

CONTROL DE ACCIONAMIENTO DE CA CON MOTOR SINCRONICO DE IMANES PERMANENTES

Subtitulo

Autors:
Alan Vignolo
Brandon Mamani

2023

Introducción

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

Desarrollo

Modelado, Análisis y Simulación dinámica del SISTEMA FÍSICO a Lazo Abierto

Modelo matemático equivalente del subsistema mecánico completo

Subsistema mecánico del motor de CA trifásica síncrono, con el rotor referido al estator - sistema inercial de referencia:

$$J_m \cdot \dot{\omega}_m(t) = T_m(t) - b_m \cdot \omega_m(t) - T_d(t) \quad (1)$$

$$\dot{\theta}_m = \omega_m \quad (2)$$

Subsistema de tren de transmisión:

$$\omega_l(t) = \frac{1}{r} \cdot \omega_m(t) \quad (3)$$

$$T_q(t) = r \cdot T_d(t) \quad (4)$$

Subsistema de la carga mecánica:

$$J_l \cdot \dot{\omega}_l(t) = T_q(t) - b_l \cdot \omega_l(t) - T_l(t) \quad (5)$$

$$\dot{\theta}_l = \omega_l \quad (6)$$

Sistema mecánico equivalente completo:

$$(J_m + \frac{J_l}{r^2}) \cdot \dot{\omega}_m(t) = T_m(t) - (b_m + \frac{b_l}{r^2}) \cdot \omega_m(t) - \frac{T_l(t)}{r} \quad (7)$$

$$J_{eq} \cdot \dot{\omega}_m(t) = T_m(t) - b_{eq} \cdot \omega_m(t) - \frac{T_l(t)}{r} \quad (8)$$

$$\dot{\omega}_m(t) = \frac{1}{J_{eq}} \cdot [T_m(t) - b_{eq} \cdot \omega_m(t) - \frac{T_l(t)}{r}] \quad (9)$$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{J_{eq}} & -\frac{1}{J_{eq}r} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_m(t) \\ T_l(t) \end{bmatrix} \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (10)$$

Con este modelo matemático equivalente referido al eje del motor tiene como ventaja que no presenta backlash, además no hay que considerar el efecto de la elasticidad torsional de la transmisión.

Modelo dinámico del sistema físico completo

Modelo global no lineal (NL)

En el modelo global no lineal consideramos todos los sistemas involucrados como el sistema mecánico, previamente desarrollado, y los subsistemas electromagnético y térmico.

En primer lugar, nos enfocaremos en el subsistema electromagnético, teniendo en cuenta que se utiliza un motor síncrono de corriente alterna (CA) trifásico con excitación de imanes permanentes. El estator está conectado en estrella con bornes abc accesible y neutro no accesible. Consideramos que la carga de cada fase será equivalente de forma que la conexión estrella esté equilibrada.

Ecuaciones de tensión en coordenadas abc:

$$\begin{aligned} v_{as}(t) &= R_s(t) \cdot i_{as}(t) + \frac{d\lambda_{as}}{dt} \\ v_{bs}(t) &= R_s(t) \cdot i_{bs}(t) + \frac{d\lambda_{bs}}{dt} \\ v_{cs}(t) &= R_s(t) \cdot i_{cs}(t) + \frac{d\lambda_{cs}}{dt} \end{aligned} \quad (11)$$

Mediante la transformación de Park, que consiste en premultiplicar por la matriz de Park y teniendo en cuenta las coordenadas $qd0$ fijas al rotor:

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_r &= \omega_r(t) \Leftrightarrow \theta_r = \int_0^t \omega_r(\xi).d\xi + \theta_r(0) \\ \theta_r(t) &= P_p.\theta_{m}(t) \therefore \omega_r(t) = P_p.\omega_m(t)\end{aligned}\quad (12)$$

Se obtiene:

$$\begin{aligned}v_{qs}(t) &= R_s(t).i_{qs}(t) + L_q.\dot{i}_{qs}^r(t) + [\lambda_m^r + L_d.i_{ds}^r(t)].\omega_r(t) \\ v_{ds}(t) &= R_s(t).i_{ds}(t) + L_d.\dot{i}_{ds}^r(t) - L_q.i_{qs}(t).\omega_r(t) \\ v_{0s}(t) &= R_s(t).i_{0s}(t) + L_{ls}.\dot{i}_{0s}^r(t)\end{aligned}\quad (13)$$

Reordenando:

$$\begin{cases} \dot{i}_{qs}(t) = \frac{1}{L_q}.[v_{qs}^r(t) - R_s(t).i_{qs}^r(t) - P_p.\omega_m(t).[L_d.i_{ds}^r(t) + \lambda_m^r]] \\ \dot{i}_{ds}(t) = \frac{1}{L_d}.[v_{ds}^r(t) - R_s(t).i_{ds}^r(t) + P_p.\omega_m(t).L_q.i_{qs}^r(t)] \\ \dot{i}_{0s}(t) = \frac{1}{L_{ls}}.[v_{0s}^r(t) - R_s(t).i_{0s}^r(t)] \end{cases}\quad (14)$$

El torque electromagnético queda definido por:

$$T_m(t) = \frac{3}{2}.P_p.[\lambda_m^r + i_{ds}^r(t).(L_d - L_q)].i_{qs}^r(t)\quad (15)$$

Para el subsistema térmico solo se consideran las pérdidas eléctricas resistivas causadas por el efecto Joule (calor), despreciando las pérdidas magnéticas en el núcleo y las transferencia de calor por conducción y convección natural. La potencia de pérdidas calóricas está dada por:

$$P_{s_{perd}}(t) = \frac{3}{2}.R_s(t).[i_{qs}^r(t)^2 + i_{ds}^r(t)^2 + 2.i_{0s}(t)]\quad (16)$$

El balance térmico en el estator:

$$P_{s_{perd}}(t) = C_{ts}.\dot{T}_s(t) + \frac{T_s(t) - T_{amb}(t)}{R_{ts-amb}}\quad (17)$$

Reemplazando estas dos ecuaciones y juntando los demás subsistemas obtenemos el modelo global:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_m(t) = \omega_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) = \frac{1}{J_{eq}}.[\frac{3}{2}.P_p.[\lambda_m^r + i_{ds}^r(t).(L_d - L_q)].i_{qs}^r(t) - b_{eq}.\omega_m(t) - \frac{T_l(t)}{r}] \\ \dot{i}_{qs}(t) = \frac{1}{L_q}.[v_{qs}^r(t) - R_s(t).i_{qs}^r(t) - P_p.\omega_m(t).[L_d.i_{ds}^r(t) + \lambda_m^r]] \\ \dot{i}_{ds}(t) = \frac{1}{L_d}.[v_{ds}^r(t) - R_s(t).i_{ds}^r(t) + P_p.\omega_m(t).L_q.i_{qs}^r(t)] \\ \dot{i}_{0s}(t) = \frac{1}{L_{ls}}.[v_{0s}^r(t) - R_s(t).i_{0s}^r(t)] \\ \dot{T}_s(t) = \frac{1}{C_{ts}}.[\frac{3}{2}.R_s(t).[i_{qs}^r(t)^2 + i_{ds}^r(t)^2 + 2.i_{0s}(t)^2] - \frac{T_s(t) - T_{amb}(t)}{R_{ts-amb}}] \end{cases}\quad (18)$$

Modelo global linealizado con parámetros variables (LPV)

Para el caso general en el que $i_{ds}(t) \neq 0$. Se puede representar al sistema no lineal de forma genérica como:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)); & x(t_0) = x_0 \\ y(t) = C.x(t) \end{cases}\quad (19)$$

Donde f es una función que representa la dinámica del sistema en términos de las variable de estado $x(t)$ y las estradas $u(t)$.

