

# Лекция 7. Экспериментальные методы изучения кристаллов, ферми- поверхностей, полупроводников

# Калейдоскоп методов

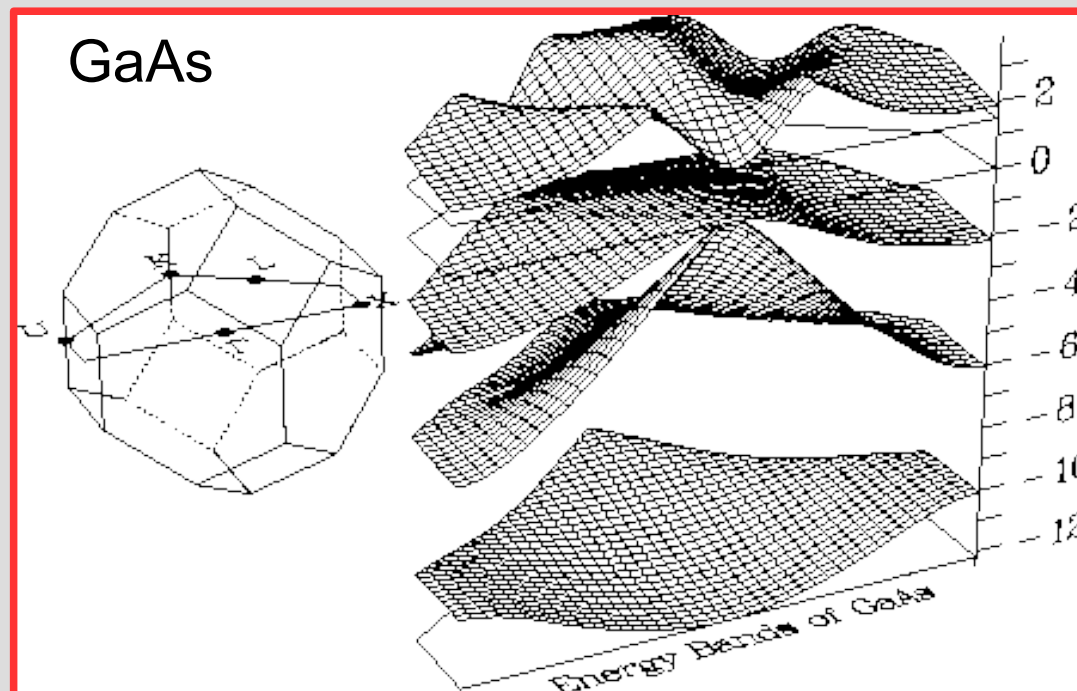


<http://malyutka.net/2015/06/delaem-kaleydoskop.html>

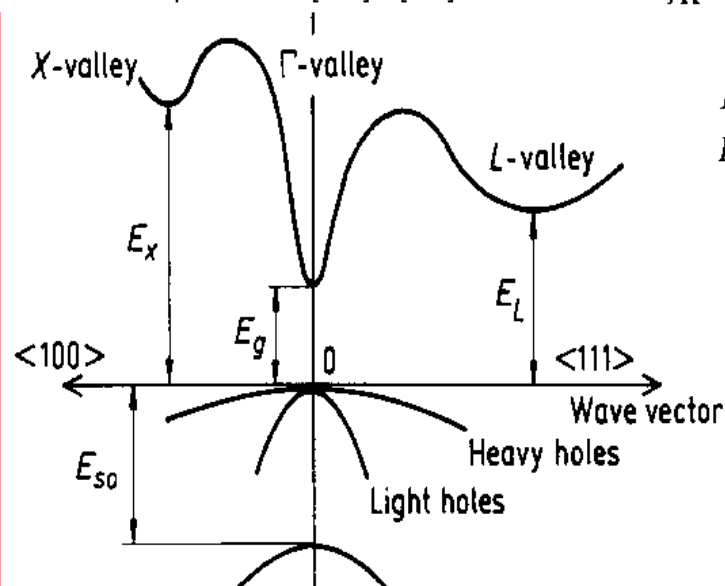
- Экситоны в полупроводнике
- Обзор методов дифракции и неупругого рассеяния
- ARPES
- Осцилляционные эффекты в металлах

# Часть 1. Экситоны в полупроводнике

# Напоминание: зонная структура полупроводника



Сечение дисперсионных поверхностей арсенида галлия в направлениях  $[100]$  и  $[111]$ .



0 K  $E_g = 1.42$  eV

$E_L = 1.71$  eV

$E_x = 1.90$  eV

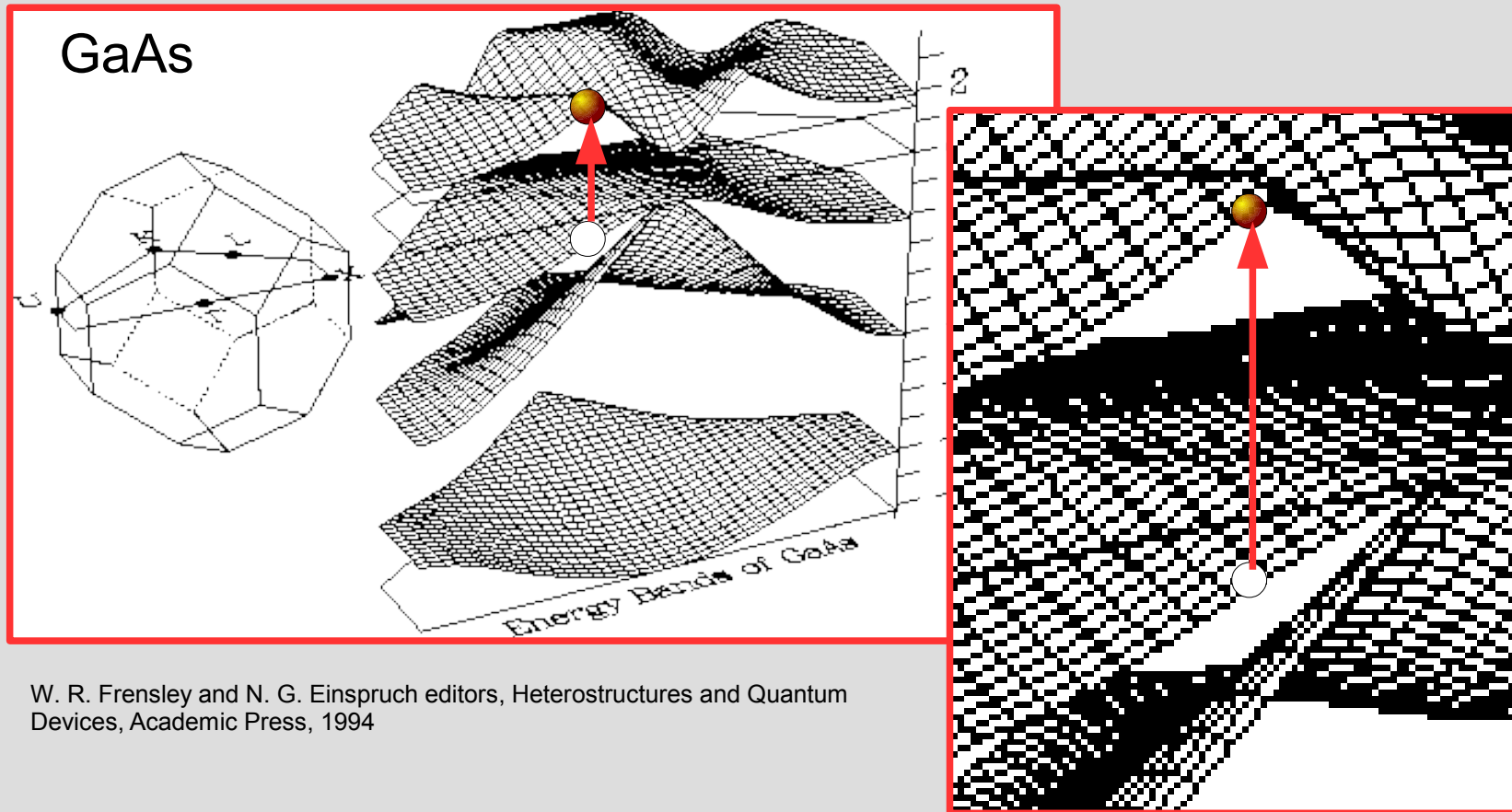
$E_{so} = 0.34$  eV

Semiconductors on NSM, <http://www.ioffe.ru/SVA/NSM/Semicond/>

W. R. Frensley and N. G. Einspruch editors, Heterostructures and Quantum Devices, Academic Press, 1994

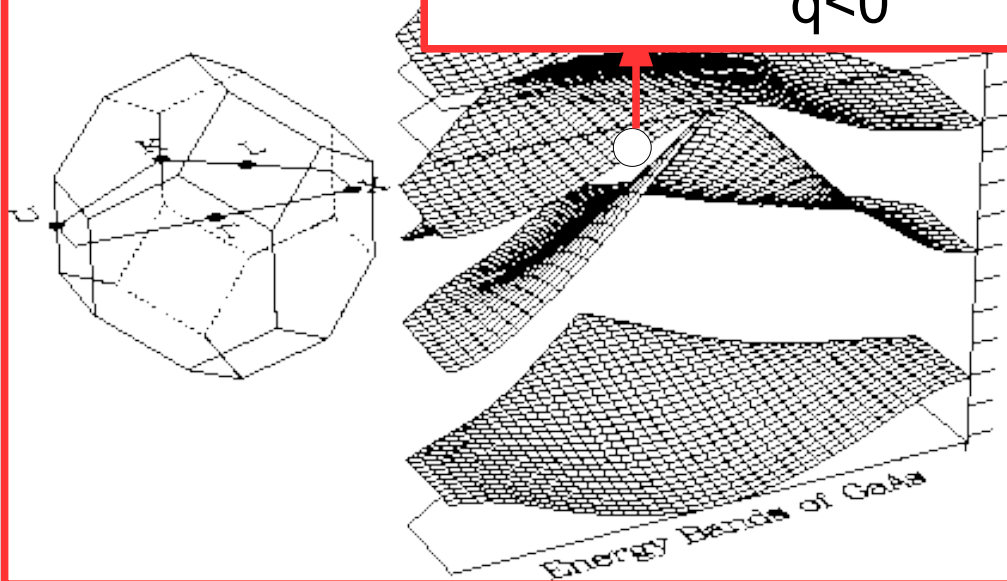
массы дырок:  $0.51m_0$  и  $0.082m_0$   
масса электронов:  $0.063m_0$

# Переход электрона между зонами



# Переход электрона между зонами

GaAs



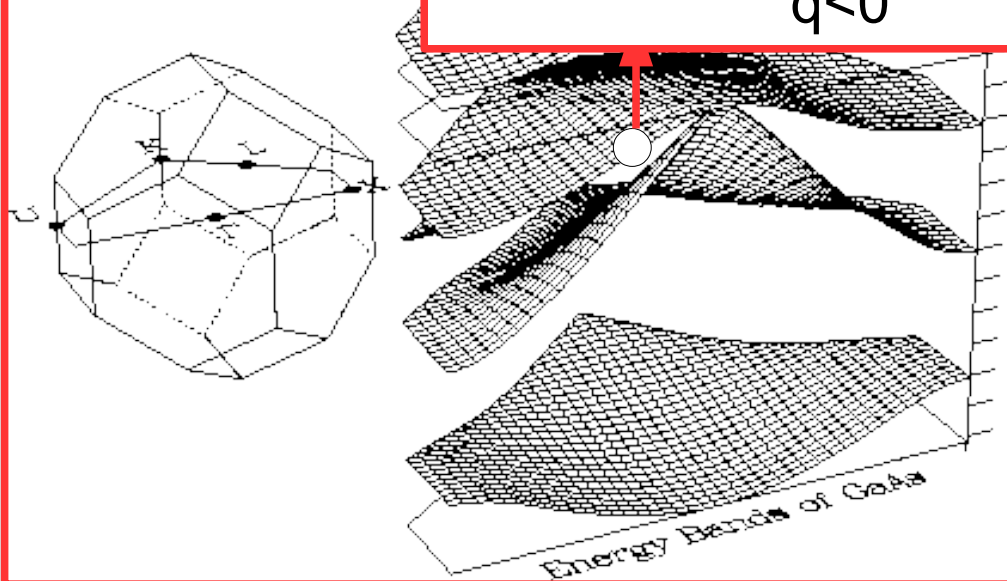
Электрон в зоне  
проводимости  
 $q < 0$



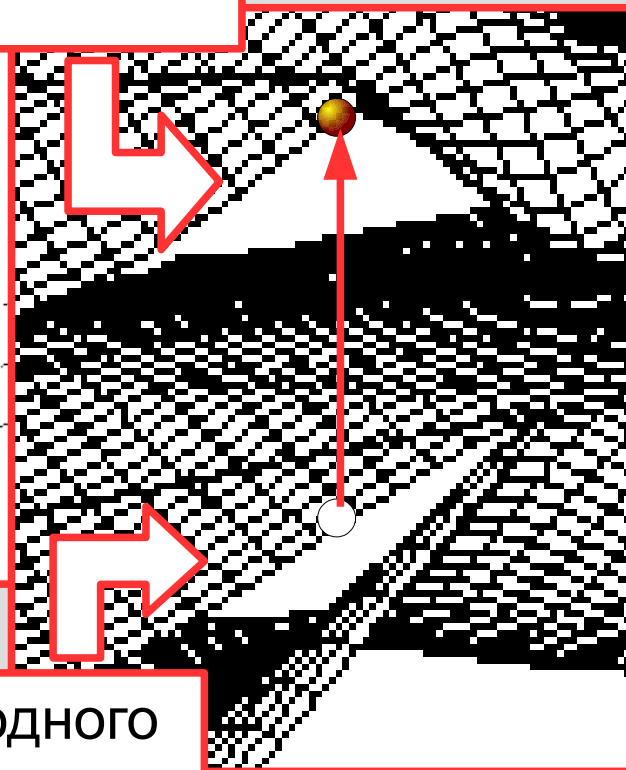
W. R. Frensley and N. G. Einspruch editors, Heterostructures and Quantum Devices, Academic Press, 1994

# Переход электрона между зонами

GaAs



Электрон в зоне  
проводимости  
 $q < 0$



W. R. Frensley and N. G. Einspruch editors, Heterostructures and Quantum Devices, Academic Press, 1994

Валентная зона без одного  
электрона  
= «дырка»,  $q > 0$



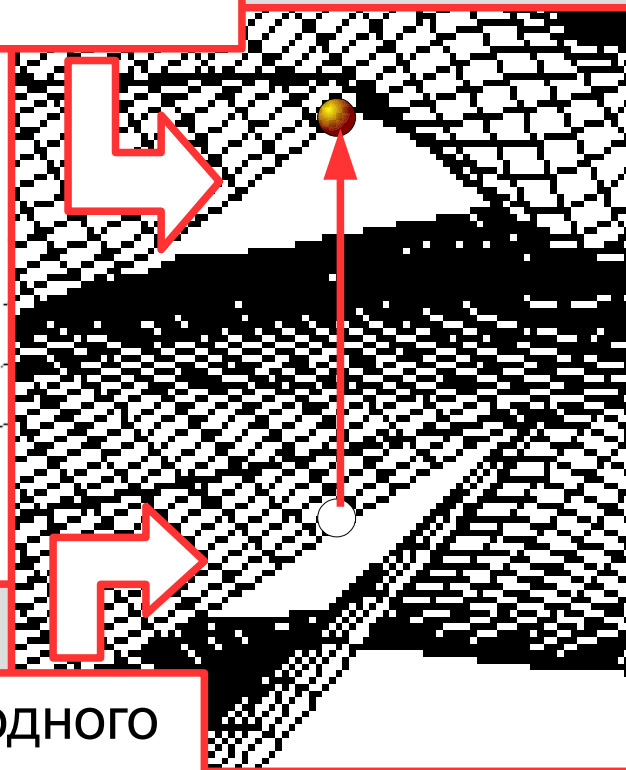
# Переход электрона между зонами

GaAs

Электрон в зоне  
проводимости  
 $q < 0$

Возможно ли  
связанное состояние  
разноименных заряженных  
«частиц»?

