圆形线圈L，半径为R，通以电流I。求其轴线上距圆心 O 为 x 处的P点的磁感应强度。

解： 建立坐标系如图，任取电流元 $Id\vec{l}$，由毕—萨定律得

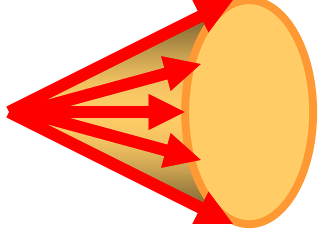


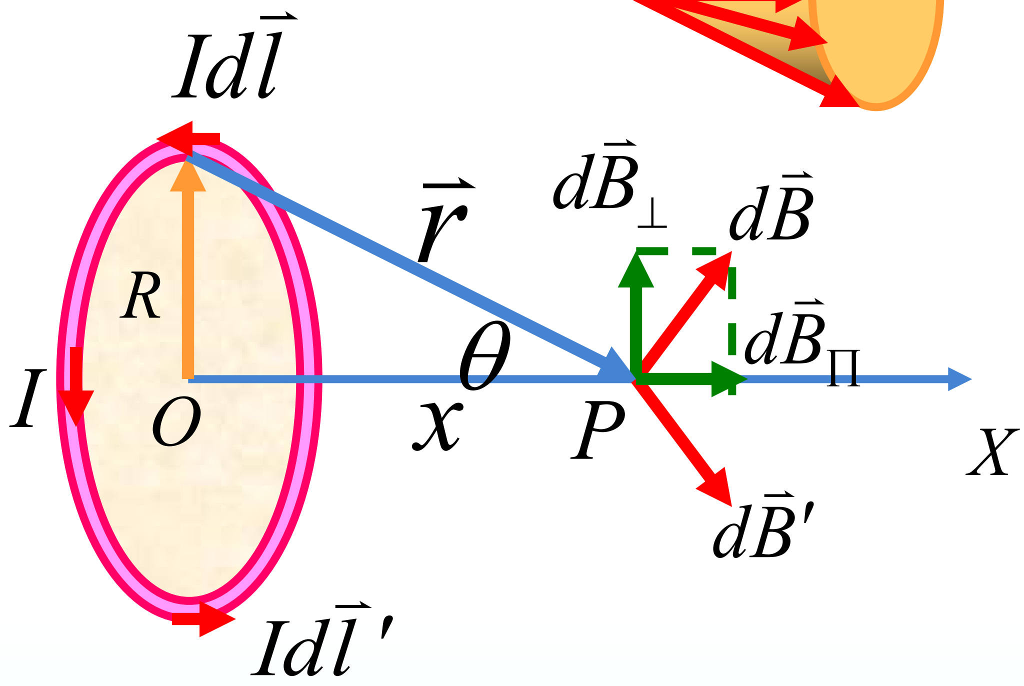
在场点P 的磁感应强度大小为

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}$$

$\because\ \alpha = 90^\circ \quad \therefore\ \mathrm{d}B = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\mathrm{d}l}{r^2}$