Dados los punto de equilibrio dinámico donde las derivadas de las variables de estado son nulas:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) = 0\quad (20)$$

Todos los pares de puntos $[X_0, U_0]$ que satisfacen la ecuación anterior definen el conjunto de puntos de operación. Estos puntos los consideraremos cuasi-estacionarios.

Alrededor de estos puntos consideraremos pequeñas variaciones infinitesimales:

$$\begin{cases} x(t) = X_0(t) + \Delta x(t) \\ u(t) = U_0(t) + \Delta u(t) \\ y(t) = Y_0(t) + \Delta y(t) \end{cases} \quad (21)$$

De forma que el el sistema genérico global NL queda representado por:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \dot{X}_0(t) + \Delta \dot{x}(t) = f(X_0(t) + \Delta x(t), U_0(t) + \Delta u(t)) \\ X_0(0) + \Delta x(0) = x_0 \rightarrow X_0 = x_0, \Delta x(0) = 0 \\ Y_0(t) + \Delta y(t) = C(X_0(t) + \Delta x(t)) \rightarrow Y_0(t) = C X_0(t); \Delta y(t) = C \Delta x(t) \end{cases} \quad (22)$$

Aproximación mediante la serie de Taylor truncada al primer orden y despreciando los terminos de orden superior:

$$f(X_0(t) + \Delta x(t), U_0(t) + \Delta u(t)) \approx f(X_0(t), U_0(t)) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_0 \Delta x(t) + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_0 \Delta u(t) \quad (23)$$

Al aplicar esto a nuestro modelo NL el sistema se divide en dos partes, una NL cuasi-estacionaria y otra lineal dinámica que representa las pequeñas variaciones alrededor de puntos de operación.

Modelo NL cuasi-estacionario:

$$\dot{X}_0(t) = f(X_0(t), U_0(t)) \approx 0 / \text{cte}; \quad X_0(0) = x_0 \quad (24)$$

Modelo lineal dinámico:

$$\Delta \dot{x}(t) = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_0 \Delta x(t) + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_0 \Delta u(t); \quad \Delta x(0) = 0 \quad (25)$$

Al aplicar este concepto a las ecuaciones del [Modelo global NL \(18\)](#) obtenemos:

- Espacio de operación global NL (cuasi - estacionario)

$$\begin{cases} \dot{\theta}_{m0} = \omega_{m0} = \text{cte} \\ \dot{\omega}_{m0} = \frac{1}{J_{eq}} \cdot \left[\frac{3}{2} \cdot P_p \cdot [\lambda_m^r + i_{ds0}^r \cdot (L_d - L_q)] \cdot i_{qs0}^r - b_{eq} \cdot \omega_{m0} - \frac{T_{l0}}{r} \right] = 0 \\ \dot{i}_{qs0} = \frac{1}{L_q} \cdot [v_{qs0}^r - R_s(t) \cdot i_{qs0}^r - P_p \cdot \omega_{m0} \cdot [L_d \cdot i_{ds0}^r + \lambda_m^r]] = 0 \\ \dot{i}_{ds0} = \frac{1}{L_d} \cdot [v_{ds0}^r - R_s(t) \cdot i_{ds0}^r + P_p \cdot \omega_{m0} \cdot L_q \cdot i_{qs0}^r] = 0 \\ \dot{i}_{0s0} = \frac{1}{L_{ls}} \cdot [v_{0s0}^r - R_s(t) \cdot i_{0s0}^r] = 0 \\ \dot{T}_{s0} = \frac{1}{C_{ts}} \cdot \left[\frac{3}{2} \cdot R_s(t) \cdot [i_{qs0}^r]^2 + i_{ds0}^r{}^2 + 2 \cdot i_{0s0}^r{}^2 \right] - \frac{T_{s0} - T_{amb0}}{R_{ts-amb}} = 0 \end{cases} \quad (26)$$

- Modelo dinámico LPV

$$\begin{cases} \Delta \dot{\theta}_m(t) = \Delta \omega_m(t) \\ \Delta \dot{\omega}_m(t) = \frac{1}{J_{eq}} \cdot \left\{ \frac{3}{2} \cdot P_p \cdot \{ [\lambda_m^r + i_{ds0}^r \cdot (L_d - L_q)] \cdot \Delta i_{qs}^r(t) + \Delta i_{ds}^r(t) \cdot (L_d - L_q) \} \cdot i_{qs0}^r - b_{eq} \cdot \Delta \omega_m(t) - \frac{\Delta T_l(t)}{r} \right\} \\ \Delta \dot{i}_{qs}(t) = \frac{1}{L_q} \cdot [\Delta v_{qs}^r(t) - R_s(t) \cdot \Delta i_{qs}^r(t) - P_p \cdot \Delta \omega_m(t) \cdot [L_d \cdot i_{ds0}^r + \lambda_m^r] - P_p \cdot \omega_{m0} \cdot L_d \cdot \Delta i_{ds}^r(t)] \\ \Delta \dot{i}_{ds}(t) = \frac{1}{L_d} \cdot [\Delta v_{ds}^r(t) - R_s(t) \cdot \Delta i_{ds}^r(t) + P_p \cdot \Delta \omega_m(t) \cdot L_q \cdot i_{qs0}^r + P_p \cdot \omega_{m0} \cdot L_q \cdot \Delta i_{qs}^r(t)] \\ \Delta \dot{i}_{0s}(t) = \frac{1}{L_{ls}} \cdot [\Delta v_{0s}^r(t) - R_s(t) \cdot \Delta i_{0s}^r(t)] \\ \Delta \dot{T}_s(t) = \frac{1}{C_{ts}} \cdot \left\{ \frac{3}{2} \cdot R_s(t) \cdot [2 \cdot i_{qs}^r \cdot \Delta i_{ds}^r(t) + 2 \cdot i_{as}^r \cdot \Delta i_{as}^r(t) + 4 \cdot i_{0s}^r \cdot \Delta i_{0s}^r(t)] - \frac{\Delta T_s(t) - \Delta T_{amb}(t)}{R_{ts-amb}} \right\} \end{cases} \quad (27)$$

En forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\theta}_m(t) \\ \Delta \dot{\omega}_m(t) \\ \Delta \dot{i}_{qs}(t) \\ \Delta \dot{i}_{ds}(t) \\ \Delta \dot{i}_{0s}(t) \\ \Delta \dot{T}_s(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b_{eq} & \frac{3}{2} P_p \cdot \frac{[\lambda_m^r + i_{qs0}^r(t) \cdot (L_d - L_q)]}{J_{eq}} & \frac{3}{2} \cdot \frac{P_p \cdot (L_d - L_q) \cdot i_{qs}^r}{J_{eq}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{P_p \cdot (\lambda_m^r + L_d \cdot i_{ds0}^r)}{L_q} & -\frac{R_s(t)}{L_q} & -\frac{L_d \cdot P_p \cdot \omega_{m0}}{L_q} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{P_p \cdot i_{qs0}^r \cdot L_q}{L_d} & \frac{L_q \cdot P_p \cdot \omega_{m0}}{L_d} & -\frac{R_s(t)}{L_d} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{R_s(t)}{L_s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3 \cdot R_s(t)}{C_{ts}} \cdot i_{qs0}^r & \frac{3 \cdot R_s(t)}{C_{ts}} \cdot i_{ds0}^r & \frac{6 \cdot R_s(t)}{C_{ts}} \cdot i_{0s0}^r & -\frac{1}{C_{ts} \cdot R_{ts-amb}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_m(t) \\ \Delta \omega_m(t) \\ \Delta i_{qs}(t) \\ \Delta i_{ds}(t) \\ \Delta i_{0s}(t) \\ \Delta T_s(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{r J_{eq}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_d} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{ts} R_{ts-amb}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T_l(t) \\ \Delta V_{qs}(t) \\ \Delta V_{ds}(t) \\ \Delta V_{0s}(t) \\ \Delta T_{amb}(t) \end{bmatrix}$$