Валентная зона без одного  
электрона  
= «дырка»,  $q > 0$





# Экситон Ванье-Мотта: связанное состояние электрона и дырки с $r \gg a$ .

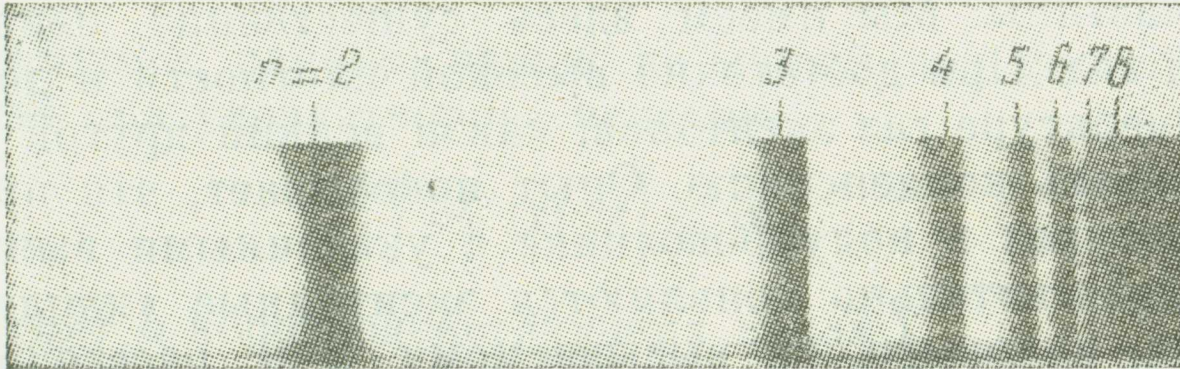
$$E = E_g - \frac{1}{\epsilon^2} \frac{m_e m_h}{m_0 (m_e + m_h)} Ry \frac{1}{n^2} + \frac{\hbar^2}{2 (m_e + m_h)} k^2$$

с учётом «цены»  
создания электрона  
и движения как  
целого

# Экситон Ванье-Мотта: связанное состояние электрона и дырки с $r \gg a$ .

$$E = E_g - \frac{1}{\epsilon^2} \frac{m_e m_h}{m_0(m_e + m_h)} Ry \frac{1}{n^2} + \frac{\hbar^2}{2(m_e + m_h)} k^2$$

с учётом «цены»  
создания электрона  
и движения как  
целого

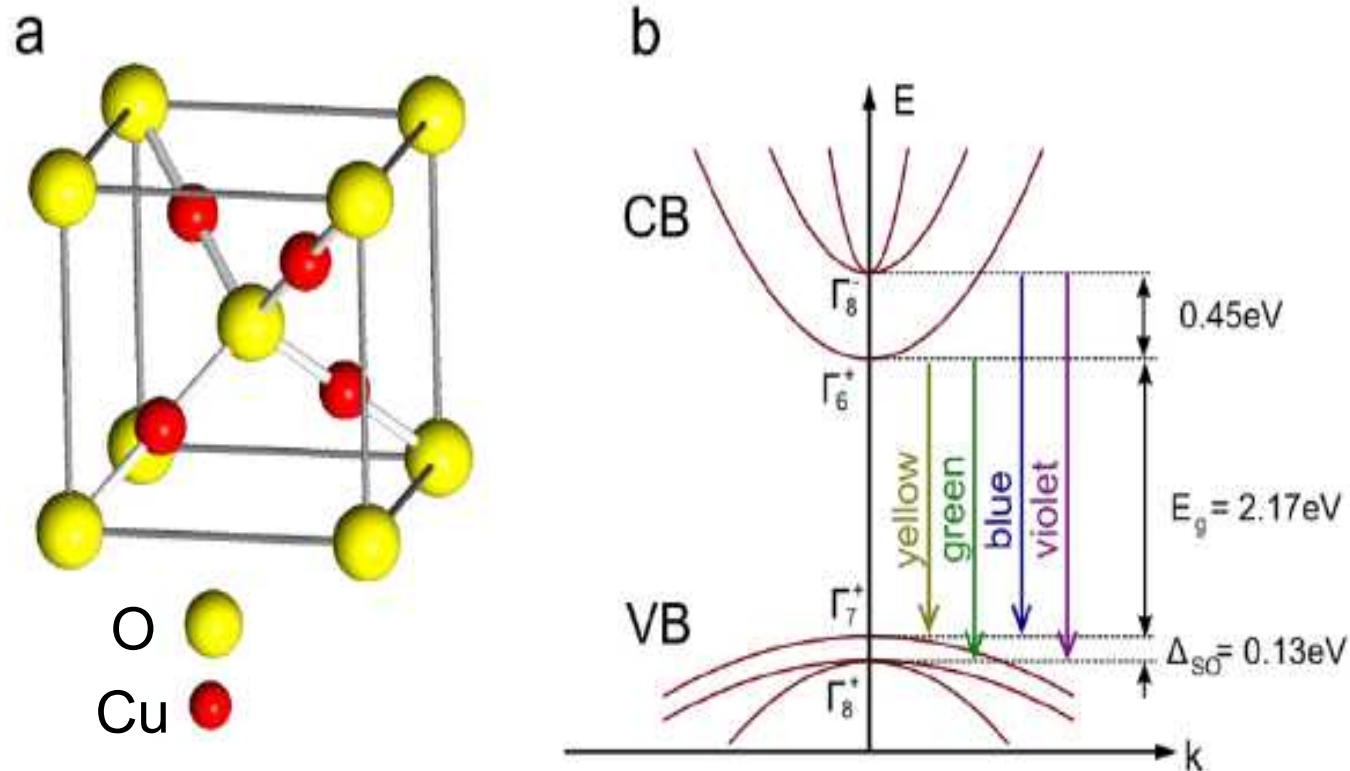


Спектр пропускания полупроводника  $\text{Si}_2\text{O}$  на границе жёлтого края поглощения. Температура 1.3 К.

В.Л.Бонч-Бруевич и С.Г.Калашников, Физика полупроводников, М.: Наука, 1990

$$\hbar \omega = E_g - \frac{1}{\epsilon^2} \frac{m_e m_h}{m_0(m_e + m_h)} Ry \frac{1}{n^2}$$

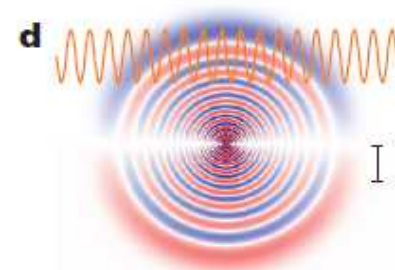
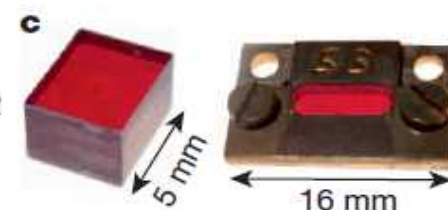
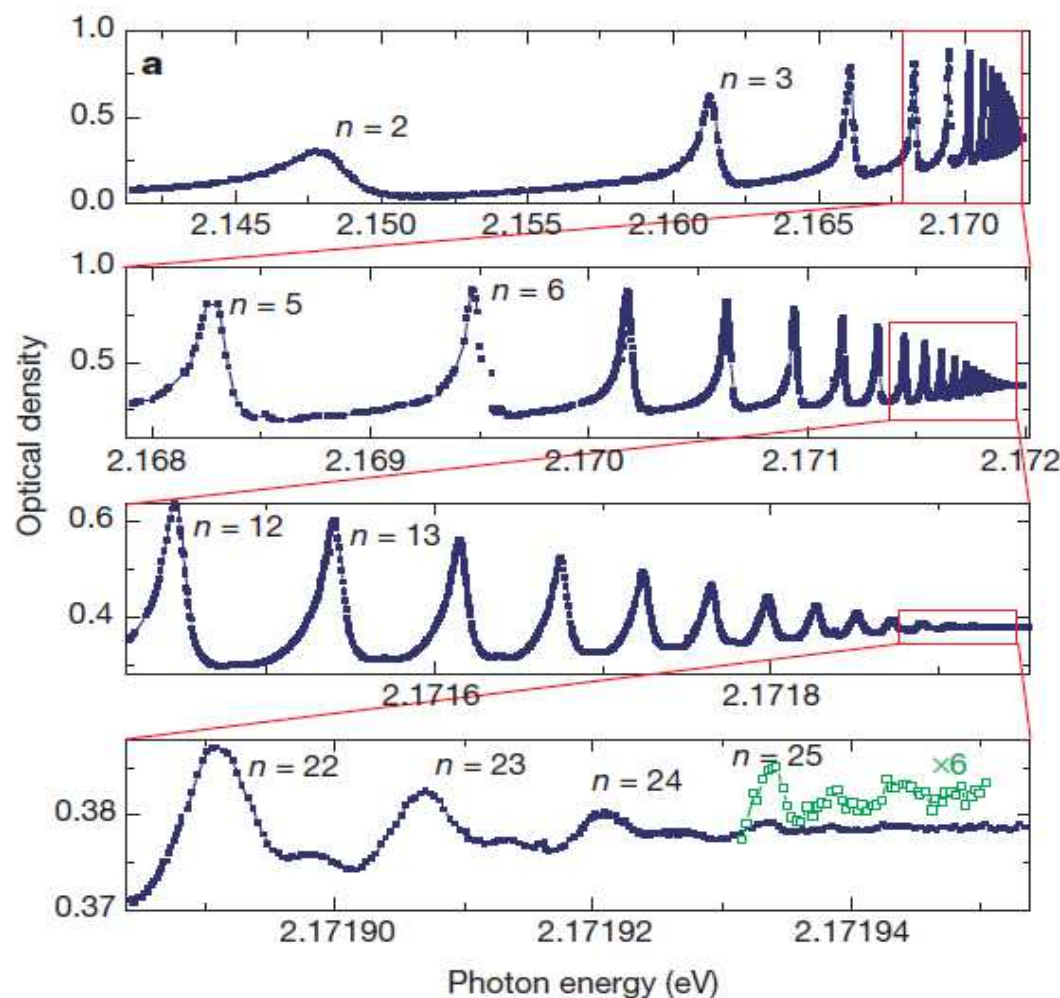
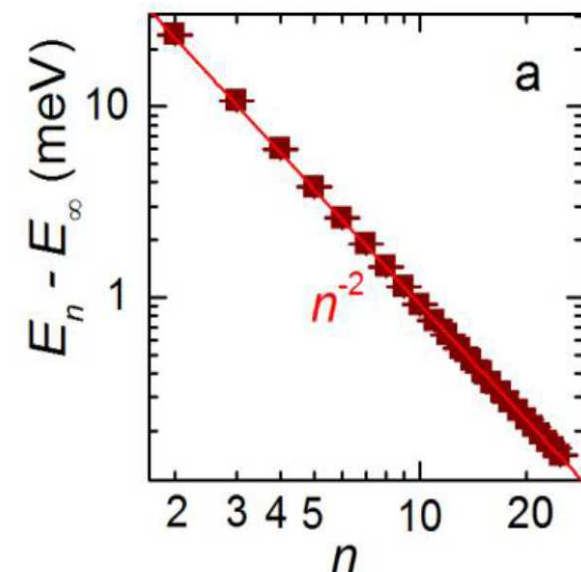
# «State of the art» эксперимент по наблюдению экситонов.



Структура и зонная схема закиси меди  $\text{Cu}_2\text{O}$ .

T. Kazimierczuk, D. Fröhlich, S. Scheel, H. Stolz and M. Bayer, Giant Rydberg excitons in the copper oxide  $\text{Cu}_2\text{O}$ , Nature, 514, 343 (arxiv 1407.0691)(2014)

# «State of the art» экспериментальное наблюдение экситонов



Структура и зонная схема окиси меди Cu<sub>2</sub>O.

