Отчет по лабораторной работе №3

Доп. задание №2

Аксенова Валерия, Коваленко Александр, Шустров Андрей

Постановка задачи:

Рассмотрим постановку задачи оптимизации в методе обучения *support vector machine* (метод опорных векторов):

Для классификации бинарных образов мы хотим провести такую гиперплоскость, которая будет корректно отделять один класс от другого, ориентируясь только на распределение обучающей выборки и по возможности без дополнительных предположений о распределении образов в классах.

С точки зрения *SVM*, *оптимальная разделяющая гиперплоскость* – это та, которая образует наиболее широкую полосу между объектами двух классов. При этом сама разделяющая гиперплоскость будет точно проходить посередине этой полосы.

Задача оптимизации для общего случая:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\|\omega\|^2 \to \min\limits_{\omega,\, b} \\ M_i(\omega, b) \geq 1, \quad i = 1, 2, \ldots, l \end{cases}$$

Верхнее выражение определяет ширину полосы, нижнее - расстояние от разделяющей гиперплоскости до выбранного образа (margin)

В случае нелинейного разделения вводим *slack variables* - некоторый штраф за нарушение исходного неравенства:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\|\omega\|^2 + C \cdot \sum_{i=1}^{l} \xi_i \to \min\limits_{\omega,\, b,\, \xi} \\ M_i(\omega, b) \geq 1 - \xi_i, \quad i = 1, 2, \ldots, l \\ \xi_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \ldots, l \end{cases}$$

где C – гиперпараметр, определяющий степень минимизации величин $\{\zeta_i\}$.

Описание методов:

1. *prepare_data(x)* **-** добавляет столбец единиц (*bias*) к каждому элементу входных данных x. Это необходимо для корректного обучения модели.
2. *train_svm(x_train, y_train)* - обучает линейную модель *SVM* с использованием библиотеки *sklearn.* Возвращает обученный классификатор.
3. *plot_svm(x_train, y_train, support_vectors, line_coords=None)* - строит график данных, включая точки классов, опорные векторы и (при наличии) разделяющую линию. Использует библиотеку *matplotlib*.

Для *линейно разделимого случая* возьмем датасет:

№	*Width*	*Length*	*Class*	
1	*10*	*50*	*blue*	*-1*
2	*20*	*30*	*red*	*+1*
3	*25*	*30*	*red*	*+1*
4	*20*	*60*	*blue*	*-1*
5	*15*	*70*	*blue*	*-1*
6	*40*	*40*	*red*	*+1*
7	*30*	*45*	*red*	*+1*
8	*20*	*45*	*blue*	*-1*

9	*40*	*30*	*red*	*+1*
10	*7*	*35*	*blue*	*-1*

Для *линейно не разделимого случая* добавим в существующий датасет:

№	*Width*	*Length*	*Class*	
11	*30*	*10*	*blue*	*-1*
12	*15*	*50*	*red*	*+1*

и будем использовать класс SVC, так как прежний LinearSVC не применим к новой выборке.

