

23-1 ESC Final Project

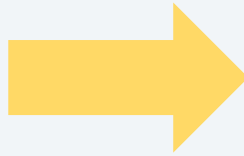
데이터 분석 프로젝트 : 제조업 에너지 소비 최적화

ESC 5조

분석개요 및 목적

Step1. Prediction

Step2. Optimization



“ 생산계획 최적화 ”

Prediction



Input 변수

변수의 목적

에 따라 분류 후 일부 선정

Prediction

시간 변수: 날짜, 시간, 15분, 30분, 45분, 60분, 평균, day, d, m

날씨 변수: 기온, 풍속, 습도, 강수량

전기요금 (계절)

Optimization

공장인원, 인건비, 생산량, 전기요금

Input 변수 재정의

강수량

- 0, 0.1, ...

→ 강수 여부로 이진 변수화

Day, D, M

- 1, 11, 1 (1월 11일 월요일)

→ 주중/주말 분할 + 공휴일 추가

전기 요금

- 계절에 따른 이산 변수

→ 카테고리화 한 후 one hot encoding

인건비

- 1.0 / 1.5

→ 평일 주간 1 / 평일 야간, 주말 주간 1.5 / 주말 야간 2

최종 *Input data*

- 시간, 기온, 풍속, 습도, 강수여부, 전기요금(원 핫 인코딩), weekend(주말여부), holiday(공휴일여부)
- 기온, 풍속, 습도 칼럼에 대해 MinMaxScaler 로 스케일링 진행
- 1월부터 8월까지 학습한 후 9월 데이터 예측

	시간	기온	풍속	습도	강수여부	전기요금(계절)_109.8	전기요금(계절)_167.2	weekend	holiday
0	0	0.193833	0.315789	0.700000	0.0	1	0	0.0	1.0
1	1	0.165198	0.197368	0.766667	0.0	1	0	0.0	1.0
2	2	0.178414	0.342105	0.555556	0.0	1	0	0.0	1.0
3	3	0.174009	0.342105	0.533333	0.0	1	0	0.0	1.0
4	4	0.162996	0.342105	0.577778	0.0	1	0	0.0	1.0
...
6163	19	0.742291	0.473684	0.855556	1.0	0	1	0.0	0.0
6164	20	0.753304	0.552632	0.777778	1.0	0	1	0.0	0.0
6165	21	0.753304	0.565789	0.755556	1.0	0	1	0.0	0.0
6166	22	0.748899	0.328947	0.788889	1.0	0	1	0.0	0.0
6167	23	0.748899	0.328947	0.788889	1.0	0	1	0.0	0.0

6168 rows × 9 columns

모델링 *with Optuna*

- 최고의 예측 성능을 내기 위해 'Optuna' 사용
 - 성능 향상을 위해 각 ML 모델의 최적 하이퍼파라미터를 자동으로 탐색
 - AutoML의 한 영역으로 최근 각광
- 7개의 ML 모델 탐색
 - Random Forest, SVM, Neural Network, CNN, LightGBM, XGBoost, Stacking
 - 각 ML 모델마다 50번의 반복을 통해 다양한 하이퍼파라미터를 최적화
- 검증 데이터 분리
 - 성능 비교를 위한 검증 데이터 확보 (train_test_validation, Validation Size = 0.2)
 - 검증 세트를 통해 구한 Validation RMSE를 기준으로 사용

Random Forest and SVM

```
In [7]: ▶ def objective_RF(trial):
    rf_1 = trial.suggest_int('max_depth', 2, 50)
    rf_2 = trial.suggest_int('min_samples_leaf', 1, 50)
    rf_3 = trial.suggest_int('n_estimators', 10, 1000)

    rf = RandomForestRegressor(max_depth=rf_1,
                              min_samples_leaf=rf_2,
                              n_estimators=rf_3)

    rf.fit(x_train, y_train)
    pred = rf.predict(x_val)

    rmse = mean_squared_error(pred, y_val, squared = False)

    with open("rf{}.pickle".format(trial.number), "wb") as fout:
        pickle.dump(rf, fout)

    return rmse

seed_sampler = optuna.samplers.TPESampler(seed=seed)
study = optuna.create_study(direction = 'minimize', sampler=seed_sampler)
study.optimize(objective_RF, n_trials=50)
```

