

# Квантовая макрофизика.

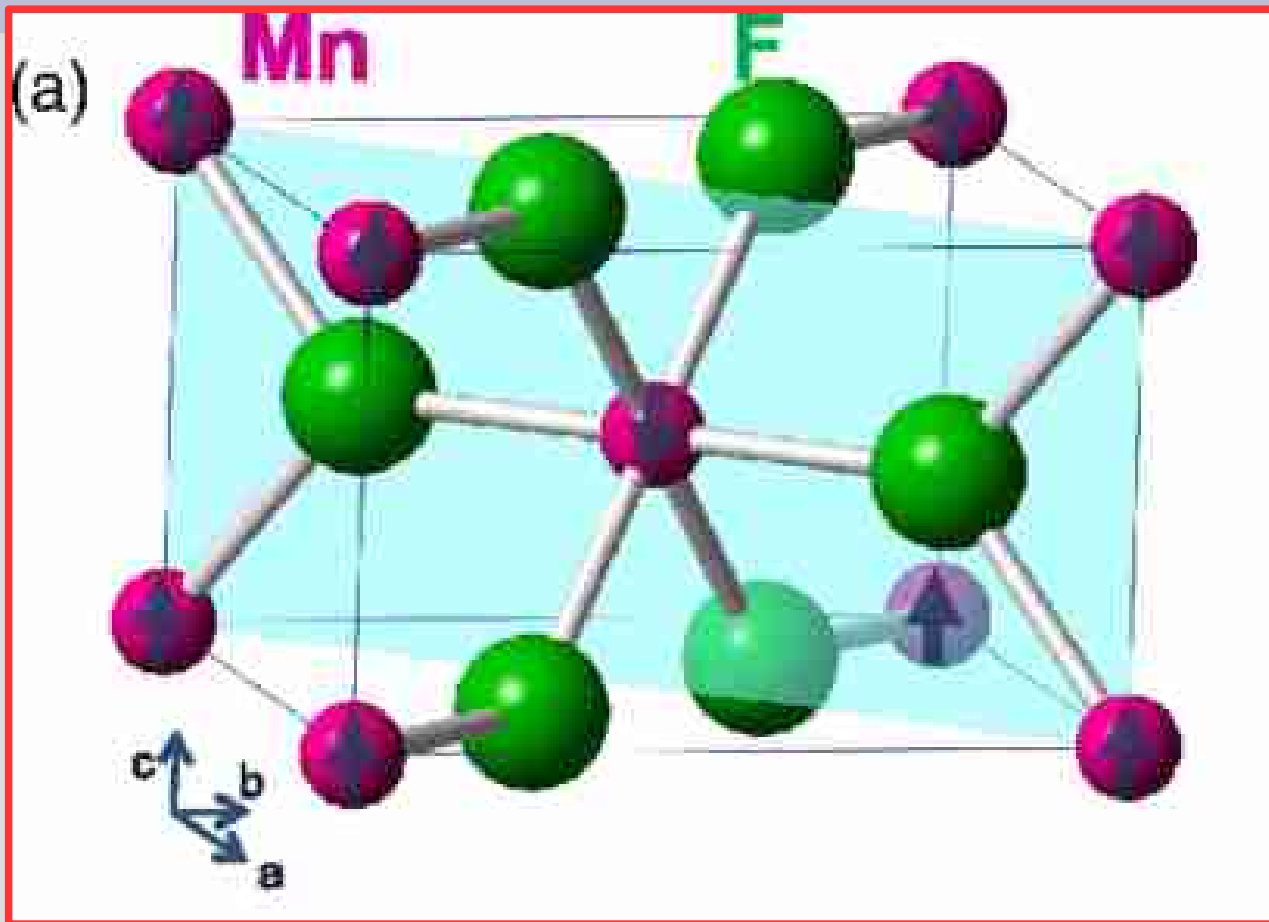
## Лекция 13: Физика магнетиков. Краткий курс.

# Часть 1: О чём и зачем речь?

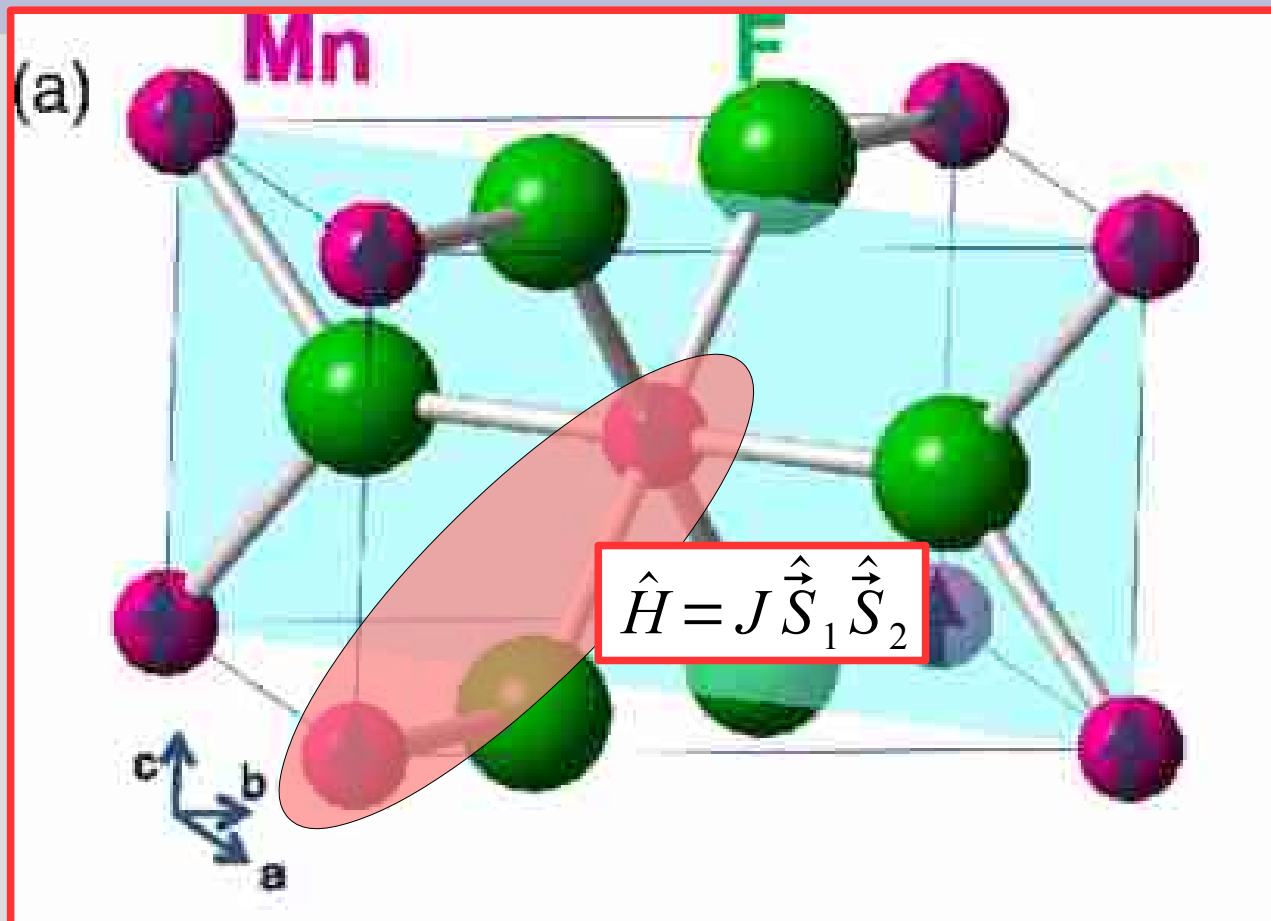


[https://www.tripadvisor.com/LocationPhotoDirectLink-g190746-d188689-i146338610-West\\_Somerset\\_Railway-Minehead\\_Somerset\\_England.html](https://www.tripadvisor.com/LocationPhotoDirectLink-g190746-d188689-i146338610-West_Somerset_Railway-Minehead_Somerset_England.html)

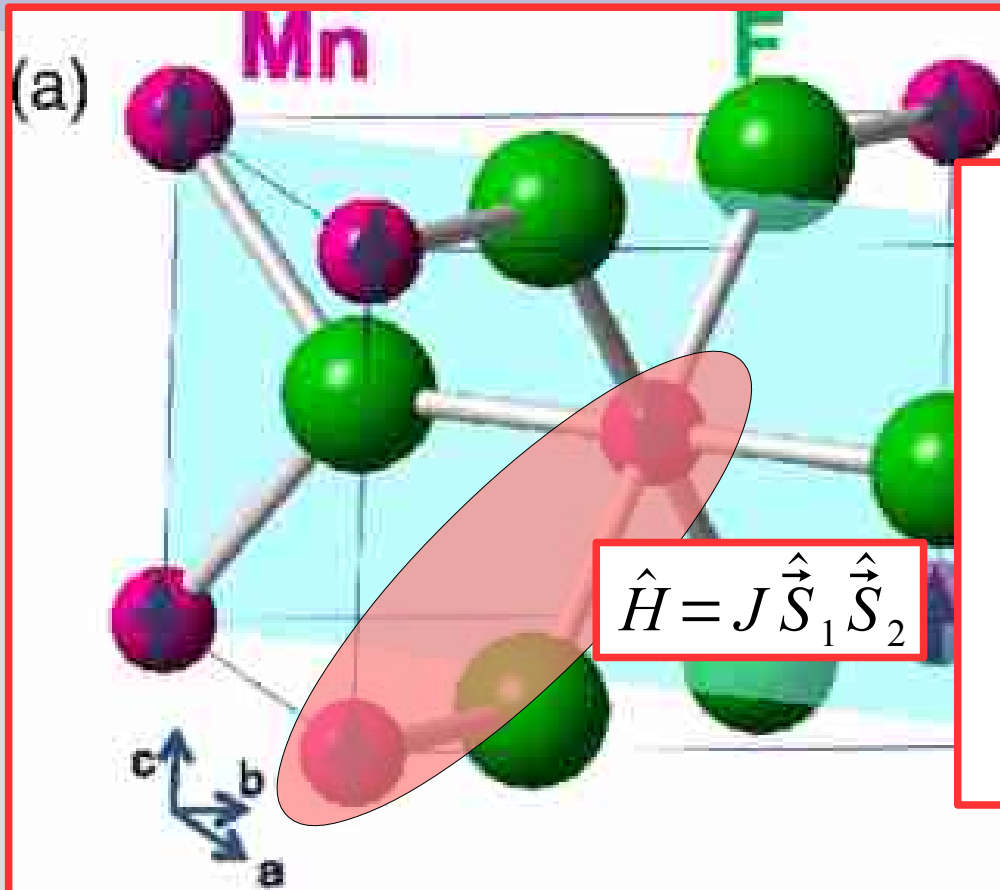
# «Игровая задача»: взаимодействующие спины на решётке



# «Игровая задача»: взаимодействующие спины на решётке

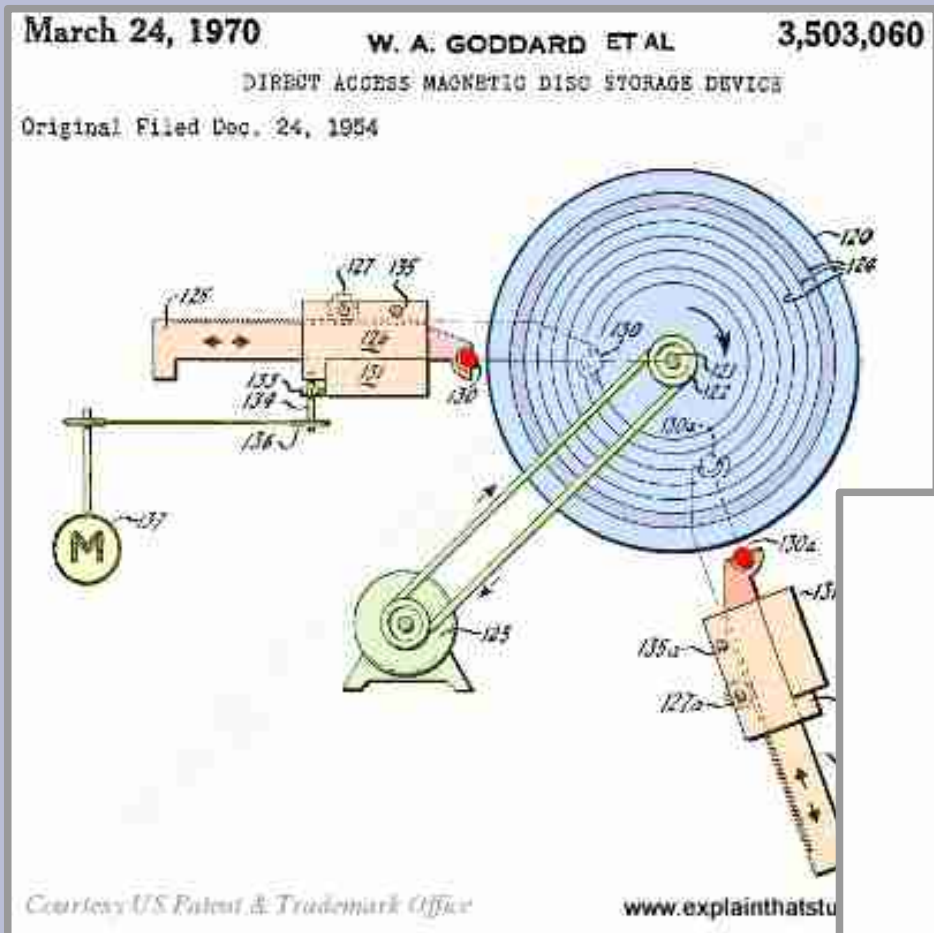


# «Игровая задача»: взаимодействующие спины на решётке

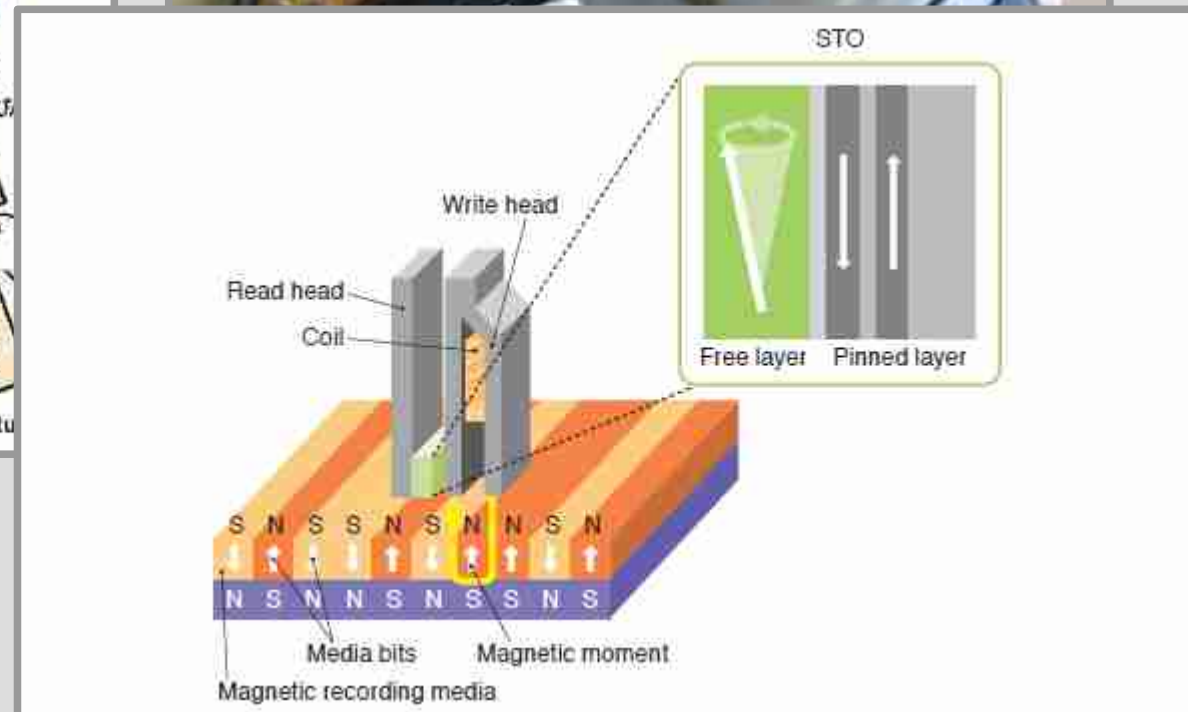


- разнообразные упорядоченные состояния
- фазовые переходы
- элементарные возбуждения

# Возможные применения: HDD

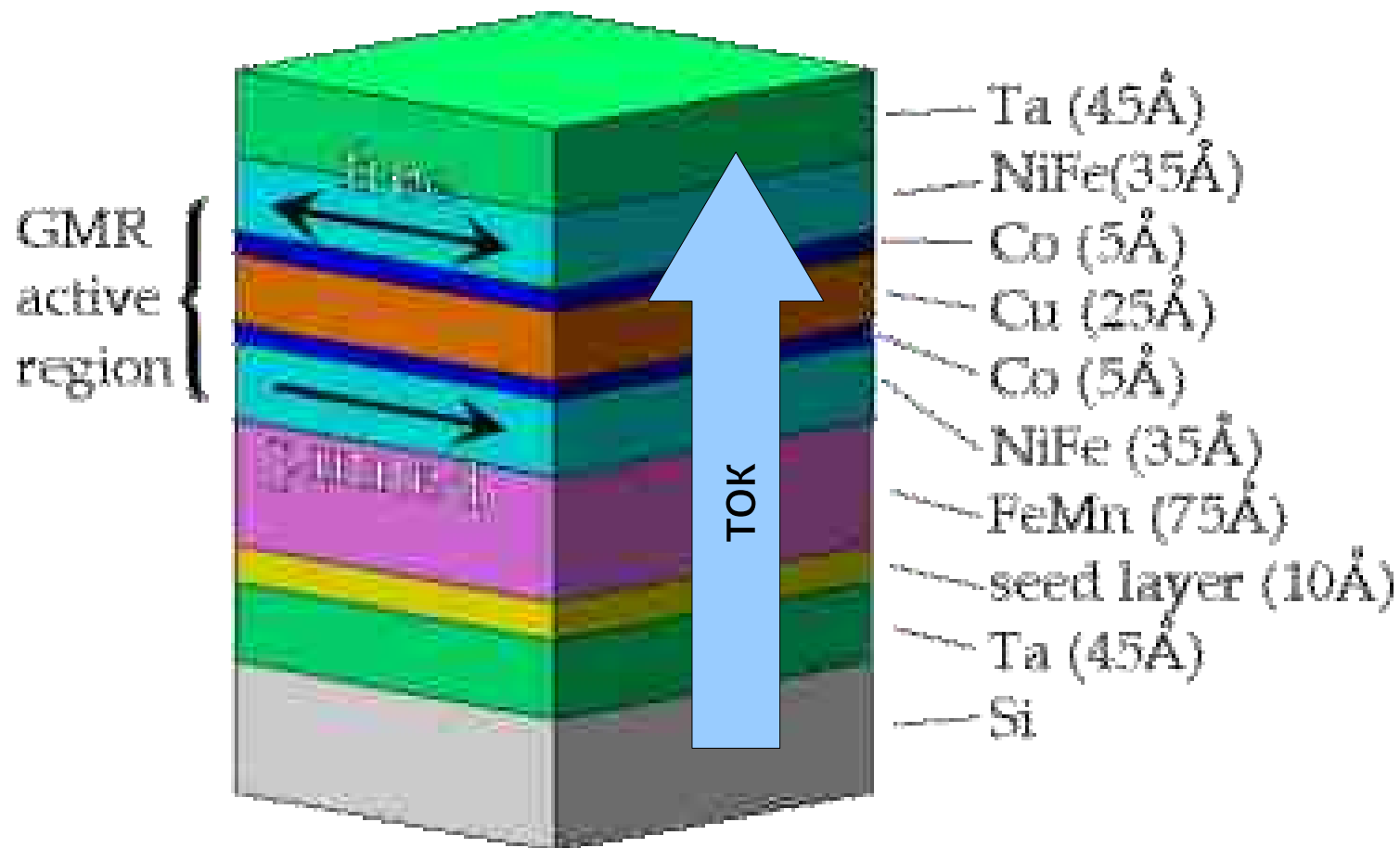


<https://www.explainthatstuff.com/harddrive.html>



[https://www.toshiba.co.jp/rdc/rd/fields/12\\_e08\\_e.htm](https://www.toshiba.co.jp/rdc/rd/fields/12_e08_e.htm)

# Возможные применения: Spin Valve



## Часть 2. Магнитные поля в современной физике



# Магнитные поля в современной физике

В природе:

- поле Земли  $\sim 1$  Гс
- поле на Солнце  $\sim 5$  кГс
- магнитные поля в атоме
- .....
- поля для изменения атомных термов
- .....
- поля в некоторых звёздах (магнетар)  
 $\sim 10^{14}$  Гс



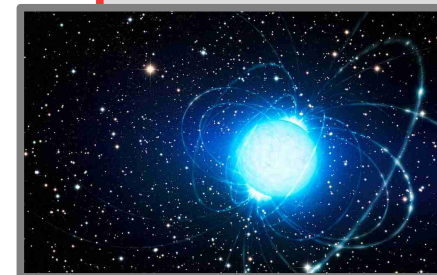
<https://en.wikipedia.org/wiki/Compass>



[www.noao.edu](http://www.noao.edu)

$$\sim \frac{\mu_B}{a^3} \sim 10^4 \text{ Гс}$$

$$\sim \frac{1 \text{ эВ}}{\mu_B} \sim \frac{10^4 \times 10^{-16}}{10^{-20}} \sim 10^8 \text{ Гс} = 10 \text{ кТл}$$



<http://www.eso.org/public/images/eso1415a/>

# Магнитные поля в современной физике

В природе:



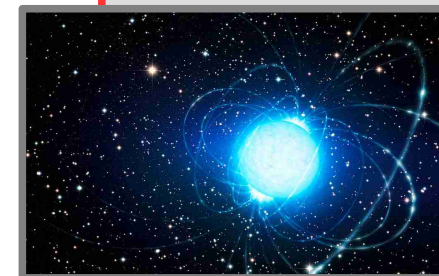
<https://en.wikipedia.org/wiki/Compass>



[www.noao.edu](http://www.noao.edu)

$$\sim \frac{\mu_B}{a^3} \sim 10^4 \text{ Гс}$$

$$\sim \frac{1 \text{ эВ}}{\mu_B} \sim \frac{10^4 \times 10^{-16}}{10^{-20}} \sim 10^8 \text{ Гс} = 10 \text{ кТл}$$



<http://www.eso.org/public/images/eso1415a/>

лаборатории

- Земли  $\sim 1 \text{ Гс}$
- на Солнце  $\sim 5 \text{ кГс}$
- магнитные поля в атоме
- .....
- поля для изменения атомных термов
- .....
- поля в некоторых звёздах (магнетар)  $\sim 10^{14} \text{ Гс}$

# Магнитные поля 1: до 2 Тл



резистивные водоохлаждаемые  
магниты с сердечником  
до 1.5-2 Тл  
вес около тонны  
мощность ~10 кВт

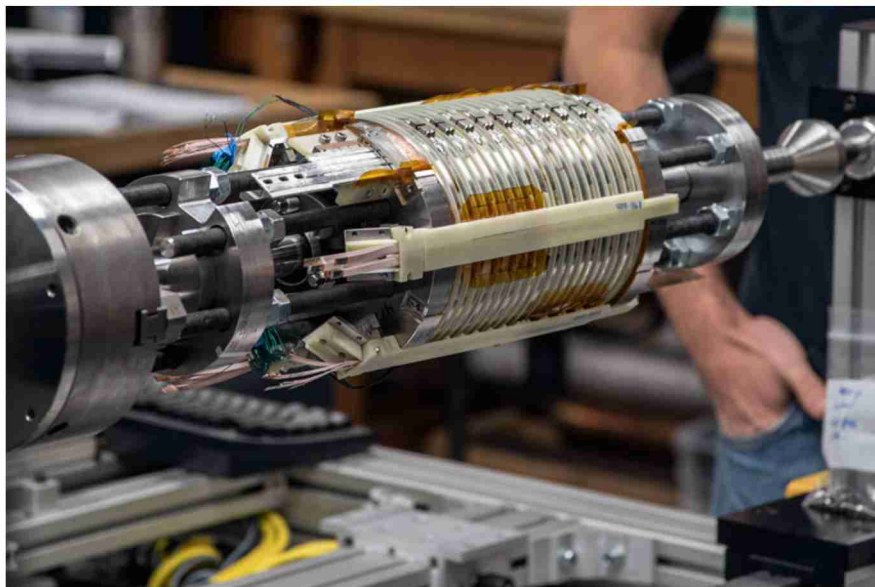
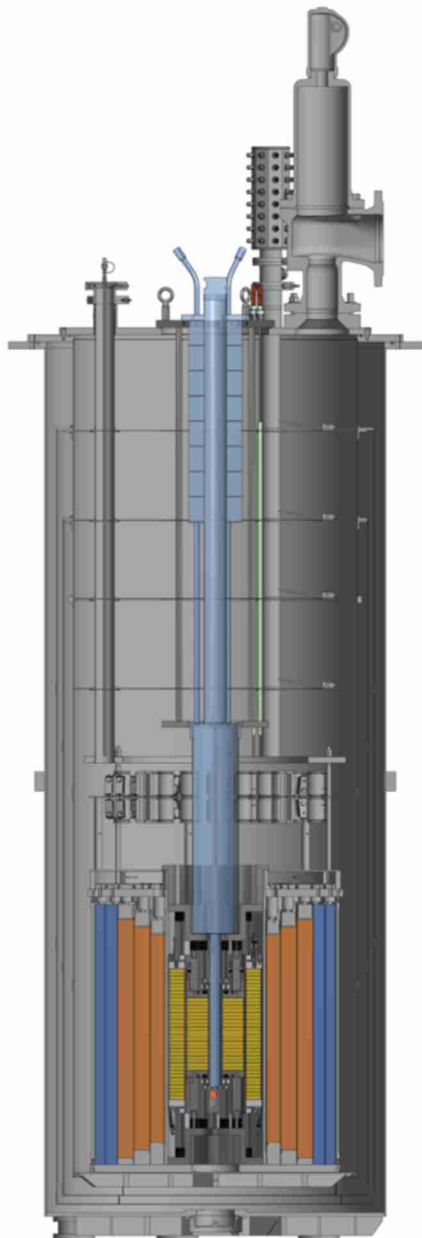
## Магнитные поля 2: 10-20 Тл

**СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ**

ограничено  $H_{c2}$   
(сверхпроводники II  
рода)  
требуют температур  
жидкого гелия