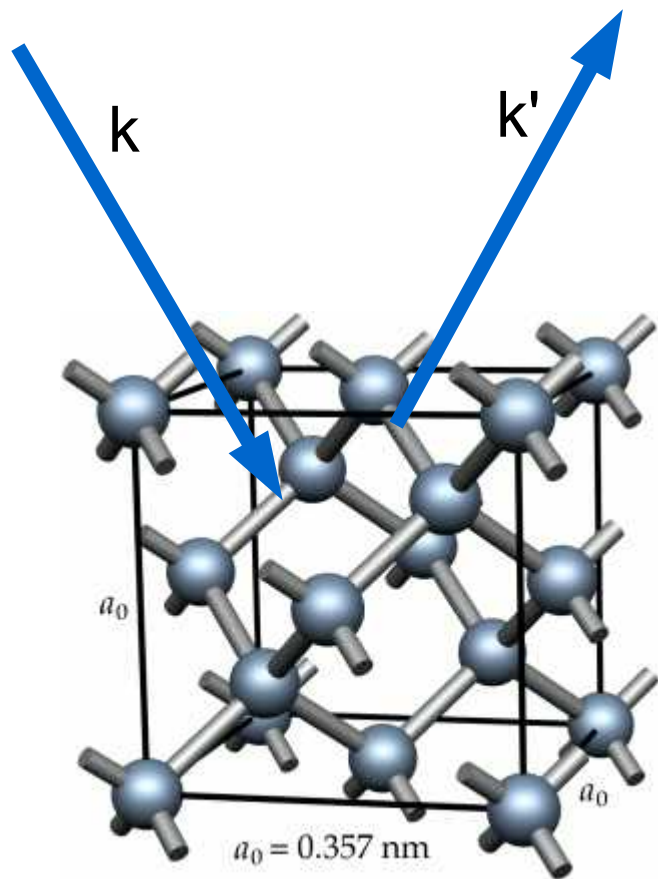
T. Kazimierzczuk, D. Fröhlich, S. Scheel, H. Stolz and M. Bay oxide Cu<sub>2</sub>O, Nature, 514, 343 (arxiv 1407.0691)(2014)

(а) Поглощение (оптическая плотность) в Cu<sub>2</sub>O как функция энергии фотона. Температура 1.2К. (б) Природный кристалл Cu<sub>2</sub>O, из которого вырезались образцы для исследования. (с) смонтированные на приборные столики пластинки Cu<sub>2</sub>O. Толщина образцов около 30 мкм. (д) Расчёт волновой функции экситона с  $n=25$ , для масштаба показана синусоида с длиной волны равной длине волны используемого для возбуждения света.



## Часть 2. Дифракция (упругое рассеяние) на кристалле.

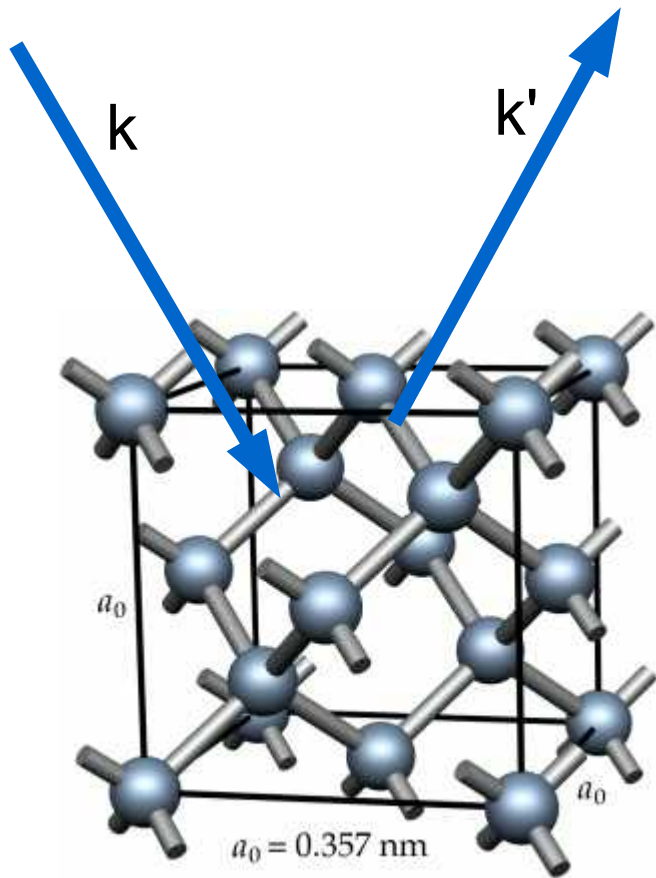
# Дифракция (упругое рассеяние) на кристалле.



Структура алмаза (с сайта  
<http://www.e6cvd.com/cvd/page.jsp?pageid=361>)



# Дифракция (упругое рассеяние) на кристалле.



Структура алмаза (с сайта  
<http://www.e6cvd.com/cvd/page.jsp?pageid=361>)

$$\vec{k}' = \vec{k} + \vec{G}$$

$$|\vec{k}| = |\vec{k}'|$$

$$\vec{a}^* = 2\pi \frac{[\vec{b} \times \vec{c}]}{(\vec{a} [\vec{b} \times \vec{c}])}$$

$$\vec{b}^* = 2\pi \frac{[\vec{c} \times \vec{a}]}{(\vec{a} [\vec{b} \times \vec{c}])}$$

$$\vec{c}^* = 2\pi \frac{[\vec{a} \times \vec{b}]}{(\vec{a} [\vec{b} \times \vec{c}])}$$

# Как это можно сделать?



дифрактометр Bruker Smart Apex II (с сайта <http://www.cif.iastate.edu/x-ray/apexii>)

# Как это можно сделать?

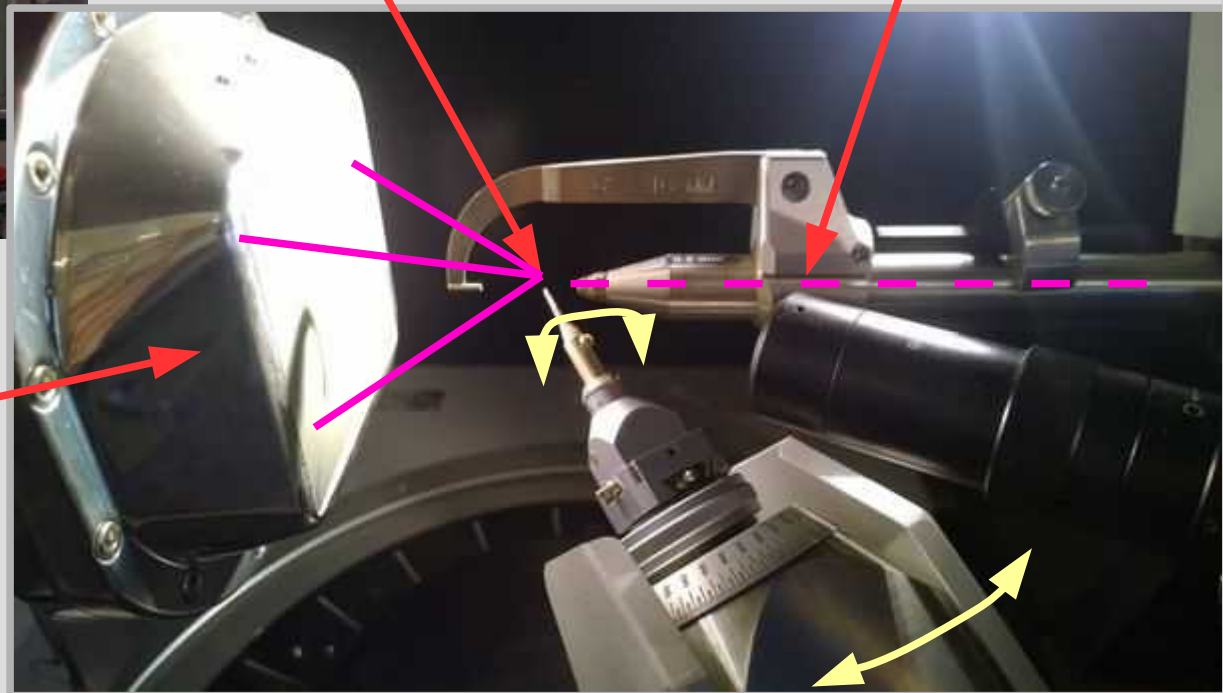
дифрактометр Bruker Smart Apex II (с  
сайта <http://www.cif.iastate.edu/x-ray/apexii>)



детектор  
(CCD)