Random Forest

- Best RMSE : 35.614093183308235
- Best Parameters
: {'max_depth': 14, 'min_samples_leaf': 1, 'n_estimators': 414}

```
In [8]: ▶ def objective_SVR(trial) :

    svm_2 = trial.suggest_categorical('kernel', ['linear', 'poly', 'rbf', 'sigmoid'])
    svm_3 = trial.suggest_float('epsilon', 0.01, 5)
    svm_4 = trial.suggest_float('C', 0.3, 5)
    svm_5 = trial.suggest_int('degree', 1, 5)

    svm = SVR(kernel=svm_2, epsilon=svm_3, C=svm_4, degree=svm_5)
    svm.fit(x_train, y_train)
    pred = svm.predict(x_val)

    rmse = mean_squared_error(pred, y_val, squared = False)

    with open("svm{}.pickle".format(trial.number), "wb") as fout:
        pickle.dump(svm, fout)

    return rmse

seed_sampler = optuna.samplers.TPESampler(seed=seed)
study = optuna.create_study(direction = 'minimize', sampler=seed_sampler)
study.optimize(objective_SVR, n_trials=50)
```

Support Vector Machine

- Best RMSE : 49.643685111329674
- Best Parameters
: {'kernel': 'linear', 'epsilon': 4.785593651456996, 'C':
0.3079903370090929, 'degree': 3}

Feedforward Neural Network

```
[12] def create_model(trial):  
    n_hidden = trial.suggest_int('n_hidden', 1, 10) #hidden layers  
    n_units = trial.suggest_int('n_units', 8, 128) #neuron per layer  
    learning_rate = trial.suggest_float('learning_rate', 0.01, 0.2)  
  
    model = Sequential()  
    model.add(Dense(n_units, input_shape=(9, ), activation='relu')) #x_train.shape[1]  
    model.add(BatchNormalization())  
    for i in range(n_hidden):  
        model.add(Dense(n_units, activation='relu'))  
        model.add(Dropout(0.2))  
    model.add(Dense(1))  
  
    model.compile(loss= 'mean_squared_error',  
                  optimizer = tf.keras.optimizers.Adam(learning_rate=learning_rate),  
                  metrics=[metrics.mse])  
  
    return model
```

NN 구조 선언

```
[19] def objective(trial):  
    model = create_model(trial)  
  
    epochs = trial.suggest_int('epoch', 10, 100)  
    batch_size = trial.suggest_int('batch_size', 25, 75)  
  
    with tf.device('/device:GPU:0'):  
        model.fit(x_train, y_train,  
                  epochs=epochs,  
                  batch_size=batch_size,  
                  verbose=0)  
  
    y_pred = model.predict(x_val)  
    rmse = mean_squared_error(y_val, y_pred, squared = False)  
    print(rmse)  
    return rmse
```

Optuna 적용

```
[20] study = optuna.create_study(direction = 'minimize')  
study.optimize(objective, n_trials=50, show_progress_bar=True)
```

- Best RMSE: 42.7419254729894
- Best parameters: {'n_hidden': 1, 'n_units': 52, 'learning_rate': 0.11893801120593775, 'epoch': 47, 'batch_size': 39}

