

# § 8-5 带电粒子在磁场中所受作用及运动

## 一、洛伦兹力

运动电荷在磁场中所受的力：

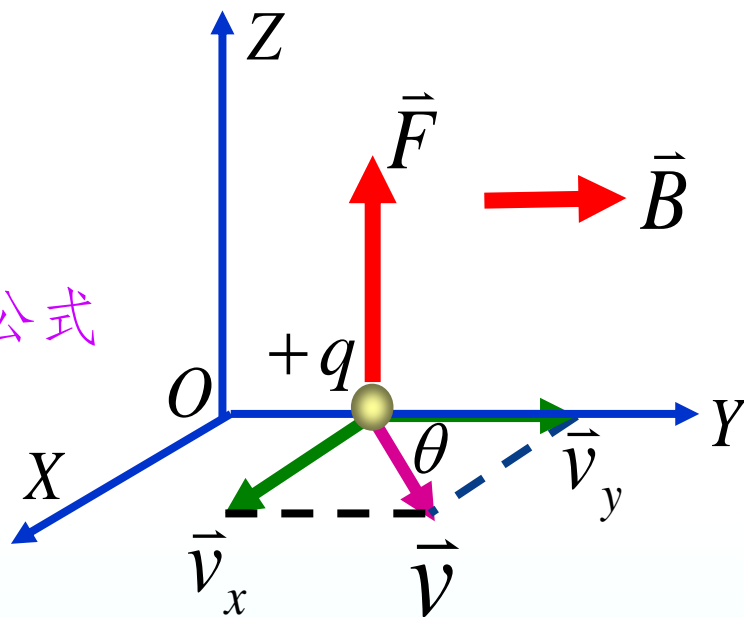
$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad \text{——洛伦兹力公式}$$

大小：  $F = qBv \sin \theta$

方向：由" $\vec{v} \times \vec{B}$ "确定，满足右手螺旋定则。

当 $q > 0$ ,  $\vec{F}$ 与 $\vec{v} \times \vec{B}$ 同向；  
当 $q < 0$ ,  $\vec{F}$ 与 $\vec{v} \times \vec{B}$ 反向。

✓ 特点：洛伦兹力和速度方向垂直，不做功！



## 二、带电粒子在磁场中的运动

### 1、在均匀磁场中

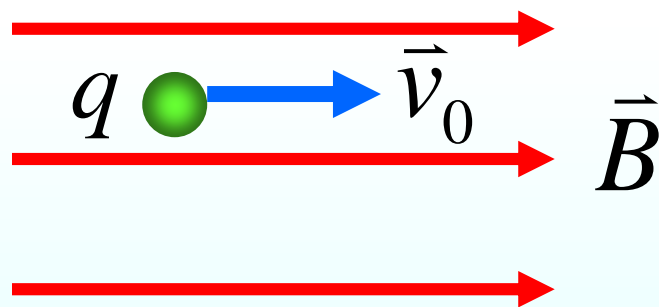
设一质量为  $m$ ，电量为  $q$  的带电粒子以初速  $\vec{v}_0$  进入均匀磁场  $\vec{B}$ ，忽略重力，其运动规律分三种情况：

(1)  $\vec{v}_0 \parallel \vec{B}$

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\therefore \vec{F} = 0$$

粒子在磁场中作匀速直线运动



## (2) $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$

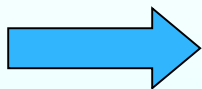
$\because F = qv_0B$  方向垂直于 $\vec{v}_0$ 和 $\vec{B}$

$\therefore$  粒子在磁场中作匀速率圆周运动。

洛伦兹力不作功

由牛顿定律:

$$qv_0B = m \frac{v_0^2}{R}$$



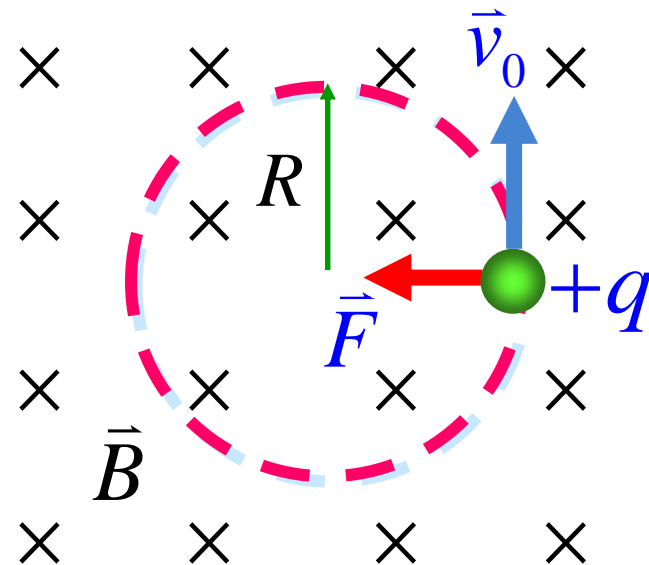
$$R = \frac{mv_0}{qB}$$

轨道半径

周期

$$T = \frac{2\pi R}{v_0} = \frac{2\pi m}{qB}$$

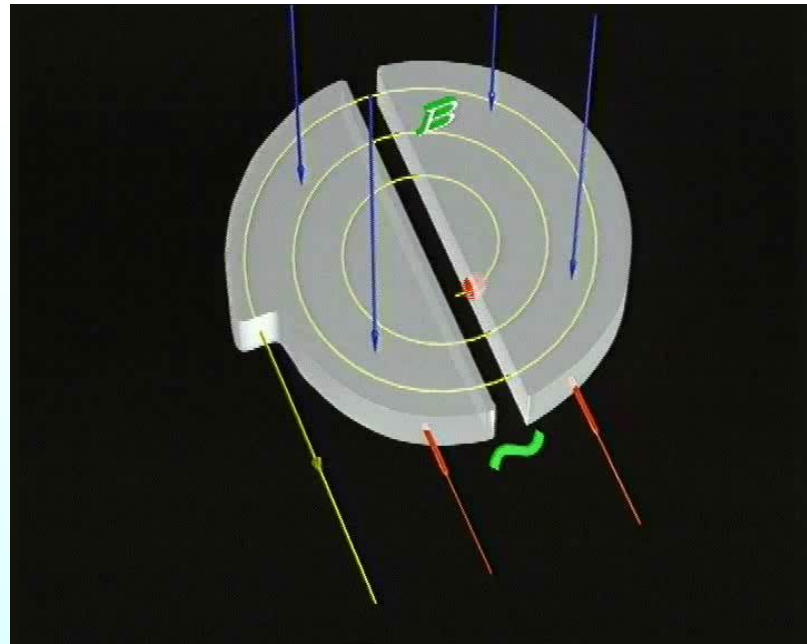
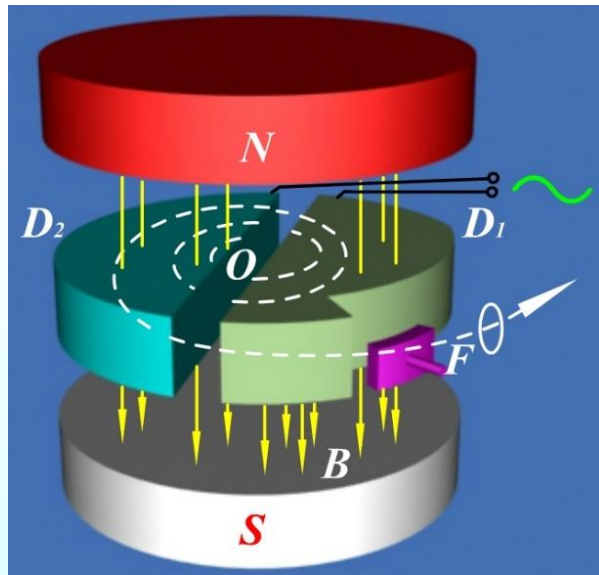
带电粒子作匀速率圆周运动，  
其周期和频率、速度无关。



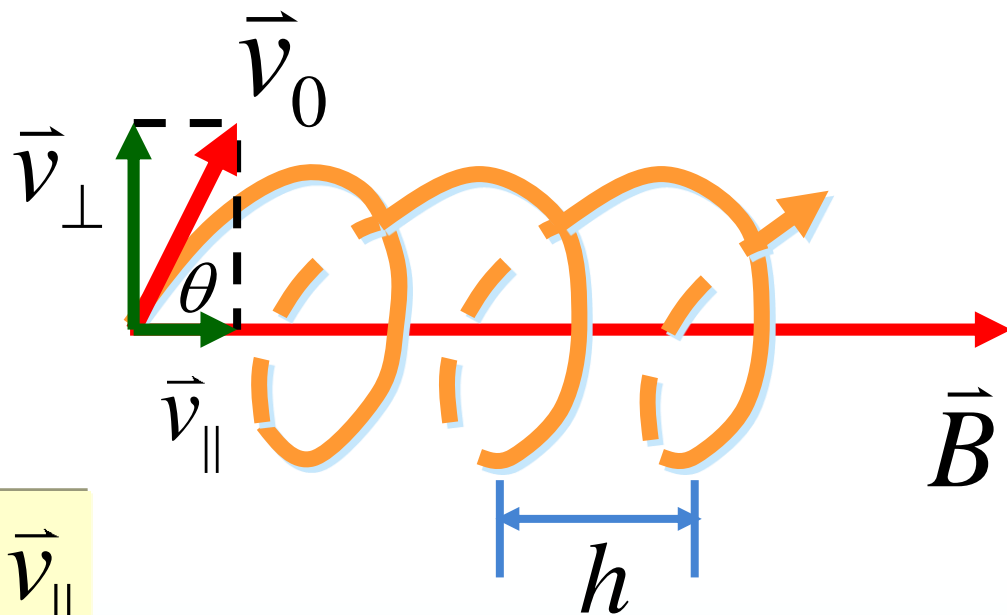
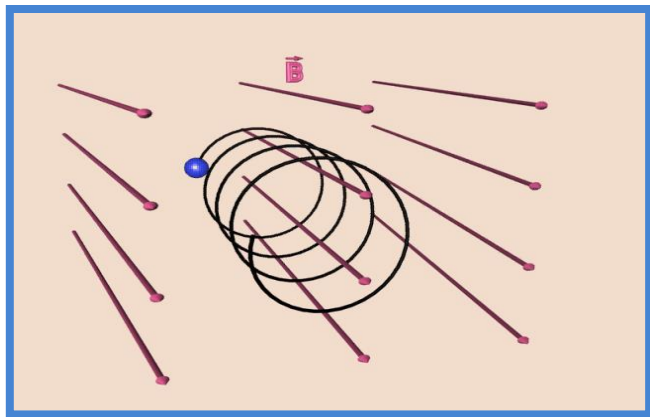
# 应用：