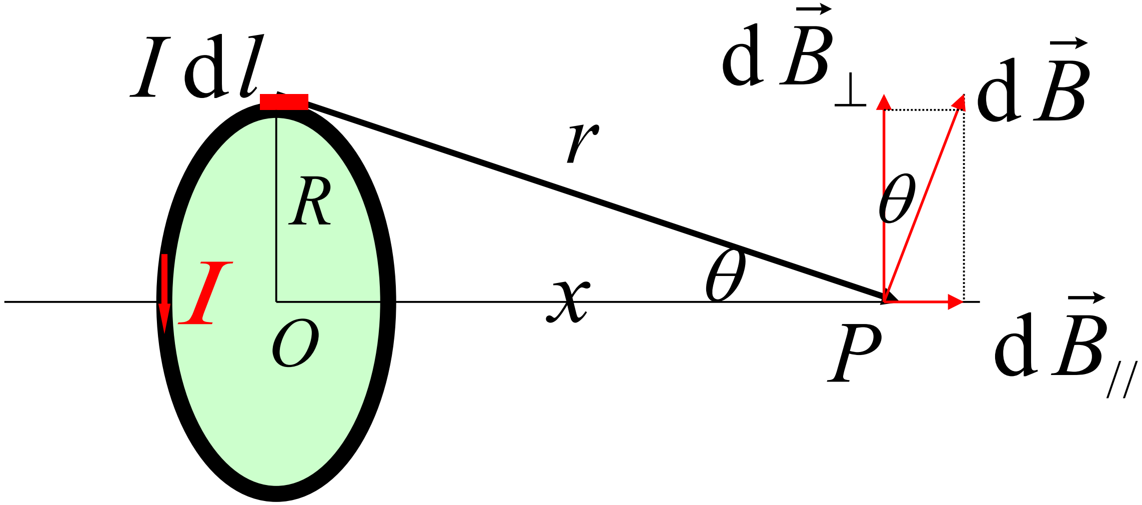
由对称性：

$$\boldsymbol{B}_y = \boldsymbol{B}_z = \boldsymbol{0}$$

$$B = \int_L \mathrm{d}B_{//} = \int_L \mathrm{d}B\sin\theta = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_L \frac{I\,\mathrm{d}l}{r^2}\sin\theta$$

$$= \frac{\mu_0 I\sin\theta}{4\pi r^2}\int_0^{2\pi R}\mathrm{d}l = \frac{\mu_0 I\sin\theta}{4\pi r^2}2\pi R$$

$$B = \frac{\mu_0 I \sin\theta}{4\pi r^2} 2\pi R$$



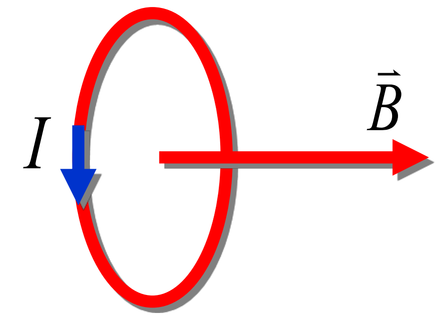
$$\because r^2 = R^2 + x^2, \sin\theta = \frac{R}{r} = \frac{R}{(R^2 + x^2)^{1/2}}$$

$$\therefore B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

设： $S = \pi R^2$

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{IS}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}}$$

$$B=\frac{\mu_0 IS}{2\pi\left(R^2+x^2\right)^{3/2}}$$



方向：沿 x 轴正方向，与电流成右螺旋关系。

讨论：

(1)在圆心处，$x=0$，则圆心处磁感应强度为

$$B=\frac{\mu_0 I}{2R}$$

(2)当$x\rangle\rangle R$，即P点远离圆电流时，磁感应强度为

$$B=\frac{\mu_0 IS}{2\pi x^3}$$

不完整的圆：则

$$B=\int dB=\frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\int_0^l dl=\frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}l$$