Convolution Neural Network

```
In [12]: def CNN(trial):
filters1 = trial.suggest_categorical('filters1', [128, 256, 300, 400])
filters2 = trial.suggest_categorical('filters2', [64, 128, 150, 200])
filters3 = trial.suggest_categorical('filters3', [32, 64, 75, 100])
Dropouts = trial.suggest_categorical('dropout', [0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5])
optimizer = trial.suggest_categorical('optimizer', ['Adam', 'SGD', 'Adagrad'])

model = Sequential()
model.add(Conv1D(filters=filters1, kernel_size=(1), activation='relu', input_shape=(1,9)))
model.add(Dropout(Dropouts))
model.add(MaxPooling1D(pool_size=(1)))

model.add(Conv1D(filters2, kernel_size=(1), activation='relu'))
model.add(Dropout(Dropouts))
model.add(MaxPooling1D(pool_size=(1)))

model.add(Conv1D(filters3, kernel_size=(1), activation='relu'))
model.add(Dropout(Dropouts))
model.add(MaxPooling1D(pool_size=(1)))
model.add(BatchNormalization())

model.add(Flatten())
model.add(Dense(32, activation="relu"))
model.add(Dense(16, activation="relu"))
model.add(Dense(1))

model.compile(optimizer=optimizer, loss="mean_squared_error", metrics=[metrics.mse])
return model
```

CNN 구조 선언

```
In [13]: def objective(trial):
epochs = trial.suggest_int('epoch', 10, 100)
batch_size = trial.suggest_int('batch_size', 25, 75)
rmsecv = list()

model = CNN(trial)

t_x = x_train.reshape(x_train.shape[0], 1, 9)
t_y = np.ravel(y_train)
val_x = x_val.reshape(x_val.shape[0], 1, 9)
val_y = np.ravel(y_val)

try:
    with tf.device('/device:GPU:0'):
        model.fit(t_x, t_y, epochs=epochs, batch_size=batch_size,
                  verbose=0, validation_data=(val_x, val_y))
        y_pred = model.predict(val_x)

        rmse = mean_squared_error(val_y, np.ravel(y_pred), squared=False)
        rmsecv.append(rmse)

except:
    rmse = 100
return rmse
```

Optuna 적용

- Best RMSE: 39.44451260571045
- Best parameters: {'epoch': 85, 'batch_size': 30, 'filters1': 365, 'filters2': 128, 'filters3': 47, 'dropout': 0, 'optimizer': 'Adam'}

LightGBM

```
def objective(trial):
    param = {
        'objective': 'regression',
        'metric': 'rmse',
        "verbosity": -1,
        "boosting_type": "gbdt",
        # "lambda_l1": trial.suggest_float("lambda_l1", 1e-4, 10.0, log=True),
        # "lambda_l2": trial.suggest_float("lambda_l2", 1e-4, 10.0, log=True),
        "num_leaves": trial.suggest_int("num_leaves", 2, 256),
        'max_depth': trial.suggest_int('max_depth', 3, 50),
        'learning_rate': trial.suggest_float("learning_rate", 1e-4, 1.0, log=True),
        'min_child_samples': trial.suggest_int('min_child_samples', 5, 100),
        'subsample': trial.suggest_float('subsample', 0.4, 1, log=True)
    }

    # Train and Predict
    model = lgb.LGBMRegressor(**param)
    model.fit(x_train, y_train)
    pred = model.predict(x_val)

    pred = np rint(pred)          # Return Integer

    # Train and Predict
    model = lgb.LGBMRegressor(**param)
    model.fit(x_train, y_train)
    pred = model.predict(x_val)

    pred = np rint(pred)          # Return Integer

    # Accuracy
    rmse = mean_squared_error(pred, y_val, squared = False)
    nrmse = rmse / (y_val.max()-y_val.min())

    # Save checkpoint
    PATH = "/home/gynchoi/workspace/gayoon/ML/checkpoint/LightGBM/"
    if not os.path.isdir(PATH):
        os.makedirs(PATH)
    with open(PATH+"lgb_{}.pickle".format(trial.number), "wb") as fout:
        pickle.dump(model, fout)

    return rmse
```

- Best RMSE: 36.30973345795159
- Best parameters: {'num_leaves': 242, 'max_depth': 45, 'learning_rate': 0.07396441809284664, 'min_child_samples': 5, 'subsample': 0.5360325098726257}