## 粒子回旋加速器 (cyclotron)

- ✓ 电场：加速作用；                      磁场：回旋作用。
- ✓ 交变电场的周期等于粒子在磁场中作圆周运动的周期



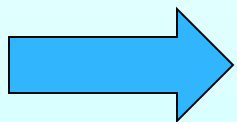
(3) 如果  $\vec{v}_0$  与  $\vec{B}$  斜交成  $\theta$  角



$$\vec{v} = \vec{v}_{\perp} + \vec{v}_{\parallel}$$

$v_{\parallel} = v_0 \cos \theta$  —使带电粒子作匀速直线运动

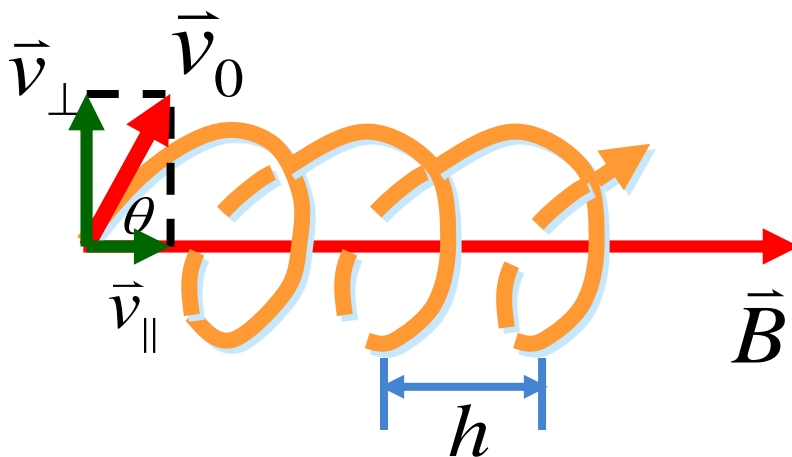
$v_{\perp} = v_0 \sin \theta$  —使带电粒子作匀速圆周运动



等距螺旋运动

$$v_{\parallel} = v_0 \cos \theta$$

$$v_{\perp} = v_0 \sin \theta$$



螺旋线半径为

$$R = \frac{mv_{\perp}}{qB} = \frac{mv_0 \sin \theta}{qB}$$

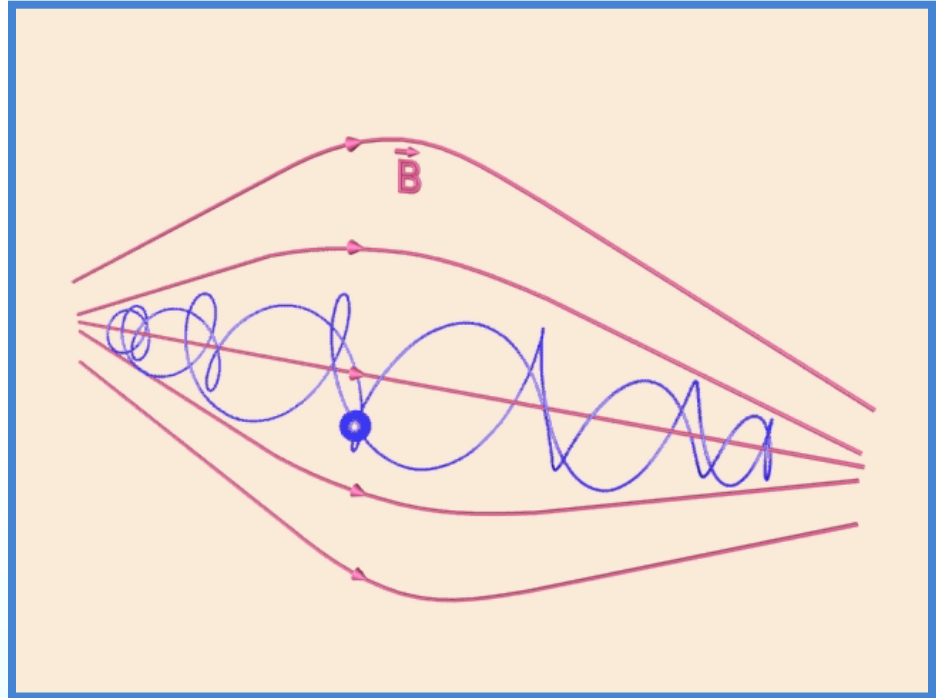
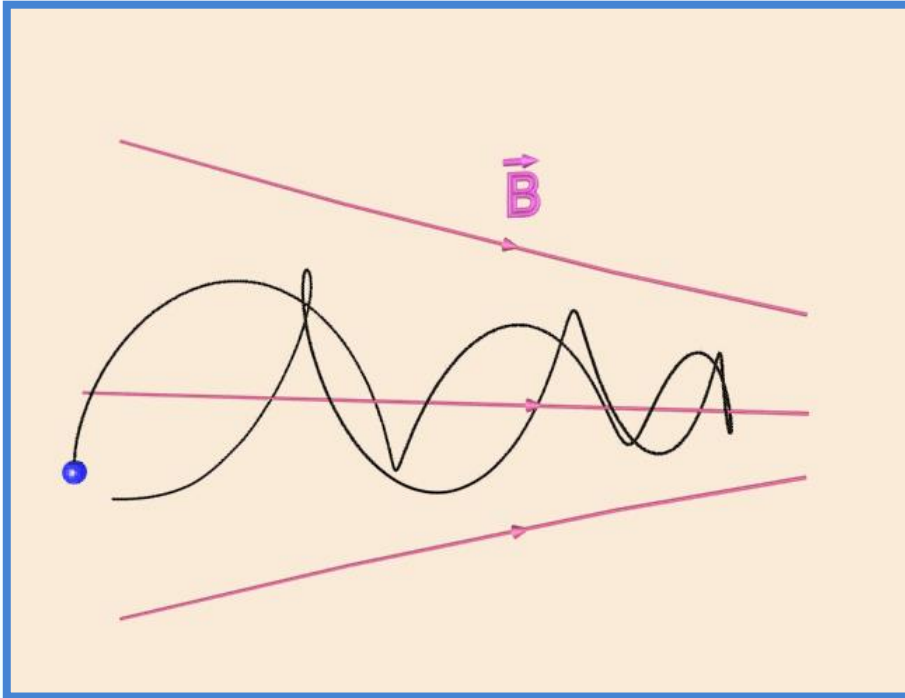
螺旋周期为