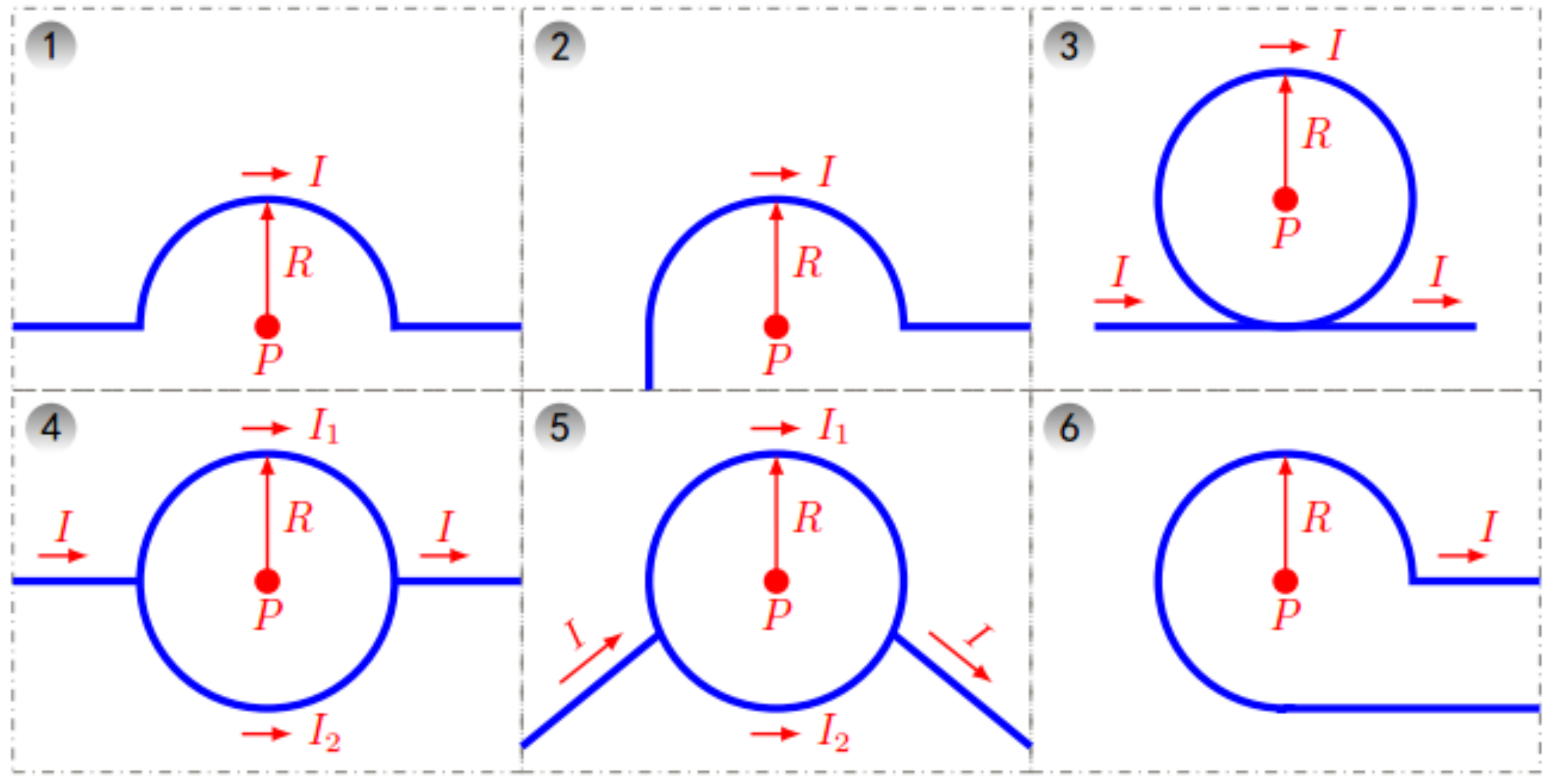
二分之一圆：则

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}l=\frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\pi R=\frac{\mu_0 I}{4R}$$

四分之一圆：则

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}l=\frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\frac{\pi}{2}R=\frac{\mu_0 I}{8R}$$

常见情况举例



当圆电流的半径很小或讨论远离圆电流处的磁场分布时，把圆电流称为**磁偶极子**，产生的磁场称为**磁偶极磁场**。

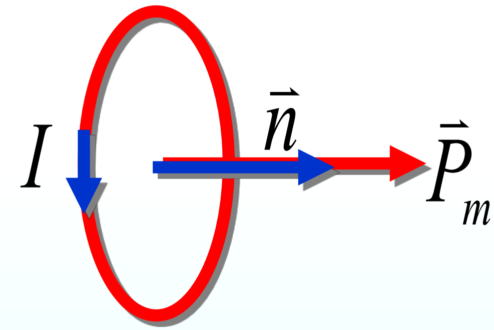
定义：圆电流回路的磁矩

$$\vec{P}_m = IS\vec{n}$$

方向：右螺旋法则。

如果电流回路为N匝线圈，则载流线圈的总磁矩为

$$\vec{P}_m = NIS\vec{n}$$



$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I\vec{S}}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\vec{p}_m}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}}$$