XGBoost

```
def objective(trial):
    dtrain = xgb.DMatrix(x_train, label=y_train)
    dvalid = xgb.DMatrix(x_val, label=y_val)

    param = {
        "verbosity": 0,
        'objective': 'reg:linear',
        'eval_metric': 'rmse',
        # use exact for small dataset.
        "tree_method": "exact",
        # defines booster, gblinear for linear functions.
        "booster": trial.suggest_categorical("booster", ["gbtree", "gblinear", "dart"]),
        # L2 regularization weight.
        "lambda": trial.suggest_float("lambda", 1e-4, 1.0, log=True),
        # L1 regularization weight.
        "alpha": trial.suggest_float("alpha", 1e-4, 1.0, log=True),
        # sampling ratio for training data.
        "subsample": trial.suggest_float("subsample", 0.2, 1.0),
        # sampling according to each tree.
        "colsample_bytree": trial.suggest_float("colsample_bytree", 0.2, 1.0),
    }

    if param["booster"] in ["gbtree", "dart"]:
        # maximum depth of the tree, signifies complexity of the tree.
        param["max_depth"] = trial.suggest_int("max_depth", 3, 30)#, step=2)
        # minimum child weight, larger the term more conservative the tree.
        param["min_child_weight"] = trial.suggest_int("min_child_weight", 0, 5)
        # learning rate
        param["eta"] = trial.suggest_float("eta", 1e-4, 1.0, log=True)
        # defines how selective algorithm is: min_split_loss
        param["gamma"] = trial.suggest_float("gamma", 1e-4, 1.0, log=True)
        param["grow_policy"] = trial.suggest_categorical("grow_policy", ["depthwise", "lossguide"])

    if param["booster"] == "dart":
        param["sample_type"] = trial.suggest_categorical("sample_type", ["uniform", "weighted"])
        param["normalize_type"] = trial.suggest_categorical("normalize_type", ["tree", "forest"])
        param["rate_drop"] = trial.suggest_float("rate_drop", 1e-4, 1.0, log=True)
        param["skip_drop"] = trial.suggest_float("skip_drop", 1e-4, 1.0, log=True)

    # Train and Predict
    model = xgb.XGBRegressor(**param)
    model.fit(x_train, y_train)

    pred = model.predict(x_val)
    pred = np.rint(pred) # Return Integer
```

- **Best RMSE: 35.79491473890364**

- **Best parameters:**

Number of finished trials: 50

Best trial: 18

Value: 35.79491473890364

Params:

booster: gbtree

lambda: 0.00010241050516773672

alpha: 0.004067534947839597

subsample: 0.5666826636537622

colsample_bytree: 0.8940848434037588

max_depth: 16

min_child_weight: 4

eta: 0.04960838349694138

gamma: 0.010895608289741043

grow_policy: depthwise

Stacking

```
def objective(trial):

    knn_1 = trial.suggest_int('n_neighbors', 2, 20)
    knn_2 = trial.suggest_categorical('weights', ['uniform', 'distance'])
    knn = KNeighborsRegressor(n_neighbors=knn_1, weights=knn_2)

    dt_1 = trial.suggest_categorical('splitter', ['best', 'random'])
    dt_2 = trial.suggest_int('max_depth', 2, 50)
    dt_3 = trial.suggest_int('min_samples_leaf', 1, 50)
    dt = DecisionTreeRegressor(splitter=dt_1, max_depth=dt_2, min_samples_leaf=dt_3)

    dtrain = lgb.Dataset(x_train, label=y_train)
    dtest = lgb.Dataset(x_val)

    param = {
        'objective': 'regression',
        'metric': 'rmse',
        'max_depth': trial.suggest_int('max_depth', 3, 15),
        'learning_rate': trial.suggest_float('learning_rate', 1e-8, 1e-2, log=True),
        'n_estimators': trial.suggest_int('n_estimators', 100, 3000),
        'min_child_samples': trial.suggest_int('min_child_samples', 5, 100),