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi m}{qB}$$

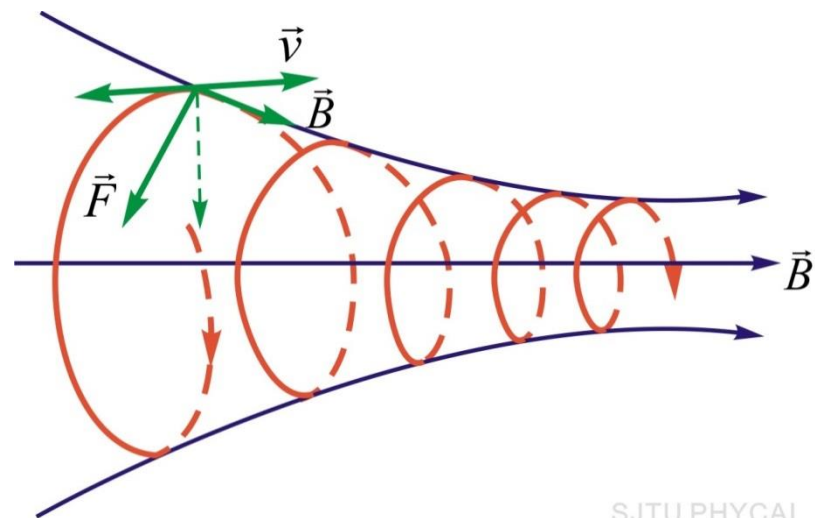
螺旋线的螺距为

$$h = Tv_{\parallel} = \frac{2\pi mv_0 \cos \theta}{qB}$$

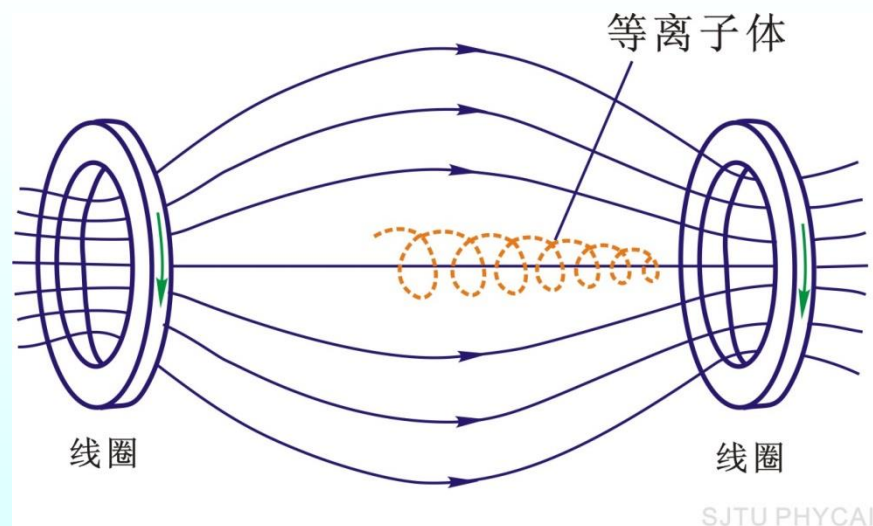
## 2、带电粒子在非均匀磁场中运动



1) 磁场越强螺旋半径越小，且会聚磁场中做螺旋运动的带正电粒子会掉向反转。



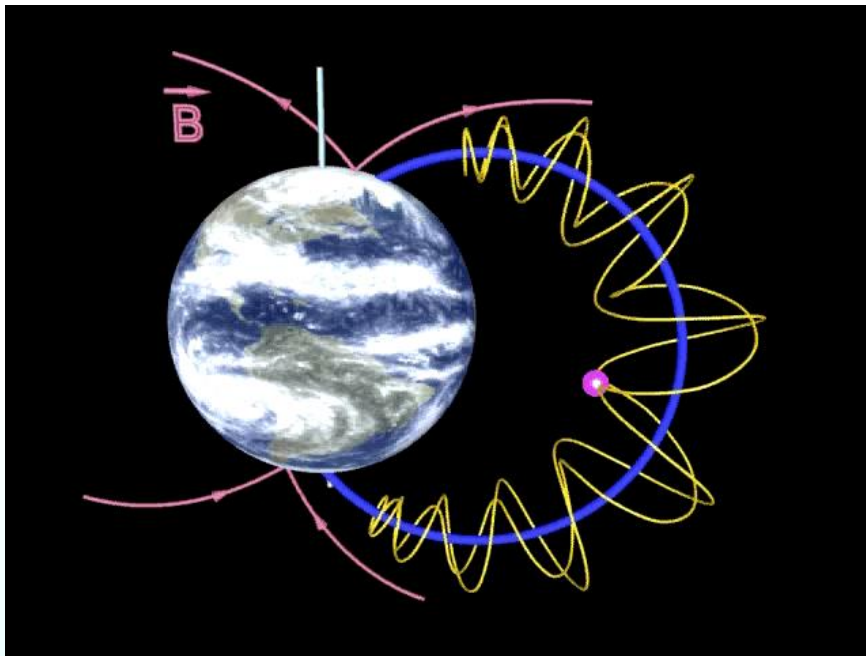
2) 磁约束装置



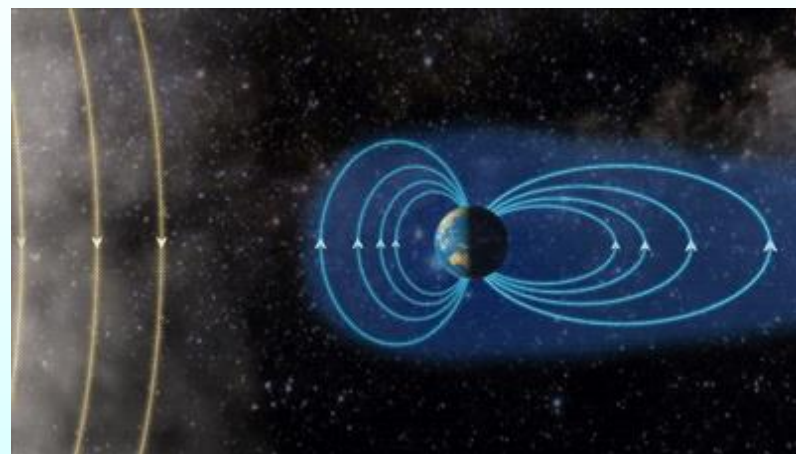


## □ 非均匀磁场的应用

### 范·艾仑 (Van Allen) 辐射带

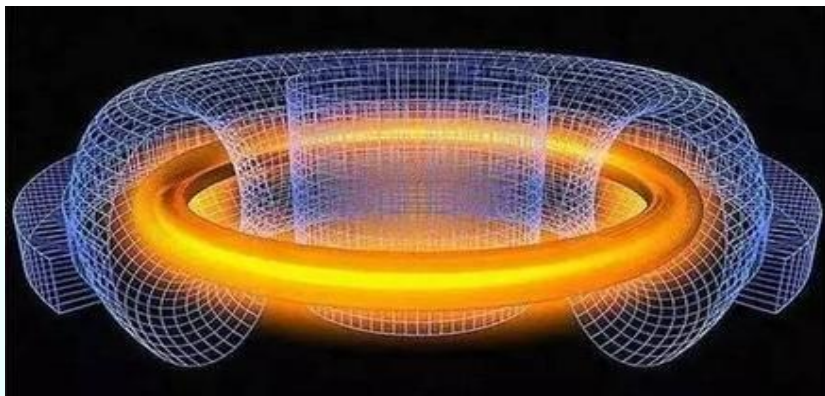


地球的天然磁约束现象



# 受控热核聚变

托卡马克 (TOKAMAK) : 高温等离子体环形磁约束装置

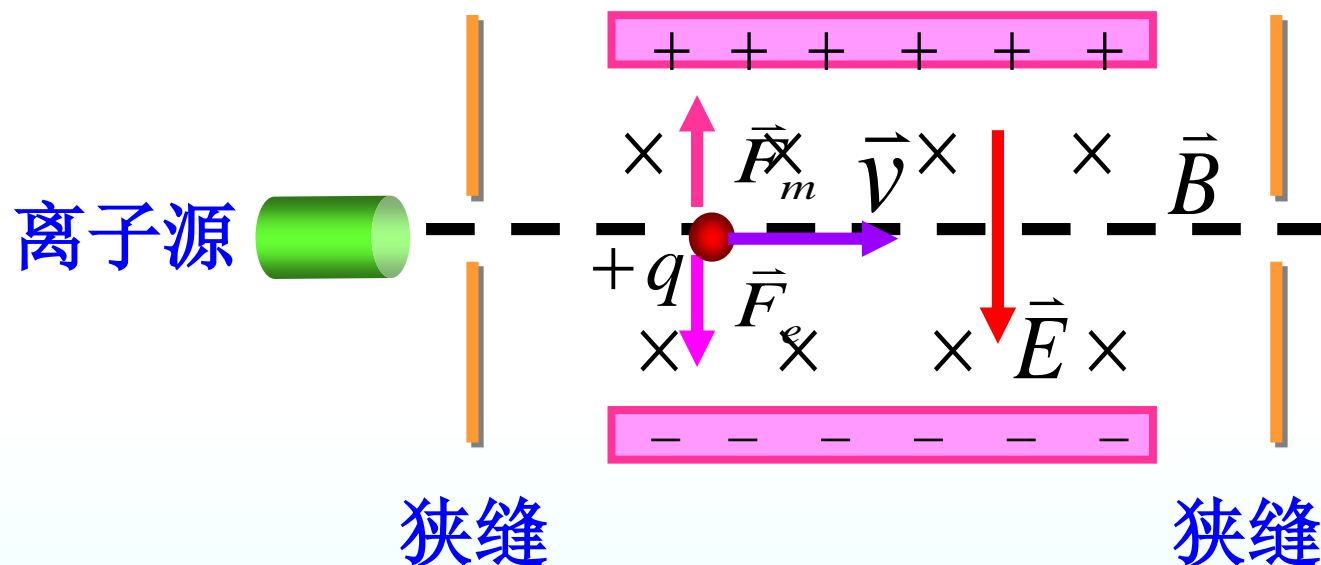


中国新一代“人造太阳”核聚变实验装置 EAST

自主创新的成果：世界首个全超导托卡马克！

### 三、带电粒子在电磁场中运动的应用

#### 1、速度选择器



空间同时存在电场和磁场时，质量为 $m$ 的带电运动粒子同时受到电场力和磁场力的作用，其运动方程为

$$q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B}) = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

对相互垂直的电场和磁场，带电粒子进入其中时，有

$$\vec{v} \perp \vec{E}, \vec{v} \perp \vec{B}$$

$$\vec{F}_e = q\vec{E} \quad \text{和} \quad \vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B}) \text{方向相反}$$

$$\text{当粒子速度满足: } |q\vec{E}| = |q(\vec{v} \times \vec{B})|$$

即

$$v = \frac{E}{B}$$

则得

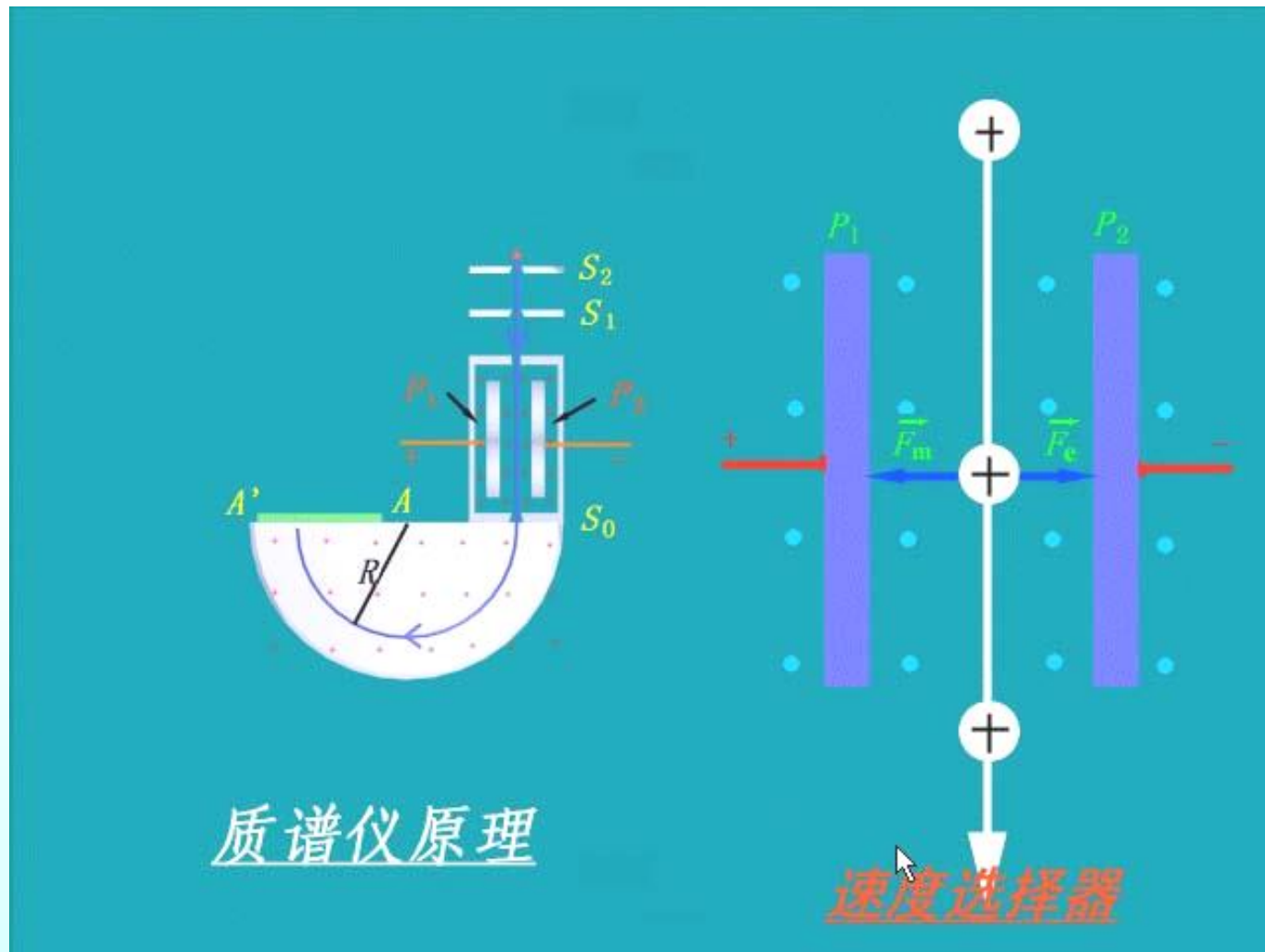
$$\sum (\vec{F}_e + \vec{F}_m)_{\text{合}} = 0$$