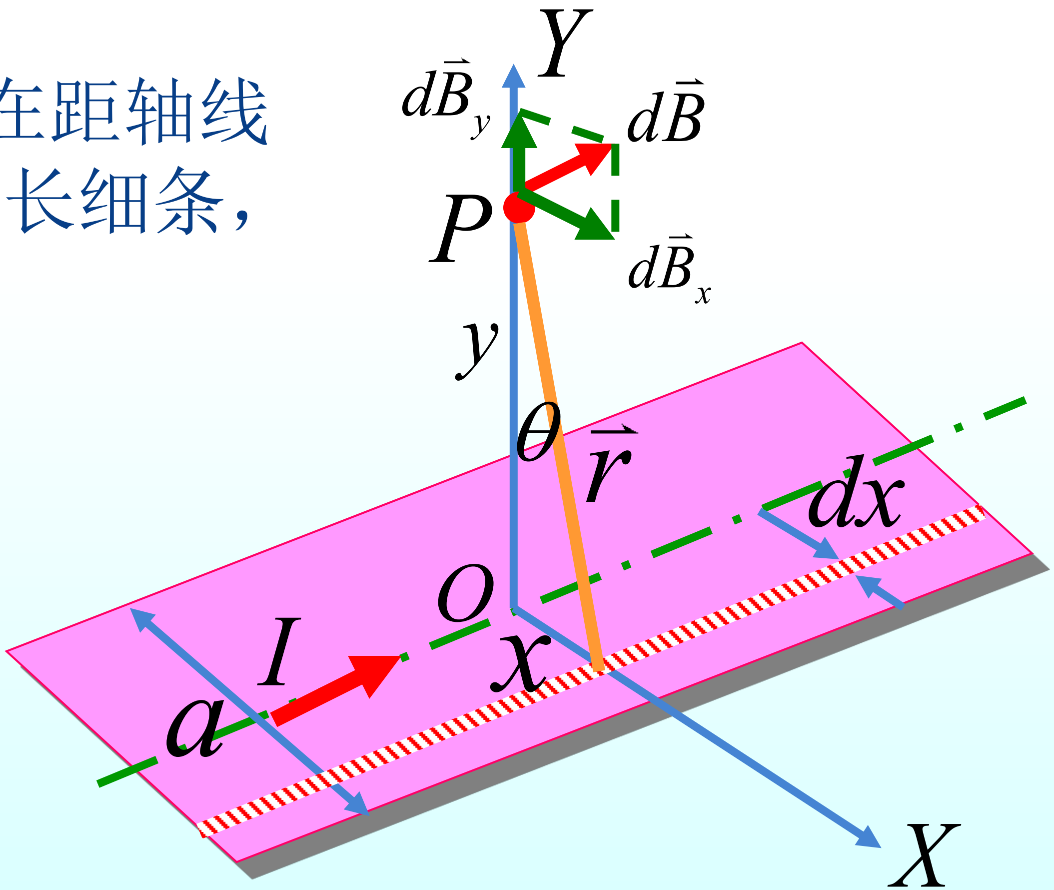
载流线圈的磁矩

地球 → 大磁偶极子　磁矩为 $\vec{P}_m = 8.0\times10^{22}\left(A\cdot m^2\right)$

例、有一“无限长”载流扁平导体片，宽度为 a，厚度忽略不计，电流 I 沿宽度方向均匀分布，试求离这导体片中垂线正上方距离 y 处的 P 点处磁感应强度。

解：建立坐标系，在距轴线 x 处取宽度为 dx 的无限长细条，其载有电流为