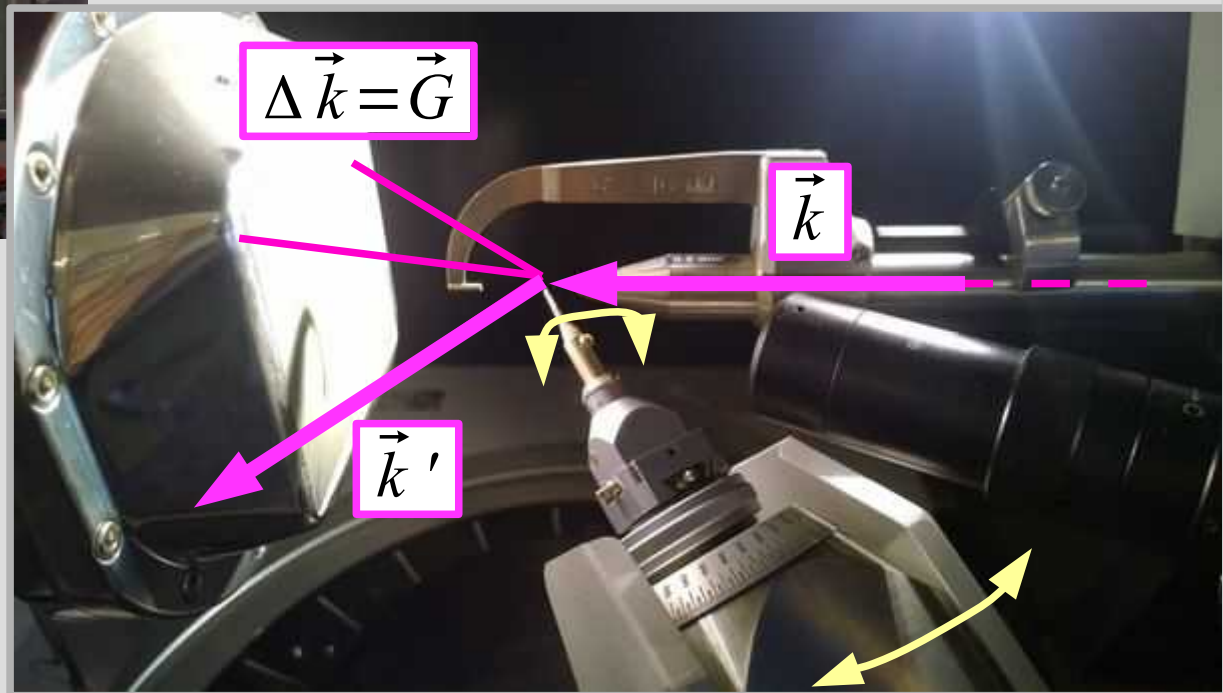
образец

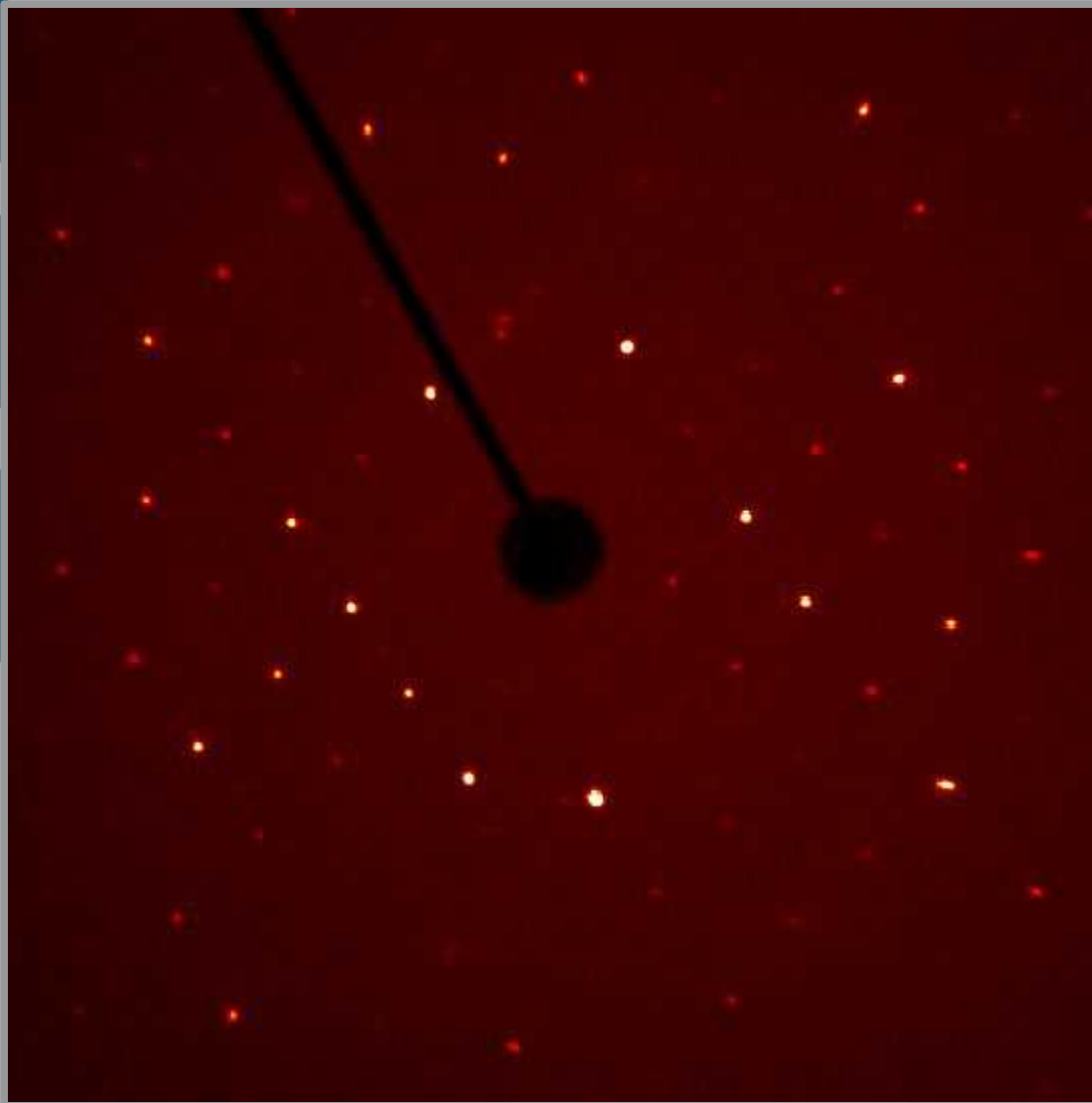
коллиматор



# Как это можно сделать?

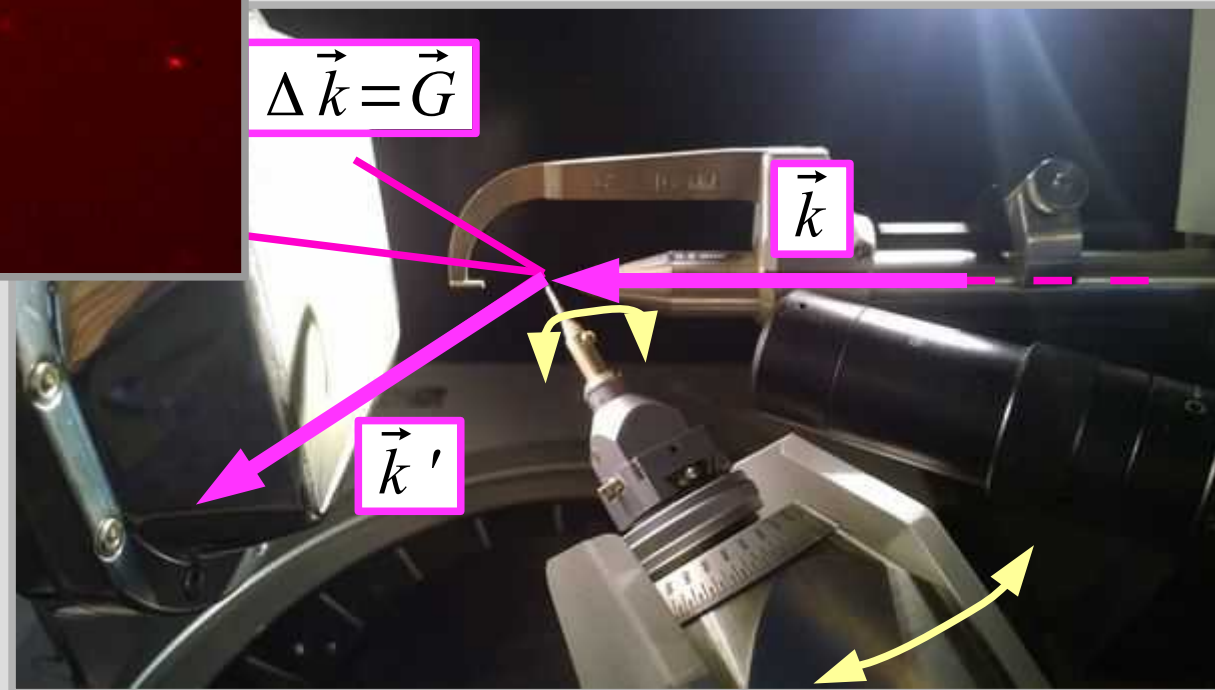
дифрактометр Bruker Smart Apex II (с  
сайта <http://www.cif.iastate.edu/x-ray/apexii>)



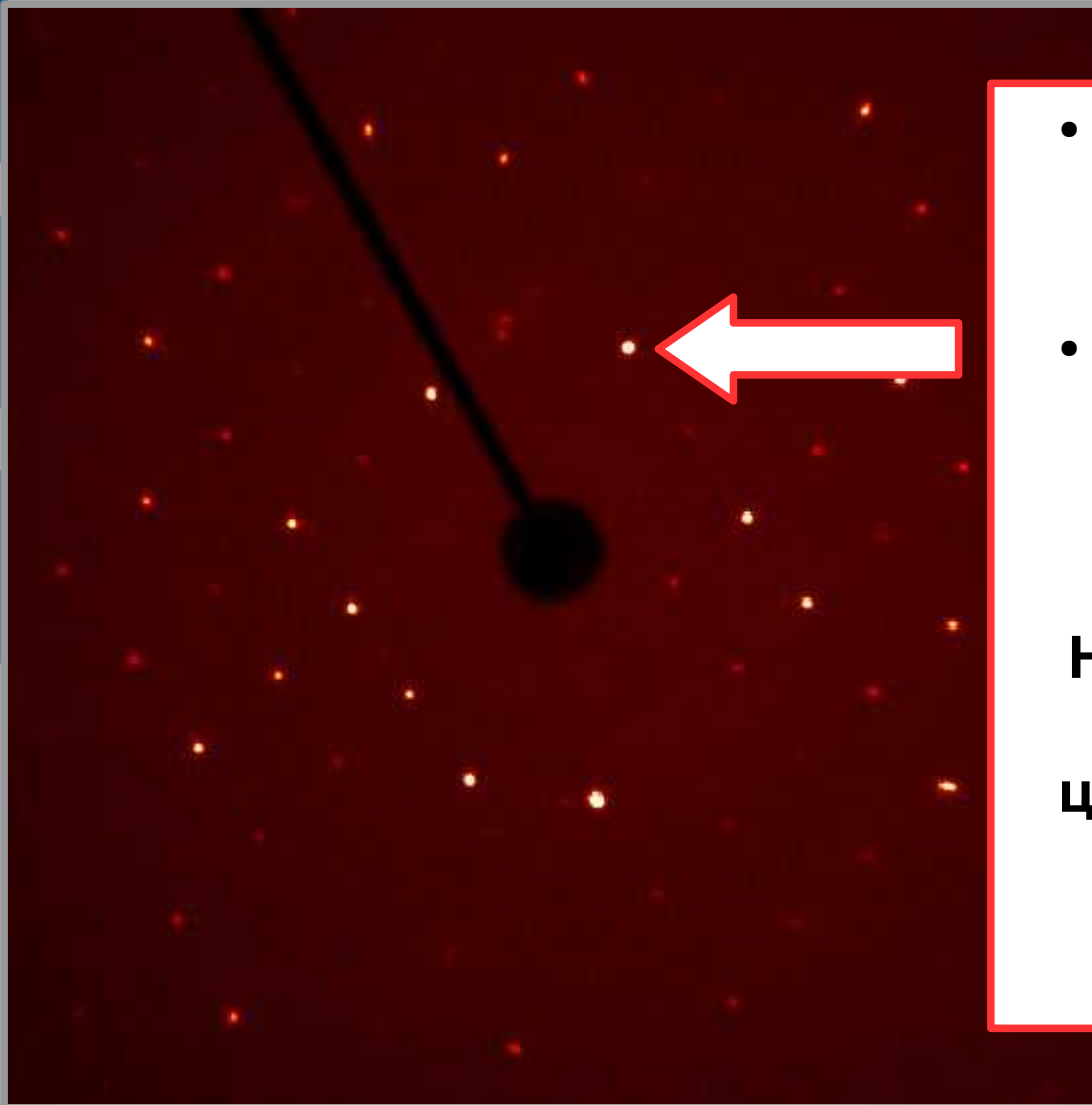


о сделать?

$$\Delta \vec{k} = \vec{G}$$

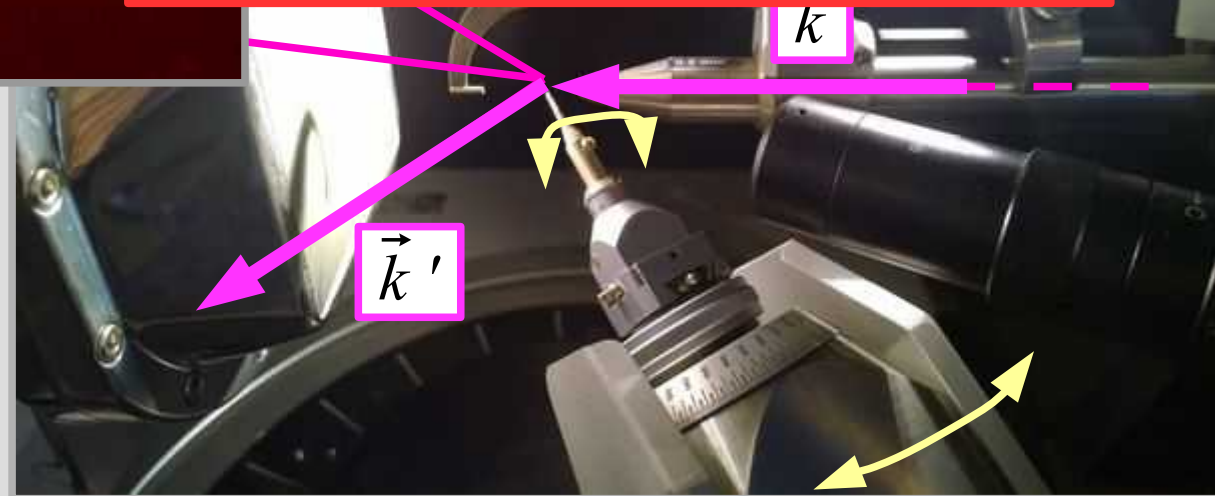






- Каждая точка соответствует какому-то вектору обратной решётки
- Повороты образца относительно дифрактометра известны

**Надо найти тройку векторов обратной решётки, через целочисленную комбинацию которых опишутся все дифракционные пики**





- Каждая точка соответствует какому-то вектору обратной решётки
- Повороты образца относительно дифрактометра известны

**Надо найти тройку векторов обратной решётки, через**

- По тройке векторов обратной решётки восстанавливаются элементарные трансляции
- По интенсивностям дифракционных пиков можно расшифровать положение атомов в кристалле

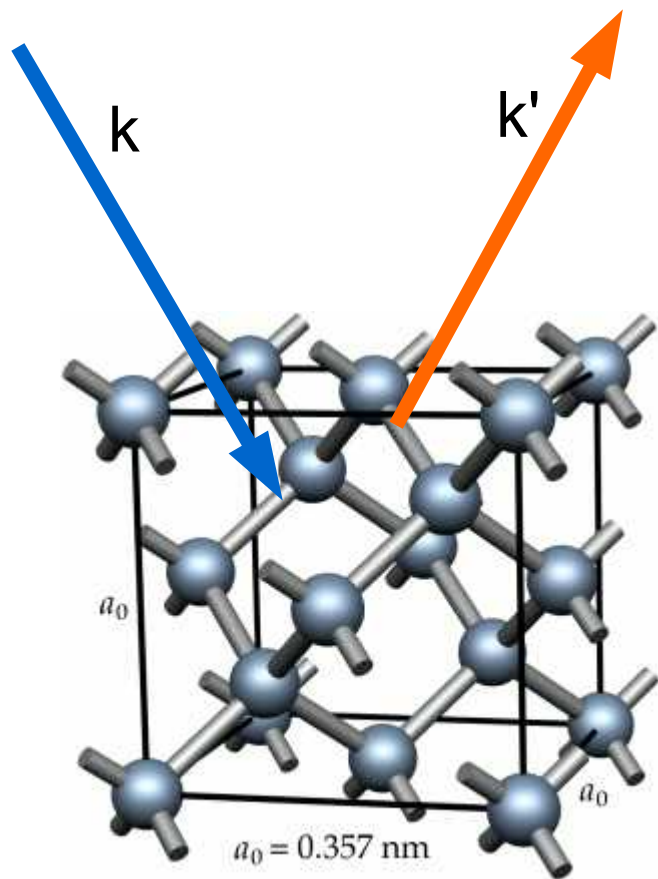






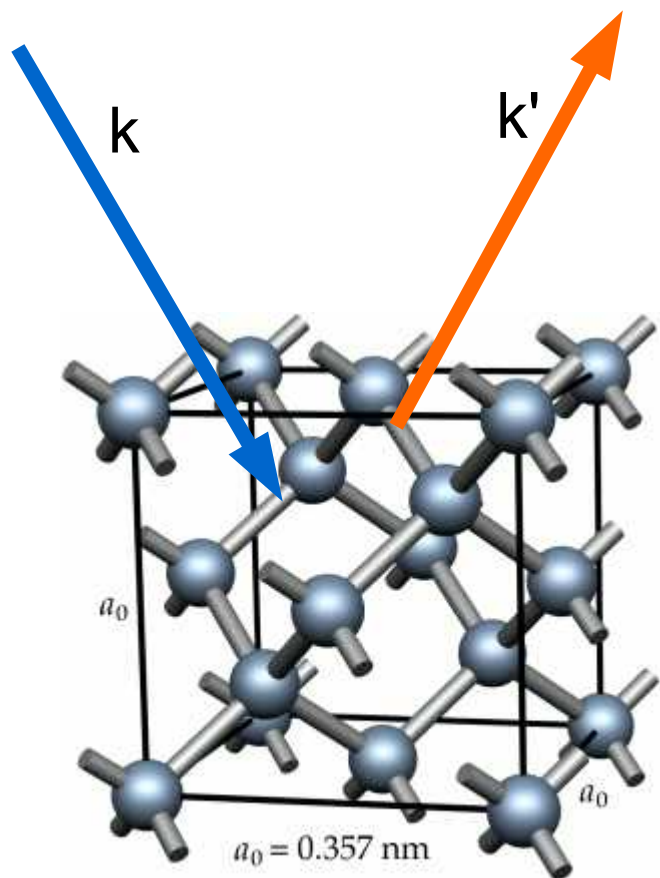
# Часть 3. Неупругие процессы рассеяния электромагнитных волн

# Неупругие процессы рассеяния электромагнитных волн



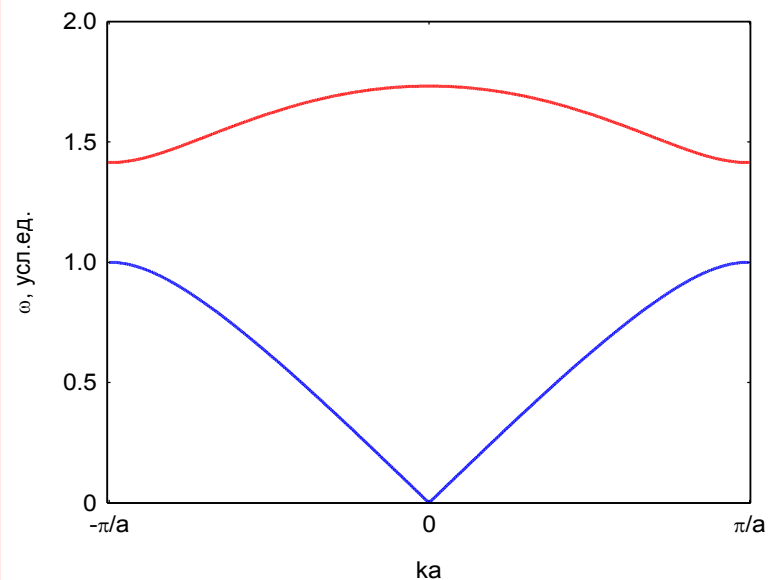
Структура алмаза (с сайта  
<http://www.e6cvd.com/cvd/page.jsp?pageid=361>)