粒子将作匀速直线  
运动通过该区域

当  $|\vec{F}_e| \neq |\vec{F}_m|$ ，即  $v \neq \frac{E}{B}$  时，则粒子发生偏离，落到电极板上，无法通过该区域。改变  $E$  和  $B$ ，选择不同  $v$  的粒子。

## 2、质谱仪

质谱仪是分析同位素的重要仪器

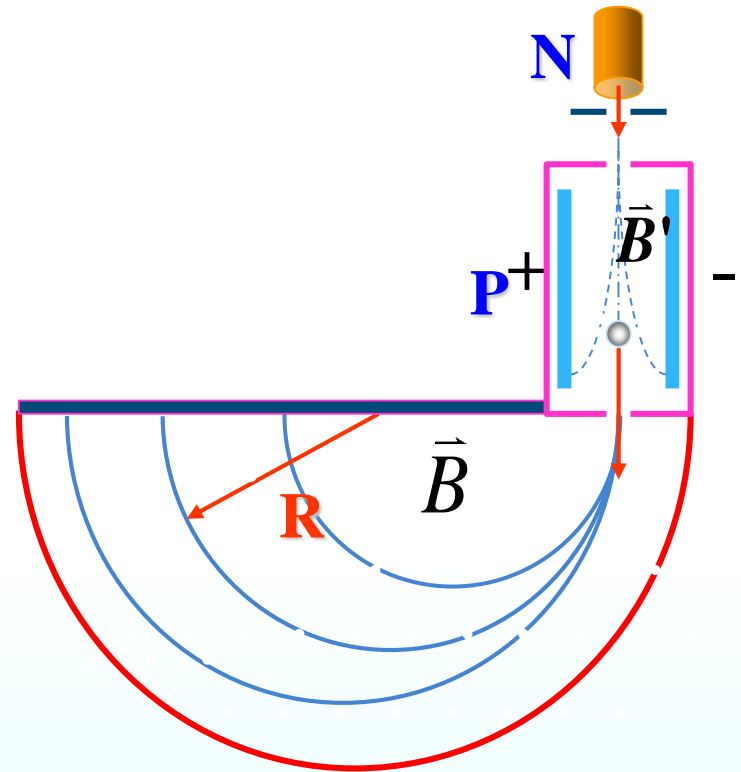


(1) 速度与磁场垂直时，粒子轨道半径为：

$$R = \frac{mv}{qB}$$

对于同位素的离子，带电量应相同，因此，轨道半径仅由质量决定。

每种同位素在底片上的位置不同，构成了质谱。



(2) 离子通过速度选择器的速度为：

$$v = E / B$$



(3) 某元素的一种同位素，速度和轨道半径分别为：

$$R = \frac{mv}{qB} \quad v = E / B$$

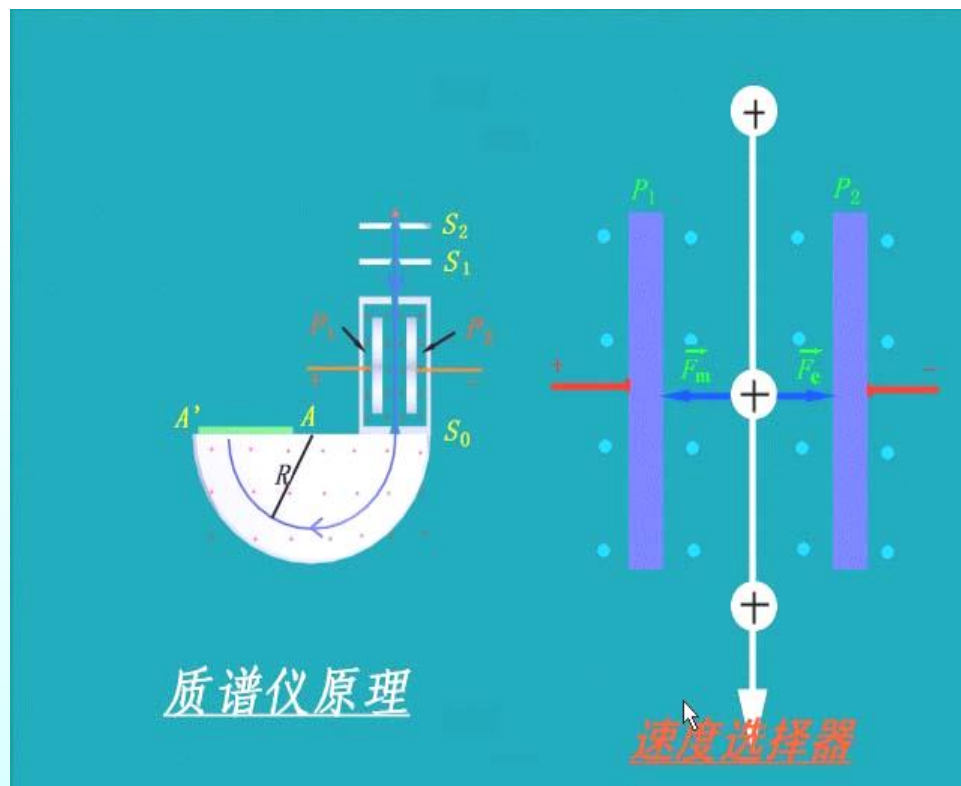
$$R = \frac{mE}{qB^2}$$

谱线位置与速度选择器的轴线间距为轨道直径，即：

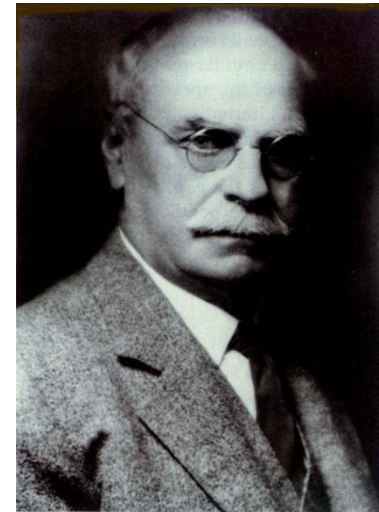
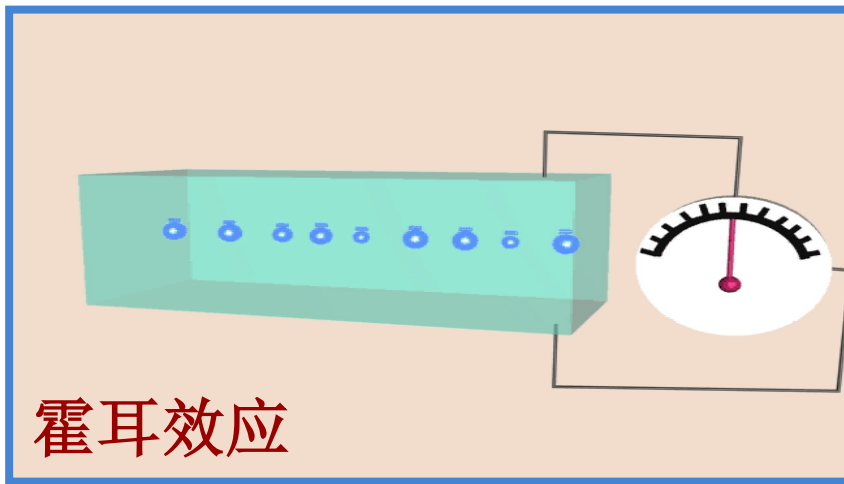
$$d = 2R = \frac{2mE}{qB^2}$$

同位素的质量为：

$$m = \frac{qB^2}{2E} d$$



### 3、霍耳 (E.C.Hall)效应



霍耳  
(1855–1938). Edwin H. Hall

1879年美国物理学家霍耳发现：

在均匀磁场中放置的矩形截面载流导体中，若电流方向与磁场方向垂直，则在导体上垂直于电流又垂直于磁场方向上，上下两表面将出现电势差，这种现象称为**霍尔效应**，产生的横向电势差称为**霍尔电势差**。