# Магнитные поля 2: рекордный СП-магнит



NHMFL, Талахаси,  
Флорида

Поле: 32Тл



# Магнитные поля 3: до 40 Тл

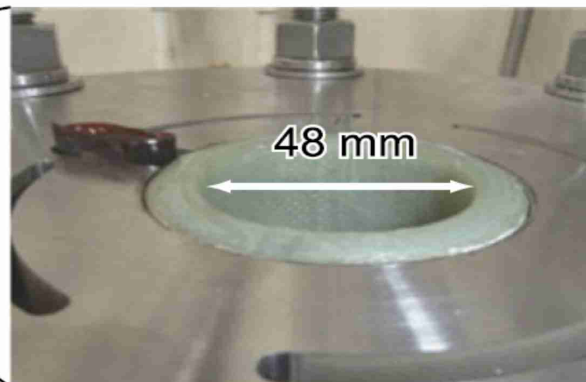
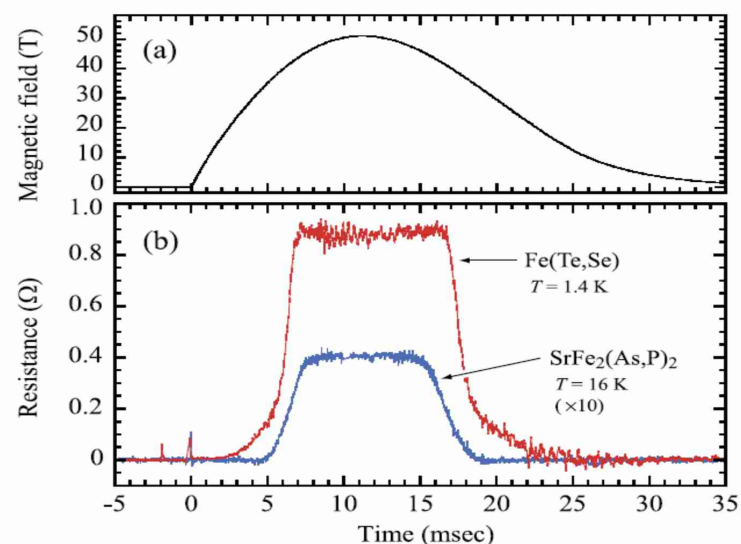
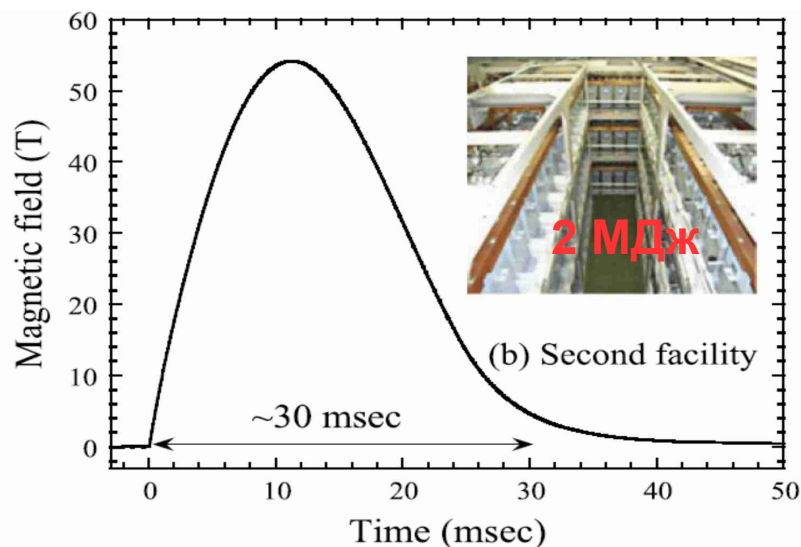
$$B = \mu_0 n I$$

$$W = I^2 \times R$$

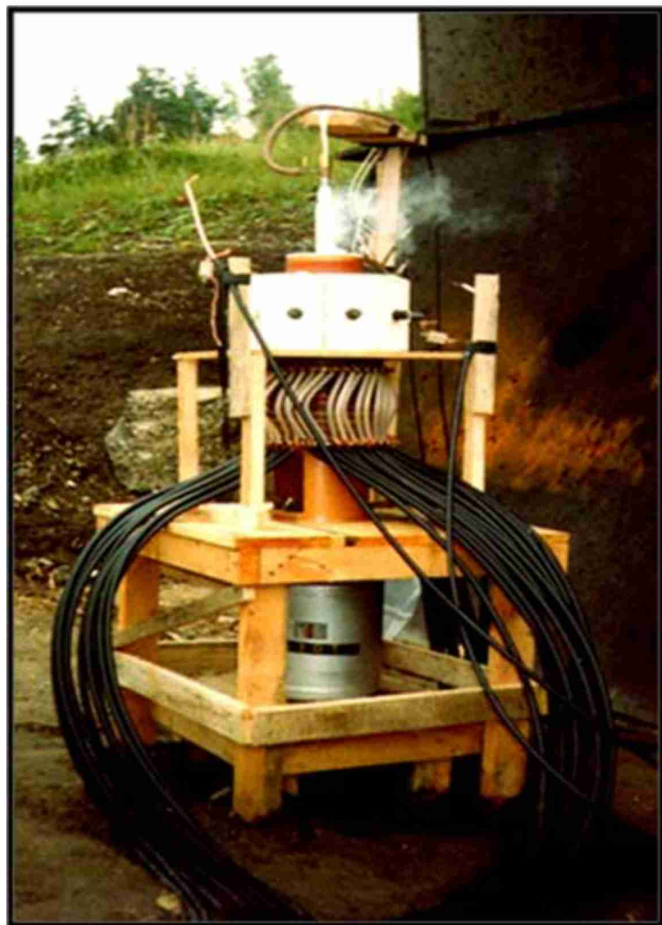
35 Тл в области  
диаметром 30 мм,  
мощность 20 МВт



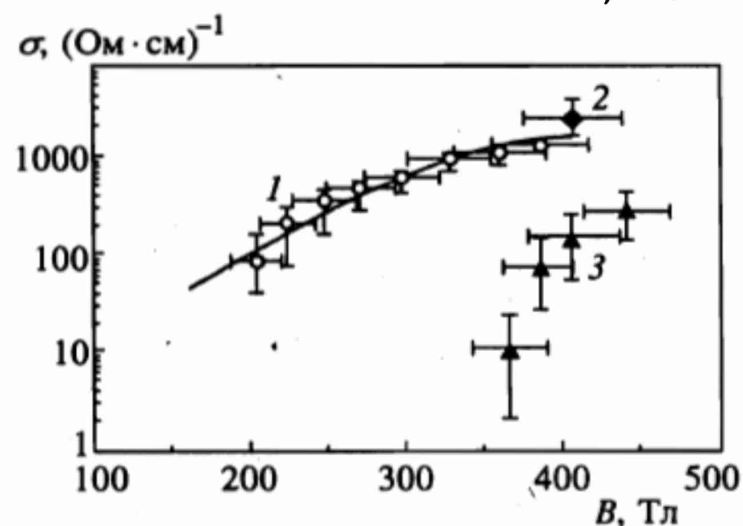
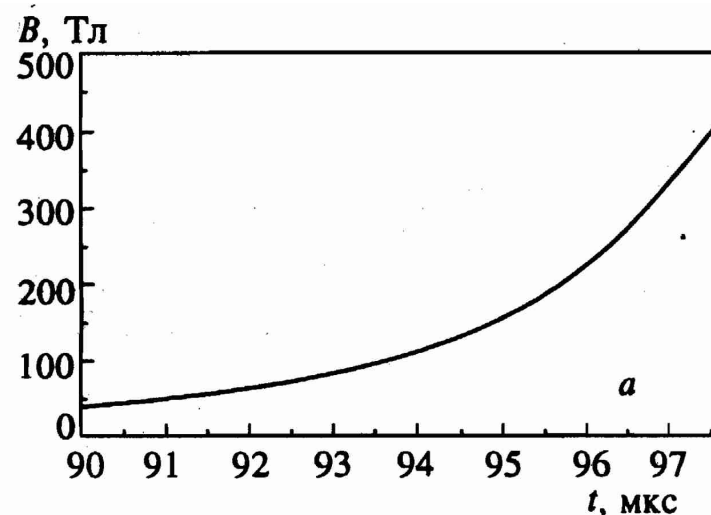
# Магнитные поля 4: Импульсные поля до 100 Тл



# Магнитные поля 5: Взрывное сжатие до 1000 Тл и даже выше...



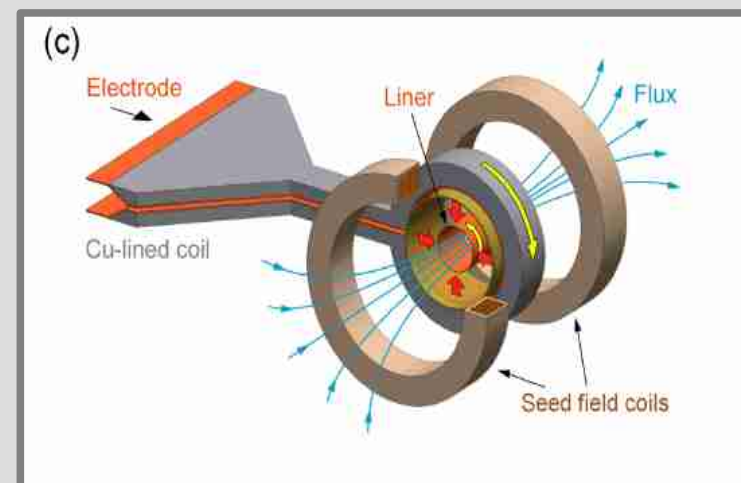
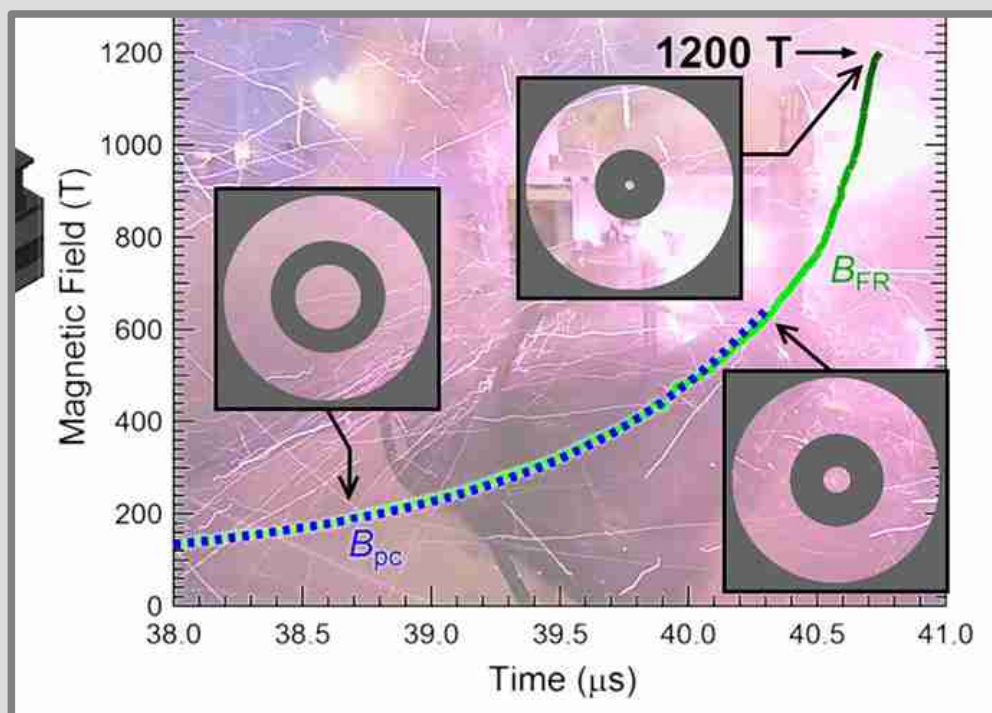
ВНИИЭФ (Саров)





# Рекорд «комнатного» магнитного поля 2018

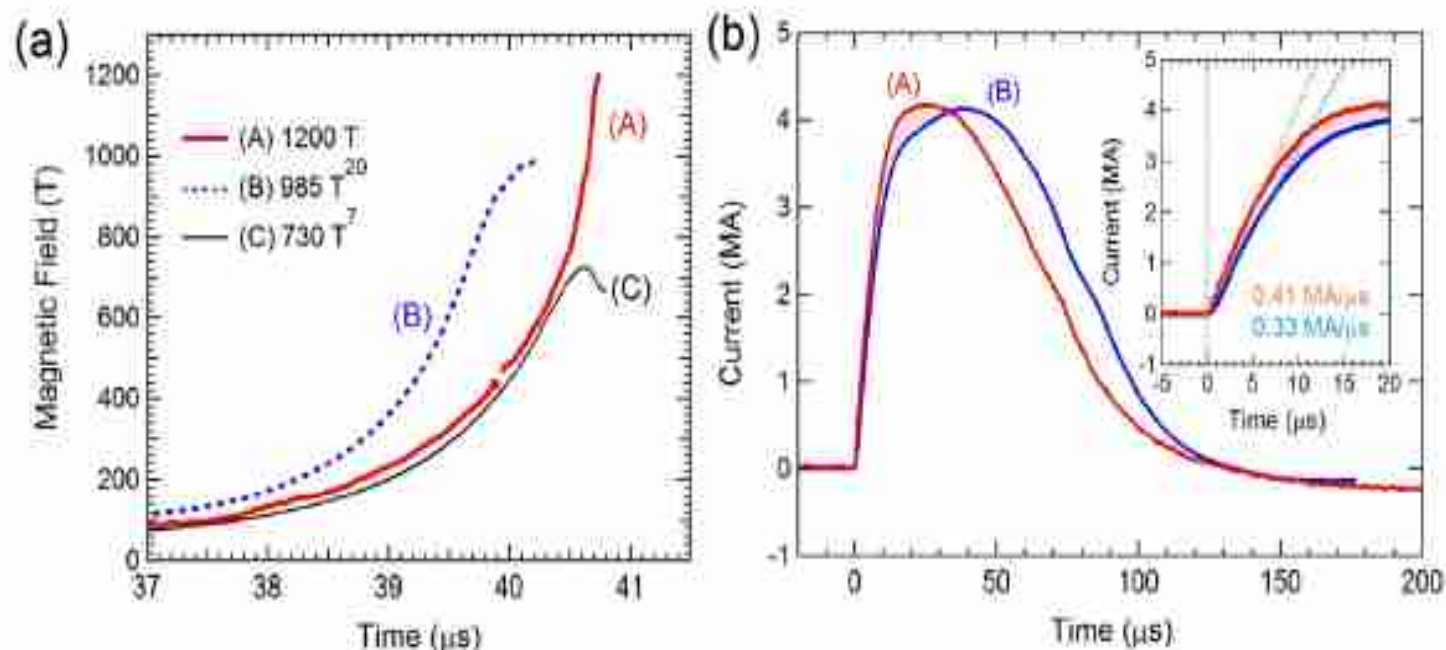
5 МДж, 4 МА, 5 км/сек =  
=1200 Тл



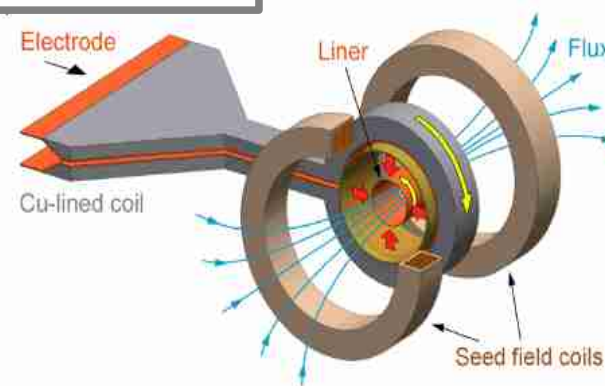
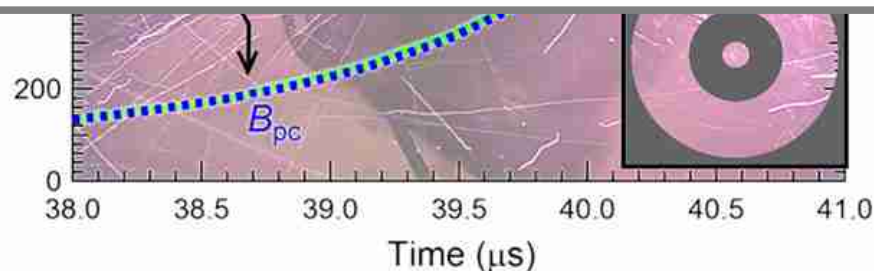
Review of Scientific Instruments 89, 095106 (2018)

<https://spectrum.ieee.org/nanoclast/semiconductors/nanotechnology/magnetic-field-record-set-with-a-bang-1200-tesla>

# Рекорд «комнатного» магнитного поля



, 5 км/сек =  
=1200 Тл

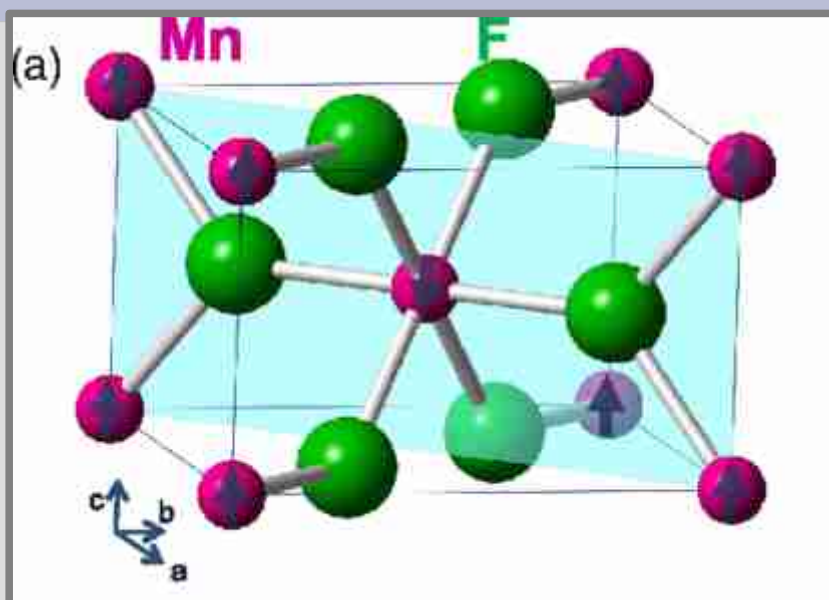


Review of Scientific Instruments 89, 095106 (2018)

<https://spectrum.ieee.org/nanoclast/semiconductors/nanotechnology/magnetic-field-record-set-with-a-bang-1200-tesla>

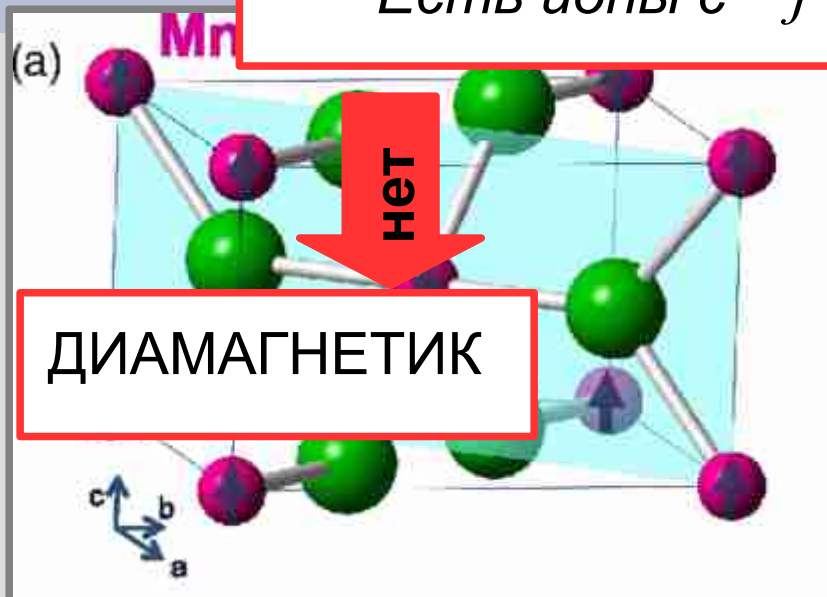
## Часть 3. Классификация магнетиков

# Магнитные свойства кристаллов



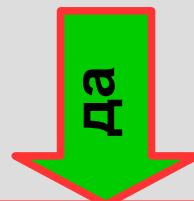
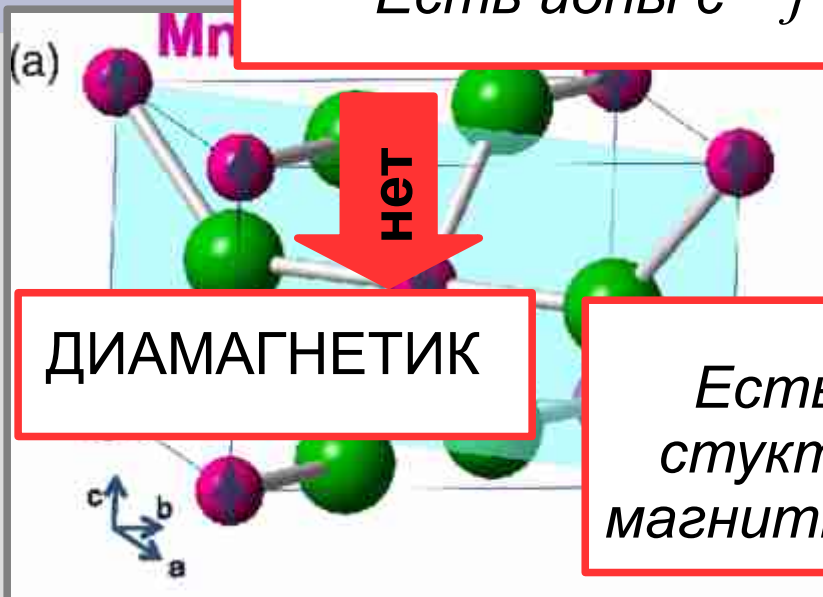
# Магнитные свойства кристаллов

Есть ионы с  $j \neq 0$  ?



# Магнитные свойства кристаллов

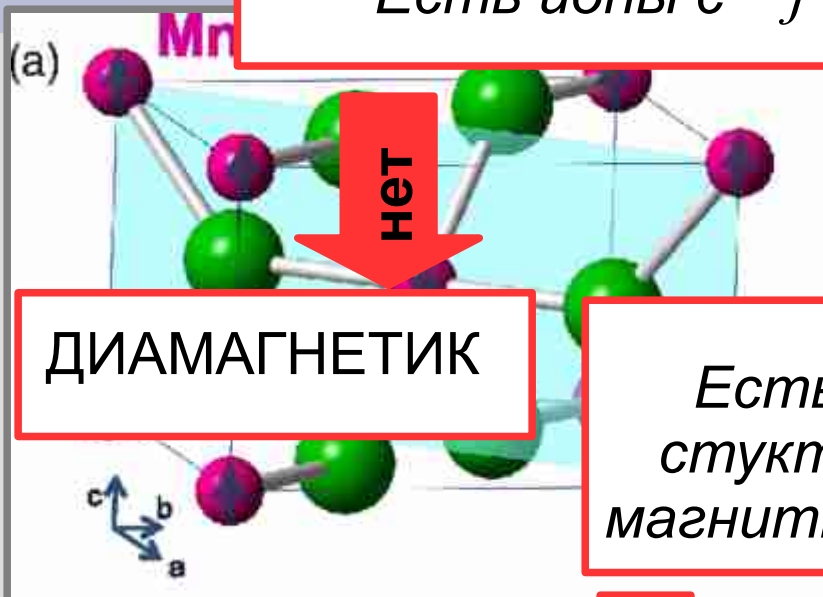
Есть ионы с  $j \neq 0$  ?



Есть регулярная  
структура атомных  
магнитных моментов?

# Магнитные свойства кристаллов

Есть ионы с  $j \neq 0$  ?



ДИАМАГНЕТИК

да

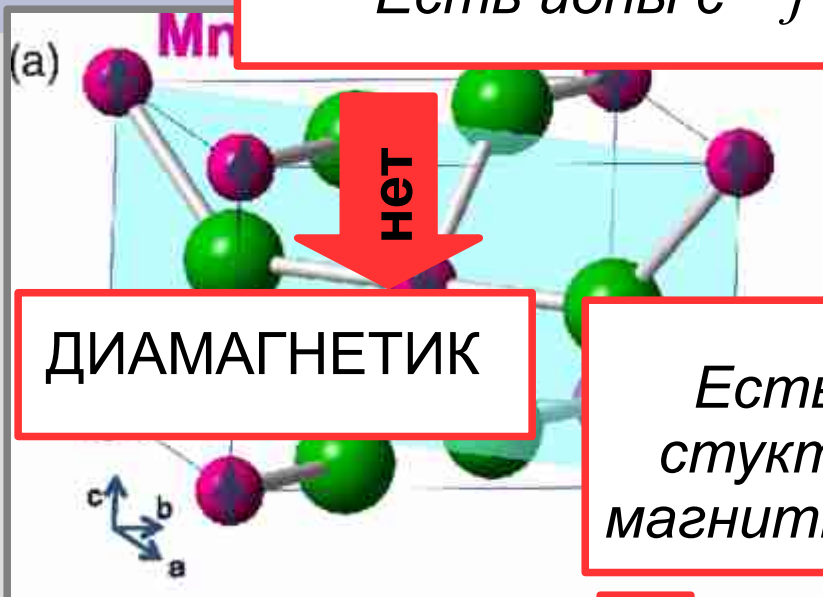
Есть регулярная  
структура атомных  
магнитных моментов?

нет

ПАРАМАГНЕТИК

# Магнитные свойства кристаллов

Есть ионы с  $j \neq 0$  ?



ДИАМАГНЕТИК

Есть регулярная  
структура атомных  
магнитных моментов?