# Неупругие процессы рассеяния электромагнитных волн



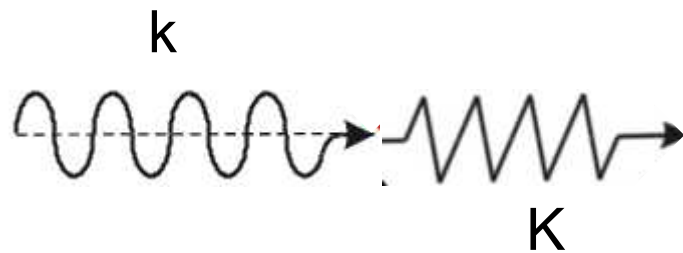
Структура алмаза (с сайта  
<http://www.e6cvd.com/cvd/page.jsp?pageid=361>)

$$\vec{k} = \vec{k}' + \vec{K} + \vec{G}$$
$$\varepsilon = \varepsilon' + E$$

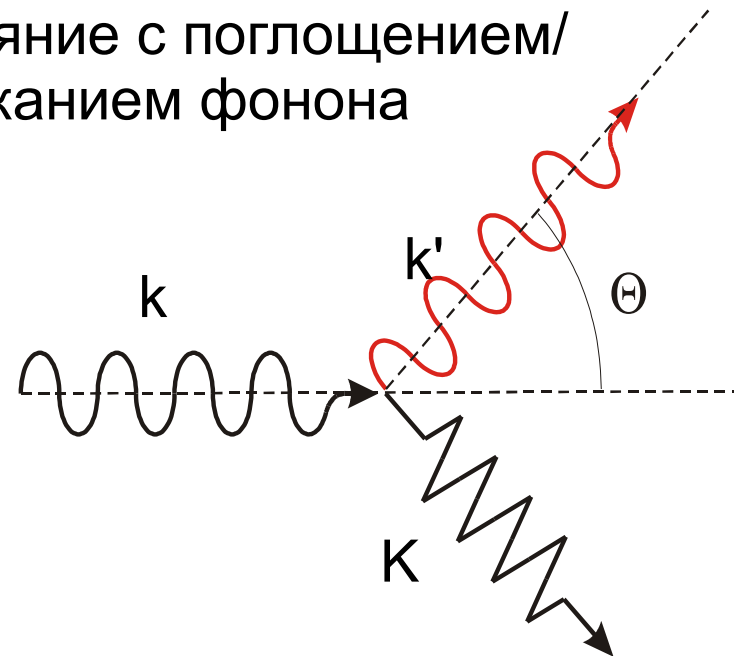


# Неупругие процессы с оптическими фотонами

поглощение

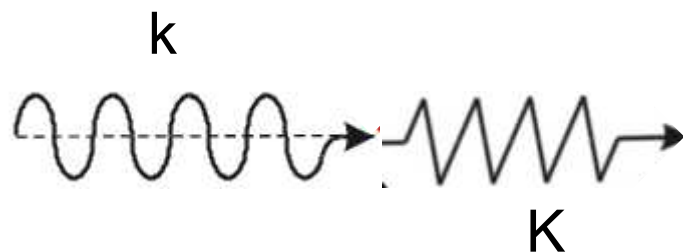


рассеяние с поглощением/  
испусканием фонона

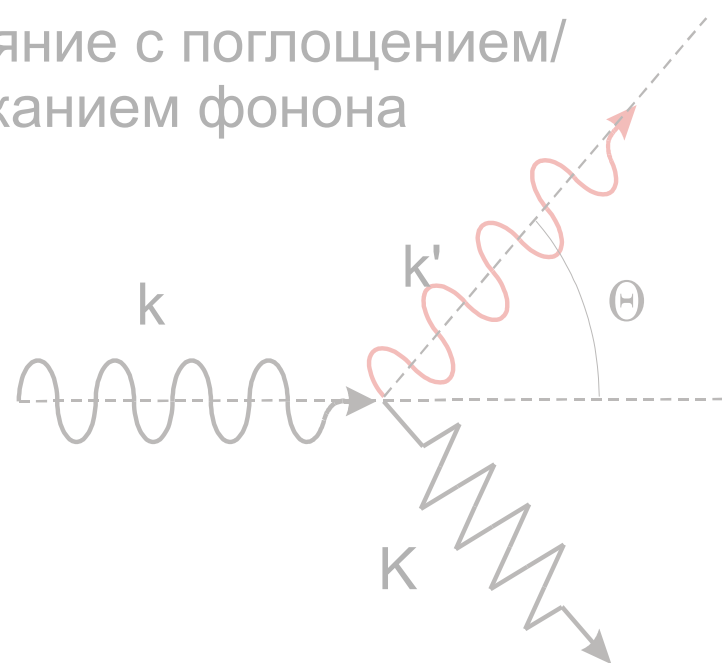


# Неупругие процессы с оптическими фотонами

поглощение



рассеяние с поглощением/  
испусканием фонона

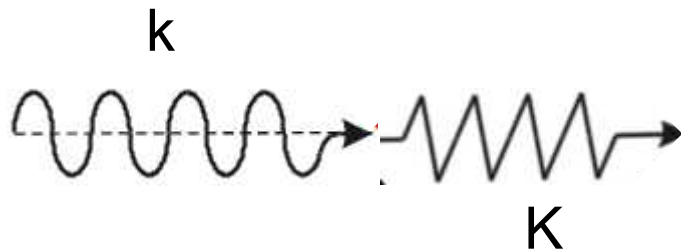


$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \ll \frac{\pi}{a}$$

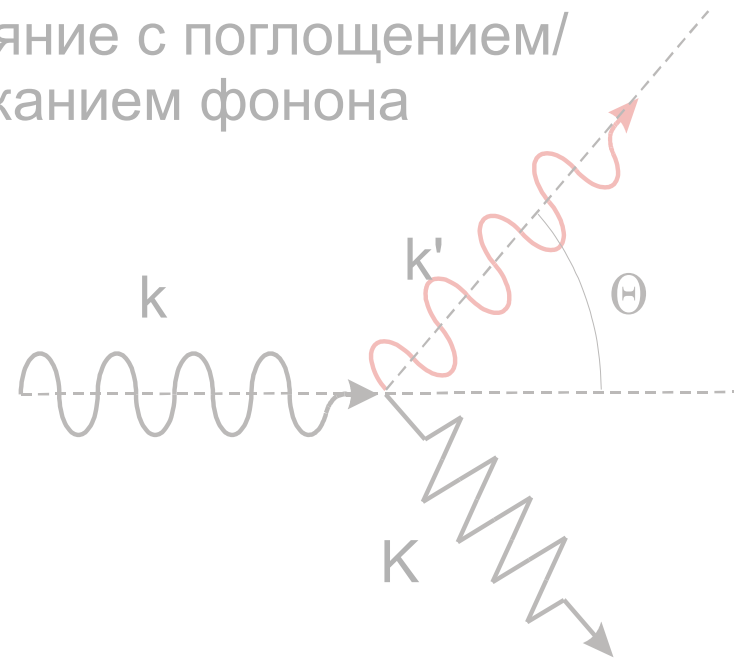
$$E_\gamma = \hbar \omega \gg \Theta \simeq \hbar \Omega_{max}$$

# Неупругие процессы с оптическими фотонами

поглощение



рассеяние с поглощением/  
испусканием фонона



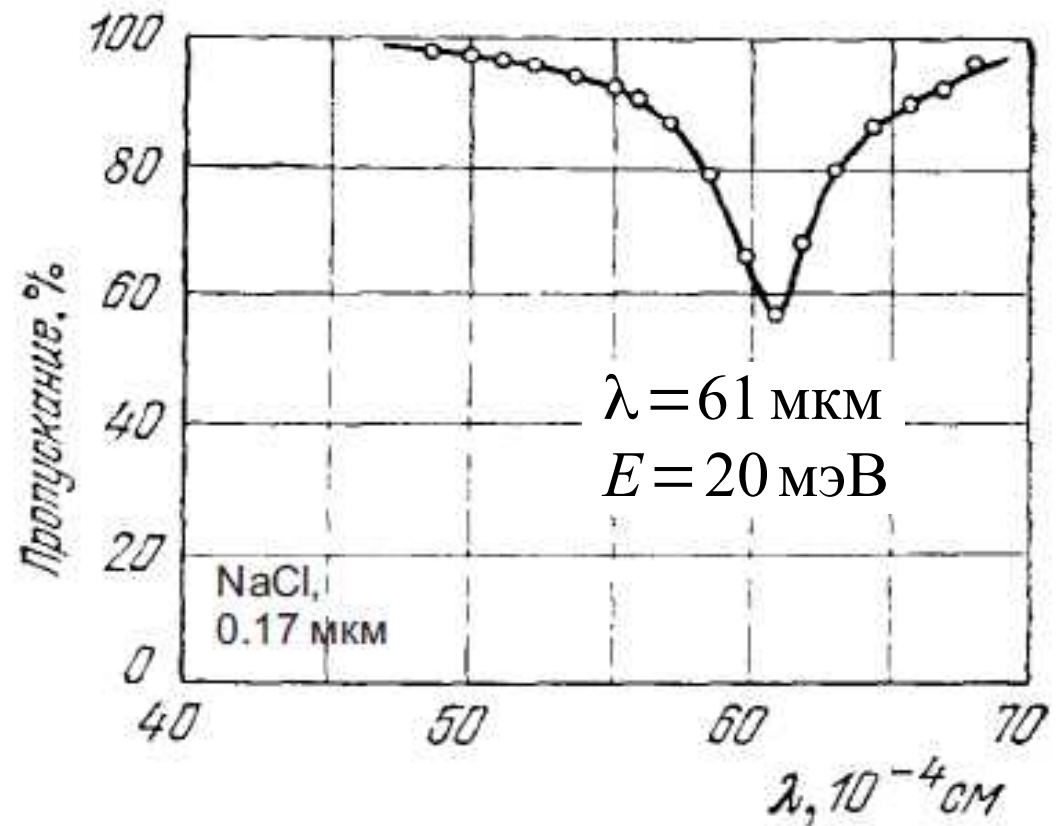
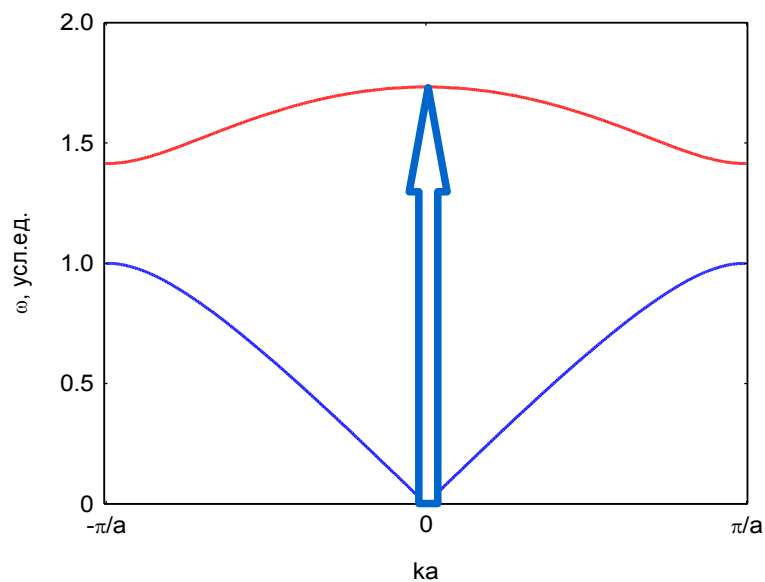
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \ll \frac{\pi}{a}$$

$$E_\gamma = \hbar \omega \gg \Theta \simeq \hbar \Omega_{max}$$

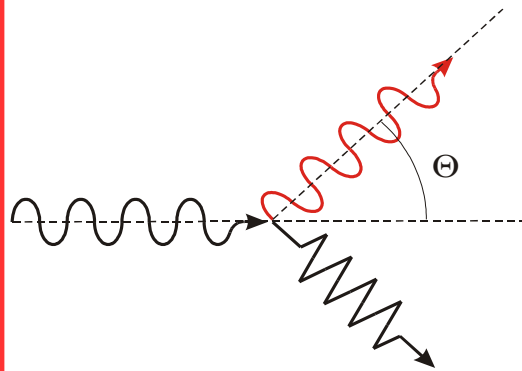
- $K \sim k \ll k_{Br}$
- процессов переброса нет



# ИК поглощение в кристаллах



# Комбинационное рассеяние света.



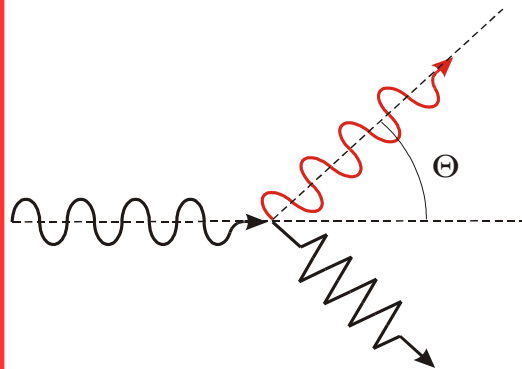
$$\hbar \omega = \hbar \omega' + \hbar \Omega$$

$$\hbar \vec{k} = \hbar \vec{k}' + \hbar \vec{K}$$

$$\omega - \omega' = \Omega$$

$$(\vec{k} - \vec{k}')^2 = \vec{K}^2$$

# Комбинационное рассеяние света.



$$\hbar \omega = \hbar \omega' + \hbar \Omega$$

$$\hbar \vec{k} = \hbar \vec{k}' + \hbar \vec{K}$$

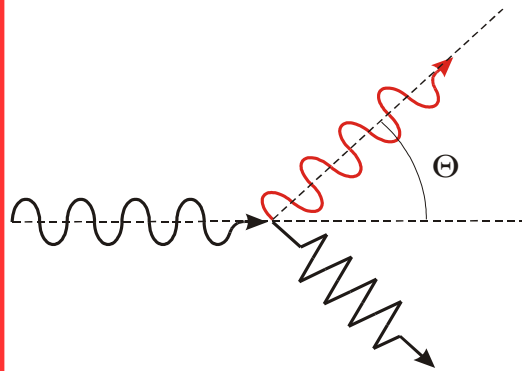
$$\omega - \omega' = \Omega$$

$$(\vec{k} - \vec{k}')^2 = \vec{K}^2$$

оптический фонон

$$\Omega = \text{const}$$

# Комбинационное рассеяние света.



$$\hbar \omega = \hbar \omega' + \hbar \Omega$$

$$\hbar \vec{k} = \hbar \vec{k}' + \hbar \vec{K}$$

$$\omega - \omega' = \Omega$$

$$(\vec{k} - \vec{k}')^2 = \vec{K}^2$$

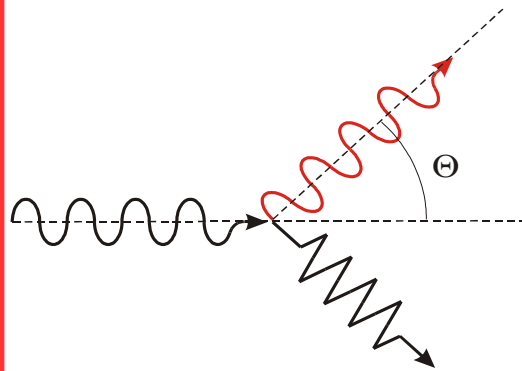
оптический фонон

$$\Omega = \text{const}$$

$$\frac{\delta \omega}{\omega} = \frac{\Omega}{\omega} \sim \frac{10^{13} \text{ 1/сек}}{5 \cdot 10^{15} \text{ 1/сек}} \sim 2 \cdot 10^{-3}$$