实验发现：霍尔电压  $U = V_1 - V_2 \propto \frac{IB}{d}$

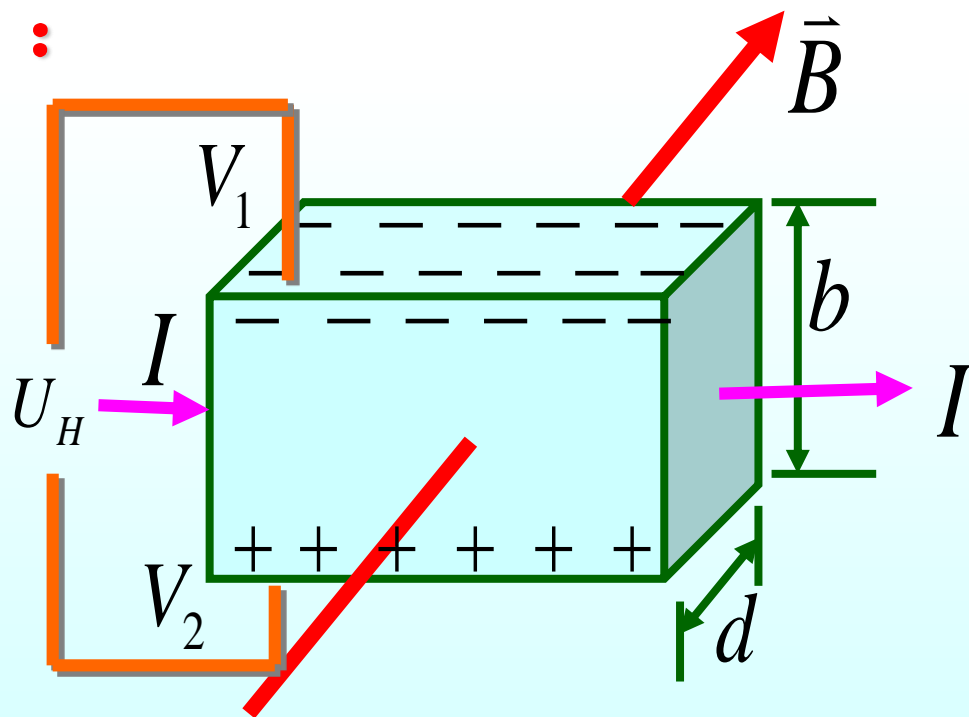
$$U = R_H \frac{IB}{d}$$

$R_H$  —— 霍尔系数（与材料有关）

$d$  —— 导体板厚度（沿  $\vec{B}$  方向）

解释（经典电子理论）：

设金属导体的载流子为自由电子，其载流子密度为  $n$ ，自由电子的漂移速度为  $\vec{v}$ ，则

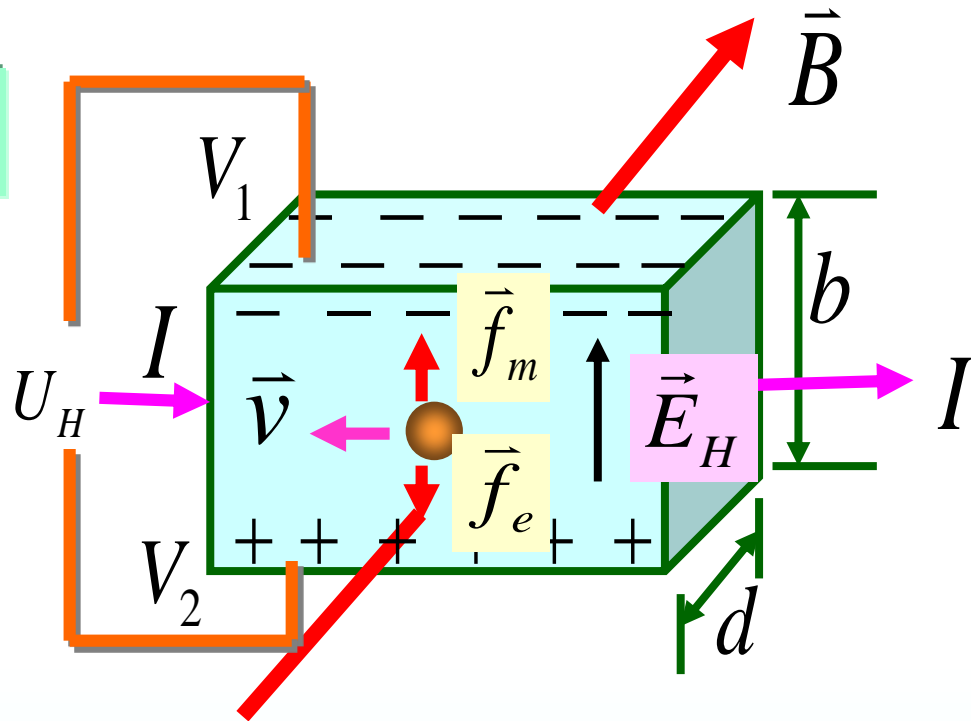


$$I = envS = envbd$$

得

$$v = \frac{I}{enbd}$$

方向向左



负载流子受洛伦兹力发生偏转,方向向上,大小为:

$$f_m = evB$$

自由电子向上偏转,使导体上表面带负电,下表面带正电,形成附加电场,其受向下的电场力,大小为:

$$f_e = eE_H$$

达稳定态，自由电子只沿导体定向漂移而不偏转，此时

$$f_e = f_m \rightarrow evB = eE_H \rightarrow E_H = vB$$

霍尔电势差为

$$U_H = V_1 - V_2 = -\int_0^b E_H dl = -E_H b = -vBb$$

将

$$v = \frac{I}{enbd}$$

代入上式得

$$U_H = -vBb = -\frac{IB}{end}$$

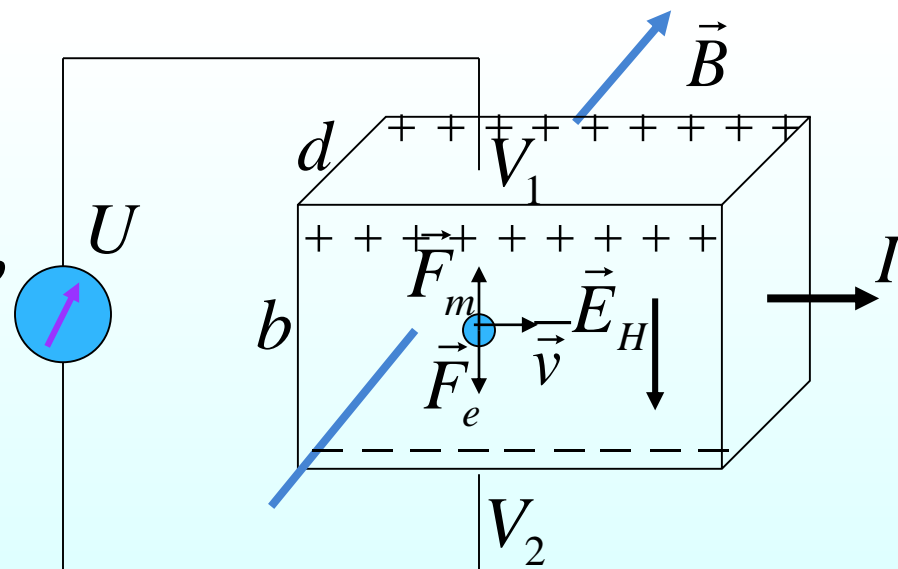
$$U = vBb = \frac{1}{nq} \frac{BI}{d}$$

与实验结果比较得霍尔系数为

$$R_H = -\frac{1}{ne} \quad \text{—负载流子}$$

$$R_H = \frac{1}{nq} \quad \text{—正载流子}$$

霍尔系数 $R_H$ 与电荷密度 $n$ 成反比。在金属中，由于电荷密度很大，因此霍尔系数很小，相应霍尔效应也很弱。而在一般半导体中，电荷密度 $n$ 较小，因此霍尔效应也较明显。



# 霍耳效应的应用

(1) 半导体材料类型判定:

**N型**（电子导电）或**P型**（空穴导电）

**P型半导体**——定向运动的电荷为**正电荷**

**N型半导体**——定向运动的电荷为**负电荷**

(2) 磁强计（高斯计）——测量磁场的大小方向

$$U = R_H \frac{IB}{d} \Rightarrow B = \frac{Ud}{IR_H}$$

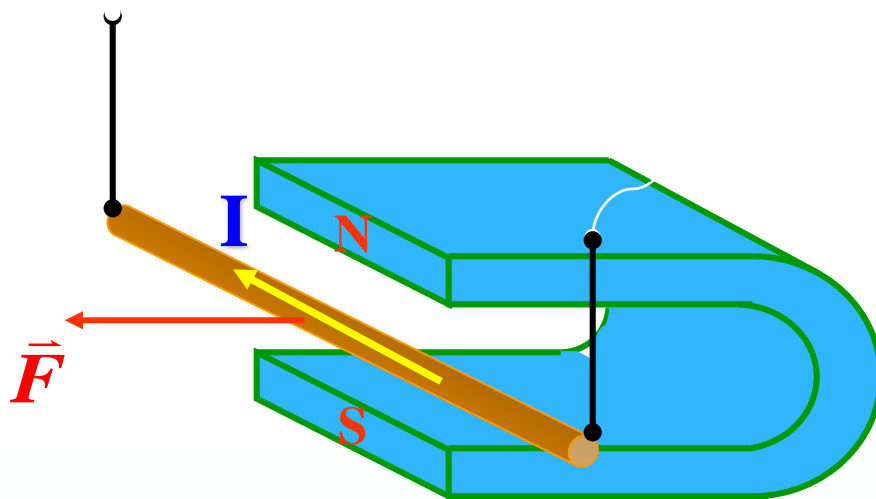
(3) 测n  $\Rightarrow n = \frac{BI}{Udq}$