$$dI = \frac{I}{a}dx$$

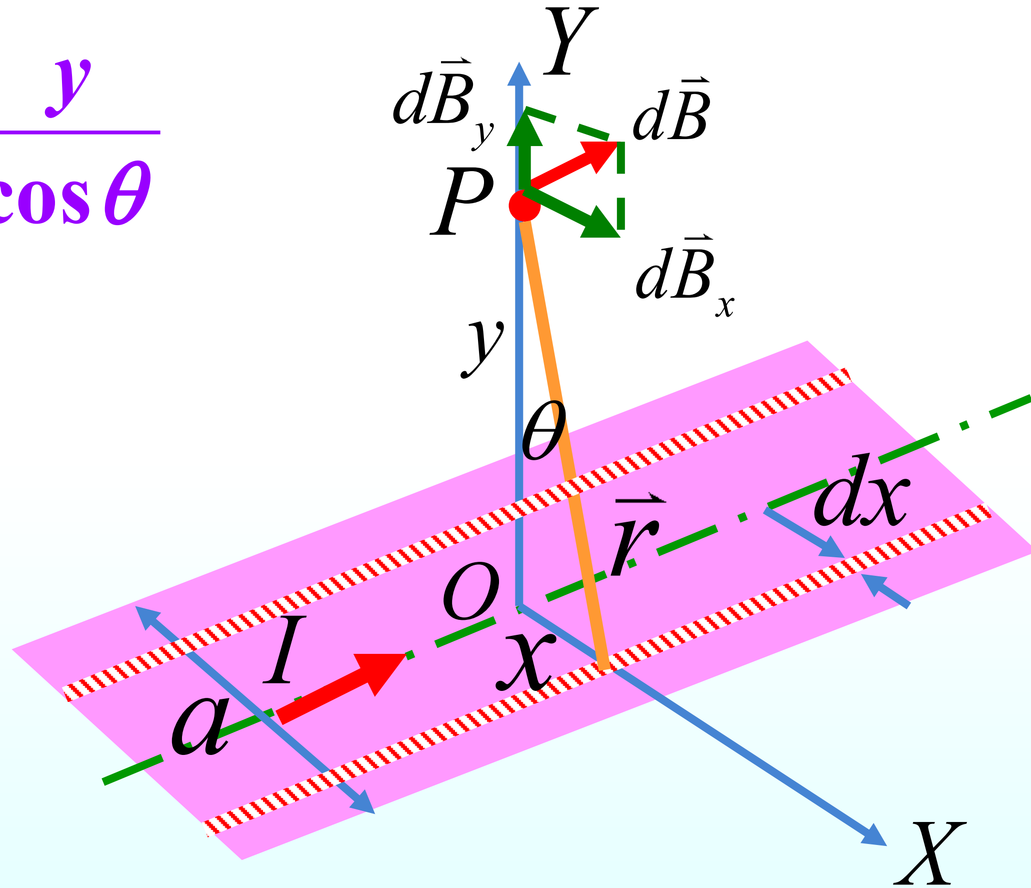


此细条在*P*点处产生磁感应强度的大小为

$$dB = \frac{\mu_0 dI}{2\pi r}$$

$$r = \frac{y}{\cos\theta}$$

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 I \cos\theta \mathrm{d}x}{2\pi ay}$$