нет

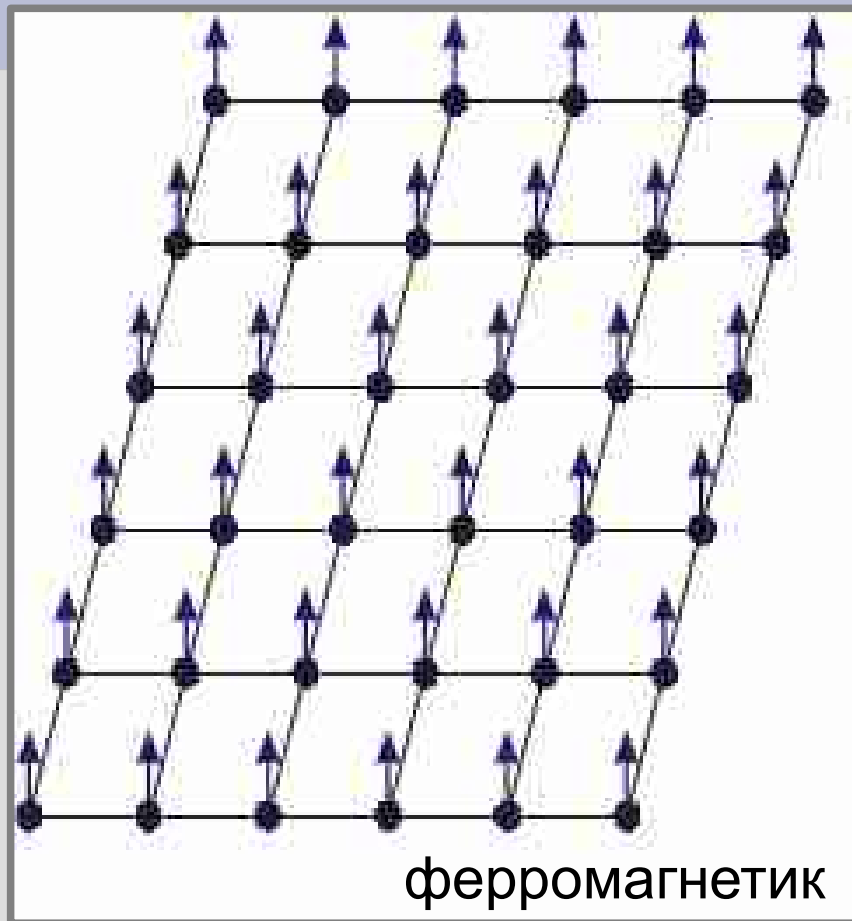
ПАРАМАГНЕТИК

да

ФЕРРО-, ФЕРРИ-,  
АНТИФЕРРО-

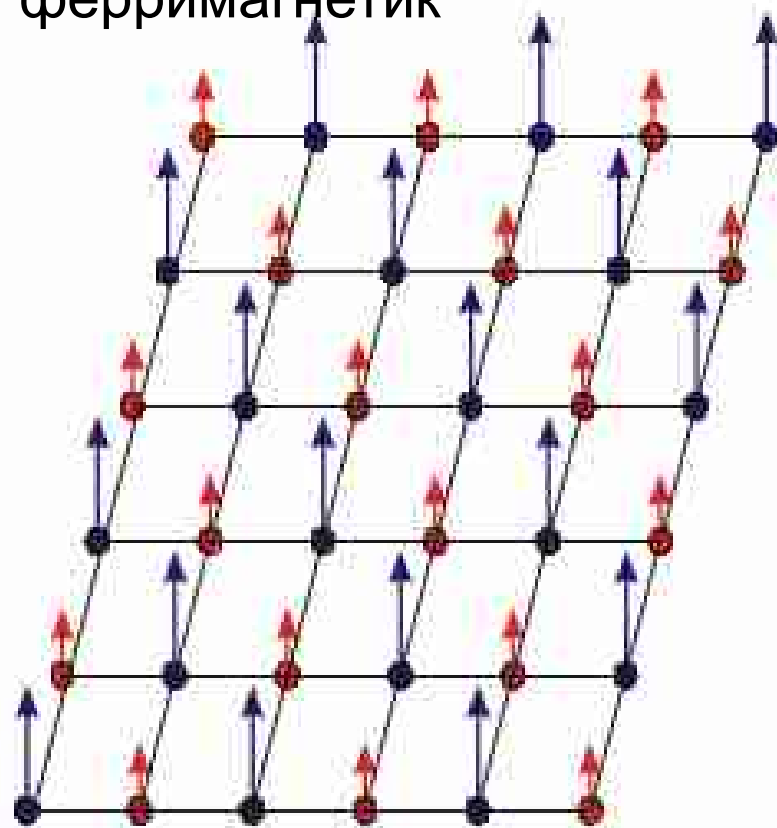


# Виды магнитного порядка



# Виды магнитного порядка

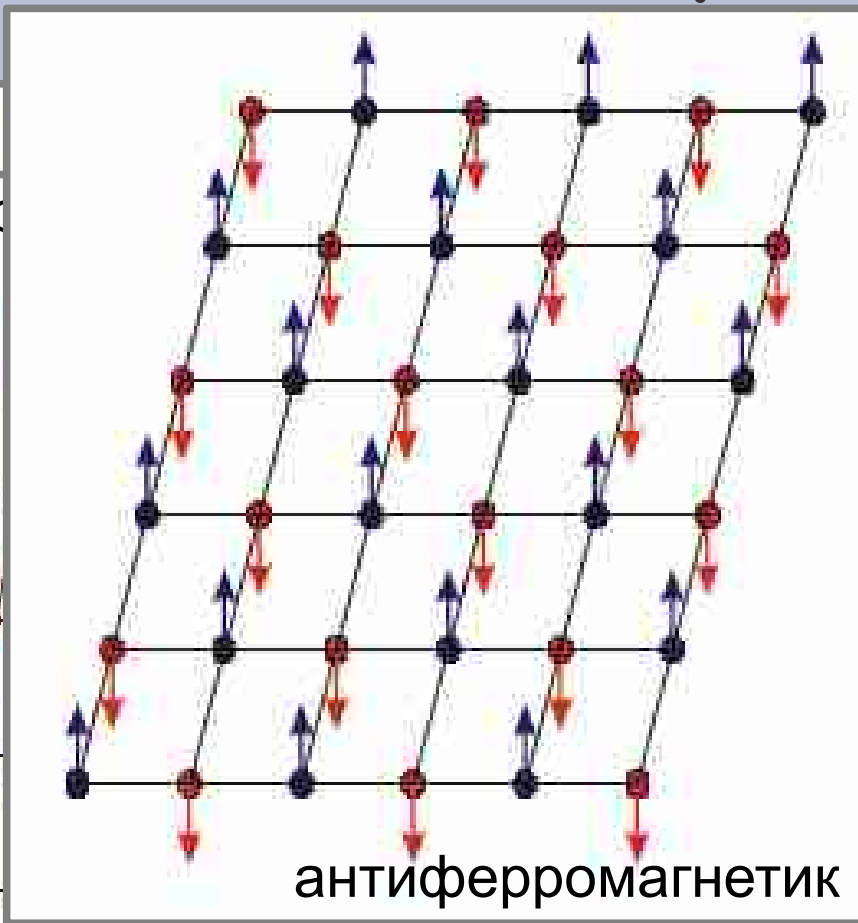
феррит магнетик



# Виды магнитного порядка

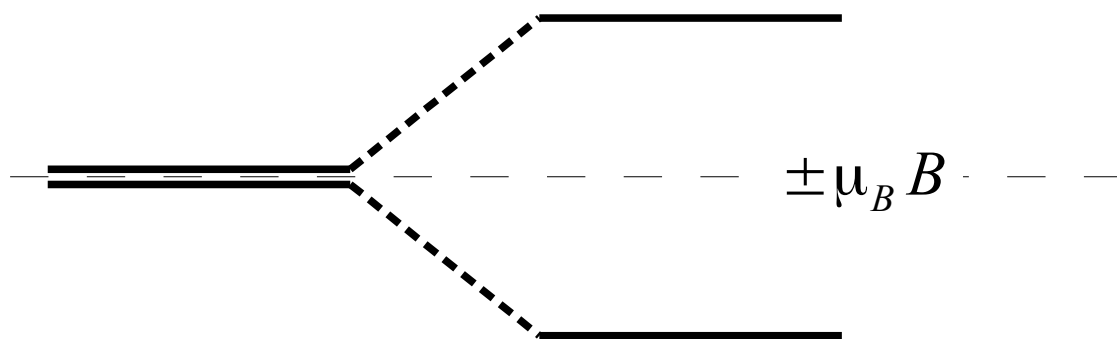
ферр

антиферромагнетик

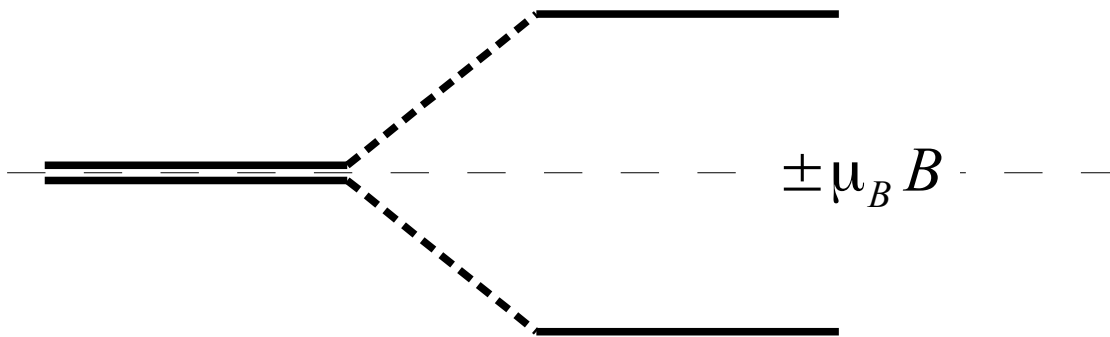


## Часть 4. Модель молекулярного поля.

# Закон Кюри для парамагнетика с $S=1/2$



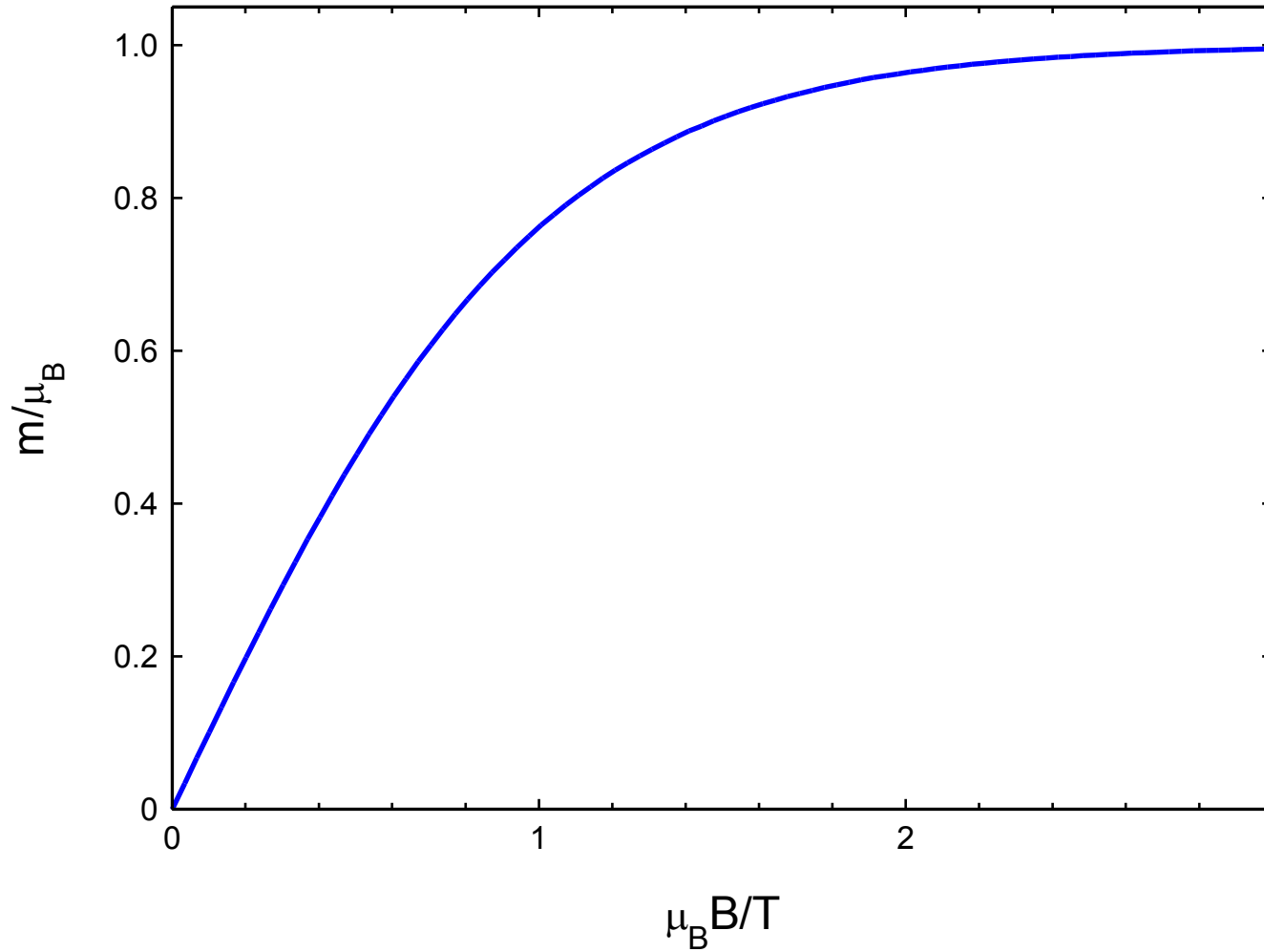
# Закон Кюри для парамагнетика с $S=1/2$



$$\langle m_z \rangle = \mu_B \frac{e^{\mu_B B/T} - e^{-\mu_B B/T}}{e^{\mu_B B/T} + e^{-\mu_B B/T}} = \mu_B \tanh \frac{\mu_B B}{T}$$

$$\mu_B \frac{B}{T} \ll 1: \chi = \frac{\langle m_z \rangle}{B} = \frac{\mu_B^2}{k_B T}$$

c  $S=1/2$

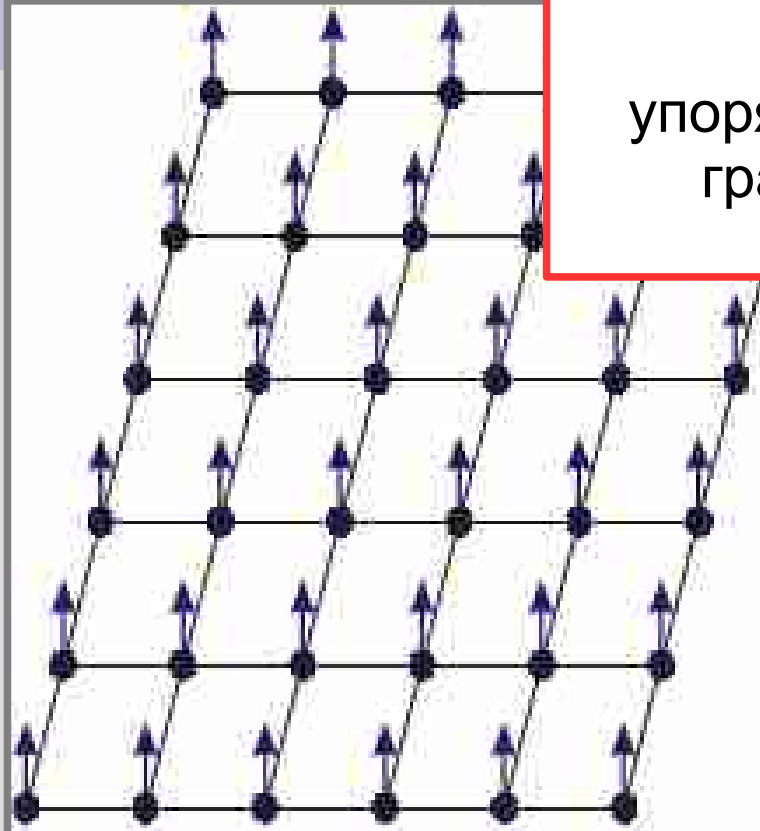


$$\mu_B \frac{B}{T} \ll 1: \chi = \frac{\langle m_z \rangle}{B} = \frac{\mu_B^2}{k_B T}$$

$$\frac{m}{B/T} = \mu_B \tanh \frac{\mu_B B}{T}$$

# Магнитный порядок в кристаллах

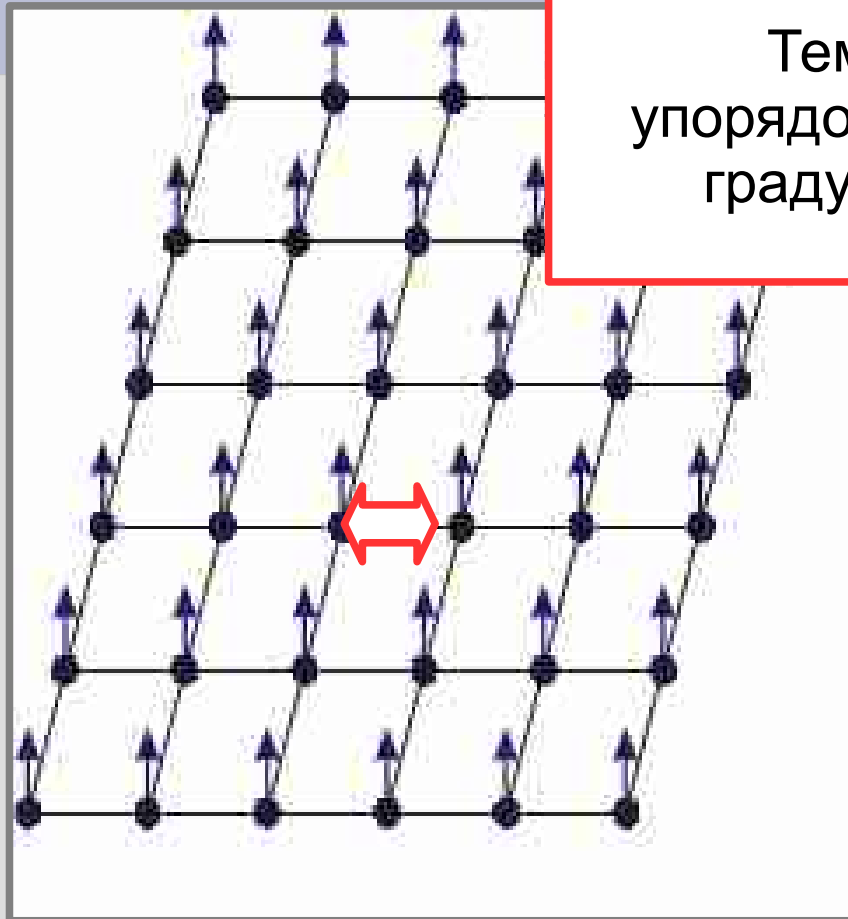
Температуры  
упорядочения от долей  
градуса до 1000 К



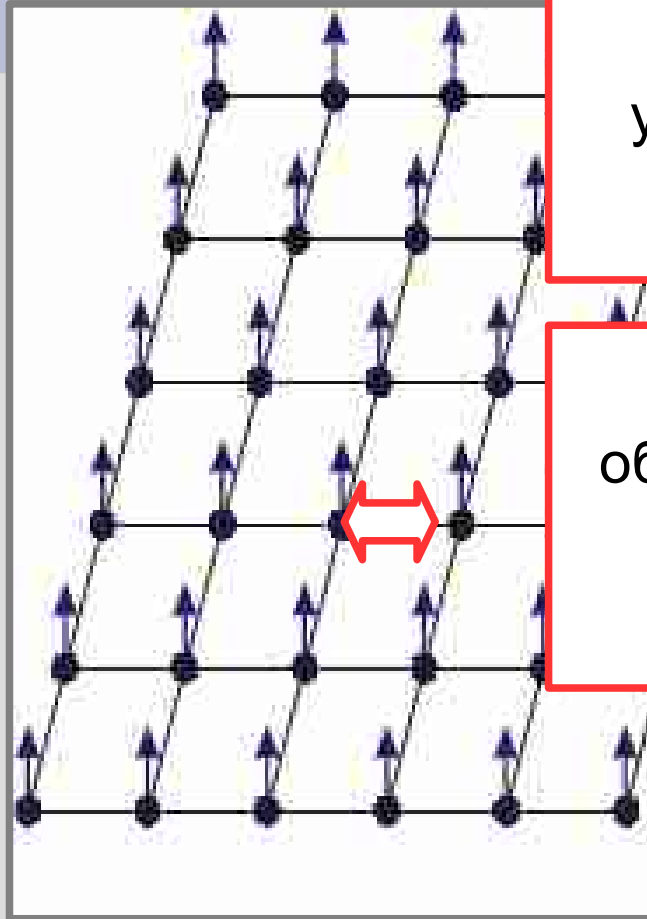


# Магнитный порядок в кристаллах

Температуры  
упорядочения от долей  
градуса до 1000 К



# Магнитный порядок в кристаллах



Температуры  
упорядочения от долей  
градуса до 1000 К

Гейзенберговское  
обменное взаимодействие

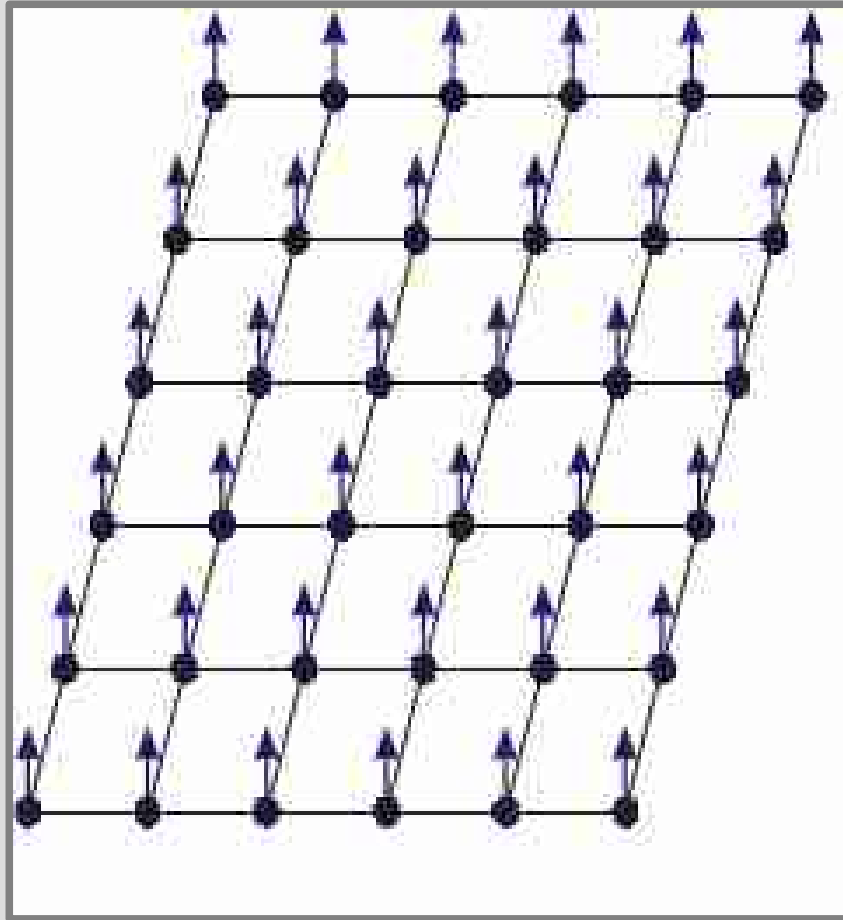
$$\hat{H} = \sum_{\langle i, j \rangle} J_{ij} \hat{S}_i \hat{S}_j$$

# «Классический» предел модели Гейзенберга

$$\hat{H} = \sum_{\langle i, j \rangle} J_{ij} \hat{S}_i \hat{S}_j \longleftrightarrow E = \sum_{\langle i, j \rangle} J_{ij} \vec{S}_i \vec{S}_j$$

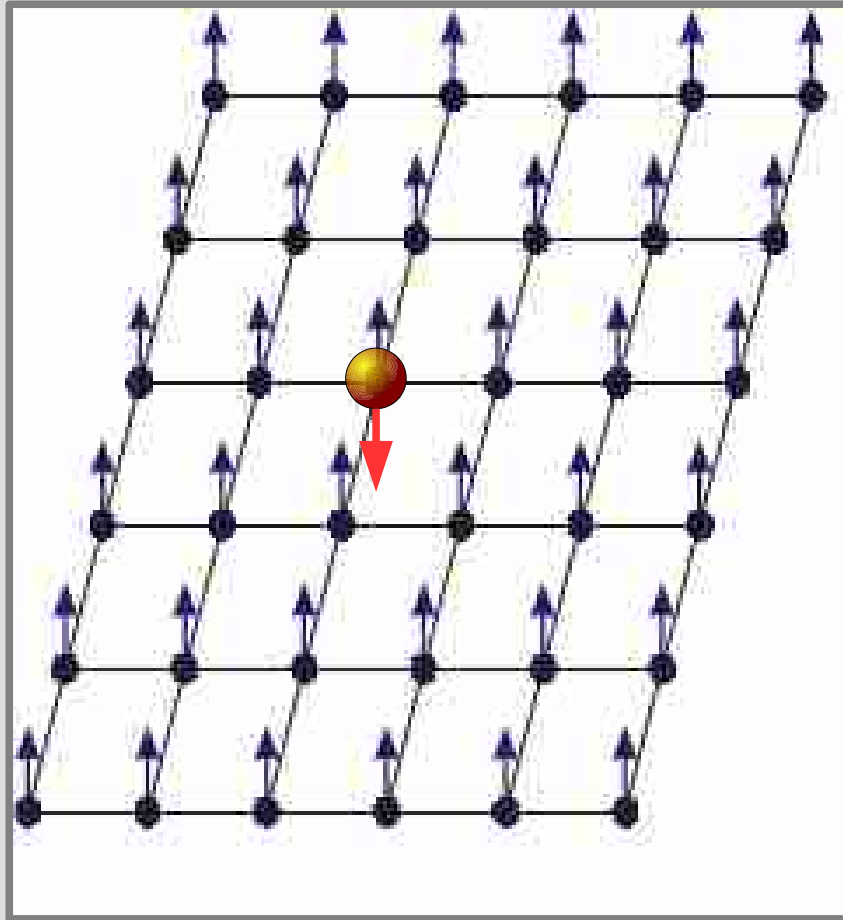
# Модель молекулярного поля

$$E = \sum_{\langle i, j \rangle} J_{ij} \vec{S}_i \vec{S}_j$$



# Модель молекулярного поля

$$E = \sum_{\langle i, j \rangle} J_{ij} \vec{S}_i \vec{S}_j$$

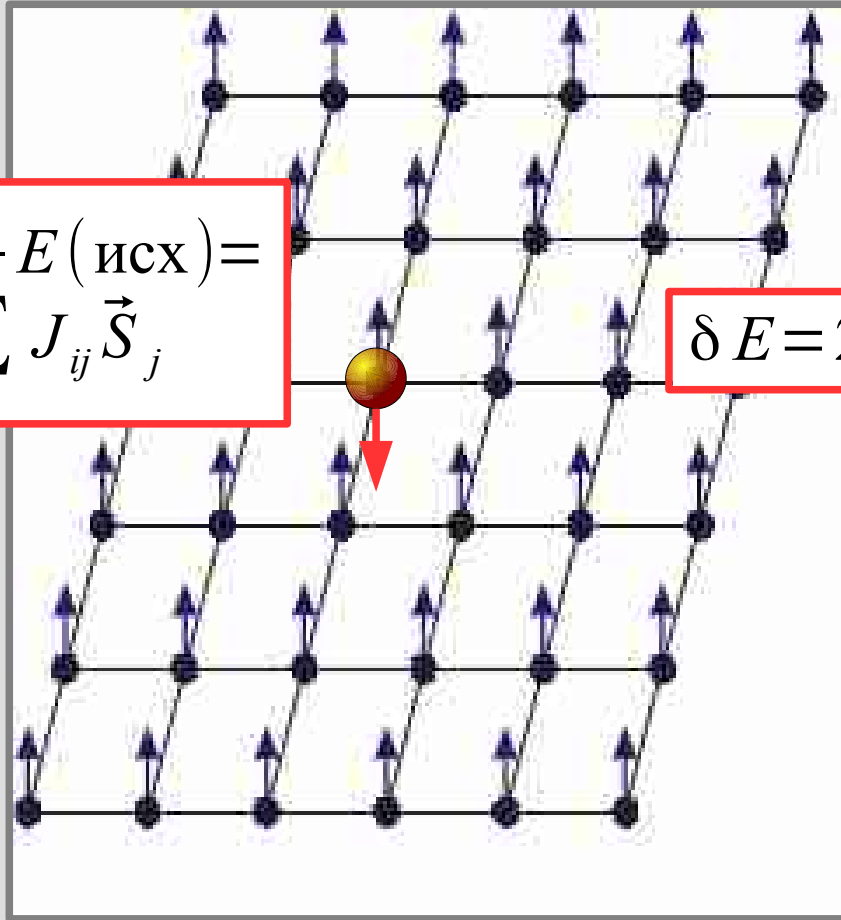


# Модель молекулярного поля

$$E = \sum_{\langle i, j \rangle} J_{ij} \vec{S}_i \vec{S}_j$$

$$\begin{aligned} \delta E &= E(\text{перев}) - E(\text{исх}) = \\ &= -2 \vec{S}_i \cdot \sum_j J_{ij} \vec{S}_j \end{aligned}$$