(для света 4000Å)

# Комбинационное рассеяние света.



$$\hbar \omega = \hbar \omega' + \hbar \Omega$$

$$\hbar \vec{k} = \hbar \vec{k}' + \hbar \vec{K}$$

$$\omega - \omega' = \Omega$$

$$(\vec{k} - \vec{k}')^2 = \vec{K}^2$$

оптический фонон

$$\Omega = \text{const}$$

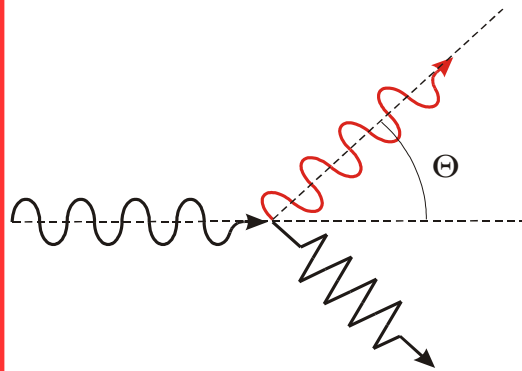
$$\frac{\delta \omega}{\omega} = \frac{\Omega}{\omega} \sim \frac{10^{13} \text{ 1/сек}}{5 \cdot 10^{15} \text{ 1/сек}} \sim 2 \cdot 10^{-3}$$

(для света 4000Å)

акустический фонон

$$\Omega = s k$$

# Комбинационное рассеяние света.



$$\hbar \omega = \hbar \omega' + \hbar \Omega$$

$$\hbar \vec{k} = \hbar \vec{k}' + \hbar \vec{K}$$

$$\omega - \omega' = \Omega$$

$$(\vec{k} - \vec{k}')^2 = \vec{K}^2$$

оптический фонон

$$\Omega = \text{const}$$

$$\frac{\delta \omega}{\omega} = \frac{\Omega}{\omega} \sim \frac{10^{13} \text{ 1/сек}}{5 \cdot 10^{15} \text{ 1/сек}} \sim 2 \cdot 10^{-3}$$

(для света 4000Å)

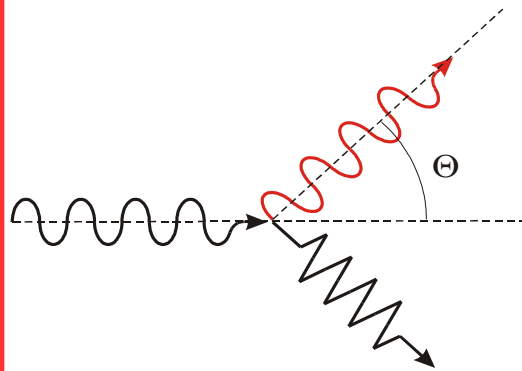
акустический фонон

$$\Omega = s k$$

$$K^2 = k^2 + (k')^2 - 2 k k' \cos \Theta$$

$$\left( \frac{\Omega}{s} \right)^2 = \left( \frac{n}{c} \right)^2 (\omega^2 + (\omega')^2 - 2 \omega \omega' \cos \Theta)$$

# Комбинационное рассеяние света.



$$\hbar \omega = \hbar \omega' + \hbar \Omega$$

$$\hbar \vec{k} = \hbar \vec{k}' + \hbar \vec{K}$$

$$\omega - \omega' = \Omega$$

$$(\vec{k} - \vec{k}')^2 = \vec{K}^2$$

оптический фонон

$$\Omega = \text{const}$$

$$\frac{\delta \omega}{\omega} = \frac{\Omega}{\omega} \sim \frac{10^{13} \text{ 1/сек}}{5 \cdot 10^{15} \text{ 1/сек}} \sim 2 \cdot 10^{-3}$$

(для света 4000Å)

акустический фонон

$$\Omega = s k$$

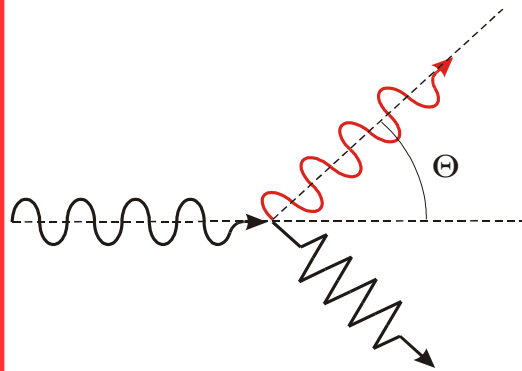
$$K^2 = k^2 + (k')^2 - 2 k k' \cos \Theta$$

$$\left( \frac{\Omega}{s} \right)^2 = \left( \frac{n}{c} \right)^2 (\omega^2 + (\omega')^2 - 2 \omega \omega' \cos \Theta)$$

$$(\delta \omega)^2 \approx 2 \omega^2 (s n / c)^2 (1 - \cos \Theta)$$



# Комбинационное рассеяние света.



$$\hbar \omega = \hbar \omega' + \hbar \Omega$$

$$\hbar \vec{k} = \hbar \vec{k}' + \hbar \vec{K}$$

$$\omega - \omega' = \Omega$$

$$(\vec{k} - \vec{k}')^2 = \vec{K}^2$$

оптический фонон

$$\Omega = \text{const}$$

$$\frac{\delta \omega}{\omega} = \frac{\Omega}{\omega} \sim \frac{10^{13} \text{ 1/сек}}{5 \cdot 10^{15} \text{ 1/сек}} \sim 2 \cdot 10^{-3}$$

(для света 4000Å)

акустический фонон

$$\Omega = s k$$

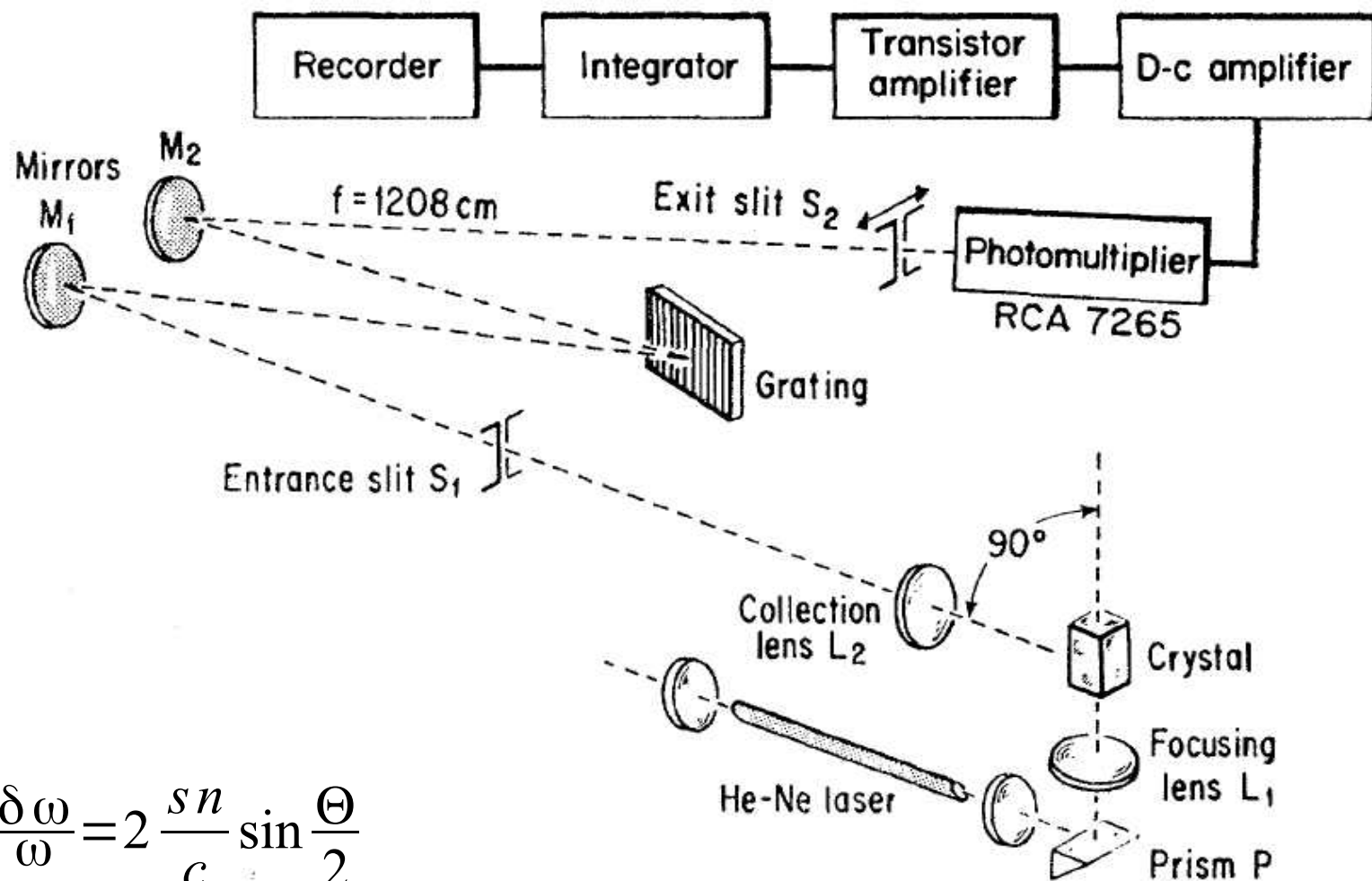
$$K^2 = k^2 + (k')^2 - 2 k k' \cos \Theta$$

$$\left( \frac{\Omega}{s} \right)^2 = \left( \frac{n}{c} \right)^2 (\omega^2 + (\omega')^2 - 2 \omega \omega' \cos \Theta)$$

$$(\delta \omega)^2 \approx 2 \omega^2 (s n / c)^2 (1 - \cos \Theta)$$

$$\frac{\delta \omega}{\omega} \sim \frac{s}{c} \sim 10^{-5}$$

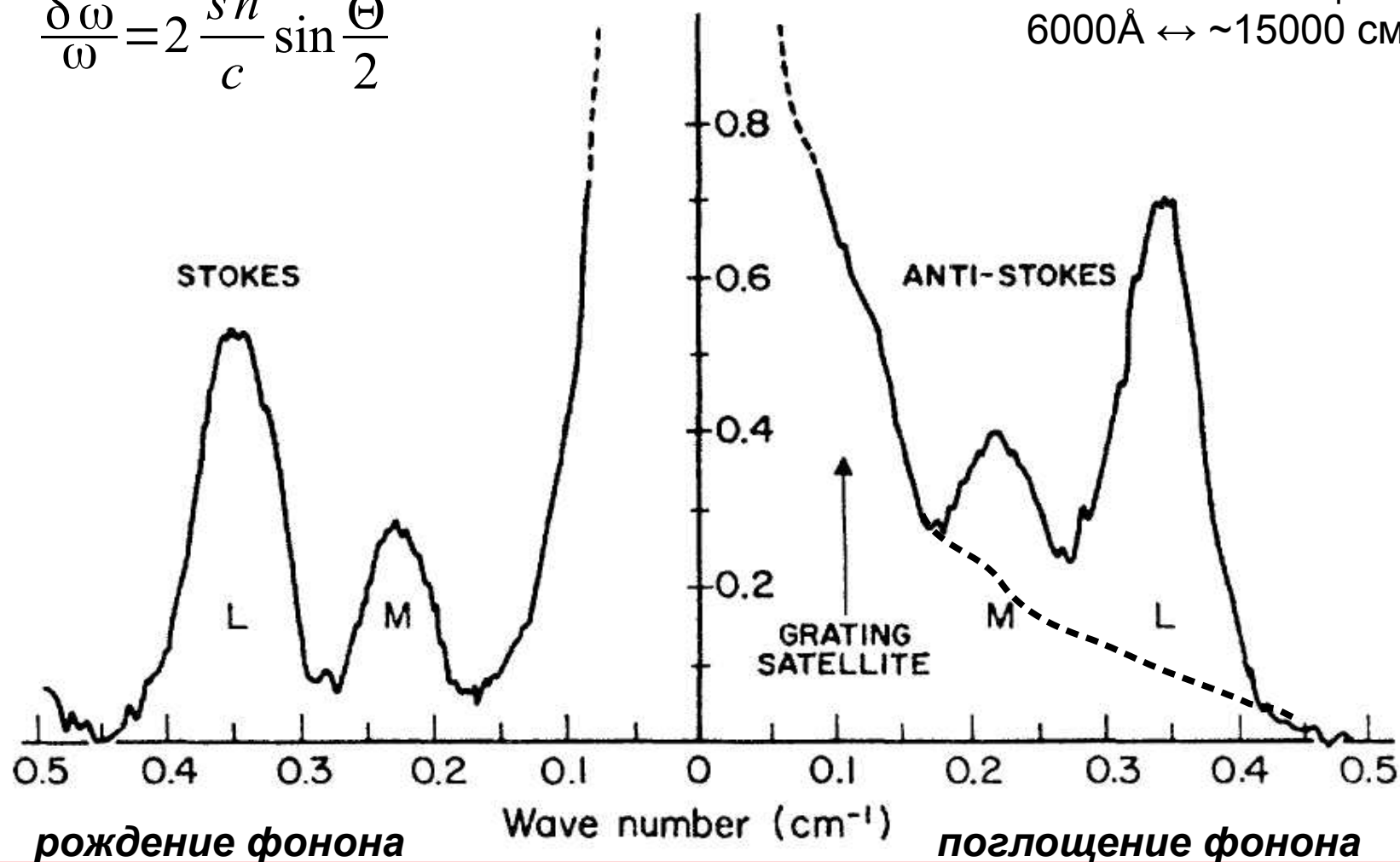
# Пример эксперимента по комбинационному рассеянию света.