(4) 磁流体发电



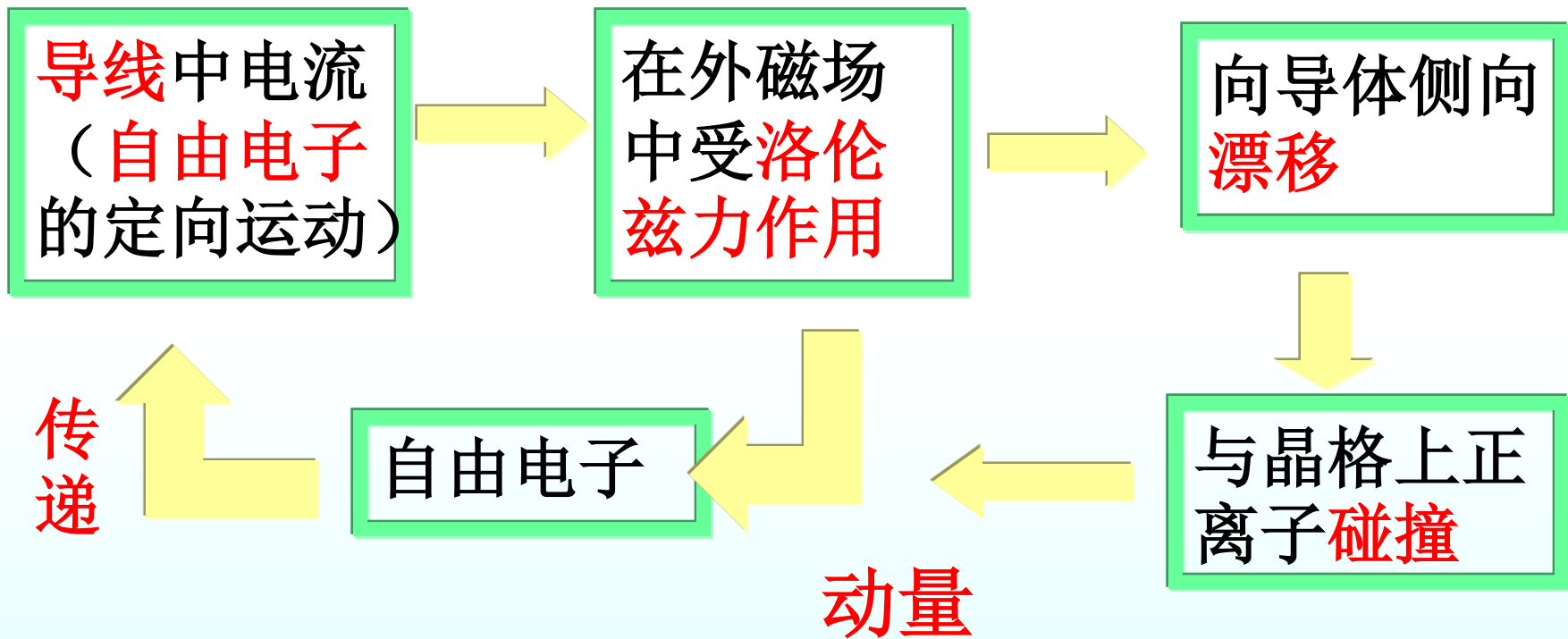
## § 8-6 磁场对载流导线的作用

在两根平行金属道轨上放一导体棒，导体棒位于马蹄形磁铁之间；而在轨道的两端接一电源与导体棒构成回路。当合上电源开关后……。



外磁场对载流导线有力的作用称为**安培力**

## ➤ 微观解释（洛伦兹力）



宏观解释——导线受外磁场作用力而运动

# 一、安培定律

## 1. 安培力的产生原因

洛伦兹力:  $\vec{F}_m = -e\vec{v} \times \vec{B}$

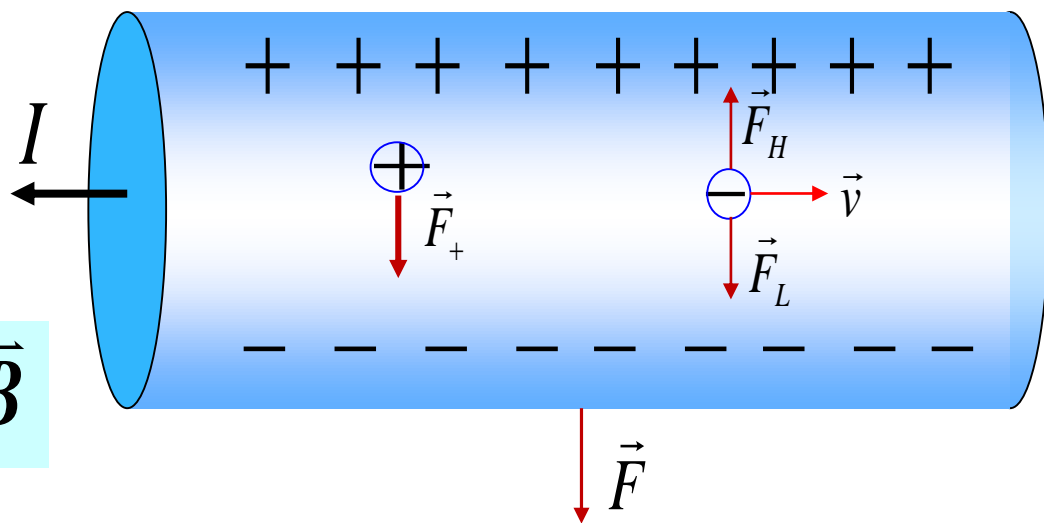
电场力:  $\vec{F}_H = -e\vec{E}_H$

当:  $\vec{F}_m = -\vec{F}_H$

霍尔电场:  $\vec{E}_H = -\vec{v} \times \vec{B}$

晶格上一个正离子受到的力:  $\vec{F}_+ = e\vec{E}_H$

霍尔电场处于稳定状态



电子便不再作侧向漂移，仍以  $\vec{v}$  向右作定向运动，而晶格中的正离子只受到霍尔电场力的作用



## 2、安培定律

设导体单位体积有  $n$  个载流子，电量为  $e$ ，设想一段电流元  $Id\vec{l}$ ，截面积为  $S$ ，则

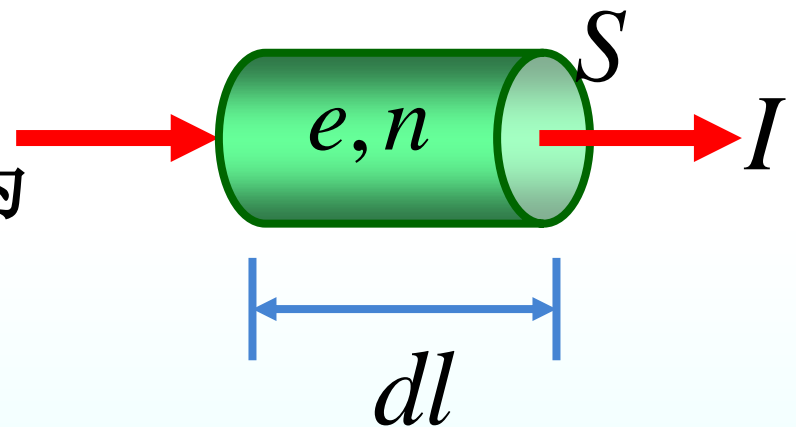
$$dN = ndV = nSdl$$

每个载流子所受洛伦兹力为

$$\vec{f}_m = -e\vec{v} \times \vec{B}$$

整个电流元所受安培力为

$$d\vec{F} = dN \cdot -e(\vec{v} \times \vec{B}) = nSdl \cdot (-e\vec{v} \times \vec{B})$$



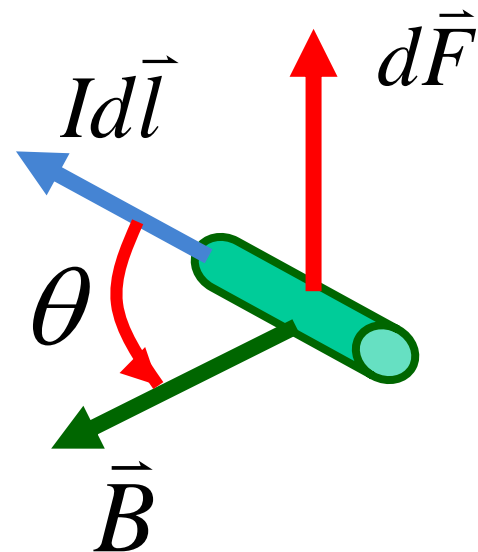
电流强度:  $I = envS$

则  $Id\vec{l} = (enSdl) \cdot (-\vec{v})$

电流元所受的安培力为

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

安培定律



任意形状的载流导线在外磁场中所受安培力为

$$\vec{F} = \int Id\vec{l} \times \vec{B}$$

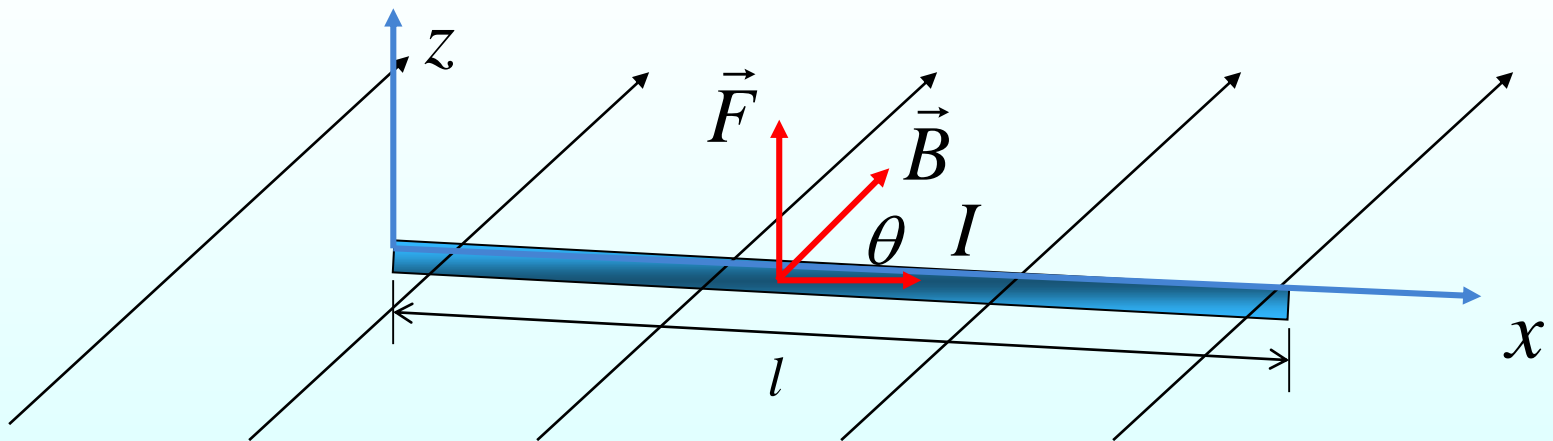
$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

安培定律的微分形式

$$\vec{F} = \int_L I d\vec{l} \times \vec{B}$$

安培定律的积分形式

例：设直导线长为  $l$ ，通有电流  $I$ ，置于磁感应强度为  $\vec{B}$  的均匀磁场中，导线与  $\vec{B}$  的夹角为  $\theta$ 。



$$F = IBl \sin \theta$$

对均匀磁场

$$F = IBl \sin \theta$$

$$\begin{cases} \text{当 } \theta = 0, \pi \text{ 时, } F = 0 \\ \text{当 } \theta = \frac{\pi}{2} \text{ 时, } F_{\max} = IBl \end{cases}$$