Linealización por Realimentación NL

Se busca un modelo simplificado lineal invariante LTI equivalente al modelo NL del sistema, para ello se propone un controlador de realimentación de estados que permita linealizar el modelo global NL obtenido anteriormente, por lo que se propone:

- Aplicar la estrategia de “Control Vectorial con campo orientado” la cual consiste en desacoplar los canales de flujo magnético y torque, lo cual provoca un forzamiento de $i_{ds} = 0$
- Dada la conexión estrella con neutro flotante $i_{0s} = 0 \rightarrow i_{0s} = 0 \rightarrow v_{0s} = 0$
- Desacoplar el subsistema térmico, ya que se considera que hay variaciones despreciables de R_s en el rango de temperaturas de trabajo.

I. Ecuaciones vectoriales/matriciales LTI de estado y de salida.

Aplicadas las condiciones mencionadas nos queda un sistema LTI similar al de un maquina de corriente continua con escobillas. El estado inicial sera nulo.

$$\begin{cases} \dot{\theta}_m(t) = \omega_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) = \frac{1}{J_{eq}} \left[\frac{3}{2} P_p \lambda_m^r i_{qs}^r(t) - b_{eq} \omega_m(t) - \frac{T_l(t)}{r} \right] \\ \dot{i}_{qs}(t) = \frac{1}{L_q} [v_{qs}^r(t) - R_s i_{qs}^r(t) - P_p \omega_m(t) \lambda_m^r] \end{cases} \quad (28)$$

De forma matricial:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) \\ \dot{i}_{qs}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3}{2} \frac{P_p \lambda_m^r}{J_{eq}} \\ 0 & -\frac{P_p \lambda_m^r}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} v_{qs}^r(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{r J_{eq}} \end{bmatrix} T_l(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}(t) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (29)$$

Para linealizar el subsistema térmico podemos suponer que R_s sera constante debido a su poca variación de forma que:

$$\dot{T}_s(t) = \frac{1}{C_{ts}} \left[\frac{3}{2} R_s i_{qs}^r(t)^2 - \frac{T_s(t) - T_{amb}(t)}{R_{ts-amb}} \right] \quad (30)$$

II. Diagrama de bloques de estado (forma desagregada o escalar)

III. Restricción o Ley de Control mínima

Para poder cumplir con la restricción de $i_{ds} = 0$ se tiene que cumplir la condición dada por la [ecuación \(13\)](#). De manera que:

$$v_{ds}^r(t) = -L_q \cdot i_{qs}^r(t) \cdot \omega_m(t) \cdot P_p \quad (31)$$

Dado que se trata de una variable virtual no podemos controlarla directamente, por lo que buscaremos expresarla en termino de las coordenadas "abc", por lo que aplicamos la transformada inversa de Park. Resolviendo llegamos a:

$$\begin{cases} v_{as}(t) = \cos(\theta_r(t)) \cdot v_{qs}^r(t) + \sin(\theta_r(t)) \cdot v_{ds}^r(t) + v_{0s}^r(t) \\ v_{bs}(t) = \cos(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) \cdot v_{qs}^r(t) + \sin(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) \cdot v_{ds}^r(t) + v_{0s}^r(t) \\ v_{cs}(t) = \cos(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3}) \cdot v_{qs}^r(t) + \sin(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3}) \cdot v_{ds}^r(t) + v_{0s}^r(t) \end{cases} \quad (32)$$

Dado que los valores de $v_{ds}(t)$ y $v_{0s}(t)$ son conocidos los sustituimos:

$$\begin{cases} v_{as}(t) = \cos(\theta_r(t)) v_{qs}^r(t) - \sin(\theta_r(t)) L_q i_{qs}^r(t) \omega_m(t) P_p \\ v_{bs}(t) = \cos(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) v_{qs}^r(t) - \sin(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) L_q i_{qs}^r(t) \omega_m(t) P_p \\ v_{cs}(t) = \cos(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3}) v_{qs}^r(t) + \sin(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) L_q i_{qs}^r(t) \omega_m(t) P_p \end{cases} \quad (33)$$

Esta sra la realimentación necesaria para desacoplar los canales de flujo magnetico y torque.

IV. Implementacion sobre el modelo global NL

v. Dinámica Residual

Al aplicar la ley de control minimo suposimos que $i_{ds} = 0$, sin embargo, esto no es del todo cierto por lo que se debe tener en cuenta la dinamica residual de la corriente i_{ds} , la cual se puede modelar con la siguiente EDO:

$$\begin{aligned} \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} &= \frac{1}{L_d} [-R_s(t) i_{ds}^r(t)] \\ \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} + \frac{R_s(t)}{L_d} i_{ds}^r(t) &= 0 \end{aligned}$$

La cual tiene como solución:

$$i_{ds}^r(t) = i_{ds}^r(0) e^{-\frac{R_s(t)}{L_d} t} \quad (34)$$

Esta solucion nos indica que el efecto de la dinamica residual es despreciable en el tiempo, ya que actua como un sistema subamortiguado de primer orden.

En regimen natural producira un comportamiento no lineal sobre el sistema esta dado por:

$$v_{qs}(t) = L_q \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} + R_s i_{qs}^r(t) + P_p \omega_m(t) \lambda_m^r + L_d i_{ds}^r(t) P_p \omega_m(t) \quad (35)$$

Incorporando la dianmica residual al modelo LTI:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_m(t) = \omega_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) = -\frac{1}{J_{eq}} [\frac{3}{2} P_p \lambda_m^r i_{qs}^r(t) - b_{eq} \omega_m(t) - \frac{T_l(t)}{r}] \\ \dot{i}_{qs}^r(t) = \frac{1}{L_q} [v_{qs}^r(t) - R_s i_{qs}^r(t) - P_p \omega_m(t) \lambda_m^r] \\ \dot{T}_s(t) = \frac{1}{C_{[ts]}} \{ \frac{3}{2} R_s(t) [i_{qs}^r(t)^2 + i_{ds}^r(t)^2] - \frac{1}{R_{ts-amb}} [T_s(t) - T_{amb}(t)] \} \\ \dot{i}_{ds}^r(t) = -\frac{R_s(t)}{L_d} i_{ds}^r(t) \end{cases} \quad (36)$$

VI. Restricción Ley de Control complementaria minima en el eje q

Para anular el efecto NL del acoplamineto de la dinamica residual podemos a partir de la [ecuación \(35\)](#) plantear la siguiente restricción sobre el eje q:

$$v_{qs}(t) = L_q \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} + R_s i_{qs}^r(t) + P_p \omega_m(t) \lambda_m^r + L_d i_{ds}^r(t) P_p \omega_m(t) - L_d i_{ds}^r(t) P_p \omega_m(t) \quad (37)$$

Comparación modelo dinámico LTI equivalente aumentado vs modelo dinámico global LPV

El modelo dinámico global LPV para el caso general donde $i_{ds}^r \neq 0$ es una mejor representación del sistema real al tener mejor representadas sus no linealidades. En cambio el modelo LTI, donde $i_{ds}^r = 0$, tiene la ventaja de un modelo con un mayor grado de simplicidad. Sin embargo, esta simplificación causa que el espacio de puntos de operación se reduzca. Analizaremos el comportamiento del sistema frente a cambios de i_{ds}^r , considerando el estado estacionario.