分解得

$$d\vec{B} = d\vec{B}_x + d\vec{B}_y$$

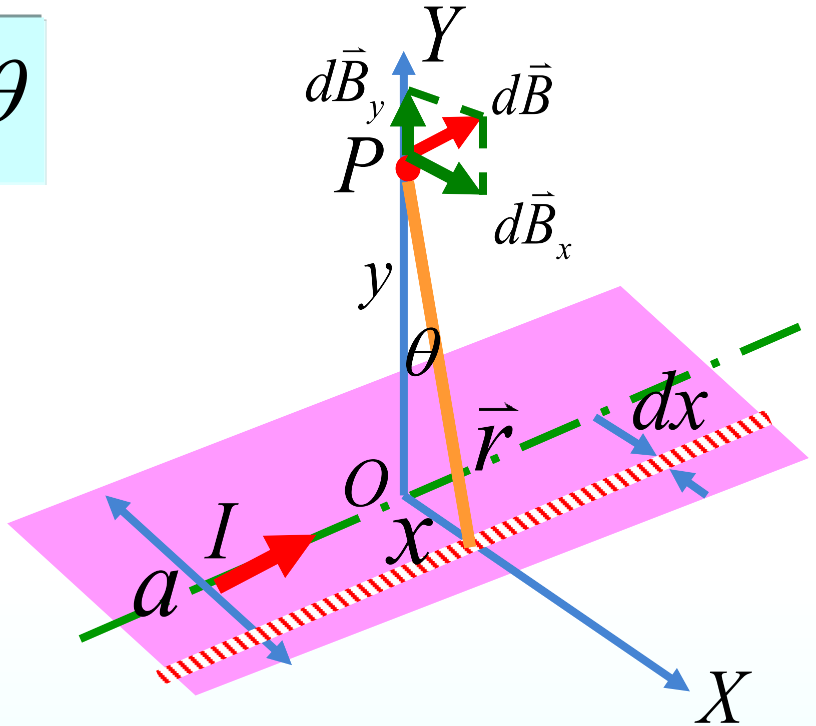
由对称性分析知

$$B_y = \int d\vec{B}_y = 0$$

$$B = B_x = \int d\vec{B}_x = \int dB\cos\theta$$

$$= \frac{\mu_0 I \cos^2\theta\,\mathrm{dx}}{2\pi\, ay}$$

由图得
$$x = ytg\theta$$
$$dx = y\sec^2\theta d\theta$$



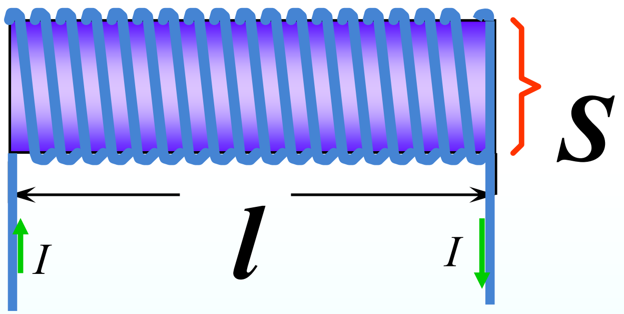
$$\therefore \mathbf{d}B_x = \frac{\mu_0 I \mathbf{d}\theta}{2\pi a}$$

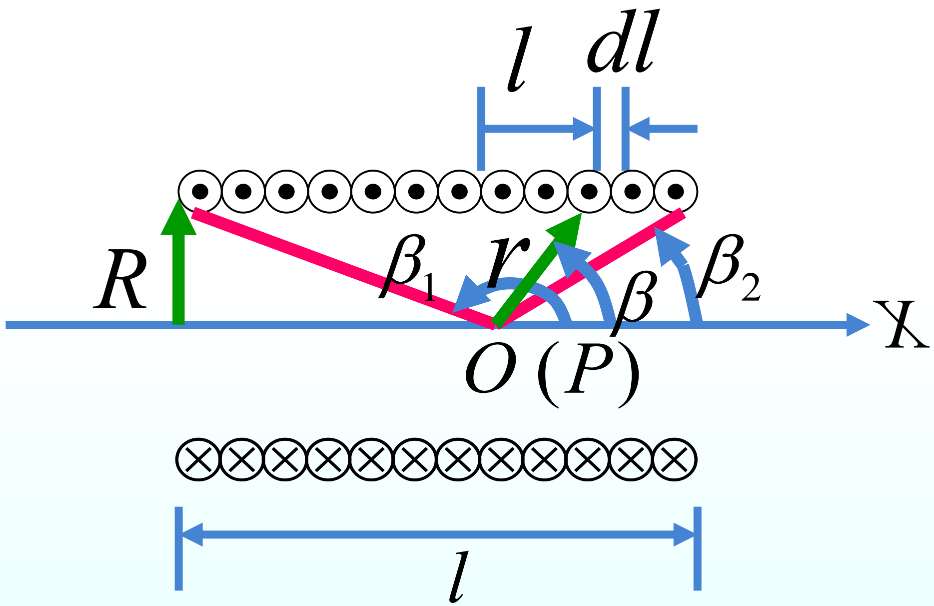
方向：沿x轴（如图所示）

所以有
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi ay}\int_{-arctg\frac{a}{2y}}^{arctg\frac{a}{2y}} d\theta = \frac{\mu_0 I}{\pi a} arctg\frac{a}{2y}$$