$$\delta E = 2 \mu_B \vec{B}_{eff} \cdot 2 \vec{S}_i$$



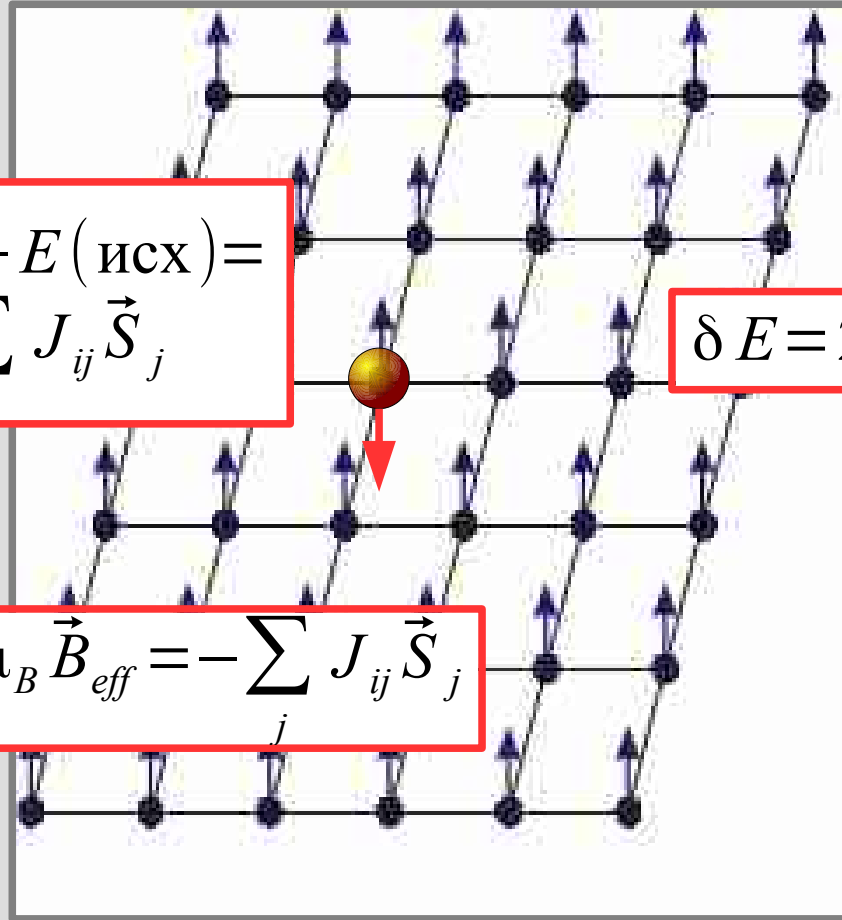
# Модель молекулярного поля

$$E = \sum_{\langle i, j \rangle} J_{ij} \vec{S}_i \vec{S}_j$$

$$\begin{aligned} \delta E &= E(\text{перев}) - E(\text{исх}) = \\ &= -2 \vec{S}_i \cdot \sum_j J_{ij} \vec{S}_j \end{aligned}$$

$$\delta E = 2 \mu_B \vec{B}_{eff} \cdot 2 \vec{S}_i$$

$$2 \mu_B \vec{B}_{eff} = - \sum_j J_{ij} \vec{S}_j$$



# Модель молекулярного поля

$$E = \sum_{\langle i, j \rangle} J_{ij} \vec{S}_i \vec{S}_j$$

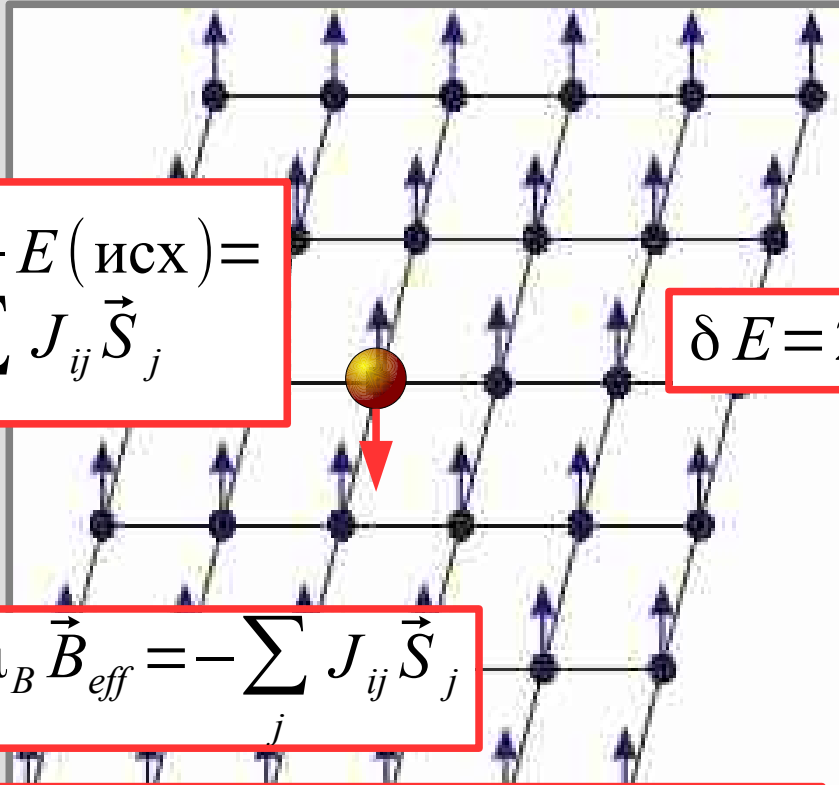
$$\begin{aligned} \delta E &= E(\text{перев}) - E(\text{исх}) = \\ &= -2 \vec{S}_i \cdot \sum_j J_{ij} \vec{S}_j \end{aligned}$$

$$\delta E = 2 \mu_B \vec{B}_{eff} \cdot 2 \vec{S}_i$$

$$2 \mu_B \vec{B}_{eff} = - \sum_j J_{ij} \vec{S}_j$$

Если все спины эквивалентны

$$2 \mu_B B_{eff} = - \langle S \rangle \sum_j J_{ij}$$





# Закон Кюри-Вейса

$$\langle m_z \rangle = \frac{\mu_B^2}{T} B = \frac{\mu_B^2}{T} (B + B_{eff})$$

$$2\mu_B B_{eff} = -\langle S \rangle \sum_j J_{ij}$$

# Закон Кюри-Вейса

$$\langle m_z \rangle = \frac{\mu_B^2}{T} B = \frac{\mu_B^2}{T} (B + B_{eff})$$

$$\langle m_z \rangle = \frac{\mu_B^2}{T} \left( B - \frac{\langle S \rangle}{2\mu_B} \sum_j J_{ij} \right) =$$

$$2\mu_B B_{eff} = -\langle S \rangle \sum_j J_{ij}$$

# Закон Кюри-Вейса

$$\langle m_z \rangle = \frac{\mu_B^2}{T} B = \frac{\mu_B^2}{T} (B + B_{eff})$$

$$\begin{aligned} \langle m_z \rangle &= \frac{\mu_B^2}{T} \left( B - \frac{\langle S \rangle}{2\mu_B} \sum_j J_{ij} \right) = \\ &= \frac{\mu_B^2}{T} \left( B - \frac{\langle m_z \rangle}{4\mu_B^2} \sum_j J_{ij} \right) \end{aligned}$$

$$2\mu_B B_{eff} = -\langle S \rangle \sum_j J_{ij}$$

# Закон Кюри-Вейса

$$\langle m_z \rangle = \frac{\mu_B^2}{T} B = \frac{\mu_B^2}{T} (B + B_{eff})$$

$$\begin{aligned} \langle m_z \rangle &= \frac{\mu_B^2}{T} \left( B - \frac{\langle S \rangle}{2\mu_B} \sum_j J_{ij} \right) = \\ &= \frac{\mu_B^2}{T} \left( B - \frac{\langle m_z \rangle}{4\mu_B^2} \sum_j J_{ij} \right) \end{aligned}$$

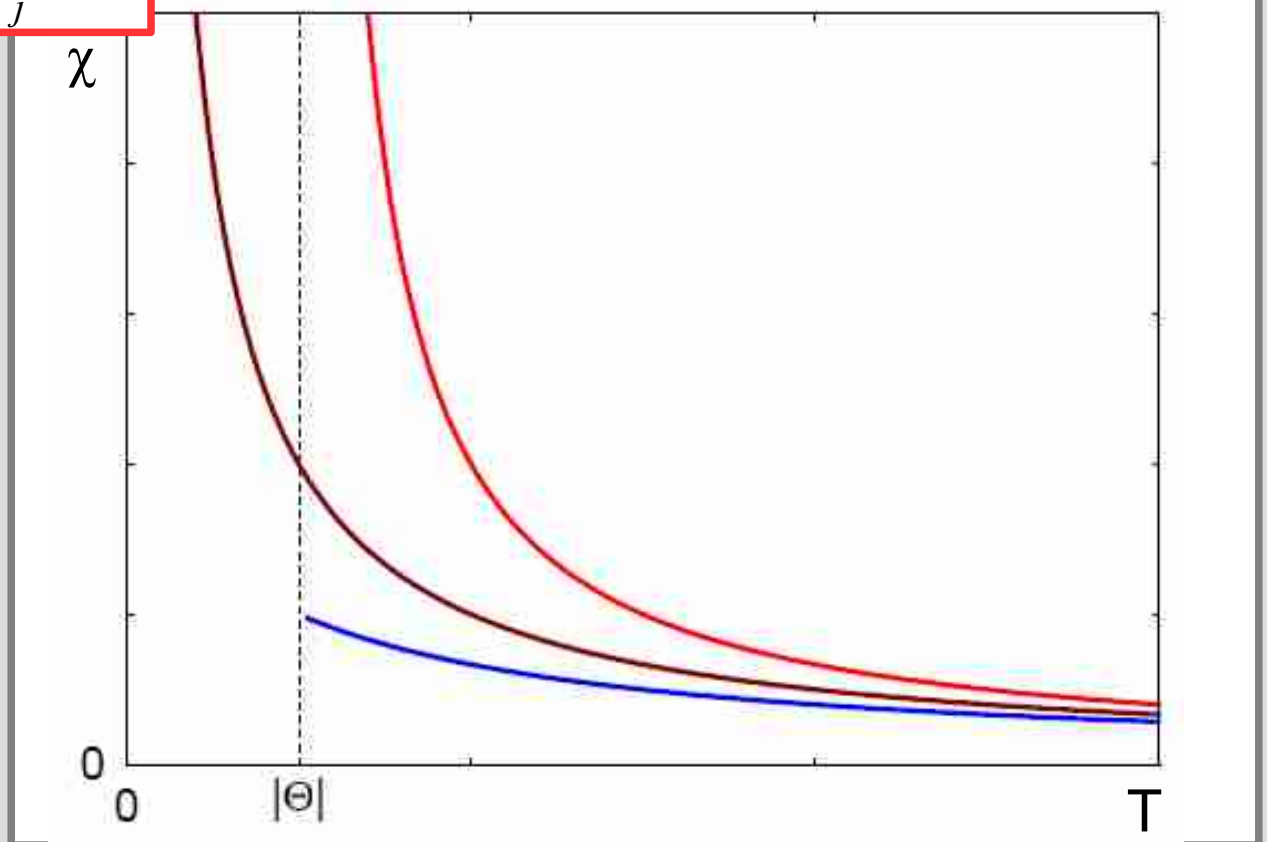
$$2\mu_B B_{eff} = -\langle S \rangle \sum_j J_{ij}$$

$$\chi = \frac{\mu_B^2}{T + \Theta}$$

$$\Theta = \frac{1}{4} \sum_j J_{ij} = \frac{S(S+1)}{3} \sum_j J_{ij}$$

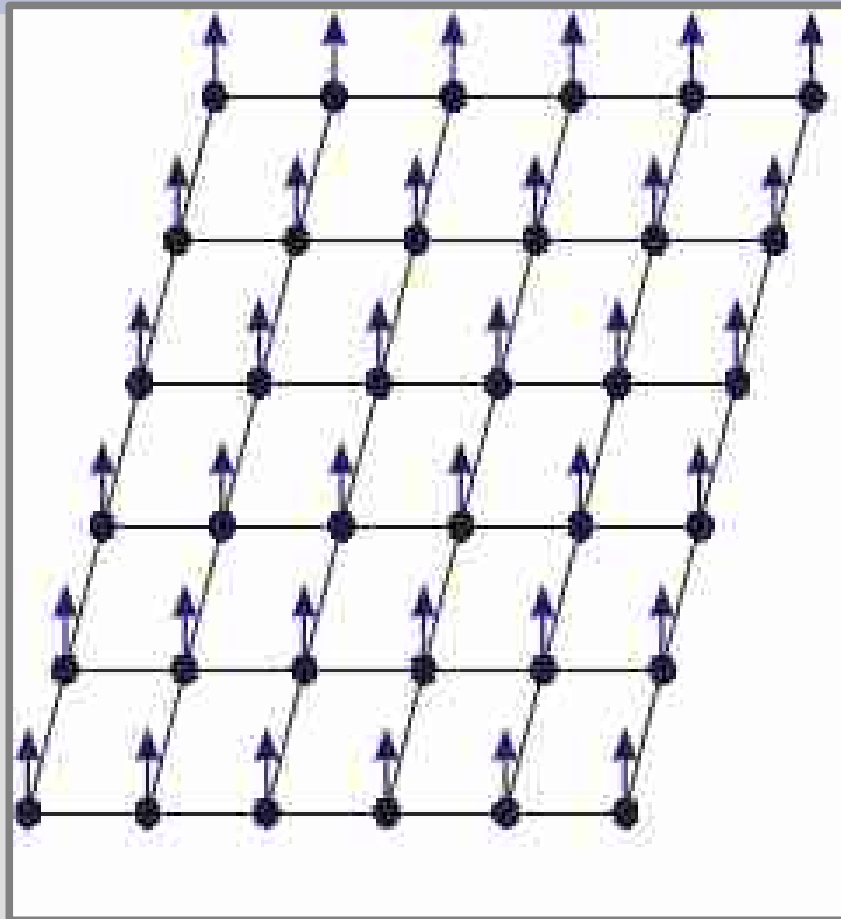
# Закон Кюри-Вейсса

$$\chi = \frac{\mu_B^2}{T + \Theta}$$
$$\Theta = \frac{1}{4} \sum_j J_{ij} = \frac{S(S+1)}{3} \sum_j J_{ij}$$



# Фазовый переход в ферромагнетике в модели молекулярного поля

$$g=2, S=1/2$$

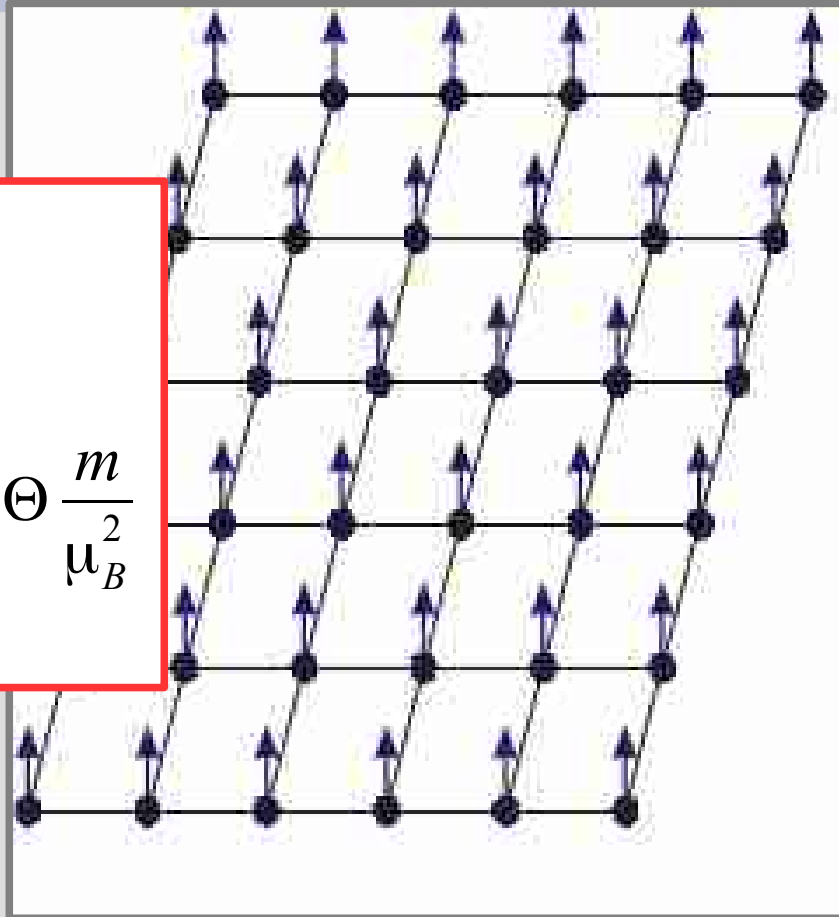


# Фазовый переход в ферромагнетике в модели молекулярного поля

$$g=2, S=1/2$$

$$m = \mu_B \tanh \frac{\mu_B B_{eff}}{T}$$

$$B_{eff} = \frac{z|J|}{2\mu_B} \left( \frac{m}{2\mu_B} \right) = \Theta \frac{m}{\mu_B^2}$$



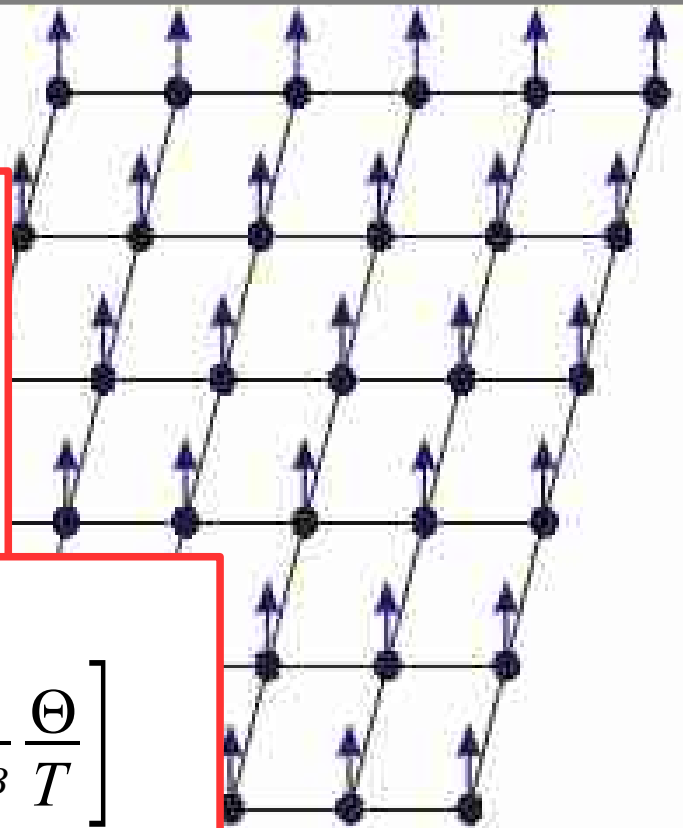
# Фазовый переход в ферромагнетике в модели молекулярного поля

$$g=2, S=1/2$$

$$m = \mu_B th \frac{\mu_B B_{eff}}{T}$$

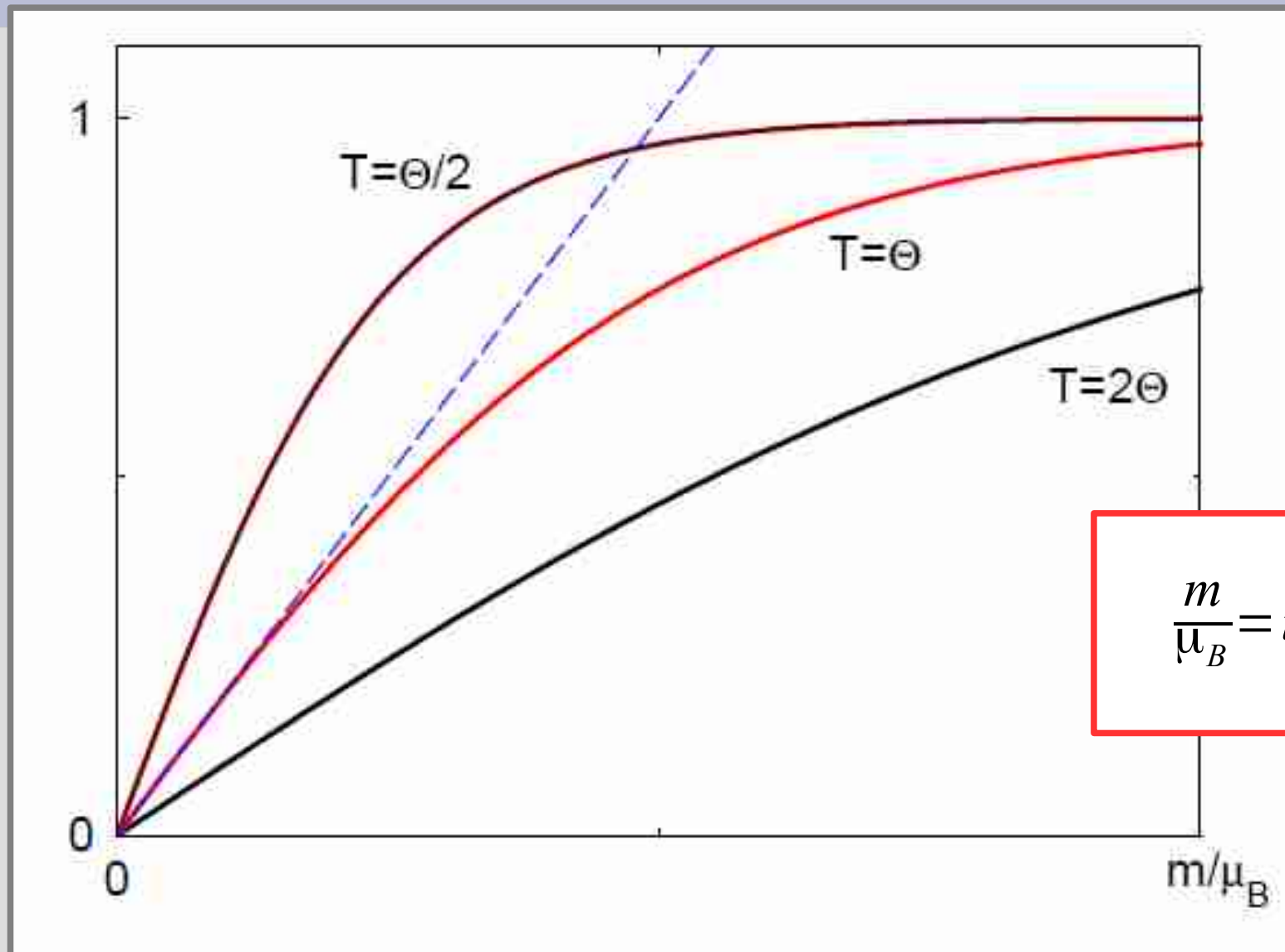
$$B_{eff} = \frac{z|J|}{2\mu_B} \left( \frac{m}{2\mu_B} \right) = \Theta \frac{m}{\mu_B^2}$$

$$\frac{m}{\mu_B} = th \left[ \frac{m}{\mu_B} \frac{\Theta}{T} \right]$$





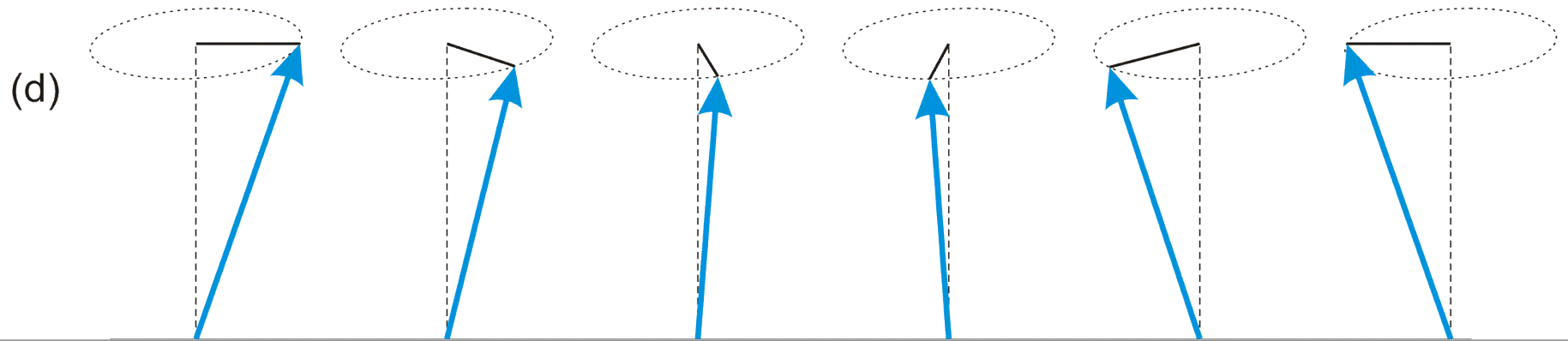
# Фазовый переход в ферромагнетике в модели молекулярного поля



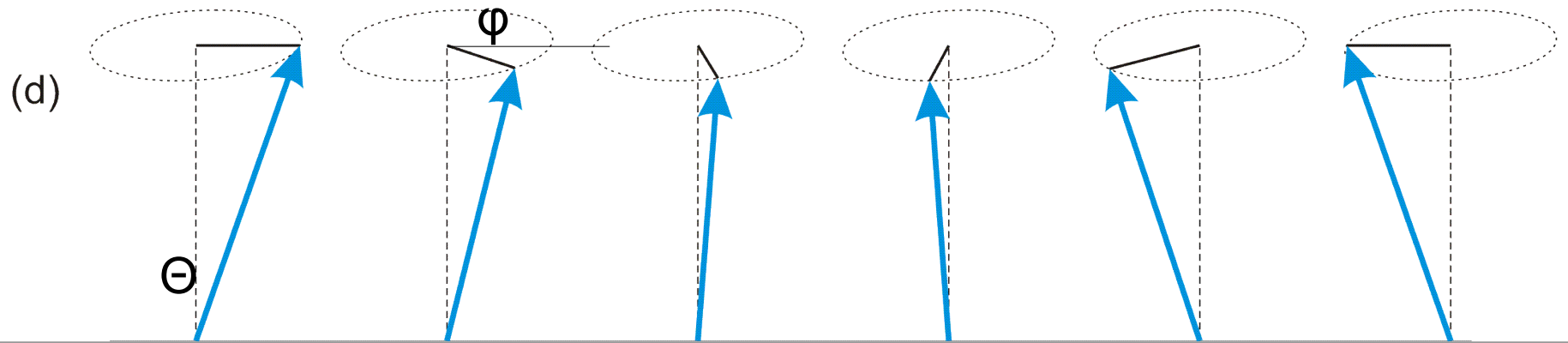
$$\frac{m}{\mu_B} = th \left[ \frac{m}{\mu_B} \frac{\Theta}{T} \right]$$

## Часть 5. Спиновые волны в ферромагнетике

# Спиновые волны: элементарные возбуждения «классического» гейзенберговского магнетика

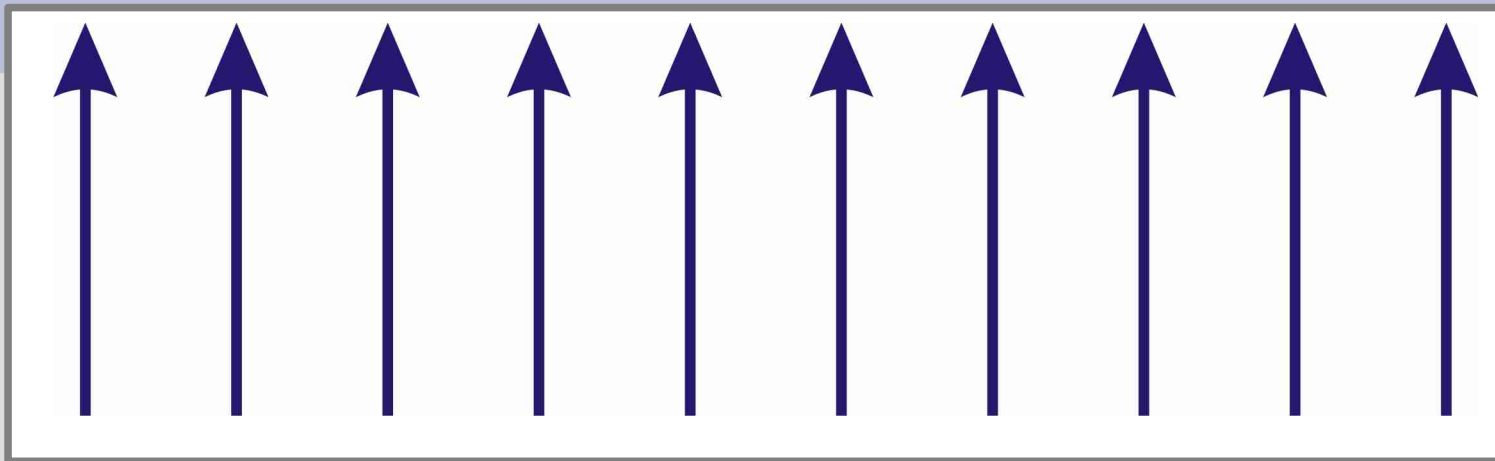


# Спиновые волны: элементарные возбуждения «классического» гейзенберговского магнетика



$$E = J \sum \vec{S}_i \vec{S}_{i+1} = J N S^2 \cos^2 \Theta + J N S^2 \sin^2 \Theta \cos \varphi \approx E_0 - 2 J S^2 N \sin^2 \Theta \sin^2 \frac{\phi}{2}$$