        'subsample': trial.suggest_float('subsample', 0.4, 1, log=True)
    }
    gbm = lgb.LGBMRegressor(**param)

    svm_2 = trial.suggest_categorical('kernel', ['linear', 'poly', 'rbf', 'sigmoid'])
    svm_3 = trial.suggest_float('epsilon', 0.01, 1)
    svm_4 = trial.suggest_float('C', 0.1, 2)
    svm = SVR(kernel=svm_2, epsilon=svm_3, C=svm_4)

    knn.fit(x_train, y_train)
    dt.fit(x_train, y_train)
    gbm.fit(x_train, y_train)
    svm.fit(x_train, y_train)

    knn_pred = knn.predict(x_val)
    dt_pred = dt.predict(x_val)
    gbm_pred = gbm.predict(x_val)
    svm_pred = svm.predict(x_val)

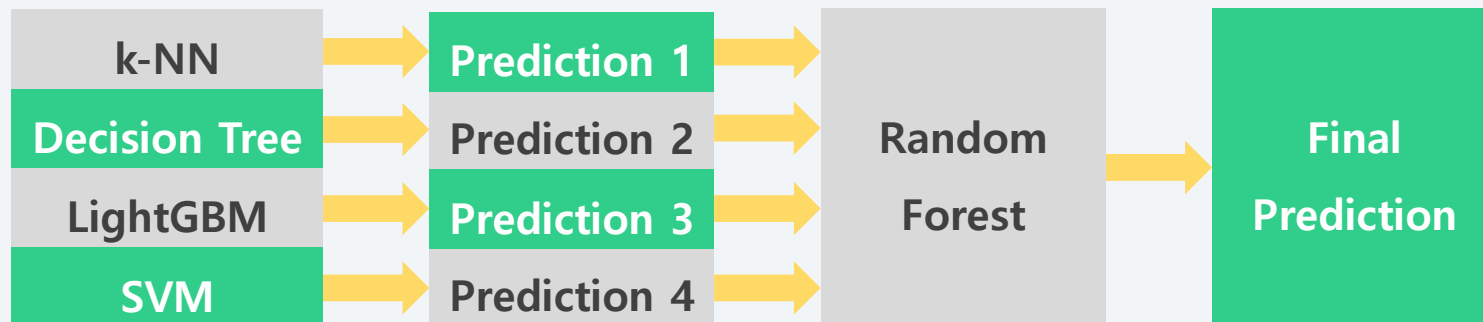
    pred = np.array([knn_pred, dt_pred, gbm_pred, svm_pred])
    pred = np.transpose(pred)

    rf_1 = trial.suggest_int('max_depth', 2, 50)
    rf_2 = trial.suggest_int('min_samples_leaf', 1, 50)
    rf_3 = trial.suggest_int('n_estimators', 10, 1000)
    rf = RandomForestRegressor(max_depth=rf_1, min_samples_leaf=rf_2, n_estimators=rf_3)

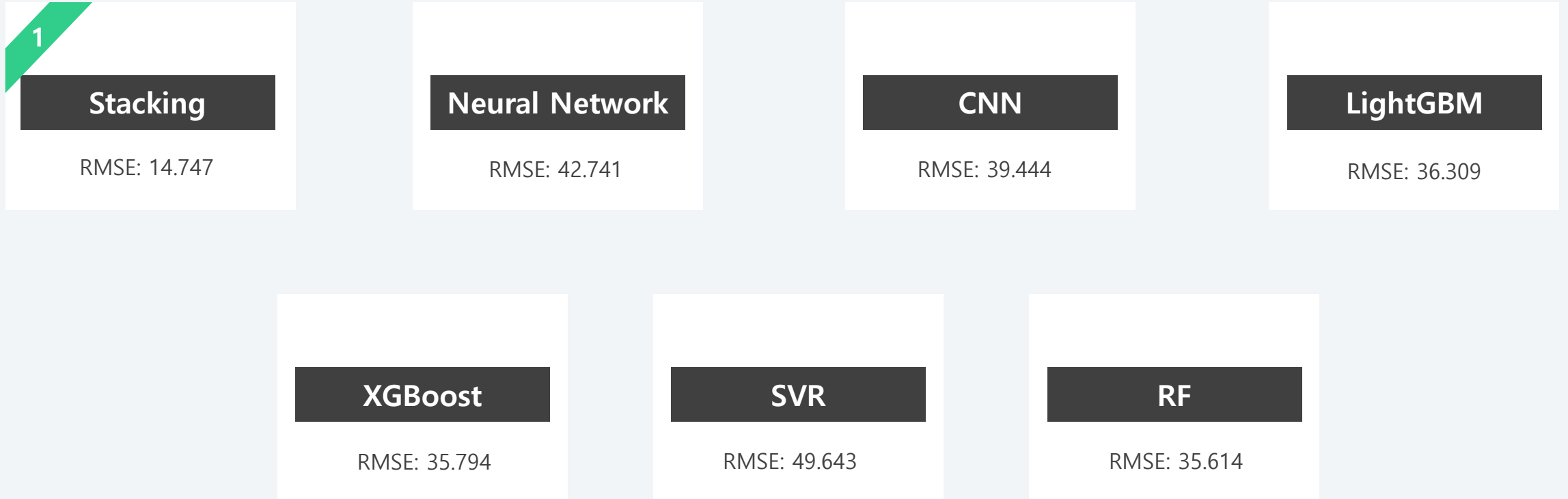
    rf.fit(pred, y_val)
    final_pred = rf.predict(pred)
    rmse = mean_squared_error(final_pred, y_val, squared = False)
```