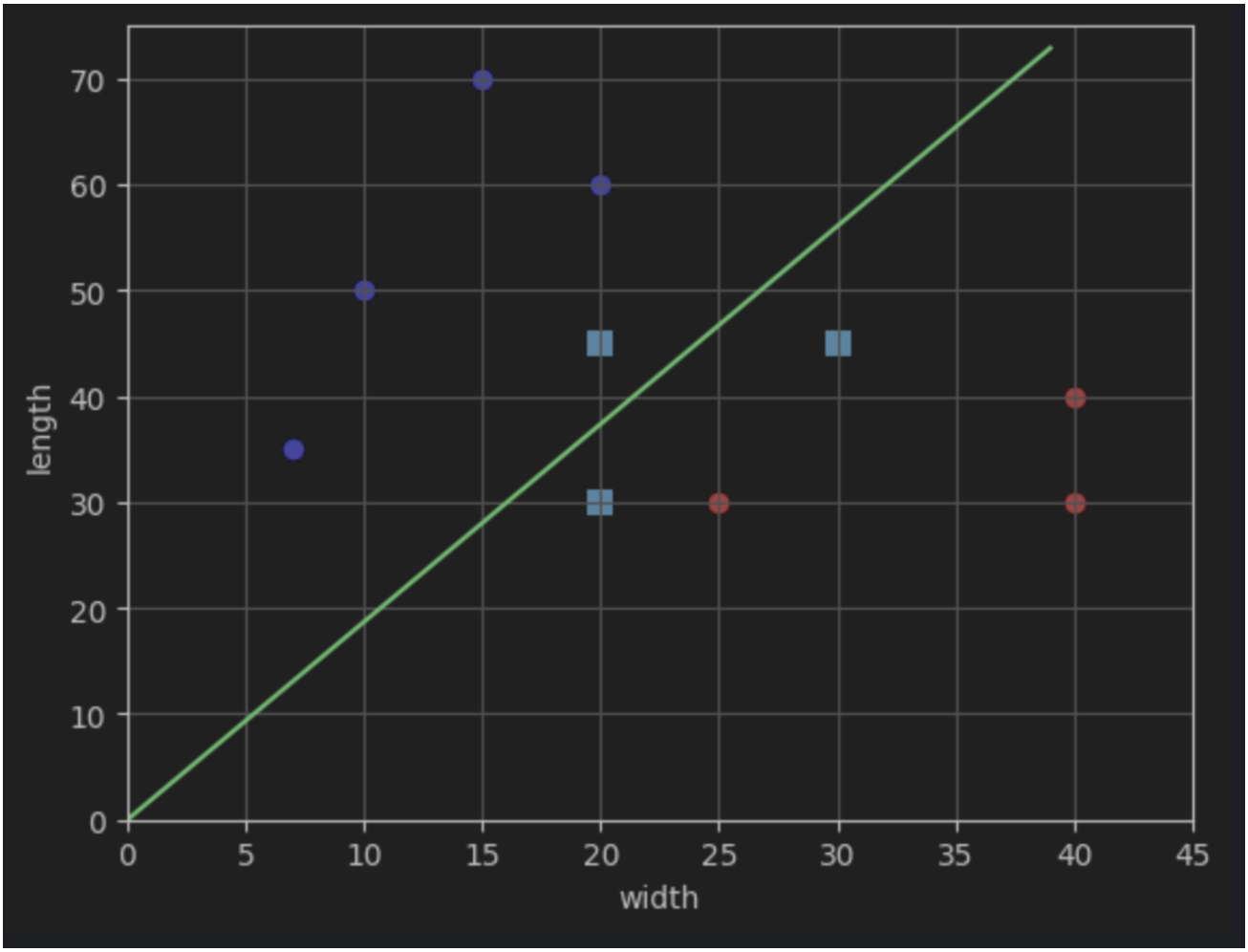
Результаты:

После запуска программы *Linear SVM* увидим следующие значения:

- *коэффициентов вектора ω:* [0.24371833 -0.13071248 0.01218592]

- *список опорных векторов, для которых* $\lambda \neq 0$*:*

[[20. 45. 1.] [20. 30. 1.] [30. 45. 1.]]



Разделяющая линия действительно проходит по центру полосы, образованной опорными векторами.