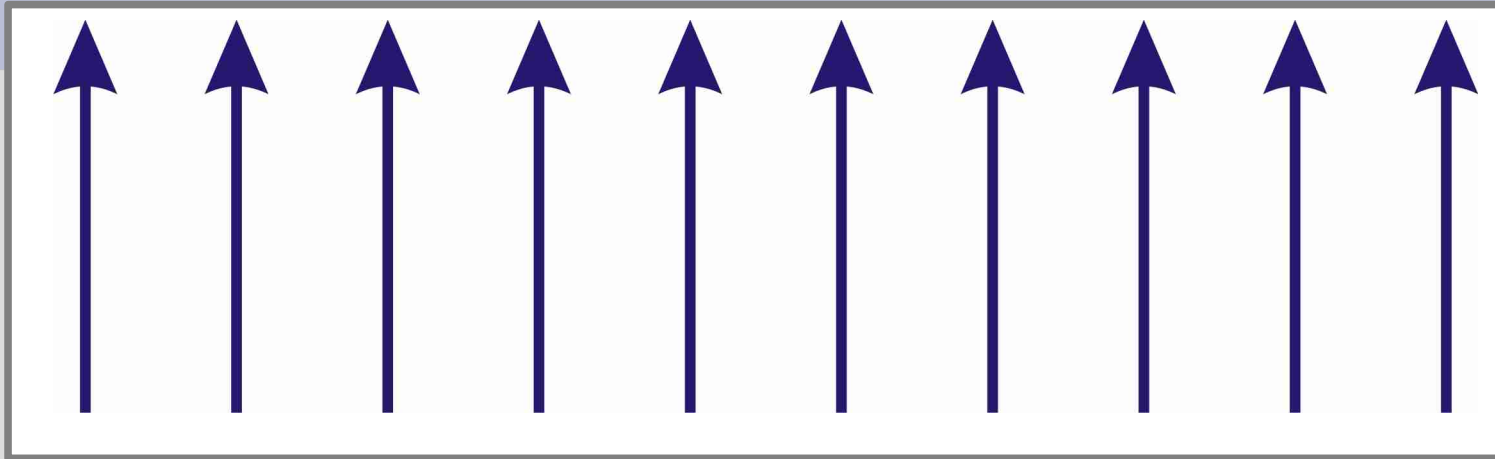
# Спектр спиновых волн в ферромагнетике



$$E = J \sum_i \vec{S}_i \vec{S}_{i+1}, J < 0$$

$$B_{eff, i} = -\frac{J}{2\mu_B} (\vec{S}_{i+1} + \vec{S}_{i-1})$$
$$\hbar \frac{d \vec{S}_i}{d t} = (2\mu_B \vec{S}_i) \times \vec{B}_{eff, i}$$

# Спектр спиновых волн в ферромагнетике



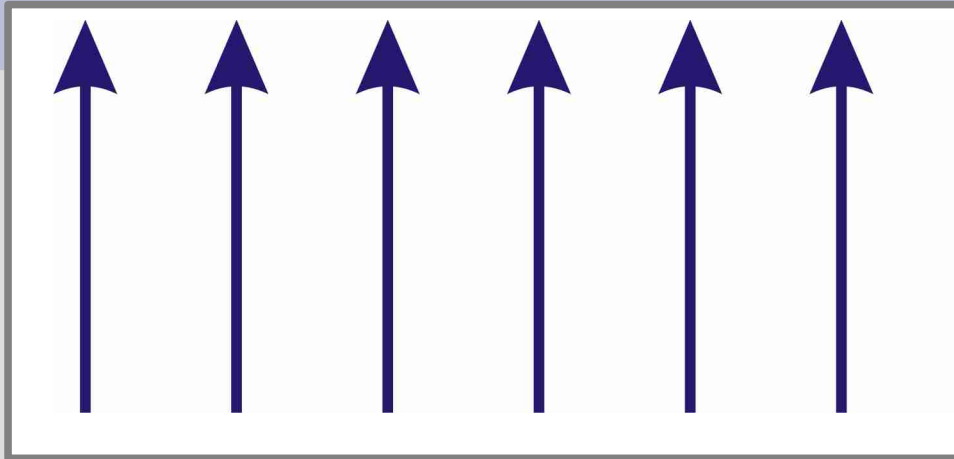
$$E = J \sum_i \vec{S}_i \vec{S}_{i+1}, J < 0$$

$$B_{eff, i} = -\frac{J}{2\mu_B} (\vec{S}_{i+1} + \vec{S}_{i-1})$$

$$\hbar \frac{d \vec{S}_i}{d t} = (2\mu_B \vec{S}_i) \times \vec{B}_{eff, i}$$

$$\hbar \frac{d \vec{S}_i}{d t} = J (\vec{S}_{i+1} \times \vec{S}_i + \vec{S}_{i-1} \times \vec{S}_i)$$

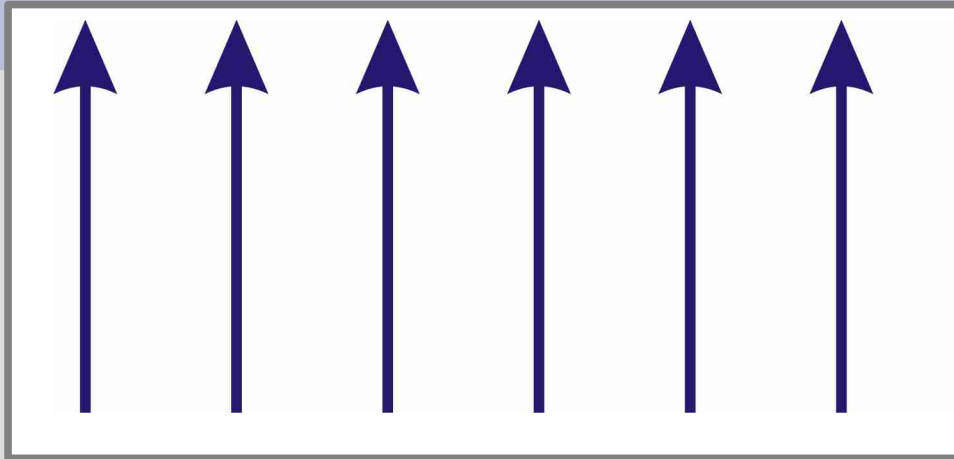
# Спектр спиновых волн в ферромагнетике



$$\hbar \frac{d \vec{S}_i}{d t} = J \left( \vec{S}_{i+1} \times \vec{S}_i + \vec{S}_{i-1} \times \vec{S}_i \right)$$

$$\hbar \frac{d S_{ix}}{d t} = JS \left( S_{(i+1), y} + S_{(i-1), y} - 2 S_{iy} \right)$$
$$\hbar \frac{d S_{iy}}{d t} = -JS \left( S_{(i+1), x} + S_{(i-1), x} - 2 S_{ix} \right)$$

# Спектр спиновых волн в ферромагнетике



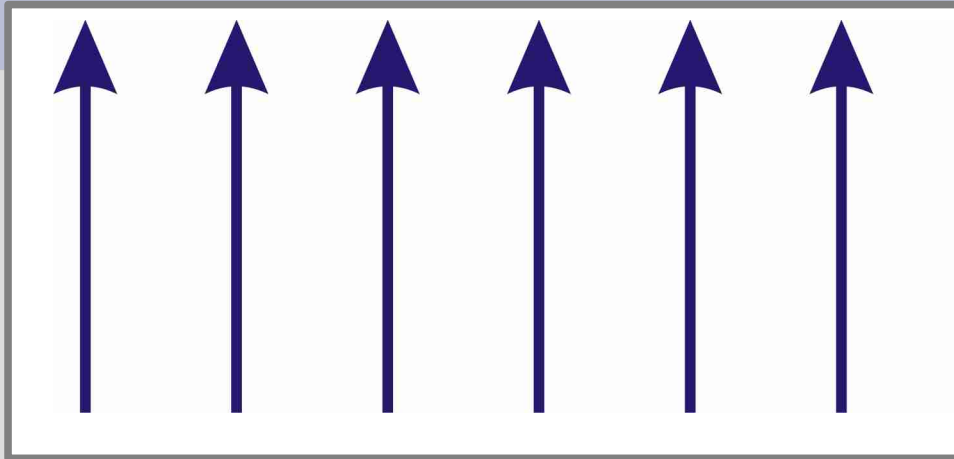
$$\hbar \frac{d \vec{S}_i}{d t} = J \left( \vec{S}_{i+1} \times \vec{S}_i + \vec{S}_{i-1} \times \vec{S}_i \right)$$

$$\hbar \frac{d S_{ix}}{d t} = JS \left( S_{(i+1), y} + S_{(i-1), y} - 2 S_{iy} \right)$$
$$\hbar \frac{d S_{iy}}{d t} = -JS \left( S_{(i+1), x} + S_{(i-1), x} - 2 S_{ix} \right)$$

$$\hbar \frac{d S_i^+}{d t} = -i JS \left( S_{(i+1)}^+ + S_{(i-1)}^+ - 2 S_i^+ \right)$$
$$S^+(x, t) = A \exp(i [\omega t - kx])$$



# Спектр спиновых волн в ферромагнетике



$$\hbar \frac{d \vec{S}_i}{d t} = J \left( \vec{S}_{i+1} \times \vec{S}_i + \vec{S}_{i-1} \times \vec{S}_i \right)$$

$$\hbar \frac{d S_{ix}}{d t} = JS \left( S_{(i+1), y} + S_{(i-1), y} - 2 S_{iy} \right)$$

$$\hbar \frac{d S_{iy}}{d t} = -JS \left( S_{(i+1), x} + S_{(i-1), x} - 2 S_{ix} \right)$$

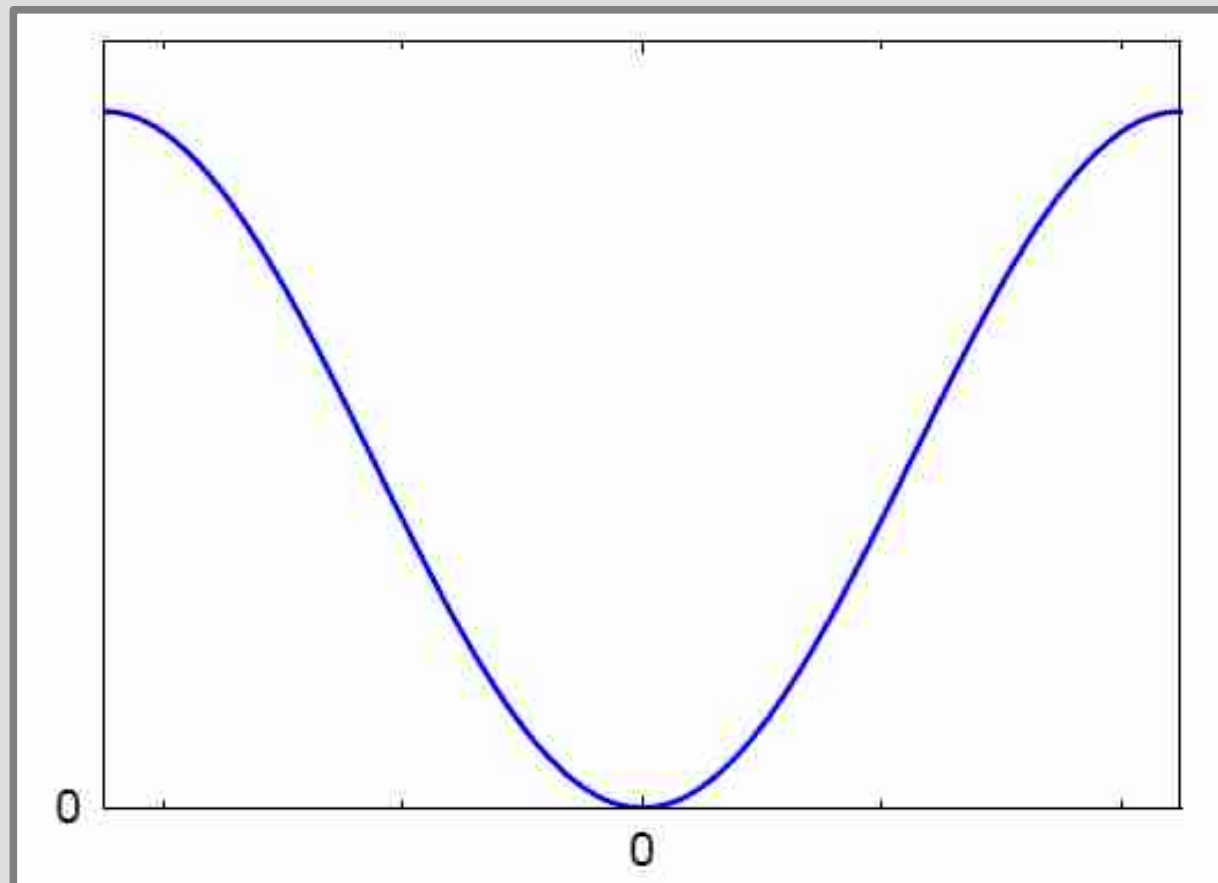
$$\hbar \frac{d S_i^+}{d t} = -i JS \left( S_{(i+1)}^+ + S_{(i-1)}^+ - 2 S_i^+ \right)$$

$$\begin{aligned} \hbar \omega &= -J S \left( e^{ik a} + e^{-ik a} - 2 \right) = \\ &= 4 |J| S \sin^2 \frac{k a}{2} \end{aligned}$$

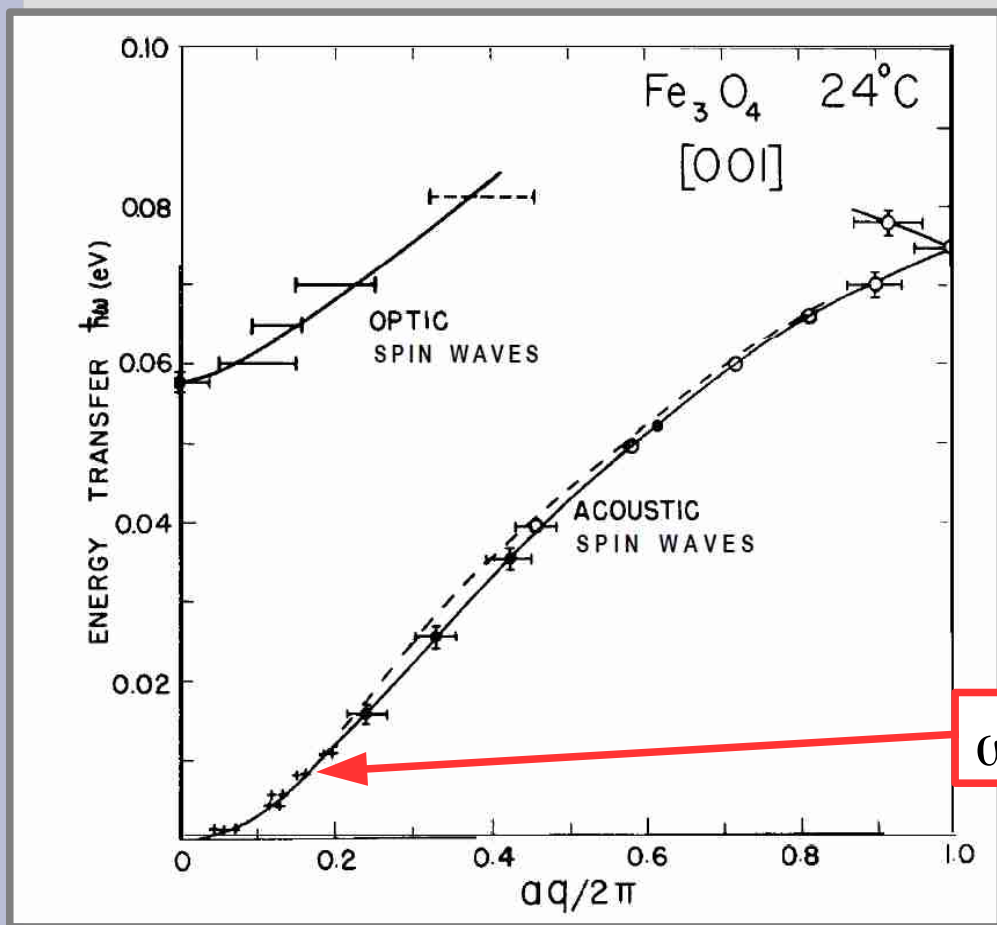
$$S^+(x, t) = A \exp(i [\omega t - kx])$$

# Спектр спиновых волн в ферромагнетике

$$\hbar \omega = 4|J|S \sin^2 \frac{ka}{2}$$

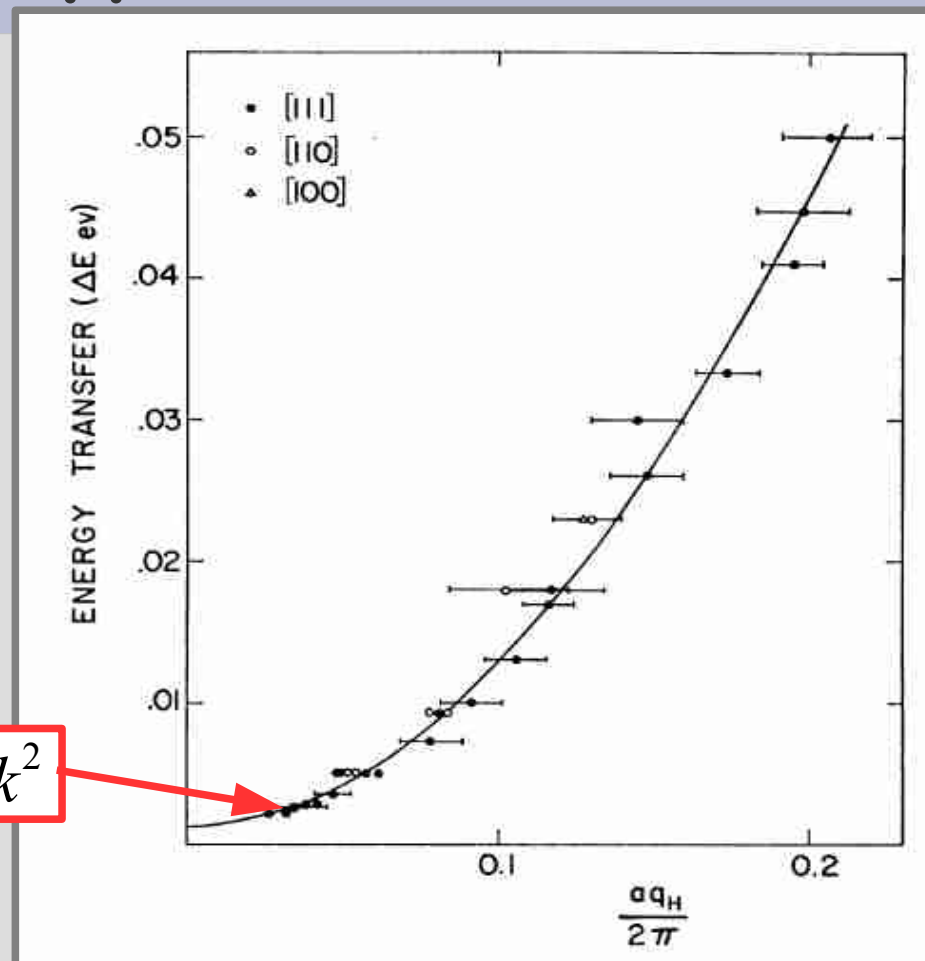


# Экспериментальное наблюдение спиновых волн в ферромагнетике



Спектр спиновых волн в ферримагнитном магнетите Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>.

B.N.Brockhouse, "Slow Neutron Spectroscopy and the Grand Atlas of the Physical World", Nobel lecture (1994)

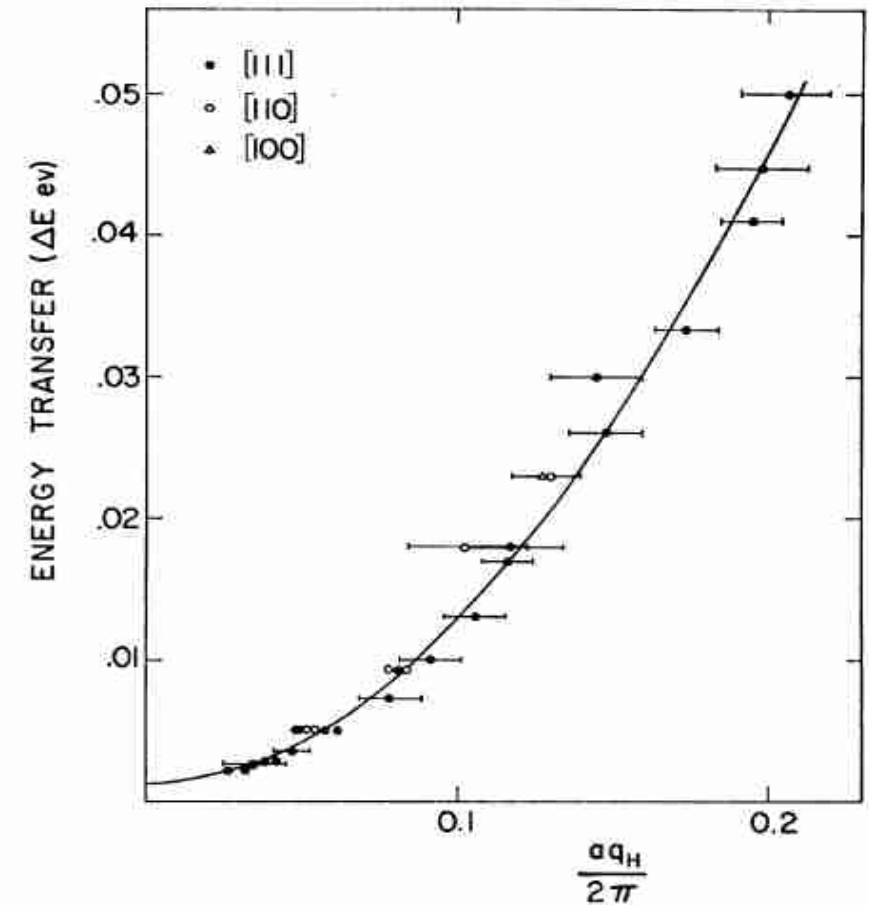


Спектр спиновых волн в ферромагнитном сплаве FeCo.

R.N.Sinclair and B.N.Brockhouse, "Dispersion Relation for Spin Waves in a fcc Cobalt Alloy", Physical Review 120, 1638 (1960)

# Магнонный вклад в теплоёмкость

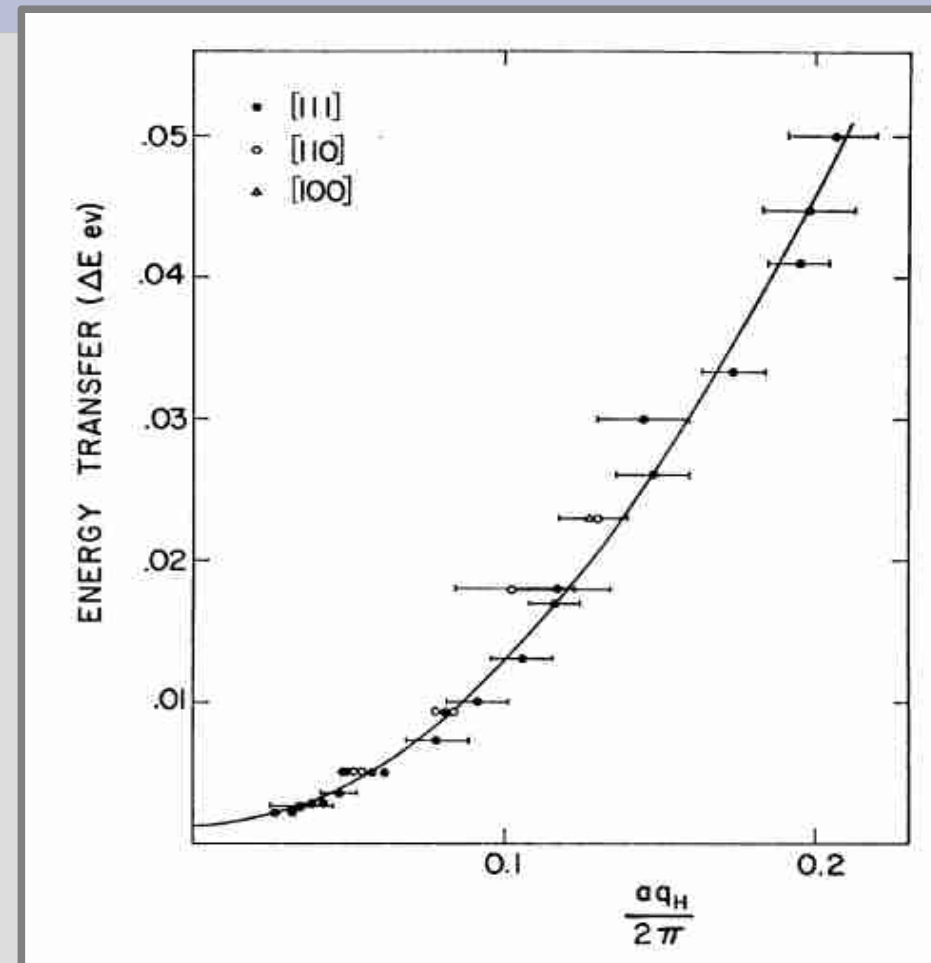
$$\hbar \omega = 4|J|S \sin^2 \frac{ka}{2} \approx |J|S a^2 k^2$$



# Магнонный вклад в теплоёмкость

$$\hbar \omega = 4|J|S \sin^2 \frac{ka}{2} \approx |J|S a^2 k^2$$

$$E = \int \frac{\hbar \omega}{e^{\hbar \omega/T} - 1} \frac{V d^3 k}{(2\pi)^3} \propto T^{5/2}$$
$$C_{mag} \propto T^{3/2}$$