课后思考：

※ 载流密绕直螺线管内部轴线上的磁场？





§8-4 安培环路定理

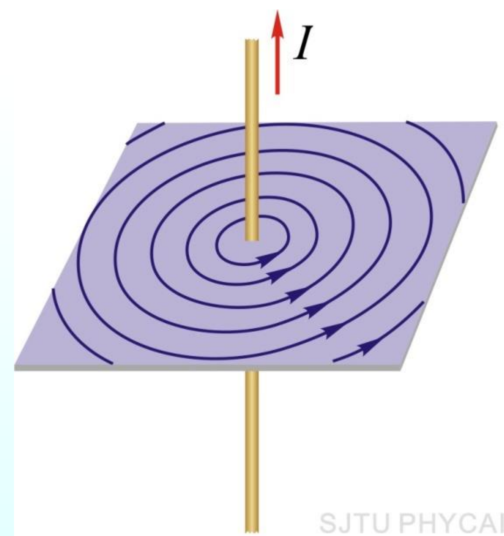
静电场 → $\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l}=0$ → 有源无旋场 → 保守场

稳恒磁场 → $\int_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum I$ → 无源有旋场 → 非保守场

安培

安培环路定理

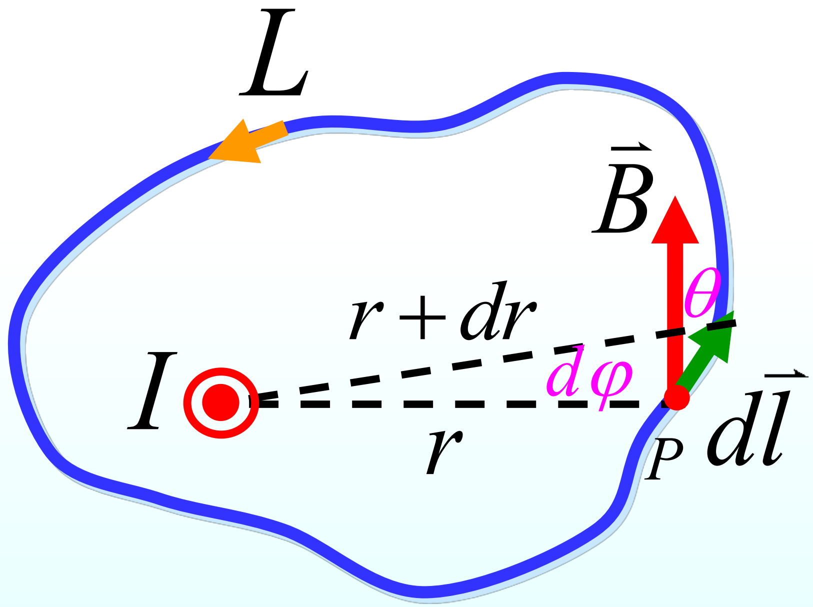
以长直载流导线的磁场为例



设在真空中有一电流强度为 I 的无限长直导线

（1）在垂直于电流 I 的平面上任取一包围电流的闭合路径 L，线上任一点P的磁感应强度为：

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



所以 $\vec{B}$ 的环流为

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\oint_L B\cos\theta dl$$

由几何关系得：

$$\mathrm{d}l\bullet\cos\theta=r\mathrm{d}\varphi$$

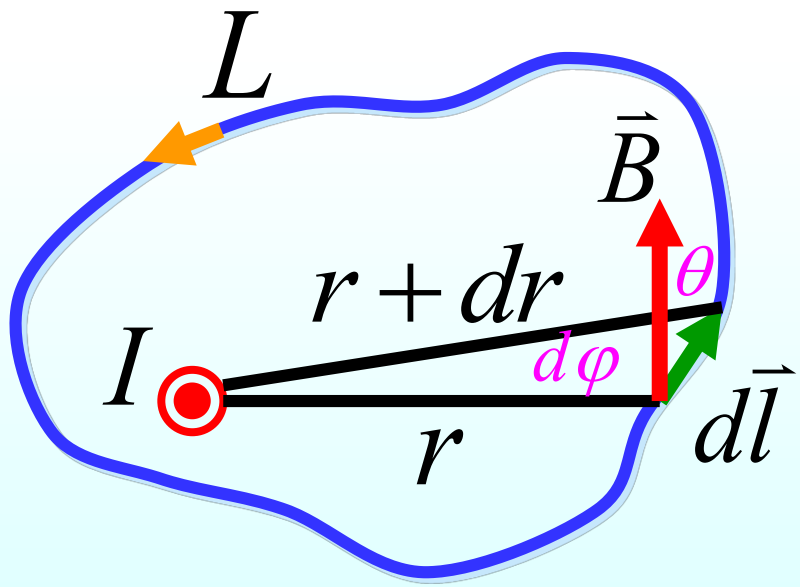
$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L B\cos\theta \mathrm{d}l = \oint_L Br\,\mathrm{d}\varphi$$