分量式:

$$d\vec{F} = d\vec{F}_x + d\vec{F}_y + d\vec{F}_z$$

$$F_x = \int dF_x, F_y = \int dF_y, F_z = \int dF_z$$

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y + \vec{F}_z$$

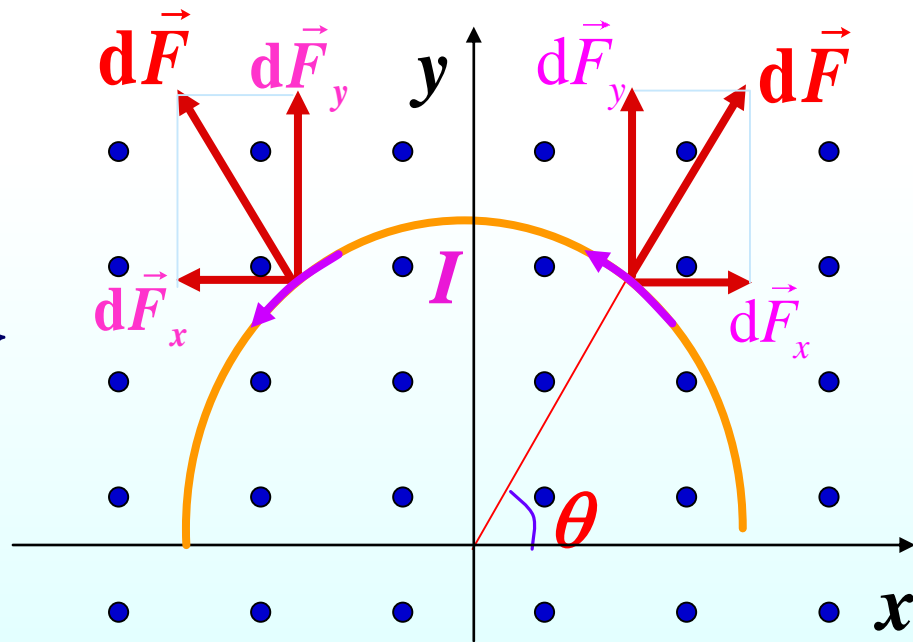
**例、**在磁感强度为 $B$ 的均匀磁场中，通过一半径为 $R$ 的半圆导线中的电流为 $I$ 。若导线所在平面与 $B$ 垂直，求该导线所受的安培力。

**解：**

$$\vec{F} = \vec{i} \int dF_x + \vec{j} \int dF_y$$

由电流分布对称性分析导线受力的对称性

$$F = \int dF_y$$



由安培定律

$$dF_y = dF \cdot \sin \theta = B I dl \cdot \sin \theta$$

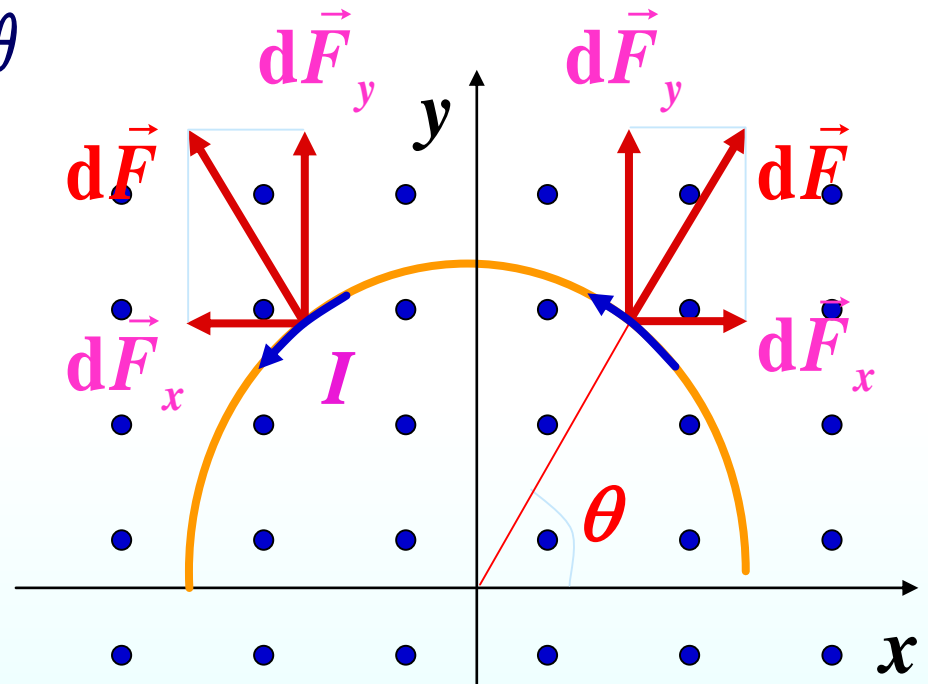
由几何关系

$$dl = R d\theta$$

上两式代入

$$F = \int dF_y$$

$$\begin{aligned} F &= BIR \int_0^\pi \sin \theta \cdot d\theta \\ &= 2BIR \end{aligned}$$



合力 $F$ 的方向： $y$ 轴正方向

结果表明：半圆形载流导线上所受的力与其两个端点相连的直导线所受到的力相等。

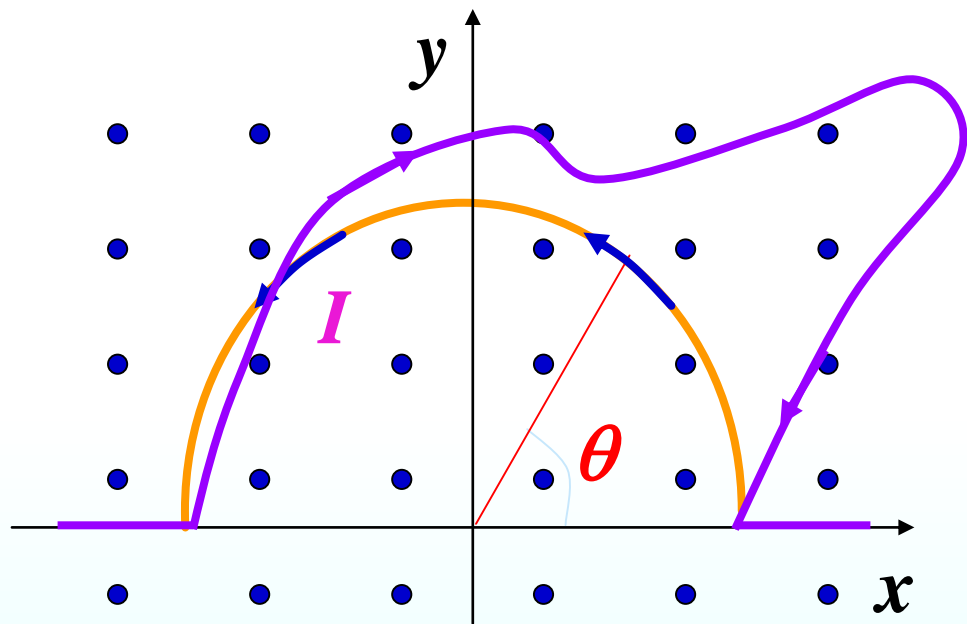
由安培定律  $dF_y = dF \cdot \sin \theta = B I dl \cdot \sin \theta$

由几何关系  $dl = R d\theta$

上两式代入:  $F = \int dF_y$

$$F = BIR \int_0^\pi \sin \theta \cdot d\theta$$
$$= 2BIR$$

合力方向: y轴正方向



结果表明: 半圆形载流导线上所受的力与其两个端点相连的直导线所受到的力相等。

若为弯曲导线, 整个弯曲导线在均匀磁场中所受磁场力的总和, 等于从起点到终点间载有同样电流的直导线所受的磁场力。

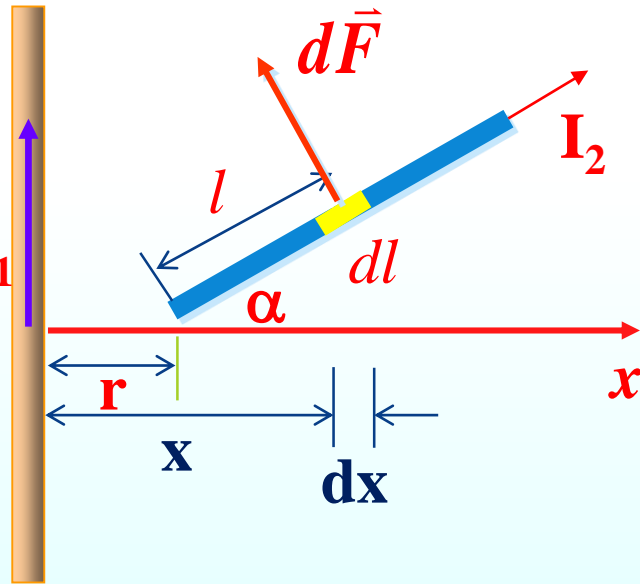
**例、**无限长直载流导线通有电流 $I_1$ ，在同一平面内有长为 $L$ 的载流直导线，通有电流 $I_2$ 。（如图所示）  
求：长为 $L$ 的导线所受的磁场力。

**解：**由安培定律： $d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$

$$dF = I_2 dl B = I_2 dl \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$$

$$x = r + l \cos \alpha \quad dl = \frac{dx}{\cos \alpha}$$

$$dF = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi x \cos \alpha} dx$$



$$F = \int dF = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi \cos \alpha} \int_r^{r+L \cos \alpha} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi \cos \alpha} \ln \frac{r + L \cos \alpha}{r}$$