- Respecto al par electromagnético:

$$T_m(t) = \frac{3}{2}P_p[\lambda_m^r + (L_d - L_q)i_{ds}^r(t)] \quad (38)$$

Para motores de polos salientes $L_d > L_q$, entonces cuando $i_{ds}^r(t)$ toma valores positivos el campo magnético se refuerza lo que aumenta el torque del motor. Si la corriente directa toma valores negativos el campo magnético se debilita y disminuye el torque del motor.

- Respecto al subsistema eléctrico:

$$\dot{i}_{ds}^r = \frac{1}{L_d}[v_{ds}(t) - R_s(t)i_{ds}^r(t) + L_q\dot{i}_{qs}^r(t)P_p\omega_m(t)] = 0 \quad (39)$$

$$\omega_m(t) = \frac{-v_{ds}(t) + R_s(t)i_{ds}^r(t)}{L_q} \quad (40)$$

En este caso, la velocidad del motor disminuye cuando la corriente i_{ds}^r aumenta. Por lo que podemos concluir que el torque reaccionara inversamente a la velocidad.

En el caso que $i_{ds}^r(t) = 0$, el flujo concatenado solamente esta afectado por los imanes permanentes.

Funciones de transferencia para el modelo LTI

Las funciones de transferencia nos permiten relacionar las salidas con las entradas del sistema. Como nuestro sistema dispone de dos entradas obtendremos dos funciones de transferencia.

Para comenzar, es necesario aplicar la transformada de Laplace a las ecuaciones del modelo LTI:

$$L[ft] = F(s) \quad (41)$$

La transformada de Laplace posee la siguiente propiedad

$$L[\dot{f}(t)] = sF(s) - f(0) \quad (42)$$

Al aplicar la transformada y recordando que las condiciones iniciales son nulas, el modelo queda

$$\begin{cases} s\Theta_m(s) = \Omega_m(s) \\ s\Omega_m(s) = \frac{1}{J_{eq}}[\frac{3}{2}P_p\lambda_m^r I_{qs}^r(s) - b_{eq}\Omega(s) - \frac{T_l(s)}{r}] \\ sI_{qs}^r(s) = \frac{1}{L_q}[v_{qs}^r(s) - R_s I_{qs}^r(s) - P_p\Omega_m(s)\lambda_m^r] \end{cases} \quad (43)$$

Para obtener las funciones de transferencia del modelo, se despeja $I_{qs}^r(s)$

$$I_{qs}^r(s) = \frac{v_{qs}^r(s) - P_p\Omega_m(s)\lambda_m^r}{sL_q + R_s} \quad (44)$$

Remplazando en las ecuaciones de estado

$$\Theta_m(s) = \frac{\frac{3}{2}P_p\lambda_m^r v_{qs}^r(s) - \frac{1}{r}(sL_q + R_s)T_l(s)}{s^3J_{eq}L_q + s^2(b_{eq}L_q + R_sJ_{eq}) + s[b_{eq}R_s + \frac{3}{2}(P_p\lambda_m^r)^2]} \quad (45)$$

De esta expresión se obtienen las funciones de transferencia respecto de las entradas tensión $v_{qs}(s)$ y torque $T_l(s)$

$$G_1(s) = \frac{\Theta_m(s)}{v_{qs}^r(s)} = \frac{\frac{3}{2}P_p\lambda_m^r}{s^3J_{eq}L_q + s^2(b_{eq}L_q + R_sJ_{eq}) + s[b_{eq}R_s + \frac{3}{2}(P_p\lambda_m^r)^2]} \quad (46)$$

$$G_2(s) = \frac{\Theta_m(s)}{T_l(s)} = \frac{-\frac{1}{r}(sL_q + R_s)}{s^3J_{eq}L_q + s^2(b_{eq}L_q + R_sJ_{eq}) + s[b_{eq}R_s + \frac{3}{2}(P_p\lambda_m^r)^2]} \quad (47)$$

Análisis de Estabilidad

Para realizar un análisis de estabilidad debemos primero determinar polos (ceros del denominador) del sistema a partir de la función de transferencia obtenida anteriormente:

$$s^3 \cdot J_{eq} \cdot L_q + s^2 \cdot (b_{eq} \cdot L_q + R_s \cdot J_{eq}) + s \cdot [b_{eq} \cdot R_s + \frac{3}{2} \cdot (P_p \cdot \lambda_m^r)^2] = 0 \quad (48)$$

Utilizando Matlab para poder resolver este polinomio obtenemos que los valores que la satisfacen son:

$$\begin{aligned} s_1 &= 0 \\ s_2 &= \frac{-(L_q \cdot b_{eq} + R_s \cdot J_{eq}) + \sqrt{(L_q \cdot b_{eq} + R_s \cdot J_{eq})^2 - 4 \cdot J_{eq} \cdot L_q \cdot (R_s \cdot b_{eq} + \frac{3}{2} \cdot P_p^2 \cdot \lambda_m^r)^2}}{2 \cdot J_{eq} \cdot L_q} \\ s_3 &= \frac{-(L_q \cdot b_{eq} + R_s \cdot J_{eq}) - \sqrt{(L_q \cdot b_{eq} + R_s \cdot J_{eq})^2 - 4 \cdot J_{eq} \cdot L_q \cdot (R_s \cdot b_{eq} + \frac{3}{2} \cdot P_p^2 \cdot \lambda_m^r)^2}}{2 \cdot J_{eq} \cdot L_q} \end{aligned}$$

Reemplazando los valores de los parámetros y teniendo en cuenta que R_s puede estar entre $1,02 \Omega$ y $1,32 \Omega$ de manera lineal encontramos los polos se encuentran en función de este valor dado que las demás variables son datos conocidos.

Para determinar los ceros evaluamos el numerador de la función de transferencia [función de transferencia \(47\)](#). De aquí notamos que solo $T_l(t)$ introduce ceros al sistema, obteniendo, al igual que en el caso de los polos, funciones dependientes de R_s .

$$s \cdot L_q + R_s = 0 \rightarrow s = -\frac{R_s}{L_q} = -\frac{R_s}{5,9 \cdot 10^3}$$

Podemos hacer un gráfico en el plano imaginario sobre como varían estos valores según el valor de R_s . Así obtenemos la siguiente figura:

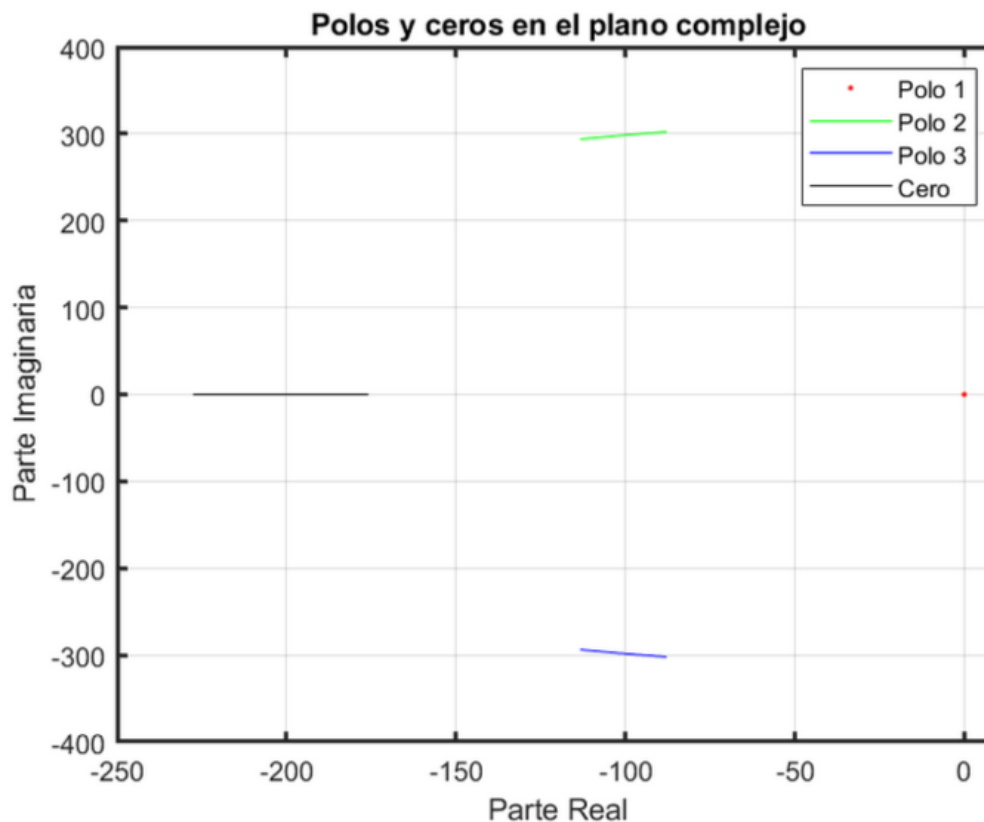


Figura 1: Polos y ceros en función de R_s

En esta figura se grafican los sucesivos valores que pueden tomar los polos y el cero si variamos el valor de R_s . Notamos una pequeña disminución de la parte imaginaria con el aumento de esta variable, aunque esto es casi despreciable. También se logra visualizar la distancia al eje imaginario que tiene cada posible valor y sobre todo el valor mas cercano a esta (representa el caso menos amortiguado).

De la misma podemos concluir que a medida que el valor de la temperatura aumenta, aumentando R_s , el sistema se vuelve mas estable. Esto se puede ver ya que al aumentar la parte real negativa, los mismos vuelven la respuesta del sistema mas amortiguados.

Para obtener el valor de la frecuencia natural del sistema y el amortiguamiento relativo, podemos comparar la ecuación característica del sistema con la forma estándar que toma un sistema de tercer orden. Pero al trabajar sobre el polinomio característico, teniendo en cuenta que un polo es 0, podemos simplificar y compararlo con uno de orden 2:

$$s^2 + 2.\xi.\omega_n.s + \omega_n^2 = 0 \quad (49)$$

Igualando ambas expresiones obtenemos los siguiente valores:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{R_s \cdot b_{eq} + \frac{3}{2} \cdot P_p^2 \cdot \lambda_m'^2}{J_{eq} \cdot L_q}}$$

$$\xi = \frac{L_q \cdot b_{eq} + R_s \cdot J_{eq}}{2 \cdot J_{eq} \cdot L_q \cdot \omega_n}$$

Reemplazando los valores de los parámetros obtenemos que:

$$314,50 \text{ rad/s} < \omega_n < 314,72 \text{ rad/s}$$

$$\xi < 1$$

El valor de ω_n no varia significativamente con una variación de R_s . El valor de ξ se ve influenciado de mayor manera aunque siempre se mantiene en rangos menores a 1, lo que indica que es un sistema subamortiguado.

Podemos ver como varían estos valores en los siguientes gráficos:

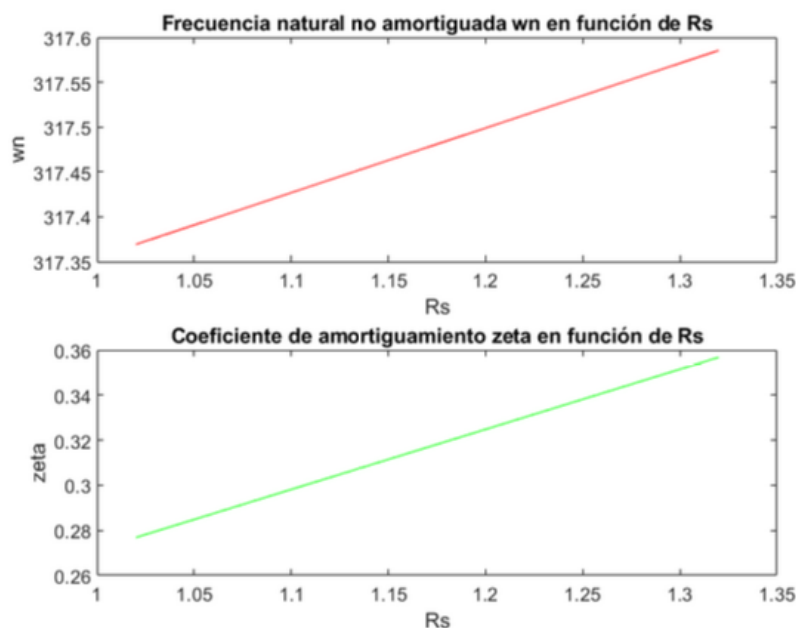


Figura 2: Frecuencia natural y amortiguamiento en función de R_s

Análisis de Observabilidad

Para realizar el análisis de observabilidad completa de estados para el modelo LTI equivalente aumentado desde la salida θ_m , evaluamos el rango de la matriz de observabilidad "O".

En este caso la matriz de observabilidad, teniendo en cuenta que es un sistema de 3er orden, debe tener orden 3 también. Así:

$$O = \begin{bmatrix} C \\ C.A \\ C.A^2 \end{bmatrix} \quad (50)$$

Con:

$$C = [1 \quad 0 \quad 0] \quad (51)$$

$$C.A = [1 \quad 0 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3.P_p.\lambda_m'^r}{2.J_{eq}} \\ 0 & -\frac{P_p.\lambda_m'^r}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} = [0 \quad 1 \quad 0] \quad (52)$$

$$C.A^2 = [1 \quad 0 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3.P_p.\lambda_m'^r}{2.J_{eq}} \\ 0 & -\frac{P_p.\lambda_m'^r}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3.P_p.\lambda_m'^r}{2.J_{eq}} \\ 0 & -\frac{P_p.\lambda_m'^r}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3.P_p.\lambda_m'^r}{2.J_{eq}} \end{bmatrix} \quad (53)$$

Por lo tanto:

$$O = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3.P_p.\lambda_m'^r}{2.J_{eq}} \end{bmatrix} \quad (54)$$

El rango de esta matriz es 3, por lo tanto el sistema es completamente observable a partir de la salida θ_m .

Estrictamente debemos decir que el sistema es parcialmente observable a partir de tener la posición como variable de salida ya que no se pueden obtener los estados de i_{ds}^r ni T_s^o .