# ... и наблюдаемые результаты (RbCl, 300K).

$$\frac{\delta \omega}{\omega} = 2 \frac{sn}{c} \sin \frac{\Theta}{2}$$

$1 \text{ cm}^{-1} = 30 \text{ ГГц}$   
 $6000 \text{ \AA} \leftrightarrow \sim 15000 \text{ cm}^{-1}$



# ... и наблюдаемые результаты (RbCl, 300K).

$$\frac{\delta \omega}{\omega} = 2 \frac{sn}{c} \sin \frac{\Theta}{2}$$

$$1 \text{ cm}^{-1} = 30 \text{ ГГц}$$

$$6000 \text{ \AA} \leftrightarrow \sim 15000 \text{ cm}^{-1}$$



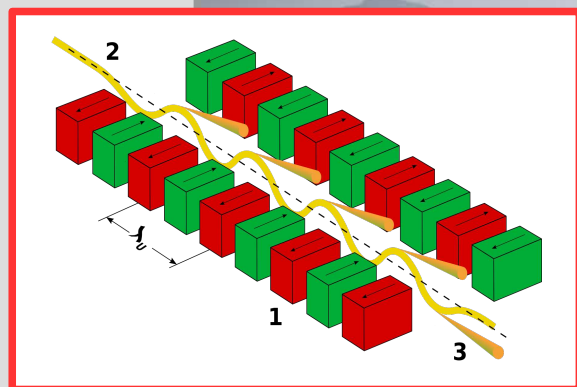
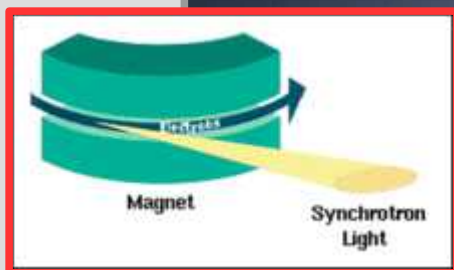
- Разные скорости звука для разных поляризаций фононов
- Стоксовские моды (рождение) интенсивнее

# Синхротронное излучение.



Кольцо ускорителя ESRF (European Synchrotron Radiation Facility) в Гренобле. С сайта [www.esrf.fr](http://www.esrf.fr)

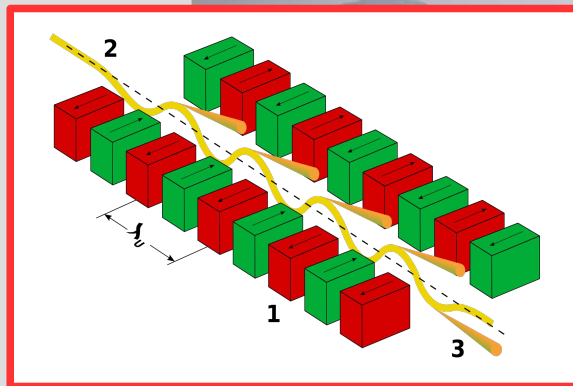
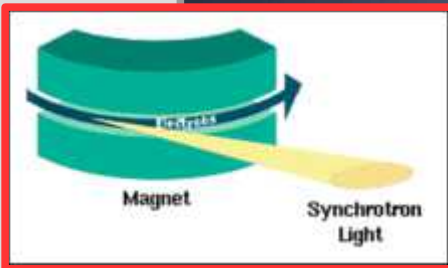
# Синхротронное излучение.



- Спектр: непрерывный, можно получать от ИК до рентгена
- Яркий, направленный, частично поляризованный пучок



# Синхротронное излучение.



- Спектр: непрерывный, можно получать от ИК до рентгена
- Яркий, направленный, частично поляризованный пучок

Для рентгеновского излучения возможны процессы переброса:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \simeq \frac{\pi}{a}$$

$$E_\gamma = \hbar \omega \gg \Theta \simeq \hbar \Omega_{max}$$

Схемы возникновения СИ на поворотном магните и в ондуляторе, с сайта [https://en.wikipedia.org/wiki/Synchrotron\\_radiation](https://en.wikipedia.org/wiki/Synchrotron_radiation)

# Трёхосный дифрактометр

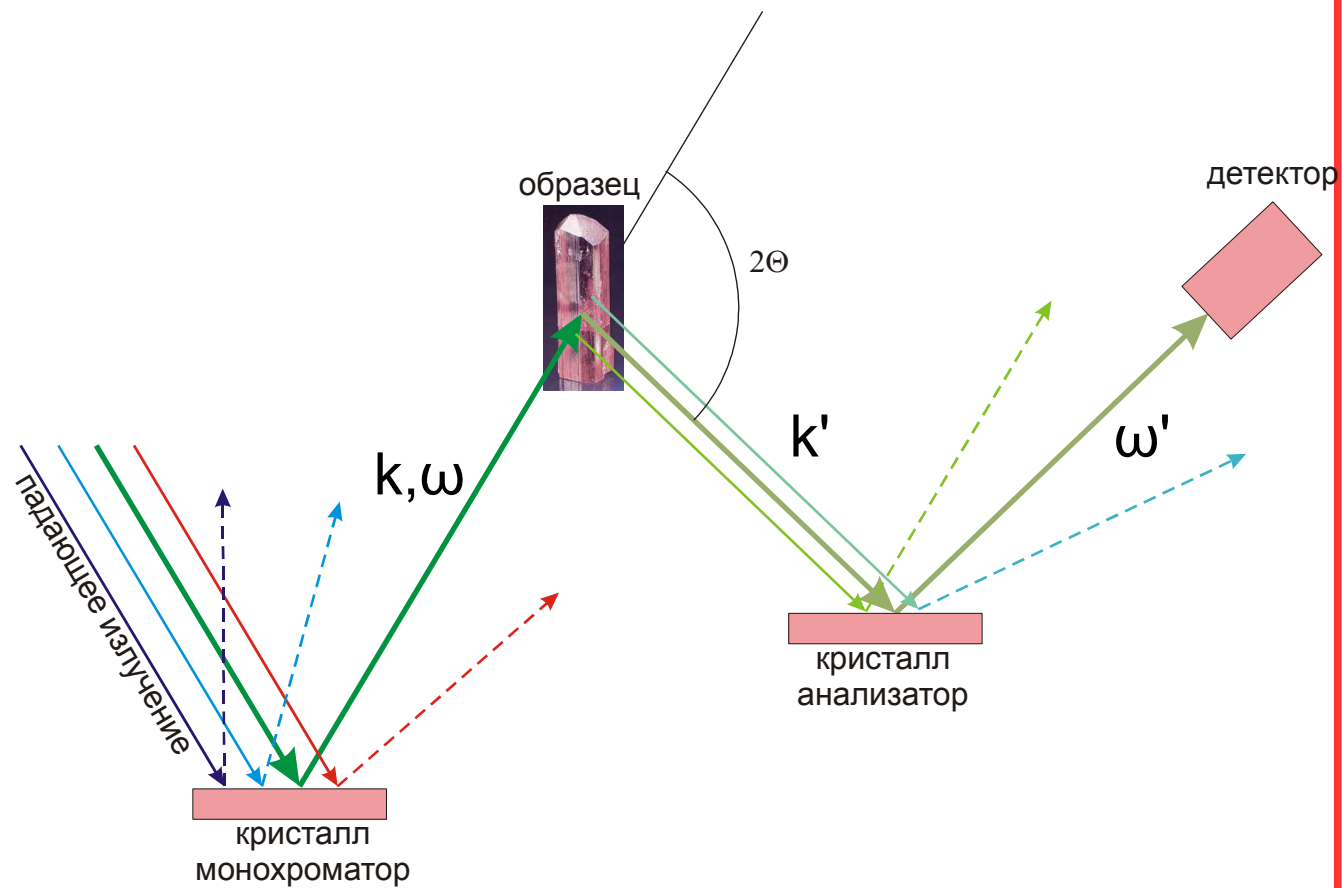
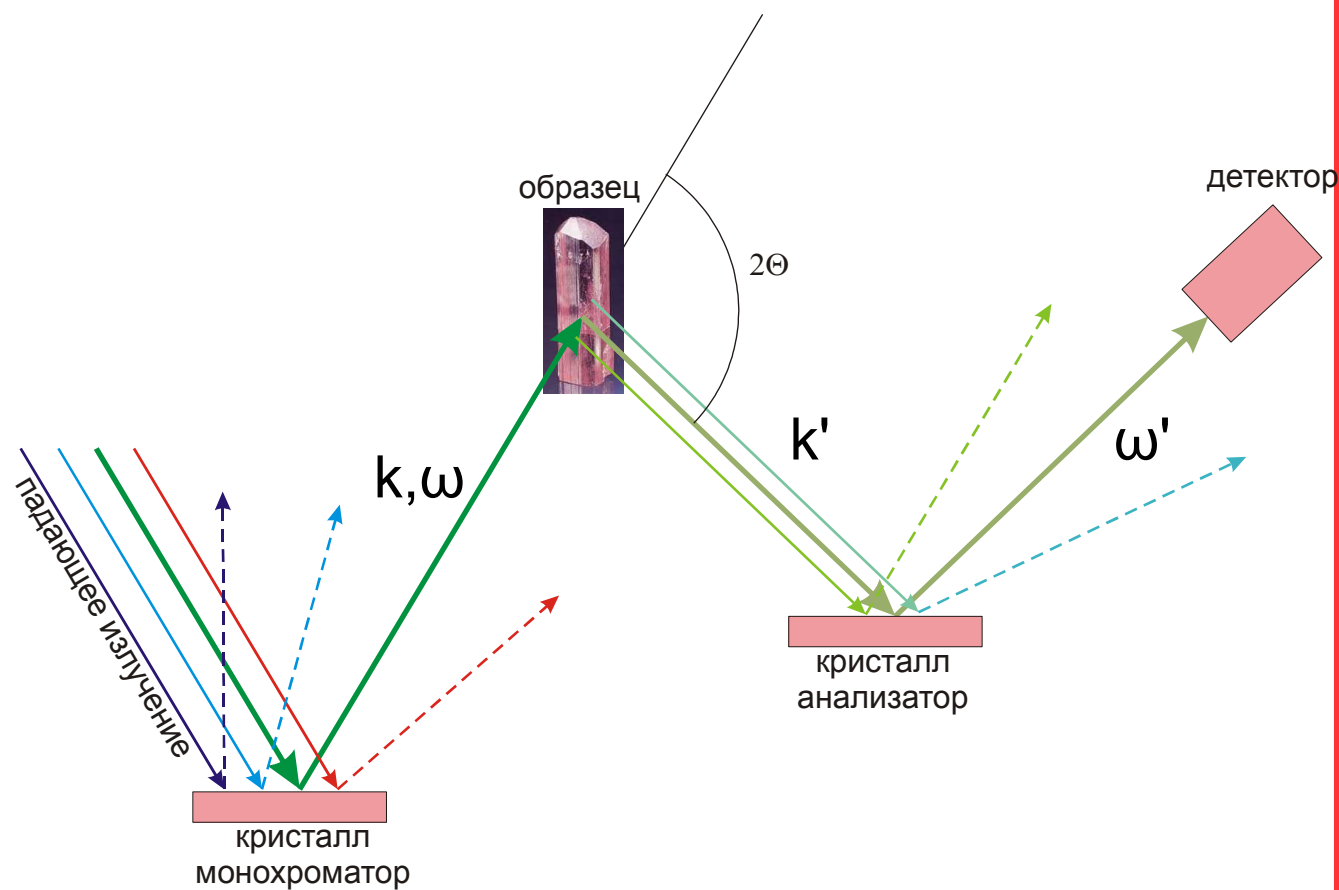


Схема эксперимента по неупругому рассеянию излучения на трёхосном дифрактометре. Коллиматоры, выделяющие желаемое излучение после монохроматора и анализатора не показаны. Изображение "образца" на схеме - фотография розового топаза с сайта Минералогического музея РАН



# Трёхосный дифрактометр



$$\Omega(\vec{K}) = \Omega(-\vec{K})$$

$$(1): \omega' = \omega + \Omega$$

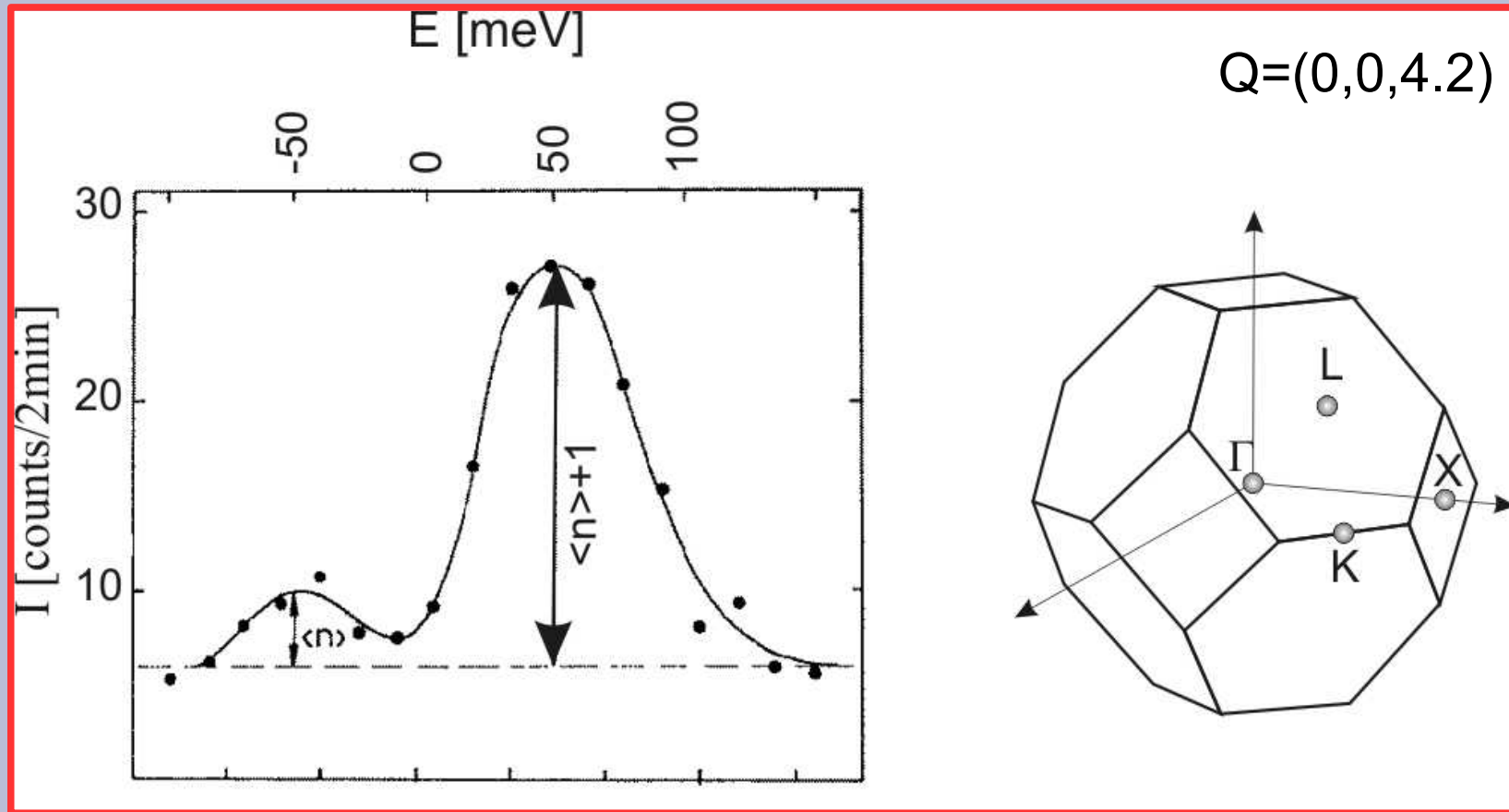
$$\vec{k}' = \vec{k} + \vec{K} + \vec{G}$$

