

Задание №4 по геометрической топологии

Драчов Ярослав

Факультет общей и прикладной физики МФТИ

17 декабря 2020 г.

Задача 1. Найти гомологические группы \mathbb{RP}^2 .

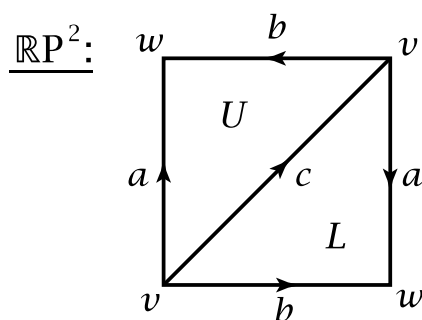


Рис. 1

Решение. Δ -комплекс для \mathbb{RP}^2 представлен на рис. 1. Отметим, что он имеет 2 вершины v и w , три грани: a , b и c , а также два 2-симплекса U и L . $\text{Im } \partial_1$ порождена генератором $w - v$, поэтому $H_0^\Delta(\mathbb{RP}^2) \approx \mathbb{Z}$ с одной из вершин в качестве генератора. Т. к. $\partial_2 U = -a + b + c$ и $\partial_2 L = a - b + c$, то ∂_2 инъективно, поэтому $H_2^\Delta(\mathbb{RP}^2) = 0$. Далее, $\text{Ker} \approx \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$ с базисом $a - b$ и c , а $\text{Im } \partial_2$ подгруппа $\text{Ker } \partial_1$ т. к. мы можем выбрать c и $a - b + c$ как базис $\text{Ker } \partial_1$ и $a - b + c$ и $2c = (a - b + c) + (-a + b + c)$ как базис для $\text{Im } \partial_2$. Поэтому $H_1^\Delta \approx \mathbb{Z}_2$.

Задача 4

Пусть отображение f индуцирует гомоморфизм $f_*: H_n(S^n) \rightarrow H_n(S^n)$

1.

$$f(x_0) = x_0.$$

$$\text{id}_* = \text{id}.$$

2.