Podemos realizar el mismo análisis a partir de tener como variable medida la velocidad, utilizando un taco generador. En este caso tendremos:

$$C = [0 \quad 1 \quad 0] \quad (55)$$

$$C.A = [0 \quad 1 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3.P_p.\lambda_m'^r}{2.J_{eq}} \\ 0 & -\frac{P_p.\lambda_m'^r}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3.P_p.\lambda_m'^r}{2.J_{eq}} \end{bmatrix}$$

$$C.A^2 = [0 \quad 1 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3.P_p.\lambda_m'^r}{2.J_{eq}} \\ 0 & -\frac{P_p.\lambda_m'^r}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3.P_p.\lambda_m'^r}{2.J_{eq}} \\ 0 & -\frac{P_p.\lambda_m'^r}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} - \frac{3.P_p^2.\lambda_m'^{r2}}{2.J_{eq}.L_q} & \frac{3.b_{eq}.P_p.\lambda_m'^r}{2.J_{eq}^2} \end{bmatrix}$$

Entonces:

$$O = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3.P_p.\lambda_m'^r}{2.J_{eq}} \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} - \frac{3.P_p^2.\lambda_m'^{r2}}{2.J_{eq}.L_q} & \frac{3.b_{eq}.P_p.\lambda_m'^r}{2.J_{eq}^2} \end{bmatrix}$$

El rango de esta matriz es 2, por lo tanto podemos afirmar que el sistema no es observable a partir de la salida w . Esto se debe a que conociendo la velocidad no se puede estimar la posición sin conocer la condición inicial de la misma.

Análisis de Controlabilidad

Para afirmar si el sistema es controlable a partir de la entrada manipulada estipulada $v_{qs}^r(t)$ debemos estudiar el rango de la matriz de controlabilidad C . Esta nos proporcionará la certeza de si el sistema LTI se puede transferir desde cualquier estado inicial a cualquier otro estado, mediante un vector de control no restringido en un intervalo de tiempo finito.

Para este caso la matriz de Controlabilidad es:

$$C = [B \quad A.B \quad A^2.B] \quad (56)$$

Con:

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_q} \end{bmatrix}$$

$$A.B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3.P_p.\lambda_m'}{2.J_{eq}} \\ 0 & -\frac{P_p.\lambda_m'}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3.P_p.\lambda_m'}{2.J_{eq}} \\ -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix}$$

$$A^2.B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3.P_p.\lambda_m'}{2.J_{eq}} \\ 0 & -\frac{P_p.\lambda_m'}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3.P_p.\lambda_m'}{2.J_{eq}} \\ 0 & -\frac{P_p.\lambda_m'}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} = -\frac{3.P_p.b_{eq}.\lambda_m'}{2.J_{eq}^2.L_q} - \frac{3.P_p.\lambda_m'.R_s}{2.J_{eq}.L_q^2}$$

Entonces:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{3.P_p.\lambda_m'}{2.J_{eq}.L_q} \\ 0 & \frac{3.P_p.\lambda_m'}{2.J_{eq}} & -\frac{3.P_p.b_{eq}.\lambda_m'}{2.J_{eq}^2.L_q} - \frac{3.P_p.\lambda_m'.R_s}{2.J_{eq}.L_q^2} \\ \frac{1}{L_q} & -\frac{3.P_p.b_{eq}.\lambda_m'}{2.J_{eq}^2.L_q} - \frac{3.P_p.\lambda_m'.R_s}{2.J_{eq}.L_q^2} & \frac{3.P_p.\lambda_m'}{2.J_{eq}^2} \end{bmatrix}$$

En este caso el rango de la matriz de controlabilidad es 3, por lo tanto podemos afirmar que el sistema LTI equivalente simplificado es controlable desde la entrada indicada. Cabe aclarar que a partir de $v_{qs}^r(t)$ no es posible controlar la salida de los estados i_{ds}^r ni T_s del sistema LTI equivalente aumentado. Estas podrían controlarse si se agrega entradas de control destinadas específicamente para esto.

Simulación Dinámica

Diseño, análisis y simulación con controlador de movimiento en cascada con modulador de torque equivalente (Control Vectorial)

El control vectorial es una técnica avanzada utilizada para controlar motores de corriente alterna y máquinas síncronas. Permite controlar de manera independiente la magnitud y la fase de la corriente de alimentación de la máquina para lograr un control preciso del torque y la velocidad. Una implementación común del control vectorial es el controlador de movimiento en cascada con modulador de torque equivalente, utilizado en aplicaciones de alto rendimiento como sistemas de tracción eléctrica y accionamiento de maquinaria industrial.

En el controlador de movimiento en cascada con modulador de torque equivalente, se utiliza un controlador de velocidad externo para generar una señal de referencia de velocidad que se compara con la velocidad real de la máquina. La diferencia entre estas señales se utiliza para generar una señal de referencia de torque, que controla la corriente de alimentación. El modulador de torque equivalente convierte la señal de referencia de torque en una señal de corriente de alimentación mediante la técnica de modulación de ancho de pulso (PWM), controlando así la magnitud y la fase de la corriente de alimentación.

Modulador de torque equivalente (Controlador interno vectorial de corriente/torque)

En el próximo paso de nuestro sistema, se llevará a cabo la implementación de un modulador de torque equivalente, conocido también como controlador interno vectorial de corriente/torque. Este controlador nos permitirá, de manera similar a una máquina de corriente continua, controlar el sistema utilizando consignas de torque como entradas, las cuales serán posteriormente transformadas en consignas de tensión. Para lograrlo, procederemos a implementar el controlador completo con

su correspondiente diagrama de bloques, utilizando el modelo NL completo y los valores de parámetros adecuados, siguiendo los lineamientos que se detallarán a continuación.

Desacople de las realimentaciones de estado hacia la entrada

Considerando que el modulador de tensión es lo suficientemente rápido y preciso, podemos asumir que su ganancia es unitaria. Por lo tanto, podemos considerar que en la entrada del modulador de tensión se tiene una consigna de tensión a seguir, y esta misma tensión se aplicará a la salida del modulador. En otras palabras, en la salida del modulador se obtiene la tensión como variable física. Con base en lo mencionado, podemos establecer que:

$$v_{abc}(t) \approx v_{abc}^*(t) \quad (57)$$

Utilizando la transformada de Park, podemos definir una consigna de tensión en coordenadas virtuales $v_{qd0s}^{r*}(t)$ que nos permita obtener una tensión $v_{qd0s}^r(t)$ que compense los efectos de retroalimentación y permita el desacople de las variables de estado.

Recordando las Ecuaciones 14, se observa que los términos del lado derecho de la igualdad, a excepción de las tensiones de fase virtuales, representan las realimentaciones físicas del sistema. Por lo tanto, podemos definir las compensaciones que deben realizarse en el controlador para cancelar los efectos de la retroalimentación, las cuales son:

$$\begin{cases} v_{qs}^r(t) = v_{qs}^{r*}(t) + R_s \cdot i_{qs}^r(t) + \omega_m(t) \cdot P_p \cdot [\lambda_m^r + L_d \cdot i_{qs}^r(t)] \\ v_{ds}^r(t) = v_{ds}^{r*}(t) + R_s \cdot i_{ds}^r(t) - \omega_m(t) \cdot P_p \cdot L_q \cdot i_{qs}^r(t) \\ v_{0s}^r(t) = v_{0s}^{r*}(t) + R_s \cdot i_{0s}^r(t) \end{cases} \quad (58)$$

Realizando estas compensaciones, tenemos acceso directo a manipular el torque electromagnético, sin los efectos de las realimentaciones físicas, ni las caídas de tensión en los bobinados.

