Интересные математические факты
для общего развития

1 Формулы Тейлора

$$(1+x)^\alpha = 1+\alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2 + o\left(x^2\right)$$
$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + o\left(x^3\right)$$
$$\operatorname{tg} x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2}{15}x^5 + o(x^6)$$
$$\operatorname{arctg} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + o\left(x^6\right)$$
$$\operatorname{arcctg} x = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x$$
$$\arcsin x = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + o\left(x^6\right)$$
$$\arccos x = \frac{\pi}{2} - \arcsin x$$

2 Производные

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$
$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

3 Интегралы

$$\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C$$
$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \ln\left|x+\sqrt{x^2+a^2}\right| + C.$$

Дифференциальный бином:

$$I = \int x^m\left(a+bx^n\right)^p dx,\ \ (m,n,p \in \mathbb{Q})\,.$$

Замены:

- $p \in \mathbb{Z}$:
  $x = t^k$, k — общ. знам. m и n
- $\frac{m+1}{n} \in \mathbb{Z}$:
  $a + bx^n = t^s$, s — знам. p
- $p + \frac{m+1}{n} \in \mathbb{Z}$:
  $ax^{-n} + b = t^s$, s — знам. p.

4 Сходимость

	Да	Нет
$\int\limits_1^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha}dx$	$\alpha > 1$	$\alpha \leqslant 1$
$\int\limits_0^1 \frac{1}{x^\alpha}dx$	$\alpha < 1$	$\alpha \geqslant 1$
$\int\limits_2^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha \lvert\ln x\rvert^\beta}$	$\alpha>1,\ \beta\in\mathbb{R}$ $\alpha=1,\ \beta>1$	$\alpha<1,\ \beta\in\mathbb{R}$ $\alpha=1,\ \beta\leqslant1$
$\int\limits_0^{1/2} \frac{dx}{x^\alpha \lvert\ln x\rvert^\beta}$	$\alpha<1,\ \beta\in\mathbb{R}$ $\alpha=1,\ \beta>1$	$\alpha>1,\ \beta\in\mathbb{R}$ $\alpha=1,\ \beta\leqslant1$