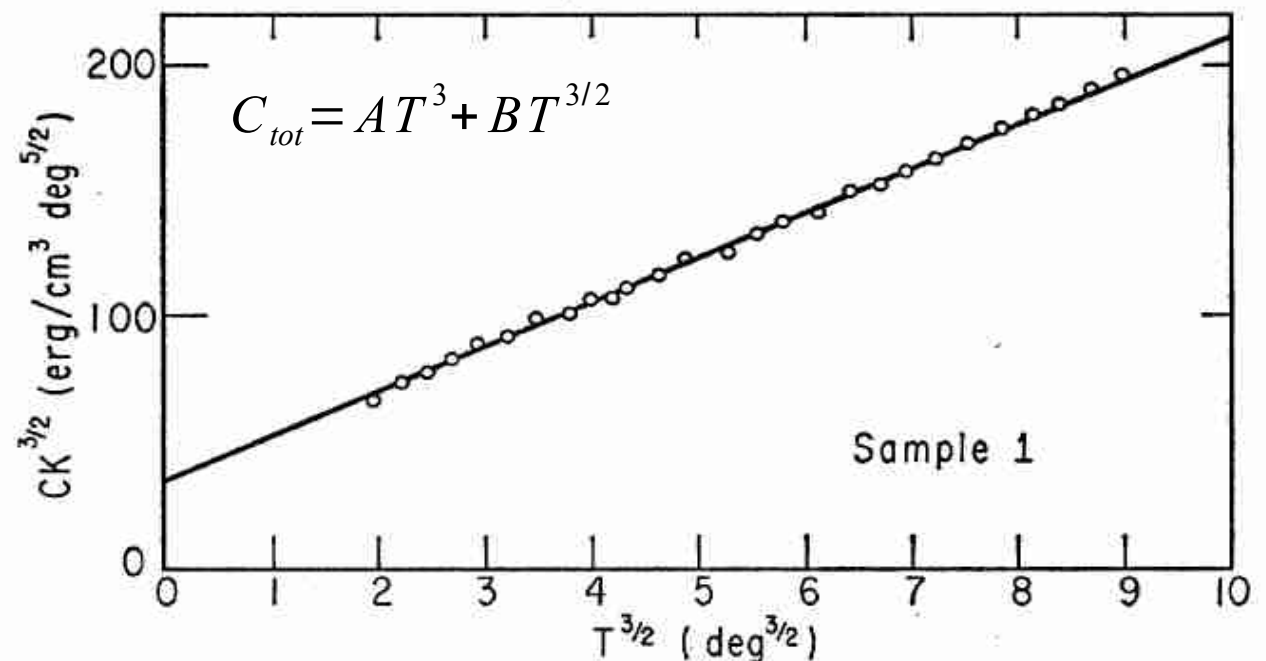
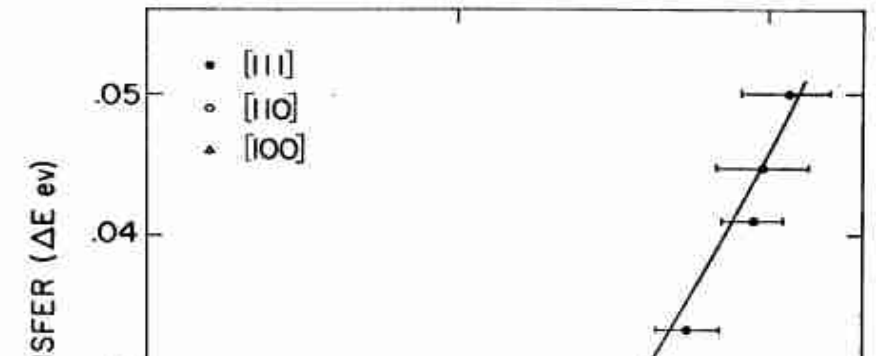


# Магнонный вклад в теплоёмкость

$$\hbar \omega = 4|J|S \sin^2 \frac{ka}{2} \approx |J|S a^2 k^2$$

$$E = \int \frac{\hbar \omega}{e^{\hbar \omega/T} - 1} \frac{V d^3 k}{(2\pi)^3} \propto T^{5/2}$$

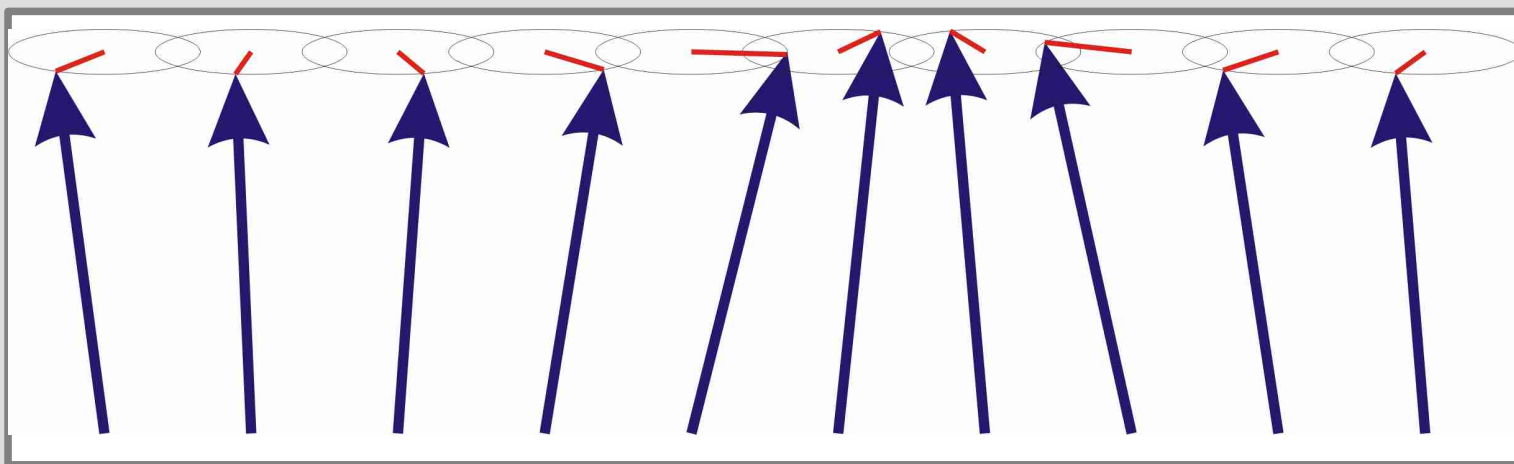
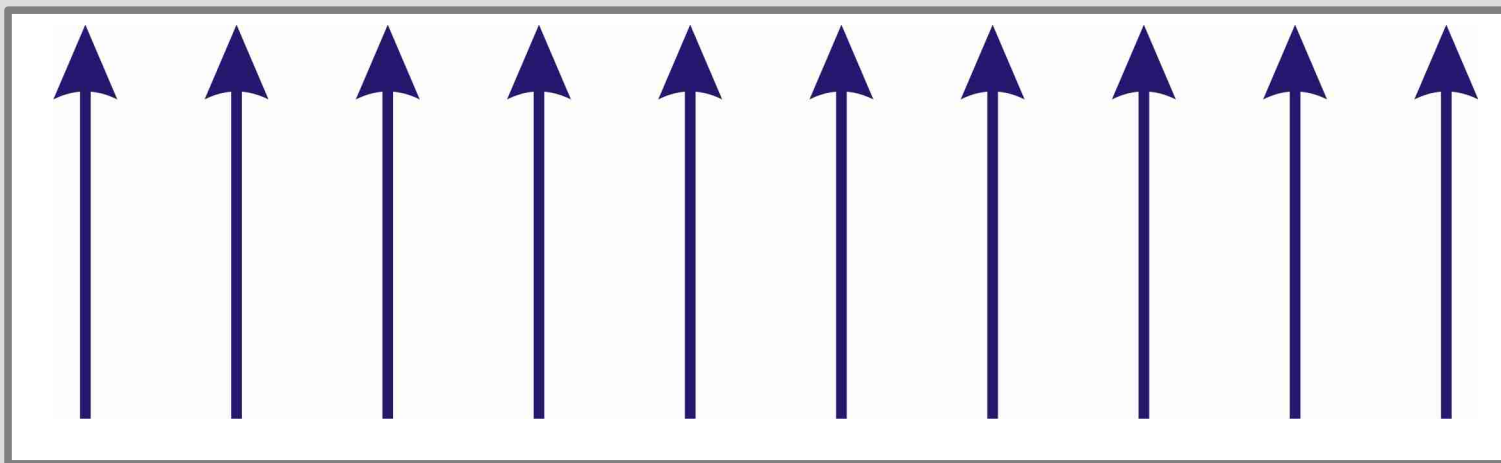
$$C_{mag} \propto T^{3/2}$$



Экспериментальная проверка предсказания спин-волновой теории для ферромагнетика. Исследовался образец железо-итриевого граната, температура Кюри около 550K.

Samuel S. Shinozaki, "Specific Heat of Yttrium Iron Garnet from 1.5° to 4.2°K", Physical Review 122, 388 (1961)

# Закон Блоха

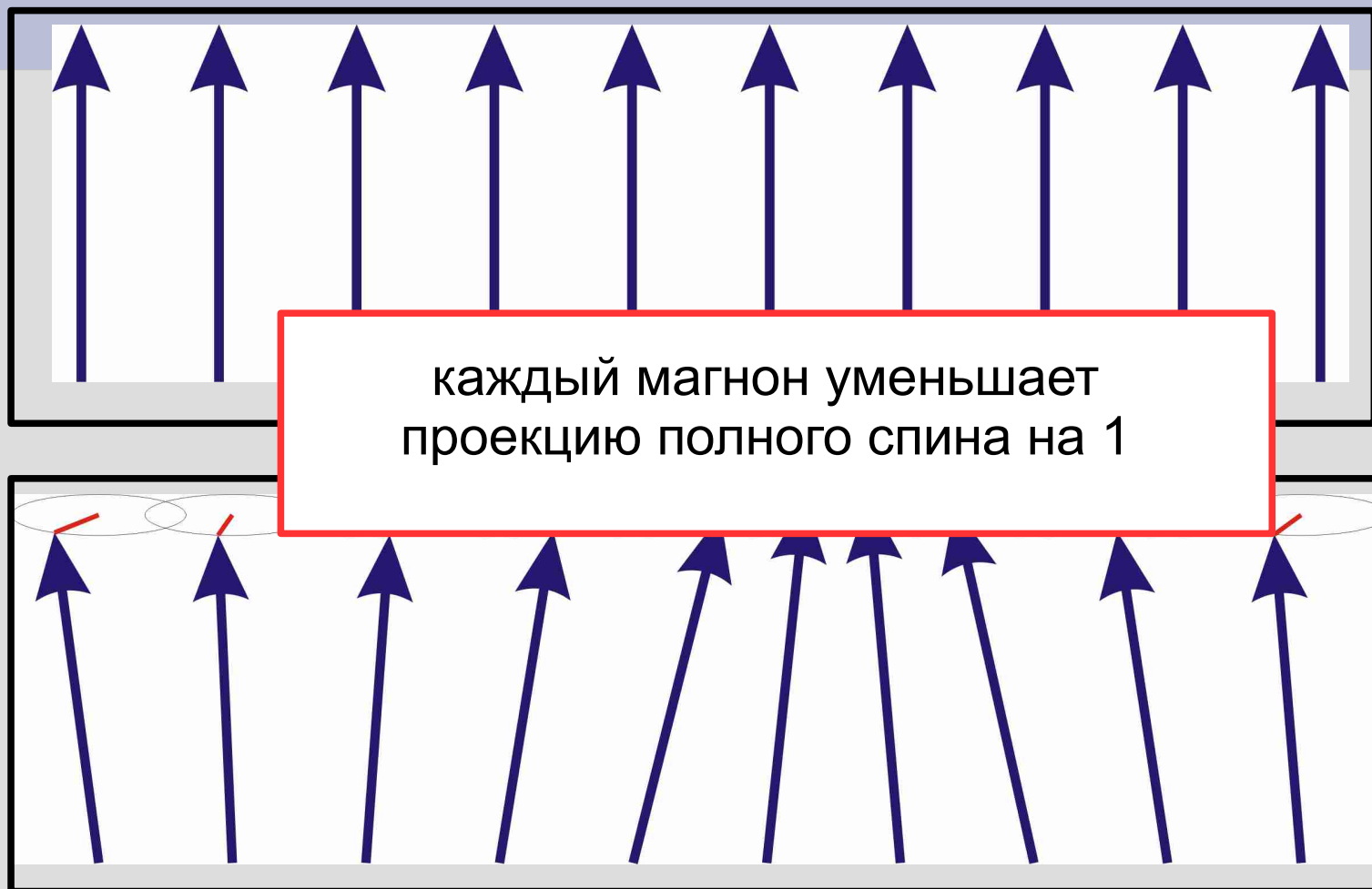


# Закон Блоха





# Закон Блоха



# Закон Блоха

$$\Delta M = g \mu_B N_{mag} = g \mu_B \frac{V}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 k}{e^{\hbar \omega/T} - 1}$$

# Закон Блоха

$$\Delta M = g \mu_B N_{mag} = g \mu_B \frac{V}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 k}{e^{\hbar \omega/T} - 1}$$

$$\Delta M \propto T^{3/2}$$

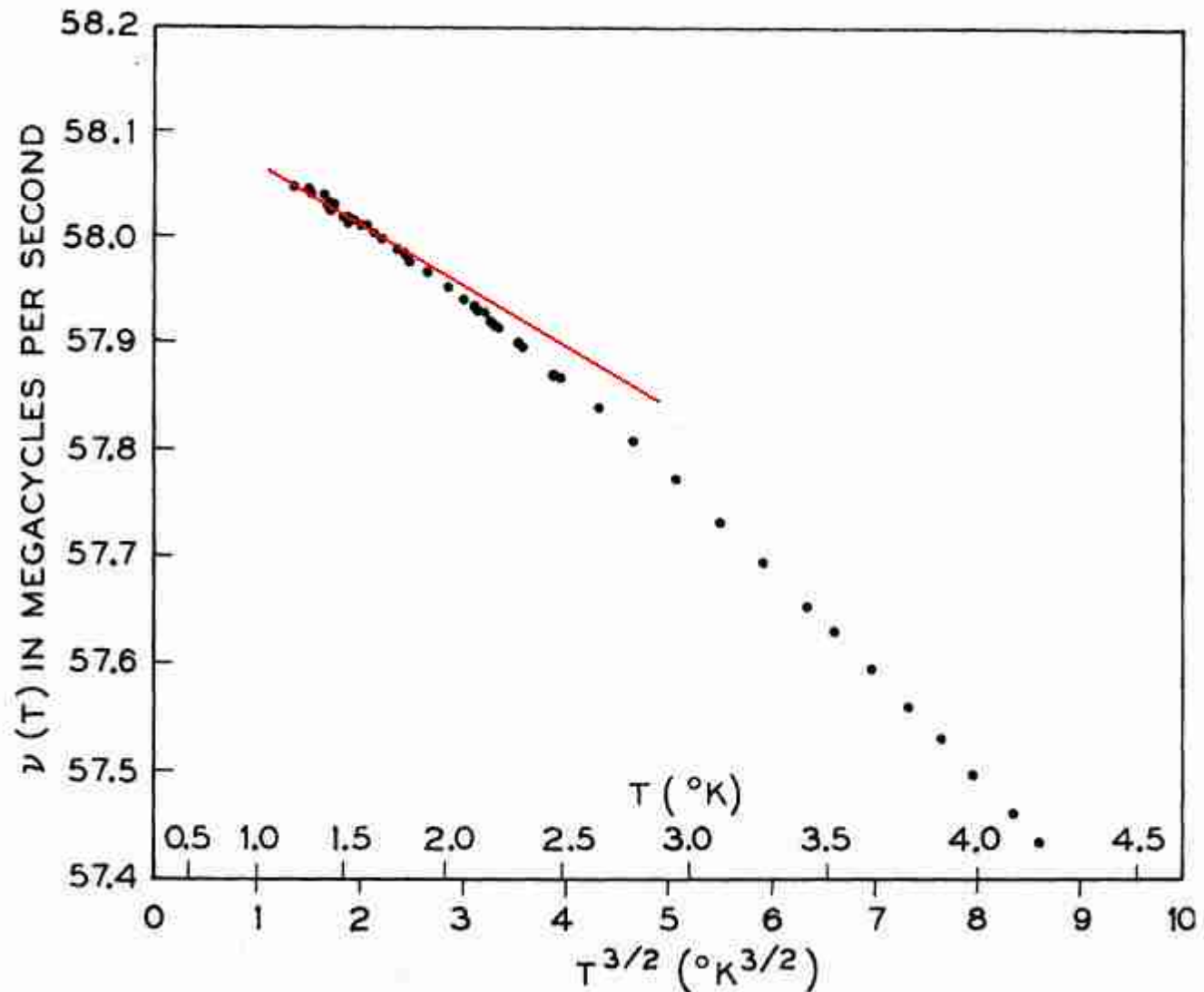
# Закон Блоха

$$\Delta M = g \mu_B N_{ma}$$

$$\Delta M \propto T^{3/2}$$

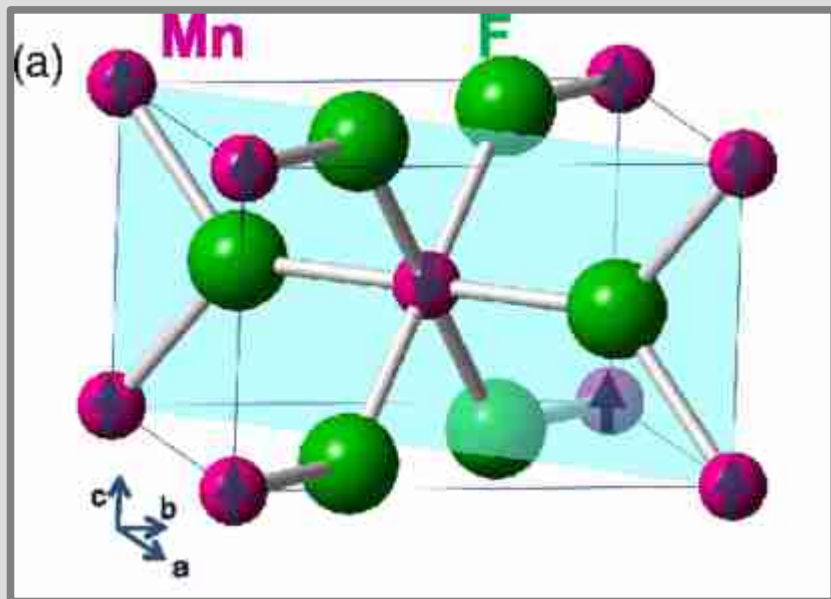
Пример экспериментальной проверки закона Блоха. Исследовался ферромагнетик  $\text{CrBr}_3$  с температурой Кюри 37 К. Регистрировалась частота ЯМР на ядрах  $^{53}\text{Cr}$ , изменение которой пропорционально намагниченности ферромагнетика. Отклонение от закона Блоха  $T^{3/2}$  может быть описано учётом отклонения от квадратичного спектра магнонов.

A.C.Gossard, V.Jaccarino, J.P.Remeika, "Experimental test of the spin-wave theory of a ferromagnet", Physical Review Letters 7, 122 (1961)

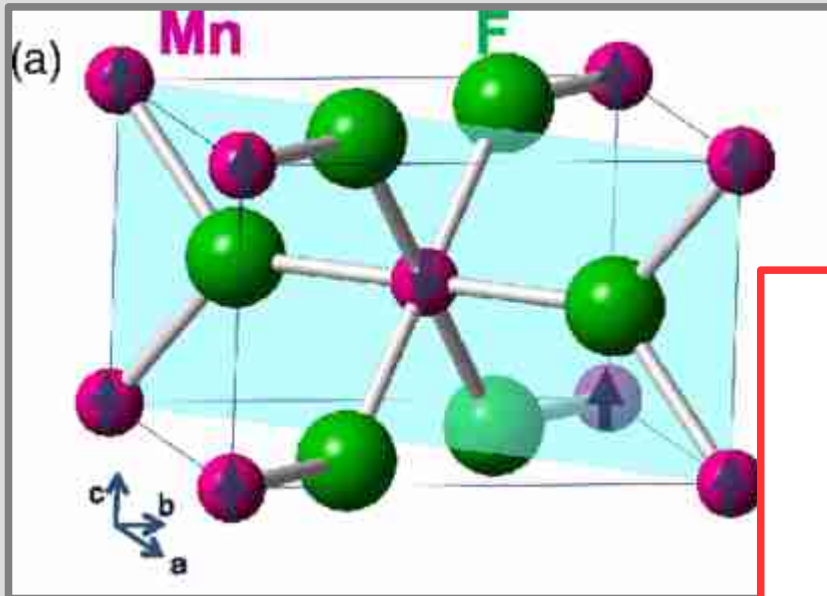


# Часть 6. Анизотропия спин-спиновых взаимодействий. Модель Изинга и ХУ-модель.

# Энергия анизотропии



# Энергия анизотропии

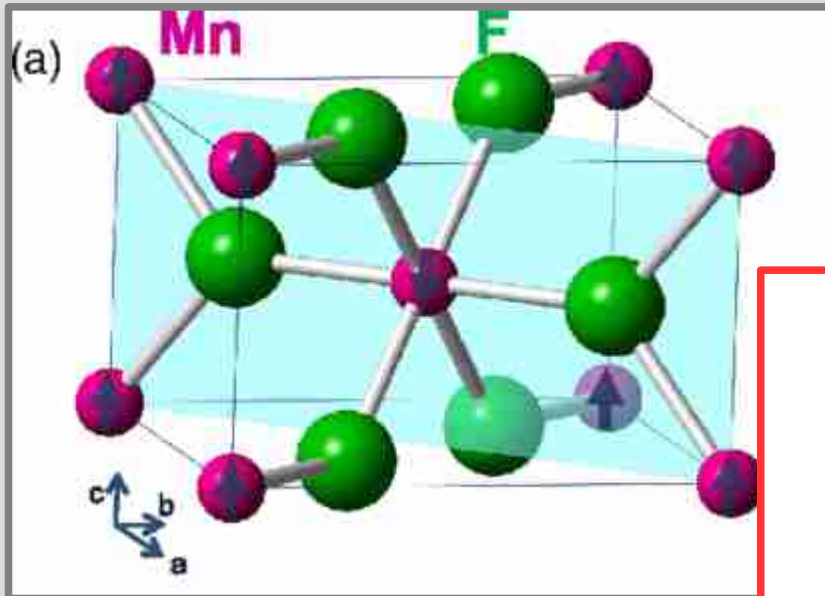


Одноионная  
анизотропия

$$E_a = D S_z^2$$

- $D > 0$ : «легкая плоскость», XY
- $D < 0$ : «легкая ось», изинговская

# Энергия анизотропии



Одноионная  
анизотропия

$$E_a = D S_z^2$$

- $D > 0$ : «легкая плоскость», XY

Модель Гейзенберга

$$\sum_{ij} J_{ij} \hat{\vec{S}}_i \hat{\vec{S}}_j$$

Модель Изинга

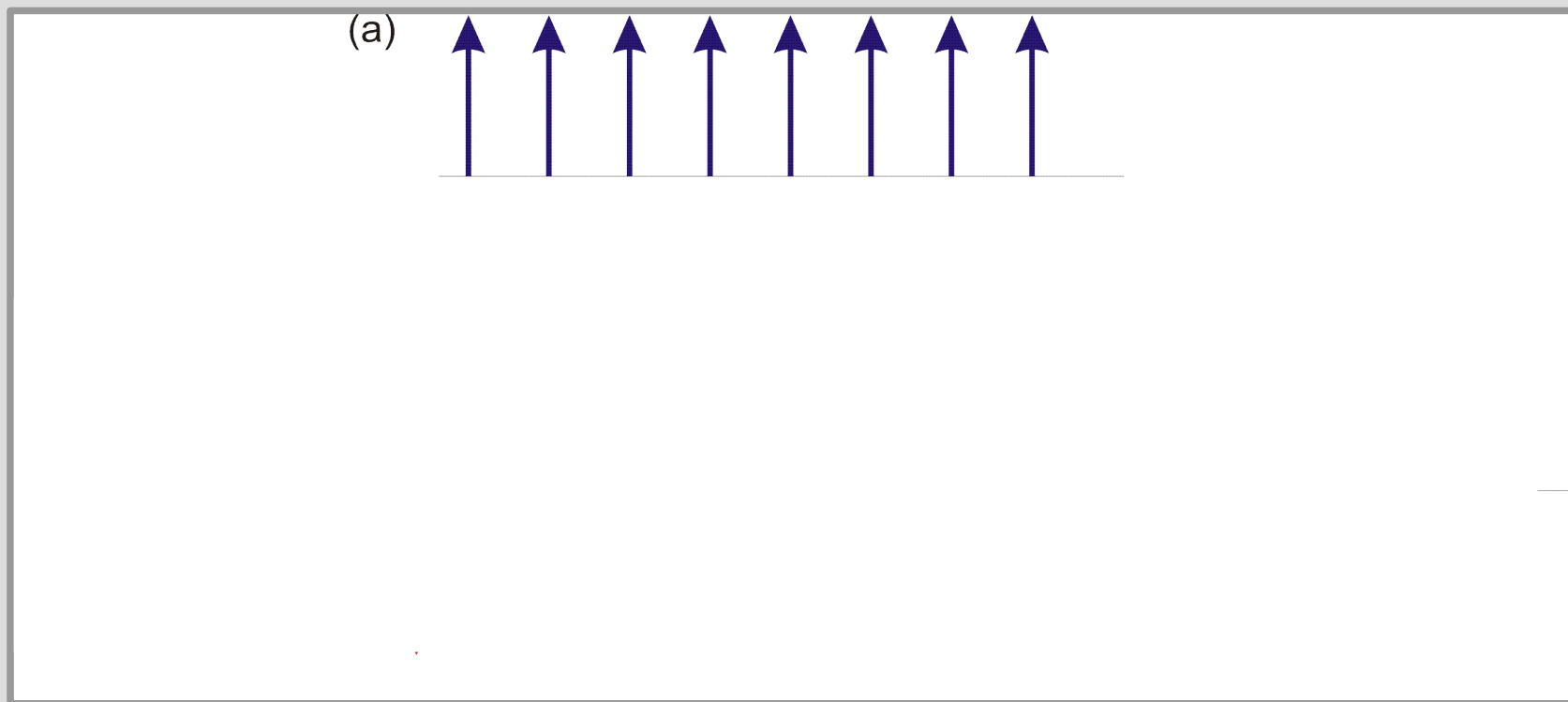
$$\sum_{ij} J_{ij} \hat{S}_i^z \hat{S}_j^z$$

XY-модель

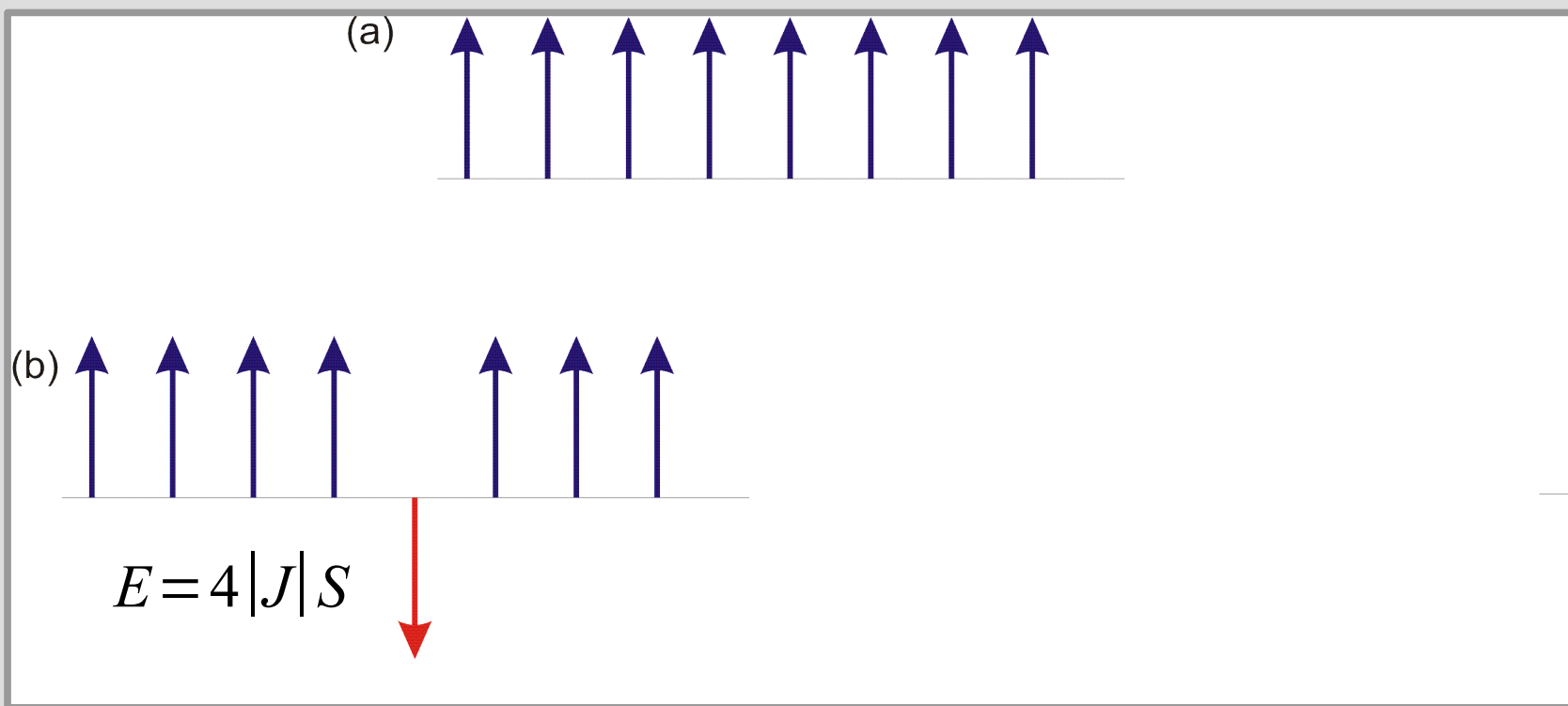
$$\sum_{ij} J_{ij} (\hat{S}_i^x \hat{S}_j^x + \hat{S}_i^y \hat{S}_j^y)$$