Reemplazando las Ecuaciones 58 en las Ecuaciones 14, se obtienen las siguientes expresiones:

$$\begin{cases} v_{qs}^{r*}(t) = L_q \cdot \dot{i}_{qs}^r(t) \\ v_{ds}^{r*}(t) = L_d \cdot \dot{i}_{ds}^r(t) \\ v_{0s}^{r*}(t) = L_{ls} \cdot \dot{i}_{0s}^r(t) \end{cases} \quad (59)$$

Diseño de lazos de control de corrientes

La consigna de tensión es función de la corriente del sistema, por lo que se puede controlar usando una consigna de corriente proporcional. Con el error de corriente entre la corriente de consigna $i_{qd0s}^{r*}(t)$ y la corriente real del sistema se modela $v_{qd0s}^{r*}(t)$ con una ley de control proporcional.. El modelo resultante es el siguiente:

$$\begin{cases} L_q \cdot \dot{i}_{qs}^r(t) = v_{qs}^{r*}(t) = [i_{qs}^{r*}(t) - i_{qs}^r(t)] \cdot R'_q \\ L_d \cdot \dot{i}_{ds}^r(t) = v_{ds}^{r*}(t) = [i_{ds}^{r*}(t) - i_{ds}^r(t)] \cdot R'_d \\ L_{ls} \cdot \dot{i}_{0s}^r(t) = v_{0s}^{r*}(t) = [i_{0s}^{r*}(t) - i_{0s}^r(t)] \cdot R'_0 \end{cases} \quad (60)$$

Las variables R' representan las ganancias del control proporcional. Se necesita obtener el valor de óptimo de esta ganancia, por lo cual se analiza la función de transferencia del modulador.

Al aplicar la transformada de Laplace obtenemos:

$$\begin{cases} L_q \cdot s \cdot I_{qs}^r(s) = [I_{qs}^{r*}(s) - I_{qs}^r(s)] \cdot R'_q \\ L_d \cdot s \cdot I_{ds}^r(s) = [I_{ds}^{r*}(s) - I_{ds}^r(s)] \cdot R'_d \\ L_{ls} \cdot s \cdot I_{0s}^r(s) = [I_{0s}^{r*}(s) - I_{0s}^r(s)] \cdot R'_0 \end{cases} \quad (61)$$

Las funciones de transferencia son:

$$\begin{aligned} G_{qs}(s) &= \frac{I_{qs}^r(s)}{I_{qs}^{r*}(s)} = \frac{1}{\frac{L_q}{R'_q} \cdot s + 1} \\ G_{ds}(s) &= \frac{I_{ds}^r(s)}{I_{ds}^{r*}(s)} = \frac{1}{\frac{L_d}{R'_d} \cdot s + 1} \\ G_{0s}(s) &= \frac{I_{0s}^r(s)}{I_{0s}^{r*}(s)} = \frac{1}{\frac{L_{ls}}{R'_0} \cdot s + 1} \end{aligned}$$

Se puede observar que las funciones de transferencia son de primer orden y no poseen ceros. Dado que los parámetros son positivos también podemos afirmar que las funciones de transferencia son estables.

Estas funciones de transferencia tienen la forma típica de un filtro pasa bajos, donde el valor que multiplica a la variable s es la constante del tiempo del sistema τ que a la vez es el inverso la frecuencia de corte del filtro. Si τ toma un valor muy pequeño, dispondremos de un ancho de banda muy grande, lo cual proporciona una respuesta rápida.

El polo del filtro pasa bajos es $p = -\frac{1}{\tau}$ y dado que para todos los lazos $p = -5000 \text{ rad/s}$ podemos calcular los valores de las ganancias:

$$\frac{L}{R'} = -\frac{1}{p} \rightarrow R' = -L.p \quad (62)$$

Resolviendo para cada rama:

$$R'_q = -L_q.p = 29\Omega$$

$$R'_d = -L_d.p = 33\Omega$$

$$R'_0 = -L_{ls}.p = 4\Omega$$

Con este lazo de corriente logramos que el error entre la consigna de corriente y la corriente real converja mas rápidamente a cero, de forma que responda de mejor manera a las perturbaciones.

Incorporación de consigna de torque

Volvemos a usar nuevamente el método de la sección anterior en el que realizamos una realimentación para controlar el sistema mediante consignas de torque $T_m^*(t)$. La consigna sigue el siguiente modelo:

$$T_m^*(t) = T_m^{r'}(t) + b_{eq}.\omega_m(t) \quad (63)$$

Este modelo contempla la realimentación física debida a la fricción, que genera perdidas en el torque.

Sabiendo que el torque y la corriente están relacionados por la ecuación del [Torque electromagnético \(15\)](#) expresamos las consignas de torque $T_m^{r'}$ en función de las consignas de corriente i_{qs}^{r*} :

$$T_m^*(t) = \frac{3}{2}.P_p.[\lambda_m^r + (L_d - L_q)i_{ds}^r(t)].i_{qs}^{r*}(t) \quad (64)$$

Despejando de estas ultimas dos ecuaciones, obtenemos:

$$i_{qs}^{r*}(t) = \frac{T_m^*(t) + b_{eq}.\omega_m(t)}{\frac{3}{2}.P_p.[\lambda_m^r + (L_d - L_q)i_{ds}^r(t)]} \quad (65)$$

De esta ecuación podemos determinar el efecto que tendrá la corriente i_{ds}^{r*} sobre el flujo magnético:

- Si $i_{ds}^{r*} > 0A$ entonces se produce un reforzamiento de campo.
- Si $i_{ds}^{r*} = 0A$ entonces se produce un desacople entre la rama correspondiente a la cuadratura que anula los efectos de reforzamiento y debilitamiento.
- Si $i_{ds}^{r*} < 0A$ entonces se produce un debilitamiento de campo.

Controlador externo de movimiento (posición/velocidad)

El controlador externo de movimiento se agrega con el fin de mejorar la dinámica del sistema y corregir los errores de estado estacionario producidos por cargas perturbadoras. En la rama derivativa tomaremos el error entre la consigna de velocidad y la velocidad real. El error de posición se obtiene integrando el error de velocidad lo que indica que no son variables independientes, este va en la rama proporcional. En la rama integral se tendrá la integral del erro de posición.

Con esta configuración del controlador PID solo tendremos como entrada el error de velocidades, no tendremos que introducir acciones derivativas lo que nos permitirá evitar la amplificación del ruido y obtener un controlador mas estable. Los bloques integrales actúan como filtros pasa bajos lo que nos ayuda a eliminar el ruido de los errores de posición y velocidad dada su naturaleza de alta frecuencia.

Se diseña el controlador utilizando el método de sintonía serie con $n = 2, 5, \omega_{pos} = 800 \text{ rad/s}$, y considerando los valores nominales de j_l, b_l .

El controlador de movimiento se muestra en la siguiente figura:

La salida del controlador sera el torque consigna que ingresara al modulador de torque. Modelando en el dominio de Laplace se tiene:

$$T_m^*(s) = e_\omega(s) \cdot b_a + e_\theta(s) \cdot K_{sa} + e_\theta(s) \cdot K_{sai} \cdot \frac{1}{s} \quad (66)$$

Donde:

$$e_\theta(s) = \Theta_m^*(s) - \Theta_m(s)$$

$$e_\omega(s) = e_\theta(s) \cdot s$$

La relación entre el torque y la variación de velocidad del motor en el modelo del subsistema mecánico, teniendo en cuenta el desacople de fricción realizado anteriormente, es:

$$J_{eq} \cdot \dot{\omega}(t) = T_m^*(t) - \frac{T_l(t)}{r} \quad (67)$$

Aplicando la transformada de Laplace:

$$J_{eq} \cdot s^2 \cdot \Theta_m(s) = T_m^*(s) - \frac{T_l(s)}{r} \quad (68)$$

Reemplazando esta ecuación en la [ecuación del controlador \(66\)](#):

$$J_{eq} \cdot s^3 \cdot \Theta_m(s) = [s^2 \cdot b_a + s \cdot K_{sa} + K_{sai}] \cdot [\Theta_m^*(s) - \Theta_m(s)] - s \cdot \frac{T_l(s)}{r} \quad (69)$$