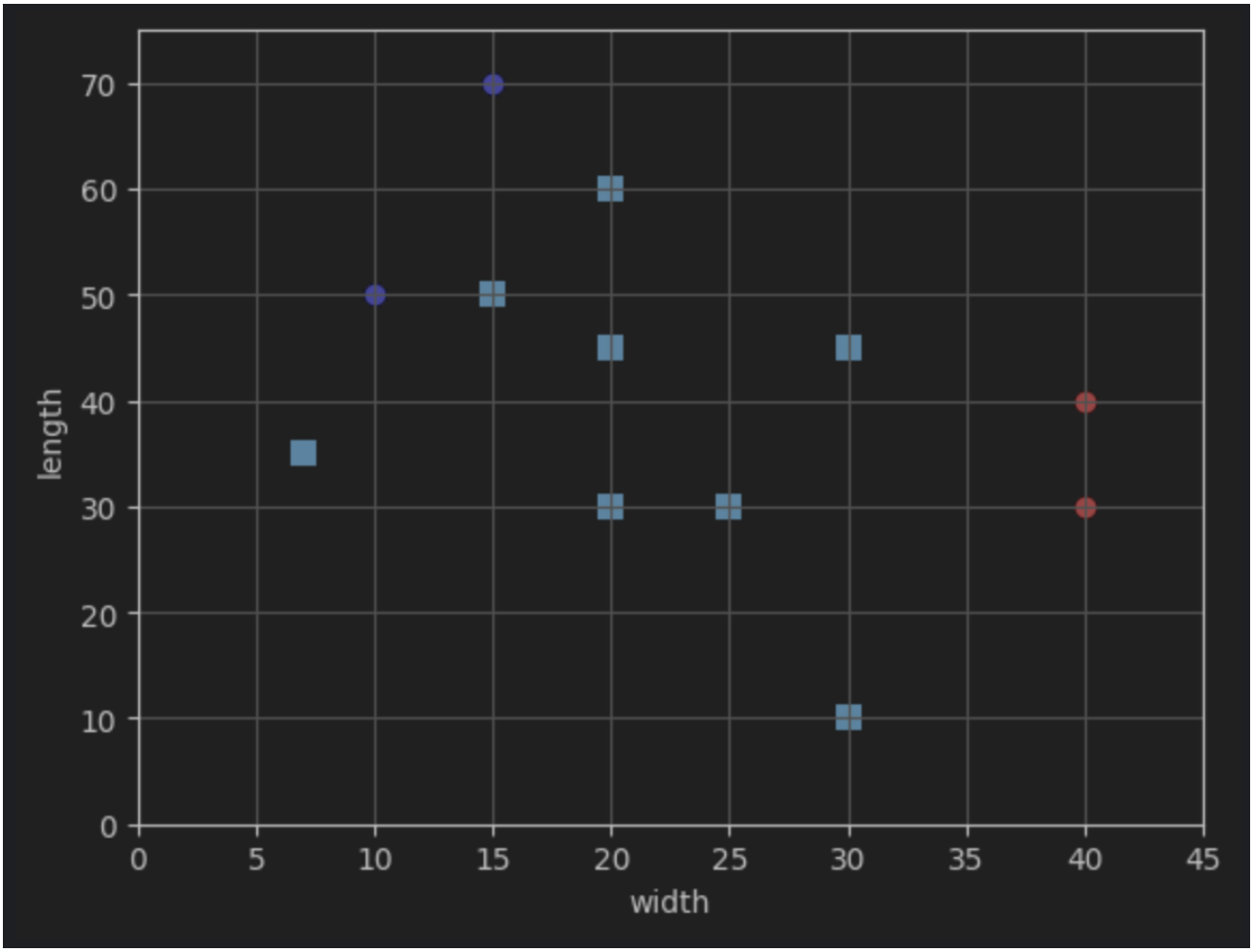
После запуска *Nonlinear SVM* мы увидим *качество классификации*:

[-2 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0] (нули соответствуют верной классификации).

Кроме того, видим *список опорных векторов*:

[[30. 10. 1.] [20. 60. 1.] [20. 45. 1.] [7. 35. 1.] [15. 50. 1.] [20. 30. 1.] [25. 30. 1.] [30. 45. 1.]]

их стало заметно больше предыдущего случая.



Классификатор ошибся только на двух первых наблюдениях, в которые мы прописали выбросы, то есть, он корректно построил разделяющую гиперплоскость.