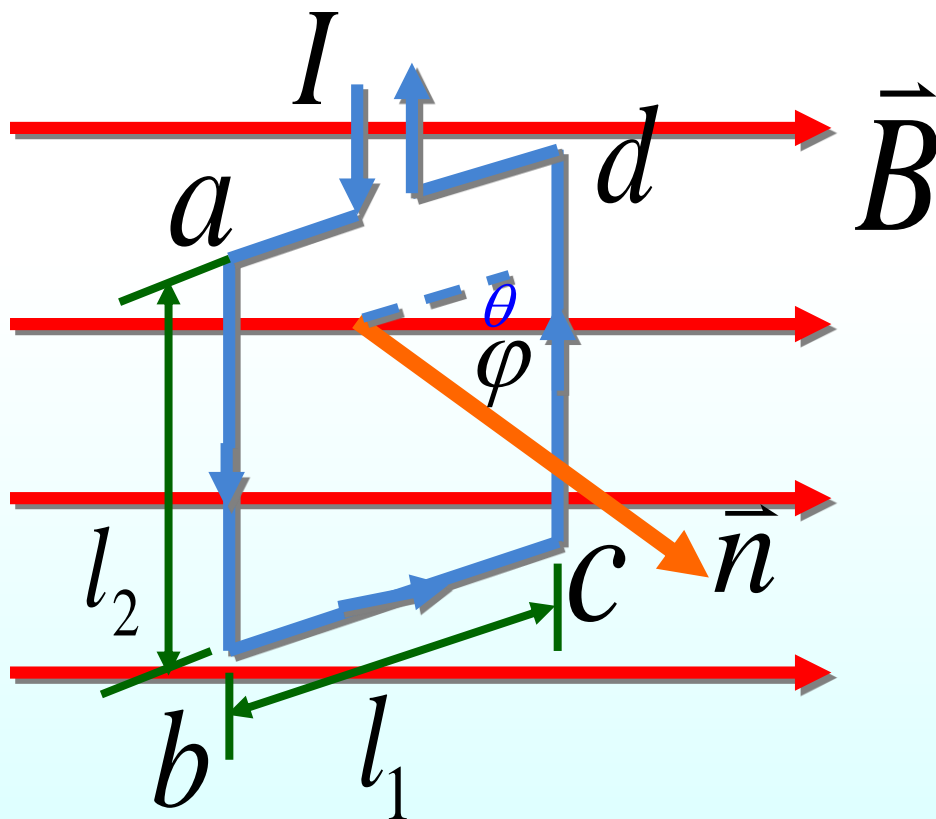


## 二、磁场对载流线圈的作用

### 1、匀强磁场中的载流线圈

线圈平面与磁场夹角为 $\theta$ ，则线圈法线方向与磁场  $\vec{B}$  的夹角为

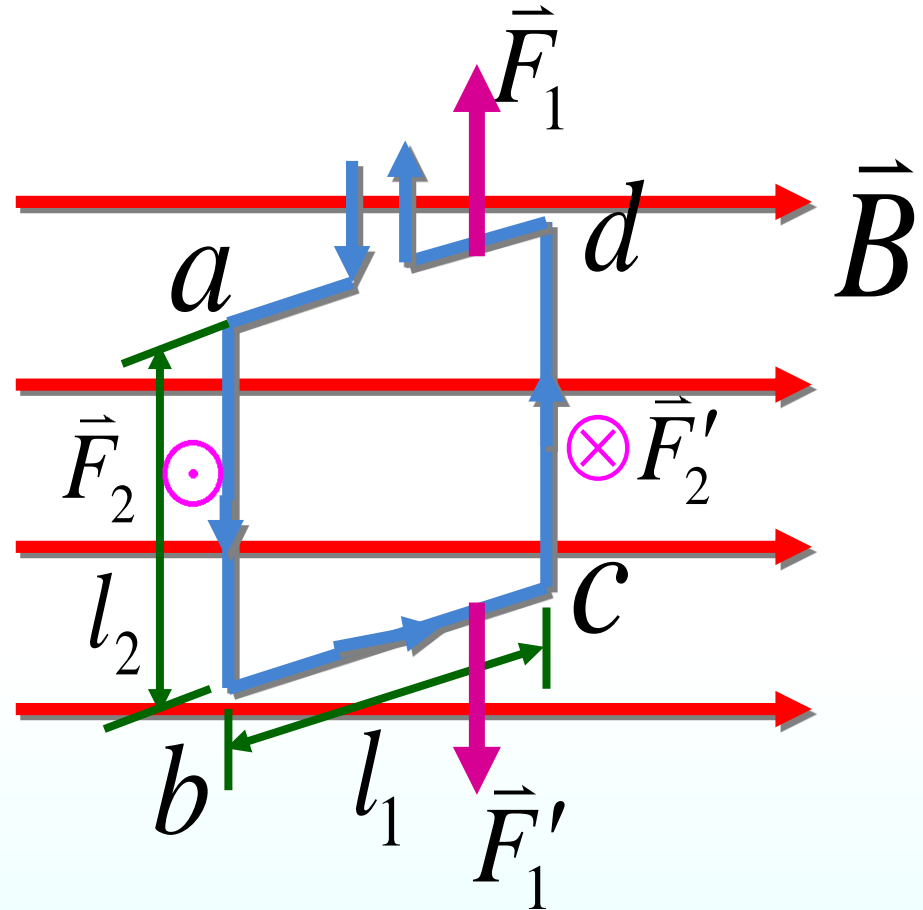
$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \theta$$



对  $ad$ 、 $bc$  边:

$$F_1' = B l_1 \sin \theta$$

$$\begin{aligned} F_1 &= B l_1 \sin (\pi - \theta) \\ &= B l_1 \sin \theta \end{aligned}$$



大小相等、方向相反、在同一直线上、两力抵消、合力矩为零，不会使线圈产生平动和转动。

对  $ab$ 、 $cd$  边:

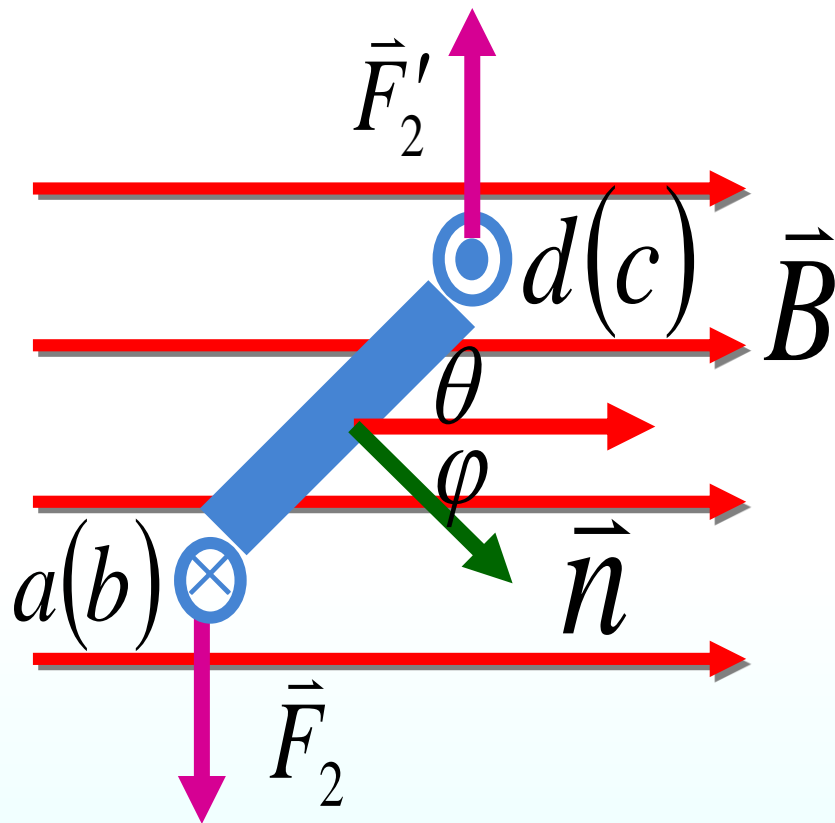
$$F_2 = F'_2 = B l l_2$$

大小相等，方向相反，不在同一直线上，形成力偶

则磁场对线圈磁力矩为

$$M = F_2 l_1 \cos \theta = B l l_1 l_2 \cos \theta = B l S \sin \varphi$$

其中  $S = l_1 l_2$  为线圈面积



若线圈有N匝，则线圈所受力矩为

$$M = NBIS \sin \varphi$$

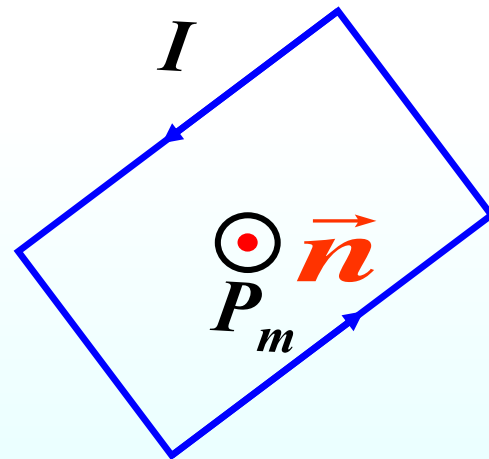
设平面载流线圈的面积 $S$ ，电流强度 $I$ ，定义：

线圈的磁矩为

$$\vec{P}_m = NIS\vec{n}$$

矢量式为

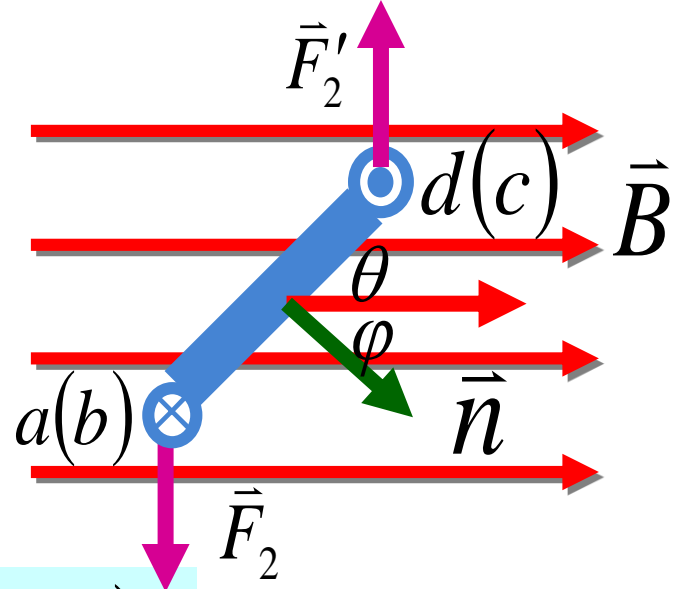
$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$$



——上式适用于任何形状的平面载流线圈

## 讨论:

$$M = P_m B \sin \varphi$$



(1) 当  $\phi = 0$  时 ( $\vec{n} // \vec{B}$  或线圈平面  $\perp \vec{B}$ ),  
 $M = 0$  为稳定平衡状态;

(2) 当  $\phi = \frac{\pi}{2}$  时 ( $\vec{n} \perp \vec{B}$  或线圈平面  $// \vec{B}$ ),  
 $M = M_{\max} = P_m B$

力矩最大, 且这一力矩有使  $\phi$  减小的趋势。

(3) 当  $\varphi = \pi$  时 ( $\vec{n}$  与  $\vec{B}$  反平行或线圈平面  $\perp \vec{B}$ ),  
 $M = 0$  为不稳定平衡状态

$\vec{B}$  与  $\vec{P}_m$  反向, 微小扰动, 磁场的力矩使线圈转向稳定平衡状态。

**结论:** 任意形状的平面载流线圈在均匀外磁场中, 受到的合力为零, 合力矩使线圈的磁矩转到磁感应强度的方向。

## 2、非均匀磁场中的载流线圈

作用在线圈上的磁力  
与磁力矩均不为零