Despejando, la posición del retor queda expresada como:

$$\Theta_m(s) = \frac{s^2 \cdot b_a + s \cdot K_{sa} + K_{sai}}{s^3 \cdot J_{eq} + s^2 \cdot b_a + s \cdot K_{sa} + K_{sai}} \cdot \Theta_m^*(s) - \frac{s}{s^3 \cdot J_{eq} + s^2 \cdot b_a + s \cdot K_{sa} + K_{sai}} \cdot \frac{T_l(s)}{r} \quad (70)$$

A partir de esta ecuación podemos obtener las funciones de transferencia del controlador:

$$G_1(s) = \frac{\Theta_m(s)}{\Theta_m^*(s)} = \frac{s^2 \cdot b_a + s \cdot K_{sa} + K_{sai}}{s^3 \cdot J_{eq} + s^2 \cdot b_a + s \cdot K_{sa} + K_{sai}} \quad (71)$$

$$G_2(s) = \frac{\Theta_m(s)}{\frac{T_l(s)}{r}} = - \frac{s}{s^3 \cdot J_{eq} + s^2 \cdot b_a + s \cdot K_{sa} + K_{sai}} \quad (72)$$

En régimen estacionario para una entrada escalón unitario podemos observar:

- $K_{sai} \neq 0 \rightarrow G_1(s) = 1$ y $G_2(s) = 0$
- $K_{sai} = 0 \rightarrow G_2(s) = 1$ y $G_1(s) = \frac{1}{K_{sa}}$

Estos resultados muestran que la función de transferencia correspondiente a la entrada de perturbación tejen un cero en el origen por lo que el error de estado estacionario es nulo. En caso de que la acción integral sea nula si tendrá un error dado por $1/K_{sa}$. En cuanto a la función de transferencia correspondiente a la entrada de referencia tiene ganancia unitaria a baja frecuencia por lo que el error de estado estacionario, según el teorema del valor final, es nulo. Podemos concluir que este controlador no tiene error de régimen permanente ante entradas del tipo escalón.

Aplicamos el método de sintonía en serie, con $n = 2, 5$ y $\omega_{pos} = 800 \text{ rad/s}$ para la determinar las ganancias del controlador. Dado que el polinomio característico de forma normalizada del sistema es:

$$P(s) = s^3 + \frac{b_a}{J_{eq}} \cdot s^2 + \frac{K_{sa}}{J_{eq}} \cdot s + \frac{K_{sai}}{J_{eq}} \quad (73)$$

Podemos llegar a las siguientes expresiones:

$$n \cdot \omega_{pos} = \frac{b_a}{J_{eq}};$$

$$n \cdot \omega_{pos}^2 = \frac{K_{sa}}{J_{eq}};$$

$$n \cdot \omega_{pos}^3 = \frac{K_{sai}}{J_{eq}}$$

Dados los valores nominales de J_{eq} y b_l , se obtiene $J_{eq} = 5,6510 \cdot 10^6$, entonces:

$$\begin{aligned} b_a &= J_{eq} \cdot n \cdot \omega_{pos} = 0,0113 \frac{N.m}{rad/s} \\ K_{sa} &= J_{eq} \cdot n \cdot \omega_{pos}^2 = 9,0416 \frac{N.m}{rad} \\ K_{sai} &= J_{eq} \cdot n \cdot \omega_{pos}^3 = 2893 \frac{N.m}{rad.s} \end{aligned}$$

Con estos valores podemos determinar los polos del sistema a lazo cerrado. Sabiendo que la distancia de los polos al origen es la misma para los 3 polos. Con $\xi = 0,75$

- Para valores nominales de J_l y b_l :

$$s_1 = -800 \frac{rad}{s} \quad s_{2,3} = -600 \pm 529,15 j \frac{rad}{s}$$

- Para valores máximos de J_l y b_l :

$$s_1 = -613,75 \frac{rad}{s} \quad s_{2,3} = -508,98 \pm 649,26 j \frac{rad}{s}$$

- Para valores mínimos de J_l y b_l :

$$s_1 = -1498,5 \frac{rad}{s} \quad s_{2,3} = -542,3 \pm 383,7 j \frac{rad}{s}$$

Entrada de referencia o set-point

Por último, se incluye la opción de ingresar el control de posición mediante una referencia o punto de ajuste de posición de las coordenadas articulares del brazo del robot SCARA. Esto resulta conveniente, ya que en muchas ocasiones es más sencillo utilizar los algoritmos de Cinemática del robot para controlar el brazo, utilizando sus coordenadas articulares. De forma que:

$$q_1^* = \frac{\theta_m^*(t)}{r} \quad (74)$$

Observador de Estado de orden reducido

Un observador de estado es un componente utilizado en sistemas de control para estimar el estado interno de un sistema dinámico a partir de las mediciones de entradas y salidas del sistema. En este caso, se utiliza un observador de estado de orden reducido para poder realimentar la velocidad angular del motor ya que este no cuenta con un sensor para medirla directamente.

El sistema no es observable desde la velocidad $\omega_m(t)$ como lo indica el criterio de observabilidad de Kalman, pero si desde la posición $\theta_m(t)$. Por lo tanto estimaremos la velocidad a partir de la posición.

Al incorporar el observador al subsistema mecánico podemos omitir $-b_{eq} \cdot \omega_m(t)$ ya que al contar con sensores de corriente con realimentación física este efecto ya está desacoplado.

El modelo del subsistema mecánico se puede expresar como:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B_c \cdot u(t) + B_d \cdot d(t); & x(t_0) = x_0 \\ y(t) = C \cdot x(t) \end{cases} \quad (75)$$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_{eq}} \end{bmatrix} \cdot T_m(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J_{eq} \cdot r} \end{bmatrix} \cdot T_l(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot x(t) \end{cases} \quad (76)$$

El observador de estado de Luenberger crea un modelo estimado del sistema original que reproduce su comportamiento a partir de las variables de entrada y salida medibles. Luego, utiliza este modelo estimado junto con una corrección proporcional al error de salida para estimar el estado interno del sistema en tiempo real. Aplicándolo al sistema anterior, se obtiene:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \hat{A}.\hat{x}(t) + \hat{B}.u(t) + K_e.(y(t) - \hat{y}(t)); \hat{x}(t_0) = 0 \\ \hat{y}(t) = \hat{C}.\hat{x}(t) \end{cases} \quad (77)$$

Donde la matriz K_e contiene los parámetros de ajuste del observador

$$K_e = \begin{bmatrix} k_{e\theta} & k_{e\omega} \end{bmatrix} \quad (78)$$

Con el error de estimación definido como:

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (79)$$

Asumiendo un funcionamiento ideal, las matrices de ambos sistemas real coinciden con las matrices del modelo del observador. Trabajando el sistema y reemplazando en la [ecuación \(79\)](#) se obtiene la dinámica del error:

$$\dot{e}(t) = [A - K_e.C].e(t) + B.d(t) \quad (80)$$

Considerando que no hay perturbaciones $d(t) = 0$, se pueden obtener los parámetros de ajuste del observador mediante el polinomio característico del sistema dado por los autovalores de la matriz $A' = [A - K_e.C]$:

$$|s.I - A'| = \begin{vmatrix} s + k_{e\theta} & -1 \\ k_{e\omega} & s \end{vmatrix} = s^2 + k_{e\theta}.s + k_{e\omega} \quad (81)$$

Resolviendo el polinomio y sabiendo que los polos son $p_{1,2} = -3200 \text{ rad/s}$, obtengo:

$$\begin{aligned} K_{e\theta} &= 6400 \text{ rad/s} \\ K_{e\omega} &= 10,24.10^6 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

Conclusiones

Referencias

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.