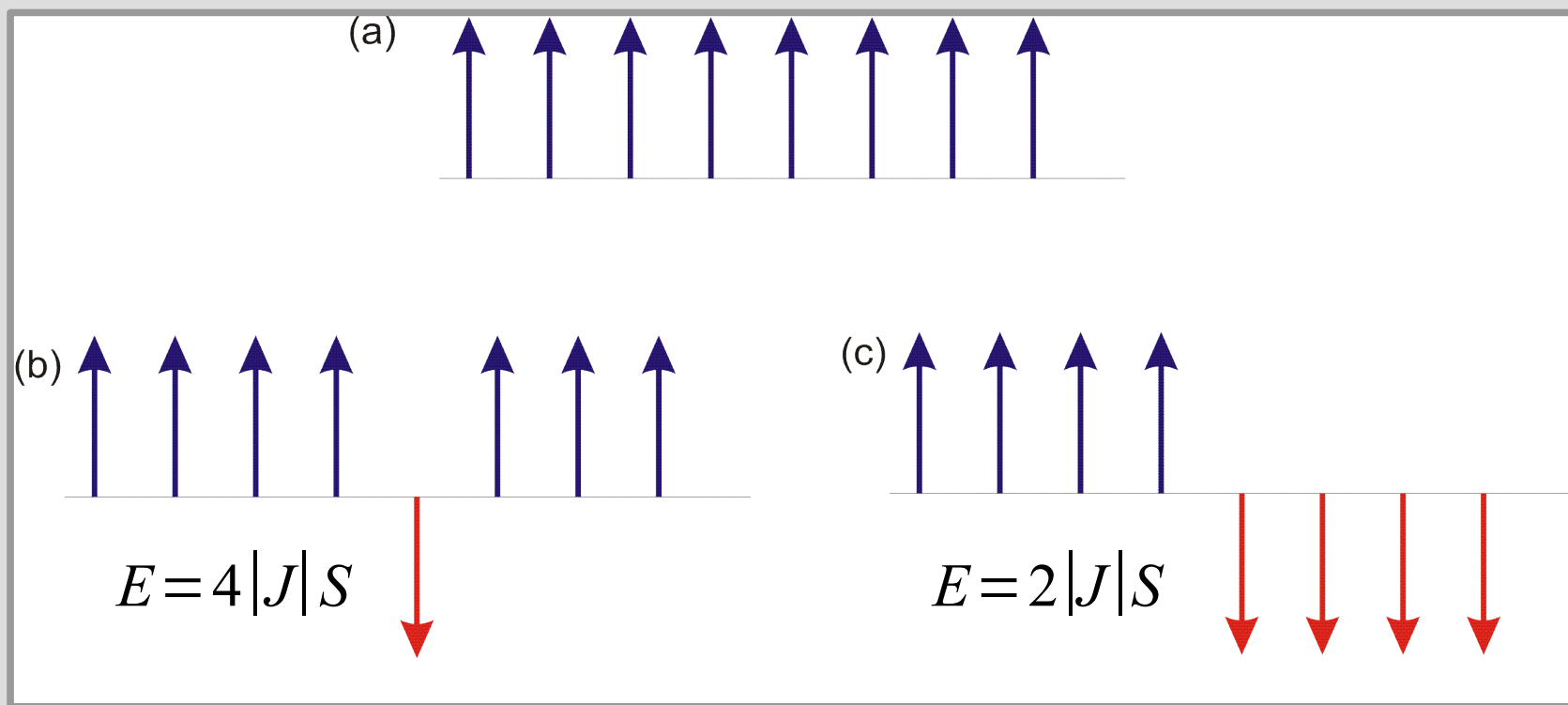
# Элементарные возбуждения одномерной модели Изинга



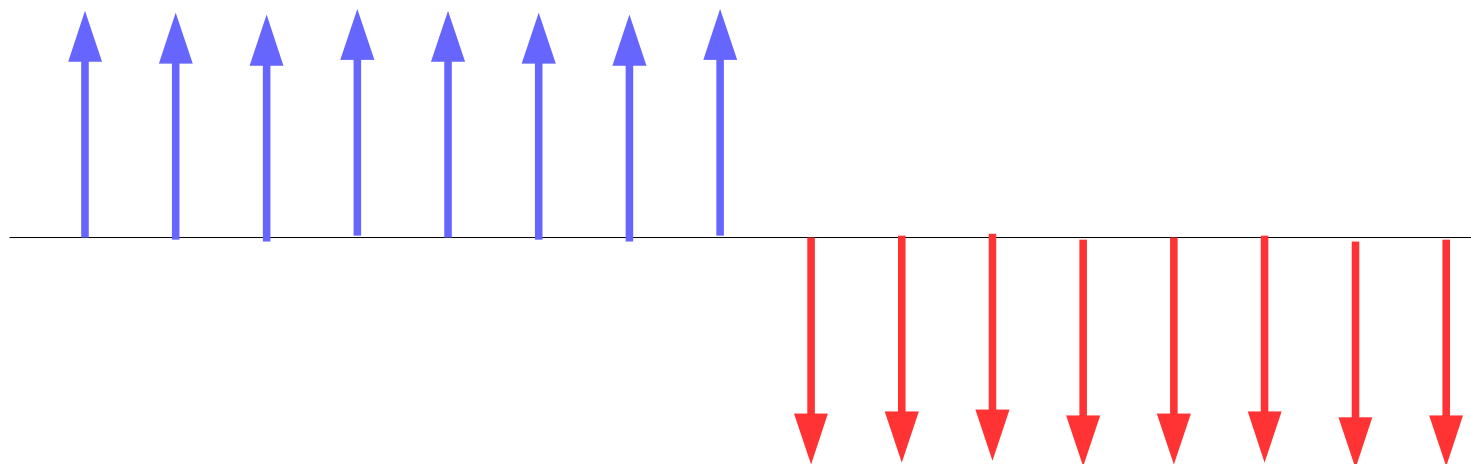
# Элементарные возбуждения одномерной модели Изинга



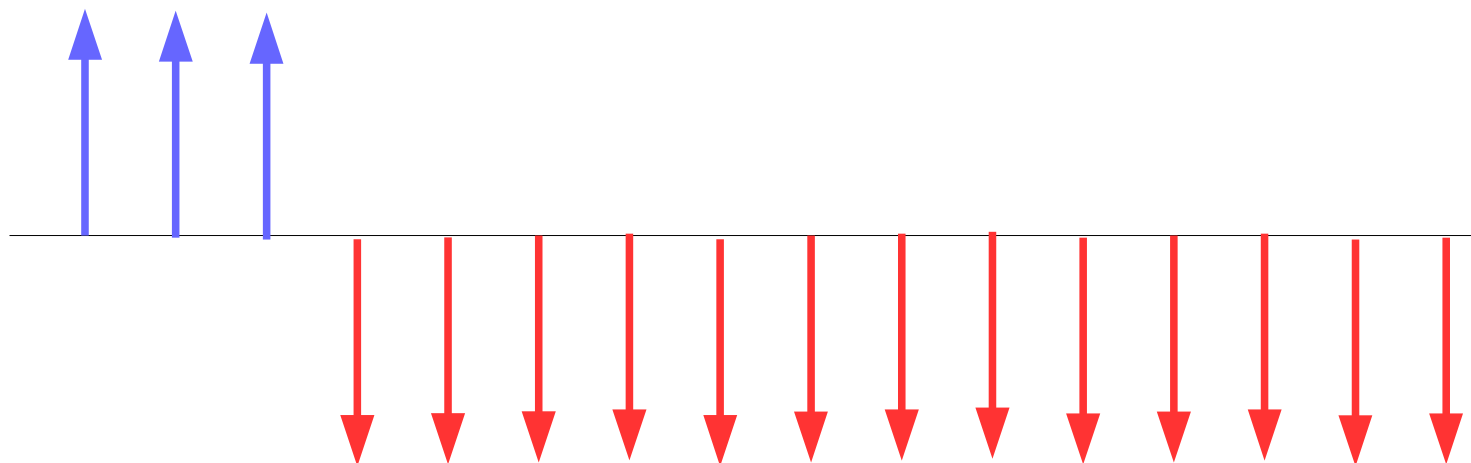
# Элементарные возбуждения одномерной модели Изинга



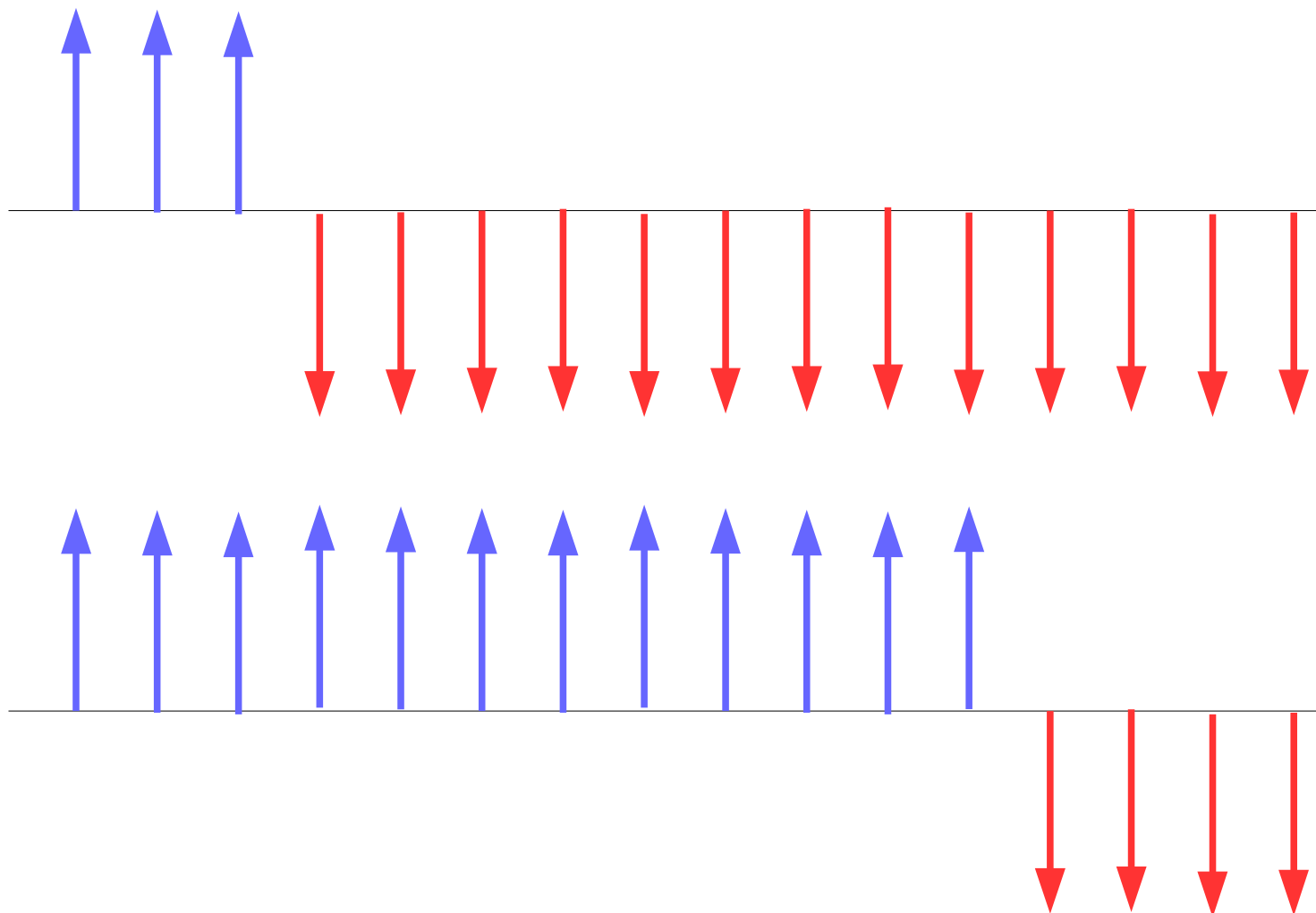
# Элементарные возбуждения одномерной модели Изинга... и конфайнмент



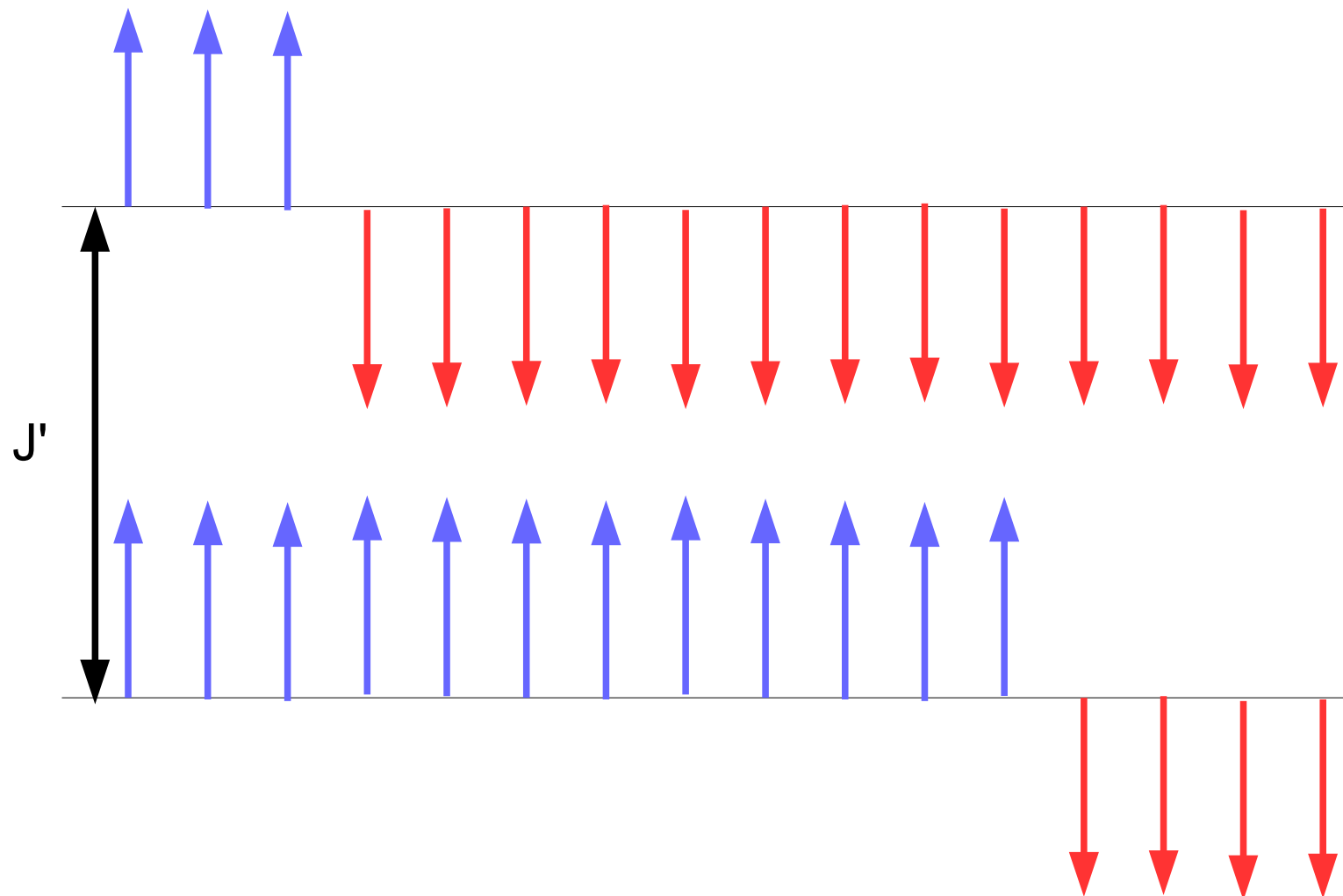
# Элементарные возбуждения одномерной модели Изинга... и конфайнмент



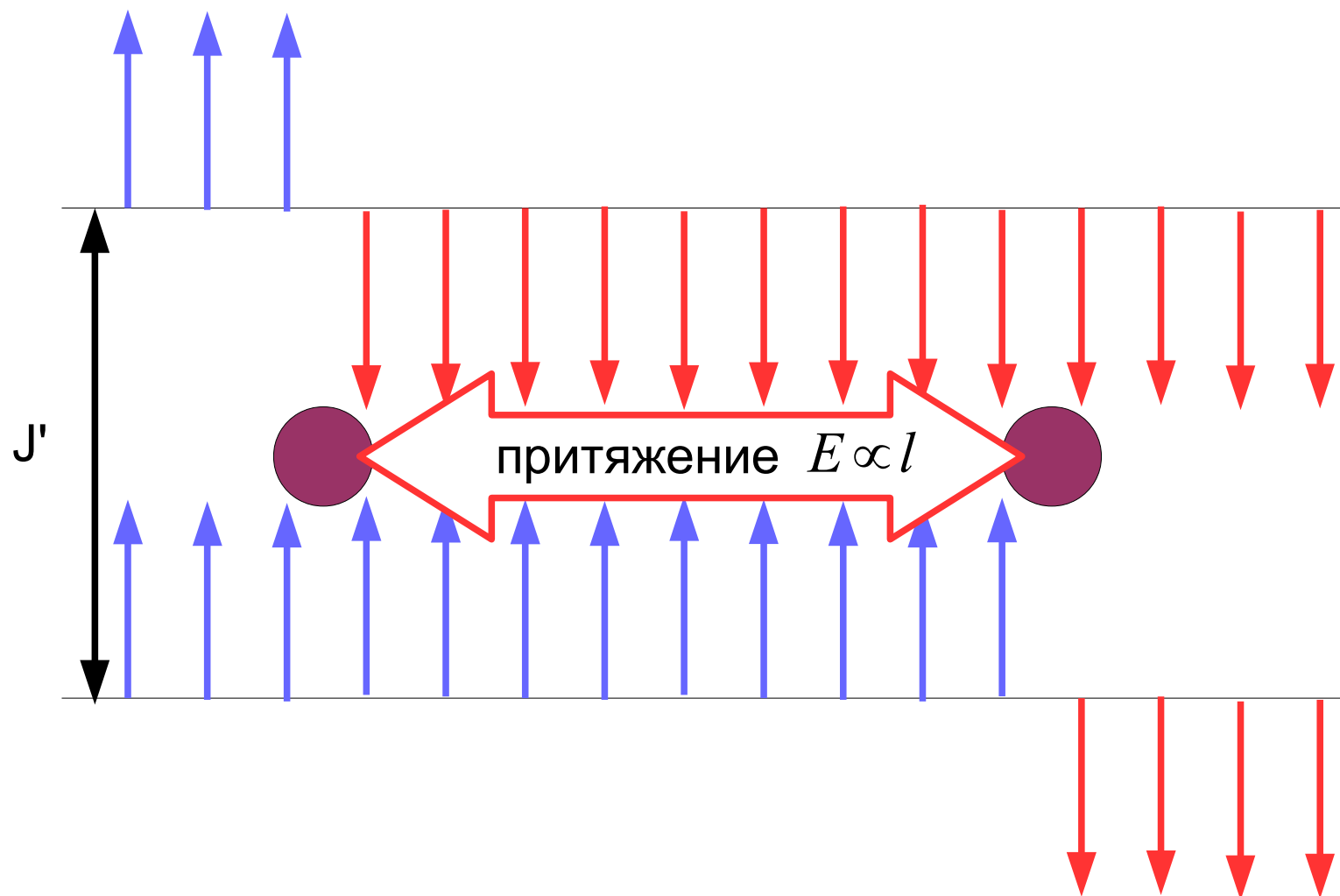
# Элементарные возбуждения одномерной модели Изинга... и конфайнмент



# Элементарные возбуждения одномерной модели Изинга... и конфайнмент

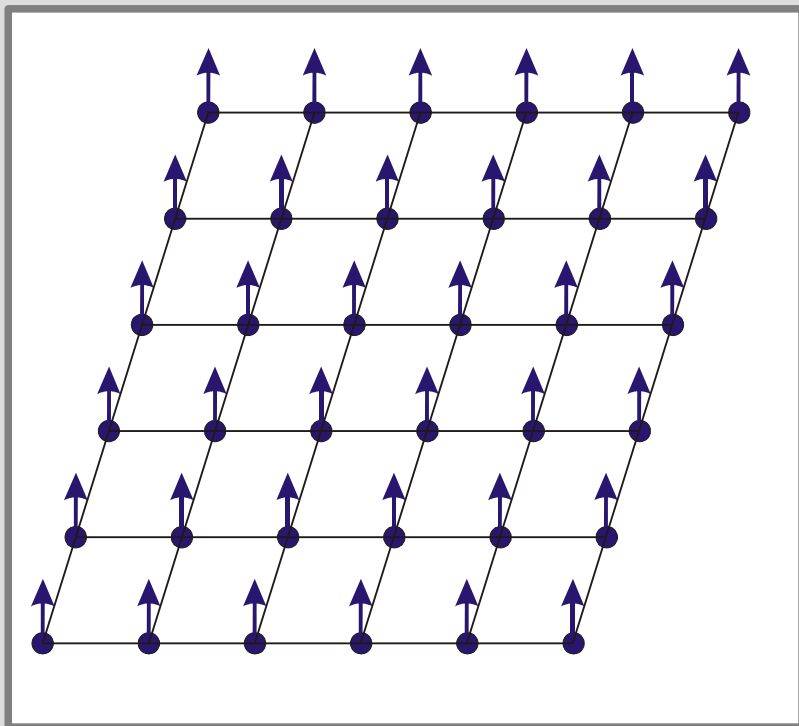


# Элементарные возбуждения одномерной модели Изинга... и конфайнмент





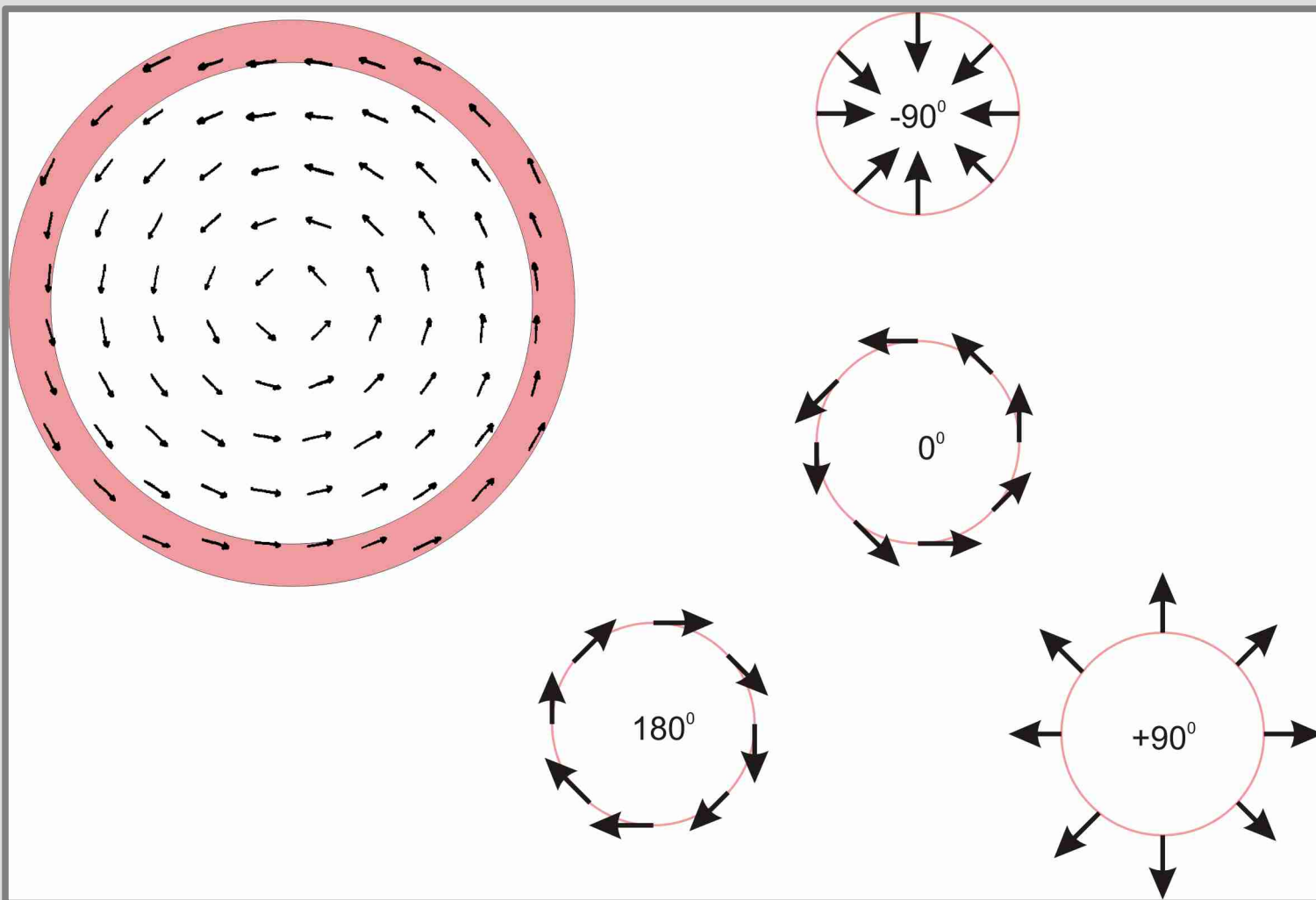
# Отсутствие «обычного» порядка для двумерной XY-модели при $T > 0$



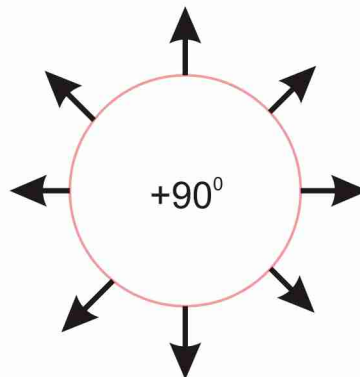
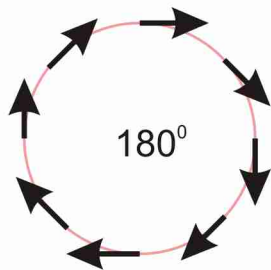
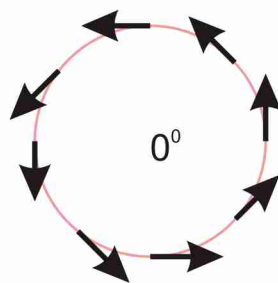
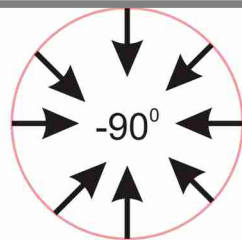
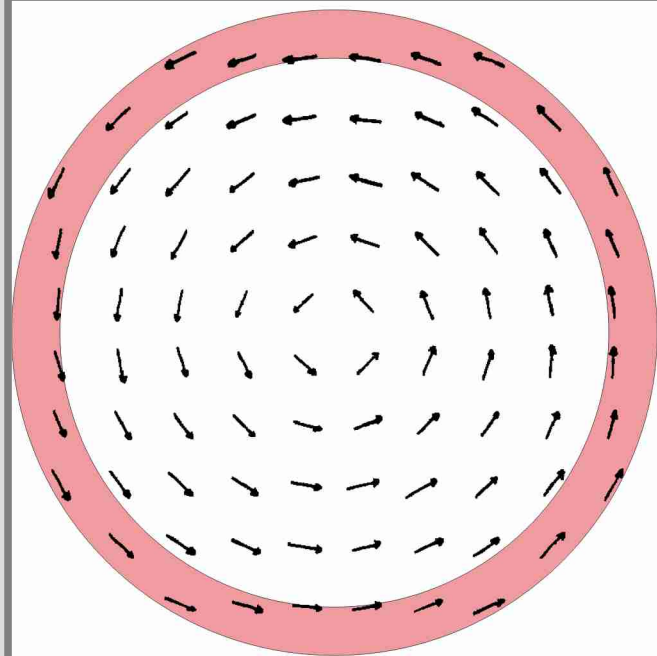
$$\hat{H} = \sum_{\langle i, j \rangle} J_{i, j} \left( \hat{S}_i^x \hat{S}_j^x + \hat{S}_i^y \hat{S}_j^y \right)$$

$$\Delta M \propto N_{\text{магн}} \propto \int \frac{d^2 k}{e^{-ak^2/T} - 1} \propto T \int \frac{d\xi}{e^{\xi} - 1}$$

# Вихревое состояние 2D XY-магнетика



# Вихревое состояние 2D XY-магнетика

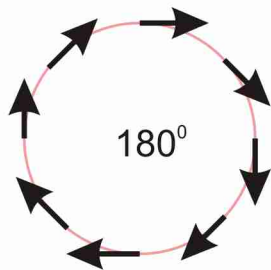
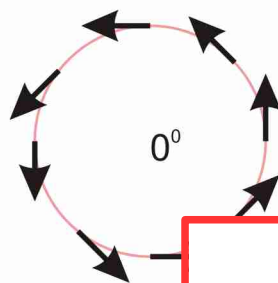
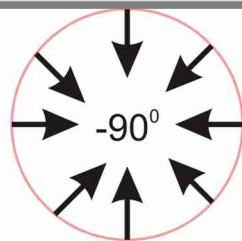
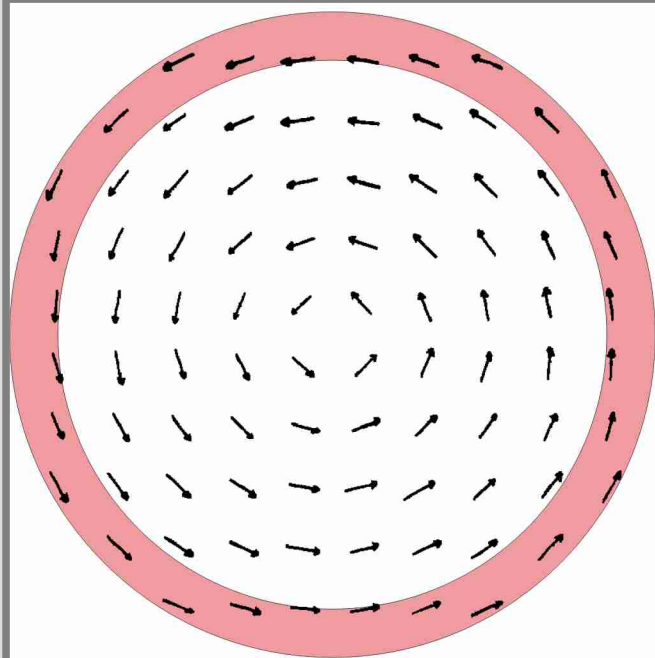


Энергия «вихря»?

$$N = \frac{2\pi r a}{a^2}$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{N} = \frac{a}{r}$$

# Вихревое состояние 2D XY-магнетика



Энергия «вихря»?