- Best RMSE: 14.747688355095349
- Best parameters: {'n_neighbors': 7, 'weights': 'distance', 'splitter': 'best', 'max_depth': 22, 'min_samples_leaf': 1, 'learning_rate': 0.0008557133802256295, 'n_estimators': 2988, 'min_child_samples': 59, 'subsample': 0.42705903884030194, 'kernel': 'rbf', 'epsilon': 0.9394191470253792, 'C': 1.8342301859640537}

Stacking 구조:

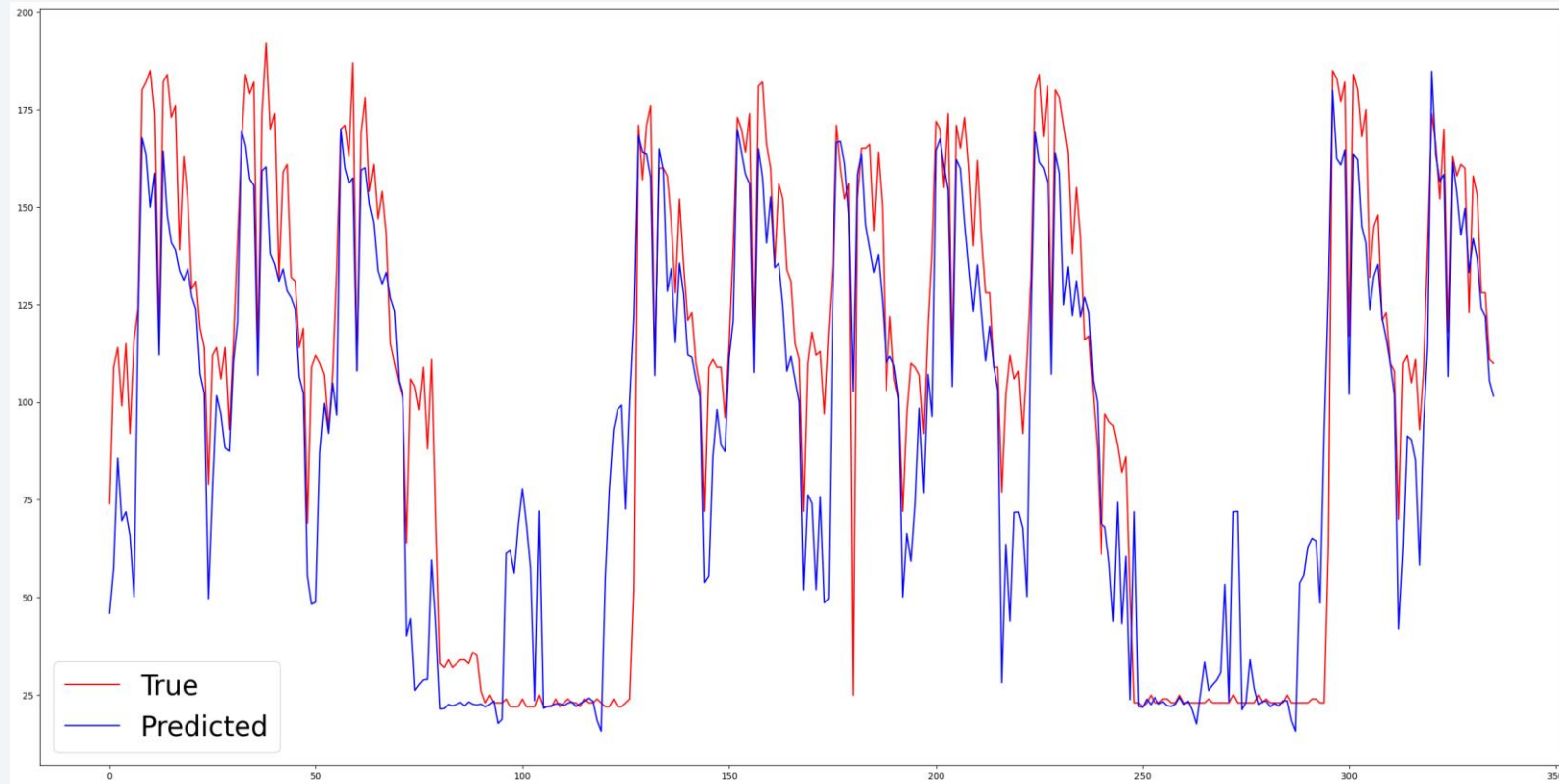


Results



- 결과 정리: 검증 RMSE는 Stacking에서 14.747로 가장 낮은 것을 확인할 수 있다.
- 향후 최적화 모델에 학습된 Stacking 모델로 예측된 결과를 활용한다.

Results



- 9월 데이터의 예측값과 실제값 시각화
- 예측값과 실제값은 RMSE 26 정도의 차이를 보였음

Optimization



Input 변수

변수의 목적

에 따라 분류 후 일부 선정

Prediction

시간 변수: 날짜, 시간, 15분, 30분, 45분, 60분, 평균, day, d, m
날씨 변수: 기온, 풍속, 습도, 강수량
전기요금 (계절)

Optimization

공장인원, 인건비, 생산량, 전기요금
+ **예측된 시간당 평균 최대수요전력**

의사결정변수

- Index Set
 - $t \in \{1, 2, \dots, 336\}$ (9/1 ~ 9/14)
- Decision Variable
 - y_t : t 시점에서 생산 여부, boolean
 - x_t : t 시점에서 생산 결정 시 생산량(기준: 10개), integer
 - $x_t=1$ 은 10개 생산 의미, $x_t=2$ 는 20개 생산 의미
 - 기준을 1개로 할 시, 대부분의 시점에서 1개만 생산하고 특정 경우에는 최대한으로 생산하는 문제 발생

- Constant Parameters
 - m_1 : 계획 기간 내 달성해야 하는 최소한의 총 생산량
 - m_2 : 한 시점에서 생산할 수 있는 최대 생산량
 - d : 생산해야 하는 최소 시점의 수
 - c_e : 전기세 데이터 정규화 상수
 - c_h : 인건비 데이터 정규화 상수
 - α : 전기세의 비중(0~1 사이)
 - β : 인건비의 비중(0~1 사이)
 - $\alpha + \beta = 1$

- Vectorized Parameters
 - \hat{e}_t^d : t 시점의 평균 최대전력수요 예측값
 - e_t^a : t 시점의 전기요금
 - h_t^r : t 시점의 공장인원
 - h_t^a : t 시점의 인건비
 - P_t^e : t 시점의 전기세, $\hat{e}_t^d * e_t^a / c_e$
 - P_t^h : t 시점의 인건비, $h_t^r * h_t^a / c_h$
 - P_t : t 시점의 총 비용, $\alpha * P_t^e + \beta * P_t^h$