$$= \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r} r\,\mathrm{d}\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi$$

$$= \mu_0 I$$

（2）若闭合路径上某处 $d\vec{l}$ 不在上述平面内，则分解得

$$\boxed{d\vec{l} = d\vec{l}_{\parallel} + d\vec{l}_{\perp}}$$



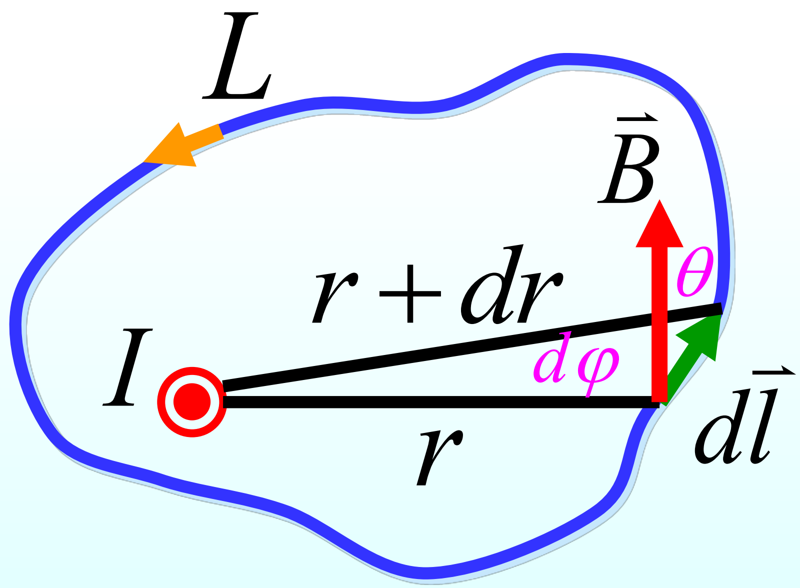
$$\oint_L \vec{B} \bullet \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L \vec{B} \cdot (\mathrm{d}\,\vec{l}_{\perp} + \mathrm{d}\,\vec{l}_{//})$$

$$= \oint_L B \cos 90^\circ \,\mathrm{d}l_{\perp} + \oint_L B \cos\theta \,\mathrm{d}l_{//}$$

$$= 0 + \oint_L Br\,\mathrm{d}\varphi$$

$$= \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r} r\,\mathrm{d}\,\varphi$$

$$= \mu_0 I$$



结果一样！