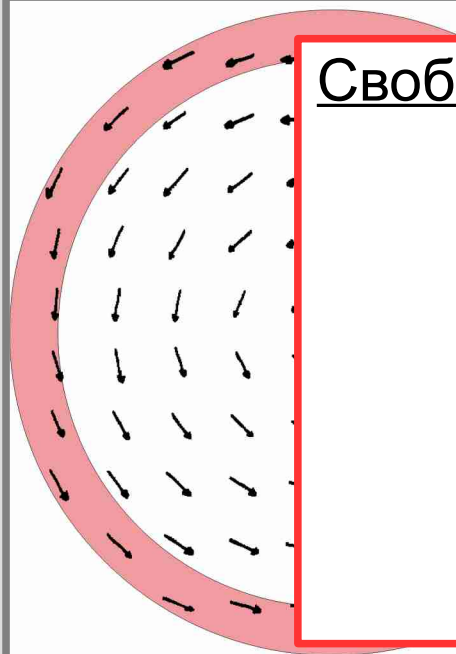
$$N = \frac{2\pi r a}{a^2}$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{N} = \frac{a}{r}$$

$$E \approx E_0 - \frac{J}{2} \sum_i \left( \frac{a}{r_i} \right)^2 N_{r_i} =$$

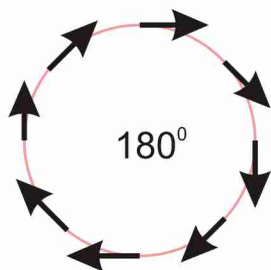
$$= E_0 - \pi J \int \frac{dr}{r} = E_0 - \pi J \ln \left( \frac{R}{r_0} \right)$$

# Вихревое состояние 2D XY-магнетика



Свободная энергия

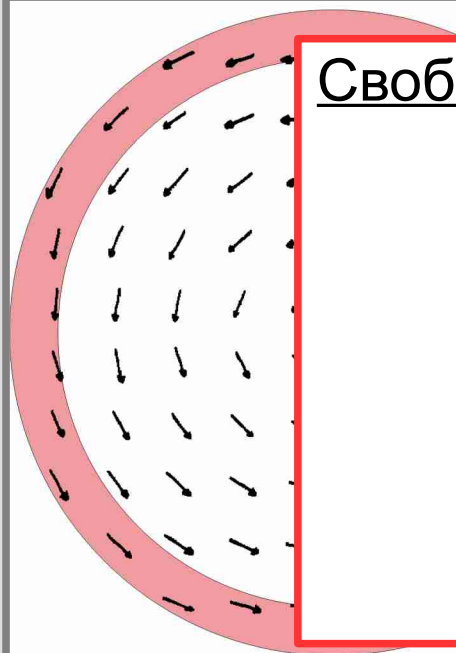
$$F = E - TS = F_0 - \pi J \ln \left( \frac{R}{r_0} \right) - 2T \ln \left( \frac{R}{r_0'} \right) \approx$$



$$E \approx E_0 - \frac{1}{2} \sum_i \left( \frac{1}{r_i} \right)^2 N_{r_i} =$$

$$= E_0 - \pi J \int \frac{dr}{r} = E_0 - \pi J \ln \left( \frac{R}{r_0} \right)$$

# Вихревое состояние 2D XY-магнетика

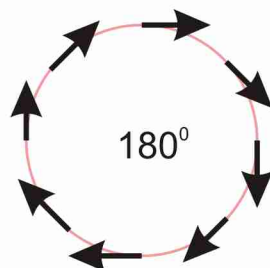


Свободная энергия

$$F = E - TS = F_0 - \pi J \ln \left( \frac{R}{r_0} \right) - 2T \ln \left( \frac{R}{r_0'} \right) \approx$$

$$\approx F_0 - 2 \left( T - \frac{\pi |J|}{2} \right) \ln \left( \frac{R}{r_0} \right)$$

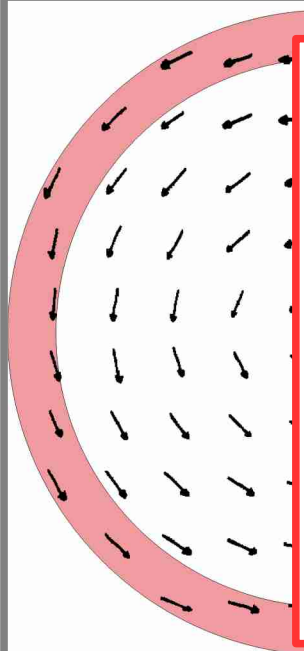
$$T_c \approx \frac{\pi |J|}{2}$$



$$E \approx E_0 - \frac{1}{2} \sum_i \left( \frac{1}{r_i} \right)^2 N_{r_i} =$$

$$= E_0 - \pi J \int \frac{dr}{r} = E_0 - \pi J \ln \left( \frac{R}{r_0} \right)$$

# Вихревое состояние 2D XY-магнетика



Свободная энергия

$$F = E - TS = F_0 - \pi J \ln \left( \frac{R}{r_0} \right) - 2T \ln \left( \frac{R}{r_0'} \right) \approx$$

$$\approx F_0 - 2 \left( T - \frac{\pi |J|}{2} \right) \ln \left( \frac{R}{r_0} \right)$$

$$T_c \approx \frac{\pi |J|}{2}$$

Топологический  
фазовый переход:

Спонтанное  
образование свободных  
вихрей при  $T > T_c$

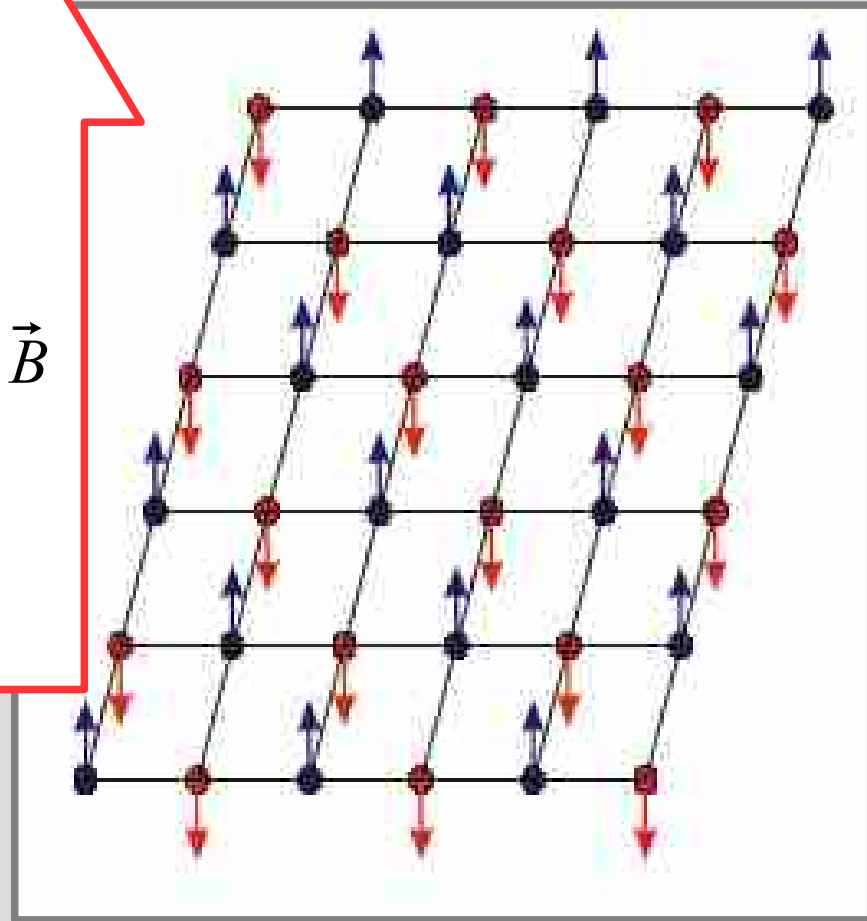
$$E \approx E_0 - \frac{1}{2} \sum_i \left( \frac{1}{r_i} \right)^2 N_{r_i} =$$

$$= E_0 - \pi J \int \frac{dr}{r} = E_0 - \pi J \ln \left( \frac{R}{r_0} \right)$$

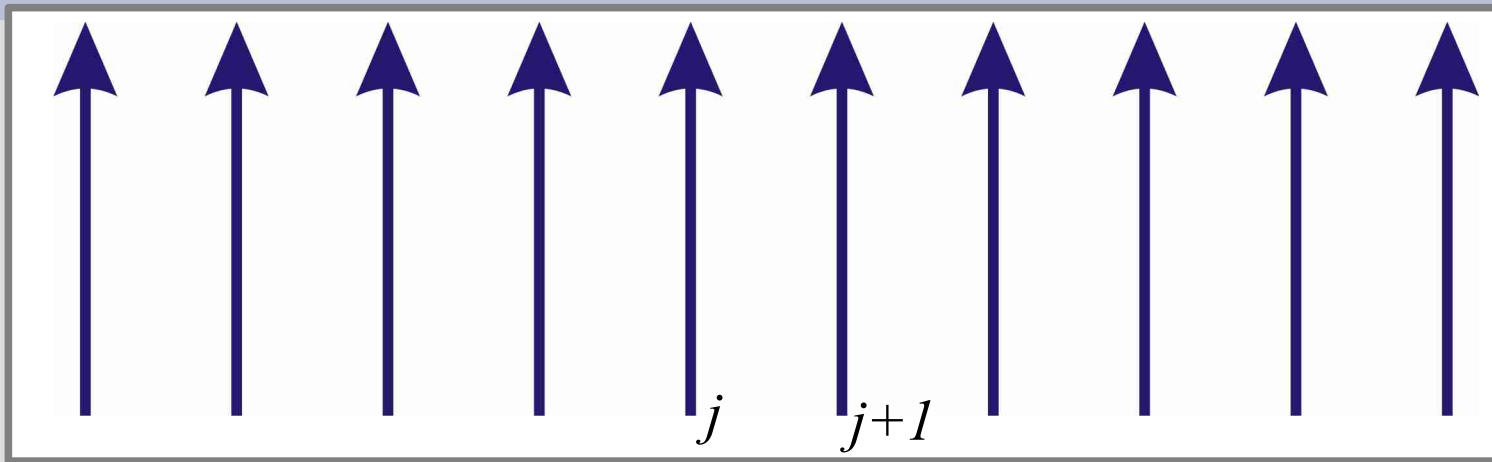
# Часть 7. Квантовое рассмотрение задачи о насыщении антиферромагнетика в большом поле.



# Квантовое рассмотрение задачи о насыщении антиферромагнетика в большом поле.



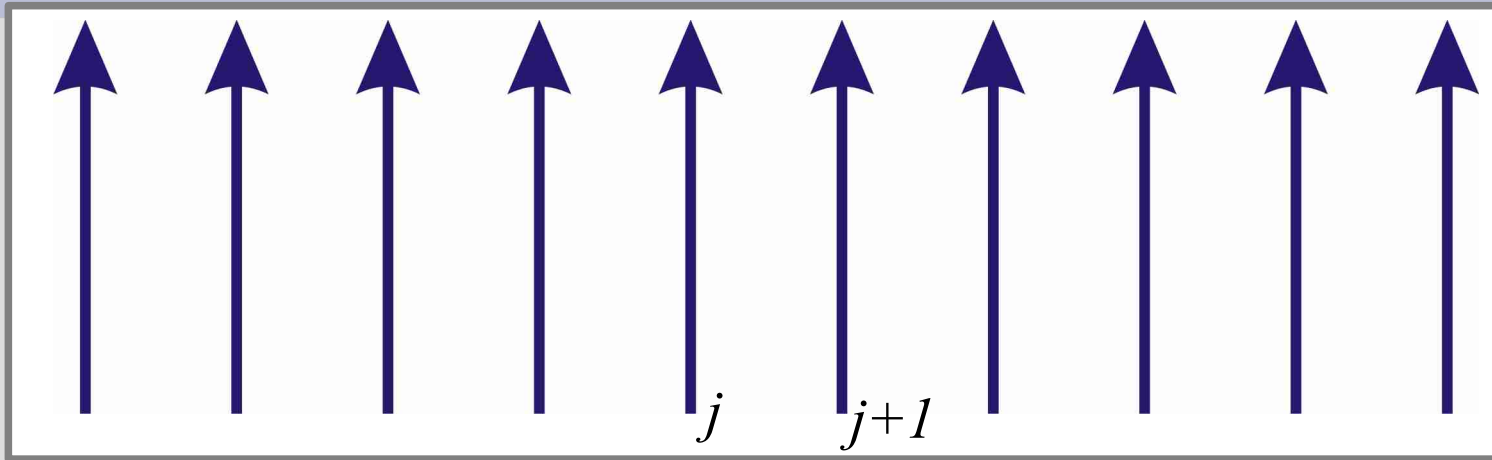
# Квантовое рассмотрение задачи о насыщении антиферромагнетика в большом поле.



$$S = 1/2$$

$$\psi_0 = | \dots ++++++ \dots \rangle$$

# Квантовое рассмотрение задачи о насыщении антиферромагнетика в большом поле.



$$S=1/2$$

$$\psi_0 = |\dots ++++++ \dots \rangle$$

$$\psi_j = |\dots +++++-++++ \dots \rangle$$

$$\psi(k) = \sum e^{ikR_j} \psi_j$$

# Квантовое рассмотрение задачи о насыщении антиферромагнетика в большом поле



$$\begin{aligned}\hat{H} \psi(k) &= \left[ J \sum \left( S_j^z S_{j+1}^z + \frac{S_j^+ S_{j+1}^- + S_j^- S_{j+1}^+}{2} \right) - 2\mu_B B \sum S_j^z \right] \psi(k) = \\ &= \left( N_{\text{связей}} J S^2 - 2 \times 2 \times J S^2 \right) \psi(k) + \frac{J}{2} (e^{ika} + e^{-ika}) \psi(k) - \\ &\quad - \left( 2\mu_B B \frac{N_{\text{спин}}}{2} + 2\mu_B B \right) \psi(k)\end{aligned}$$

$$S = 1/2$$

$$\psi_0 = | \dots ++++++ \dots \rangle$$

$$\psi_j = | \dots ++++++ - ++++++ \dots \rangle$$

$$\psi(k) = \sum e^{ikR_j} \psi_j$$

# Квантовое рассмотрение задачи о насыщении антиферромагнетика в большом поле



$$\begin{aligned}\hat{H} \psi(k) &= \left[ J \sum \left( S_j^z S_{j+1}^z + \frac{S_j^+ S_{j+1}^- + S_j^- S_{j+1}^+}{2} \right) - 2\mu_B B \sum S_j^z \right] \psi(k) = \\ &= \left( N_{\text{связей}} J S^2 - 2 \times 2 \times J S^2 \right) \psi(k) + \frac{J}{2} (e^{ika} + e^{-ika}) \psi(k) - \\ &\quad - \left( 2\mu_B B \frac{N_{\text{спинов}}}{2} + 2\mu_B B \right) \psi(k)\end{aligned}$$

$$S = 1/2$$

$$\psi_0 = | \dots ++++++ \rangle$$

$$\psi_j = | \dots +++++-+++++ \dots \rangle$$

$$\psi(k) = \sum e^{ikR_j} \psi_j$$

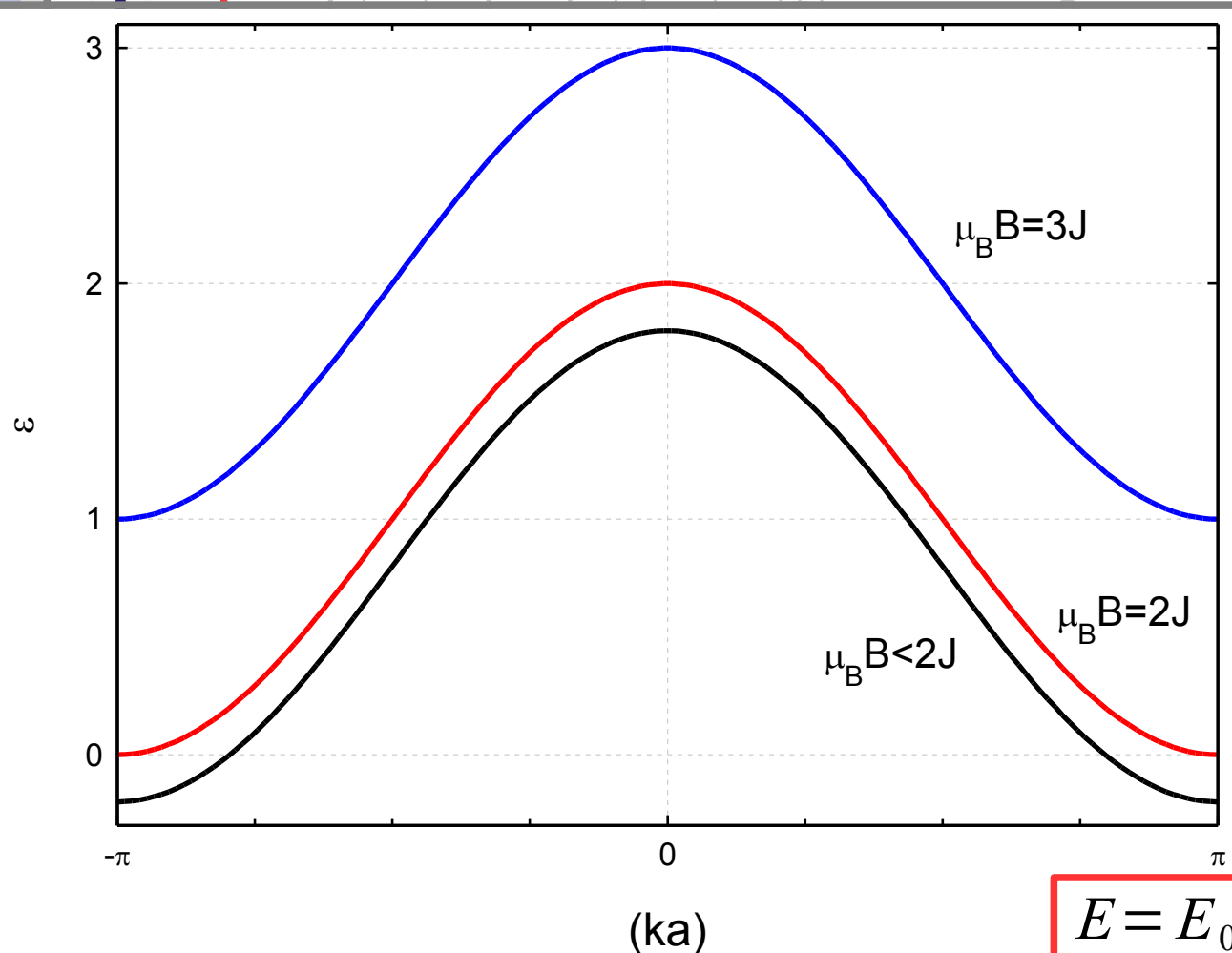
$$E = E_0 + J \cos(ak) - J + 2\mu_B B$$

$$\varepsilon = J \cos(ak) - J + 2\mu_B B$$

# Квантовое рассмотрение задачи о насыщении антиферромагнетика в большом поле

$$\hat{H} \psi(k) = \left[ J \sum \left( S_j^z S_{j+1}^z + \frac{S_j^+ S_{j+1}^- + S_j^- S_{j+1}^+}{2} \right) - 2\mu_B B \sum S_j^z \right] \psi(k) =$$

$$\left( e^{ika} + e^{-ika} \right) \psi(k) -$$



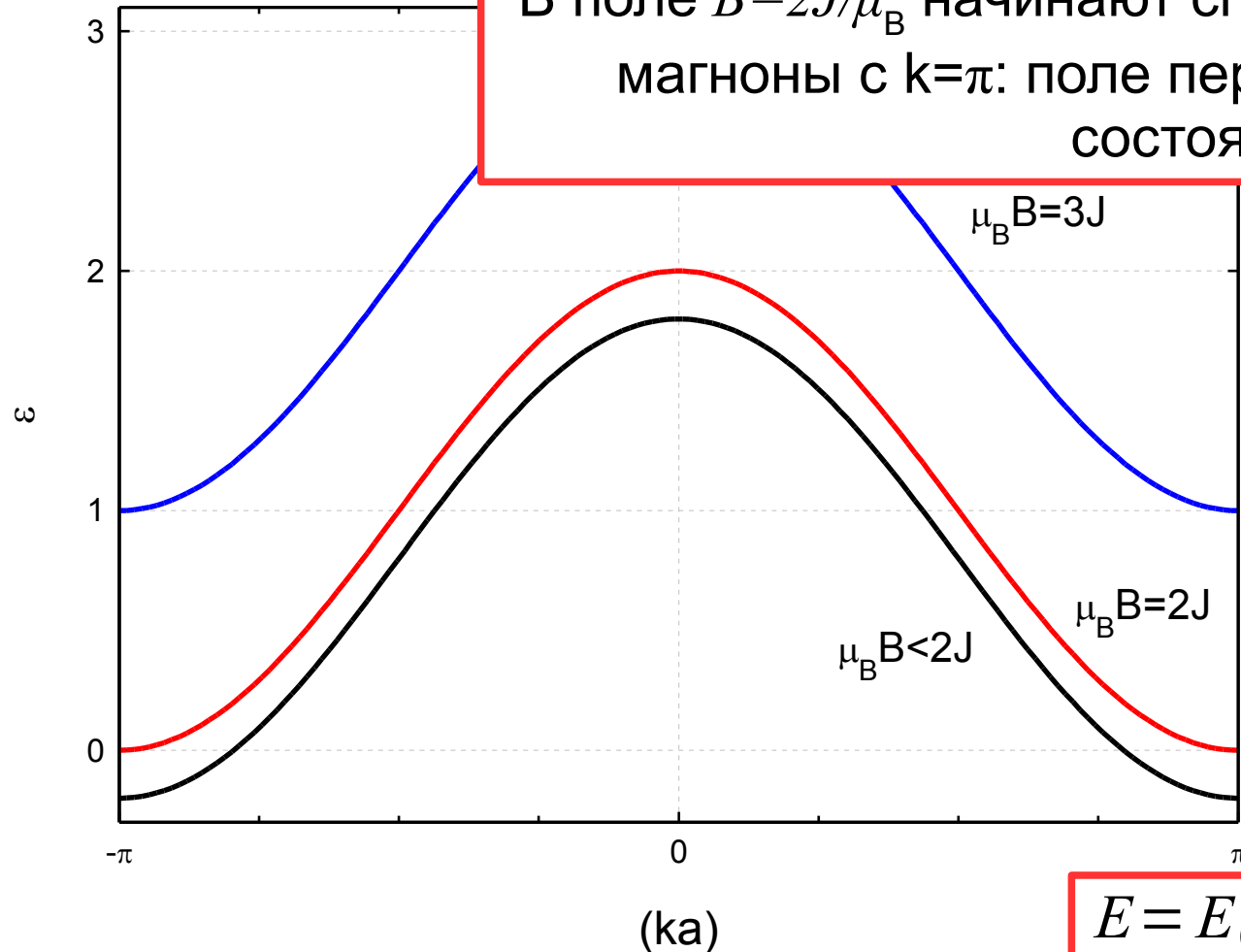
$$E = E_0 + J \cos(ak) - J + 2\mu_B B$$

$$\varepsilon = J \cos(ak) - J + 2\mu_B B$$

# Квантовое рассмотрение задачи о насыщении антиферромагнетика в большом поле

$$\hat{H} \psi(k) = \left[ \sum_i \left( \sigma_i^z \sigma_{i+1}^z + S_i^+ S_{i+1}^- + S_i^- S_{i+1}^+ \right) + \mu_B B \sum_i \sigma_i^z \right] \psi(k)$$

В поле  $B = 2J/\mu_B$  начинают спонтанно образовываться магноны с  $k=\pi$ : поле перехода в насыщенное состояние.



$$E = E_0 + J \cos(ak) - J + 2\mu_B B$$

$$\varepsilon = J \cos(ak) - J + 2\mu_B B$$