최적화 모델

$$\min \sum_{t \in T} P_t \cdot x_t \quad \longrightarrow \quad \text{목적 함수는 총 비용 합 최소화}$$

$$\text{s.t. } \sum_{t \in T} x_t \geq m_1 \quad \longrightarrow \quad 9/1 \text{부터 } 9/14 \text{까지 최소 생산량을 달성해야 함}$$

$$0 \leq x_t \leq m_2 \quad \forall t \in T \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} \text{음의 생산은 불가,} \\ \text{한 번 생산 시 최대 생산량을 넘을 순 없음} \end{array}$$

$$x_t \geq y_t \quad \forall t \in T \quad \longrightarrow \quad \text{if } y_t = 0 \text{ then } x_t = 0$$

모델 구현 by CVXPY

```
edt = test_df['평균_예측'].values  
eat = test_df['elec_cost'].values
```

```
hrt = test_df['인건비_변환'].values  
hat = test_df['공장인원'].values
```

```
c1 = np.mean(edt*eat)
```

```
c2 = np.mean(hrt*hat)
```

평균 통해 데이터 정규화 => 두 비용의 단위를 같게
(인건비와 전기세 간 큰 차이가 없다는 가정)

```
pet = edt*eat/c1
```

```
pht = hrt*hat/c2
```

```
alpha = 0.5
```

```
beta = 0.5
```

인건비, 전기세 비중을 1:1로 설정

```
pt = alpha*pet + beta*pht
```

모델 구현 by CVXPY

```
: x = cp.Variable(336, nonneg = True)
  y = cp.Variable(336, boolean = True)

  obj = cp.Minimize(sum([pt[i]*x[i] for i in range(336)]))

  constraints = []

  constraints += [sum([x[i] for i in range(336)]) >= 18000]
  constraints += [sum([y[i] for i in range(336)]) >= 84]

  for i in range(336):
      constraints += [x[i] <= 600]
      constraints += [x[i] >= y[i]]

  prob = cp.Problem(obj, constraints)

  prob.solve()
```

```
: 2027.1820477911995
```

실제 데이터 기반으로
파라미터 값 설정

```
np.sum(df.iloc[-336:, 7]) #m_1
```

180764

```
np.max(df.iloc[-336:, 7]) #m_2
```

6214

```
336/4 #d
```

84.0

생산 계획 결과 확인

```
true_x = x.value*10
```

```
true_x
```

```
array([[ 0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,
        0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,
        0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,
        0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,
        0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,
        0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,
        0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,
        0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,
        0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  6000.,
        6000., 6000., 6000., 6000., 10., 6000., 10., 10., 6000.,
        10., 6000., 10., 10., 6000., 6000., 10., 10., 10.,
        0., 0., 0., 10., 10., 10., 0., 6000., 6000., 6000.,
        10., 10., 6000., 10., 10., 6000., 10., 10., 10.,
        10., 6000., 6000., 10., 0., 0., 0., 0., 0.,
        0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.,
        10., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.,
        0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.,
        0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.,
        0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.,
        0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.,
        0., 0., 0., 10., 0., 0., 0., 0., 0.,
        0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.,
        0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.,
        10., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.,
        0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.,
        0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.,
        10., 0., 0., 0., 0., 0., 6000., 6000., 10.,
        6000., 10., 10., 10., 6000., 6000., 10., 10., 5460.,
        10., 6000., 6000., 10., 10., 10., 10., 10., 10.,
        10., 10., 0., 0., 6000., 10., 10., 10., 10.,
        10., 10., 6000., 10., 6000., 10., 10., 6000., 6000.,
        10., 10., 10., 0., 10., 10., 0., 0., 0.,
        0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.,
        0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.,
        0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.,
        0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.,
        0., 0., 0.]])
```

10단위로 변환 후 최적화된 생산 계획 확인

유의

- 최적화 모형 설계 단계에서 불확실성을 고려하지 않은 Deterministic LP를 사용하였고 따라서 현실에서 최적에 가까운 결과를 도출하기는 어려움