$$(2): \omega' = \omega - \Omega$$

$$\vec{k}' = \vec{k} - (-\vec{K}) + \vec{G}$$

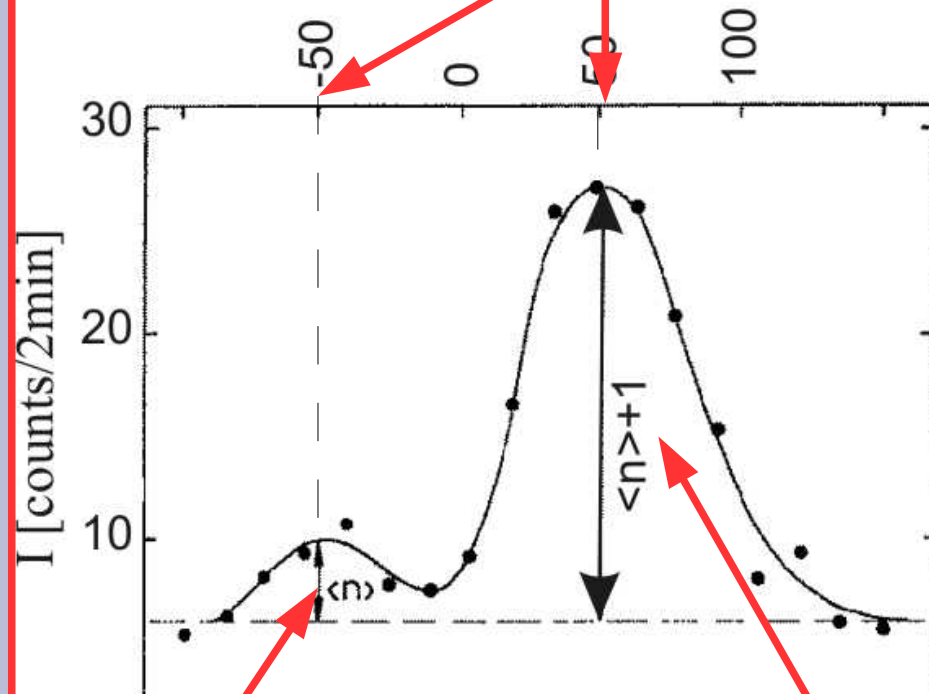
Схема эксперимента по неупругому рассеянию излучения на трёхосном дифрактометре. Коллиматоры, выделяющие желаемое излучение после монохроматора и анализатора не показаны. Изображение "образца" на схеме - фотография розового топаза с сайта Минералогического музея РАН

# Эксперимент: рассеяние рентгеновских лучей на алмазе

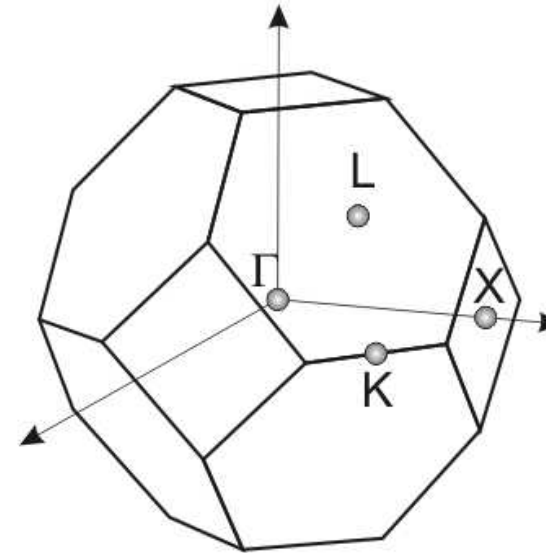


# Эксперимент: рассеяние рентгеновских лучей на алмазе

$$\varepsilon(0,0,0.2) = 50 \text{ мЭВ}$$



$$Q=(0,0,4.2)$$



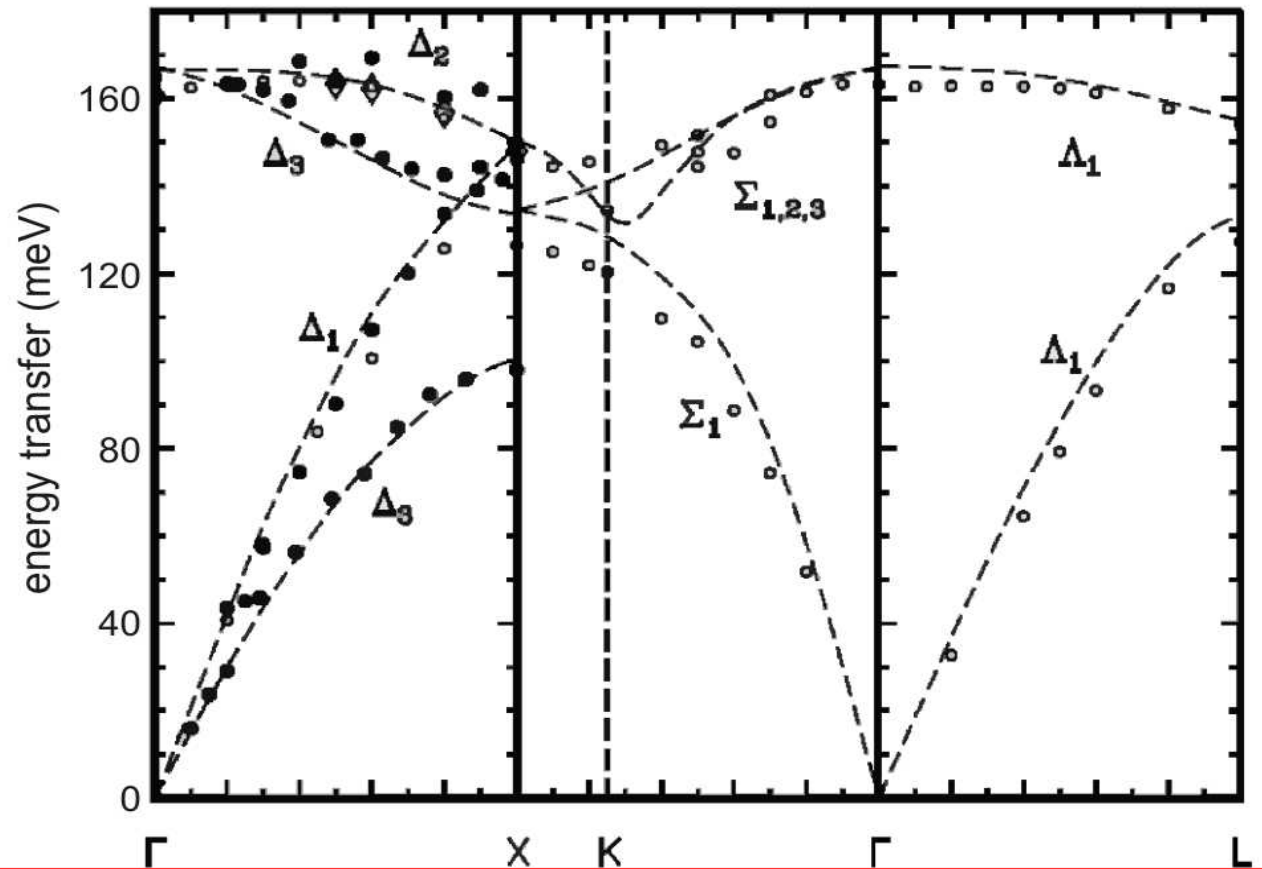
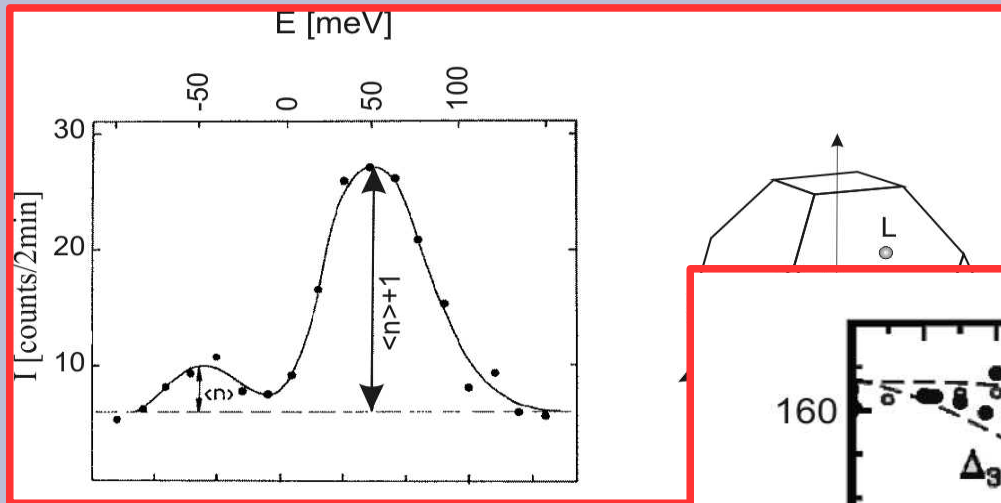
поглощение  
фонона

$$w \propto \frac{1}{e^{E/T} - 1}$$

рождение  
фонона

$$w \propto \left[ \frac{1}{e^{E/T} - 1} + 1 \right]$$

# Эксперимент: рассеяние рентгеновских лучей на алмазе





## Часть 4. Упругое и неупругое рассеяние нейтронов.

# Упругое и неупругое рассеяние нейтронов.

## Нейтрон:

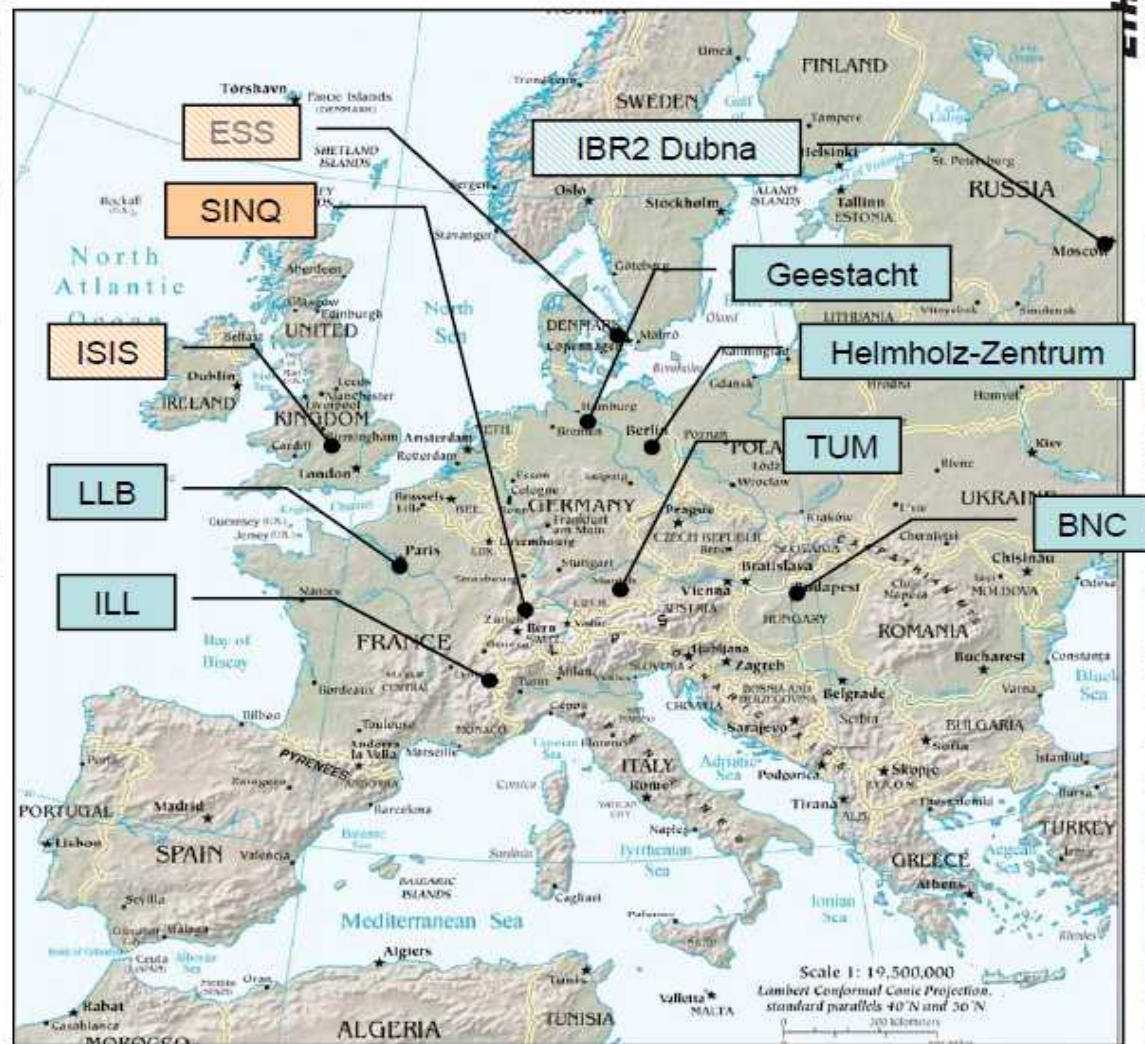
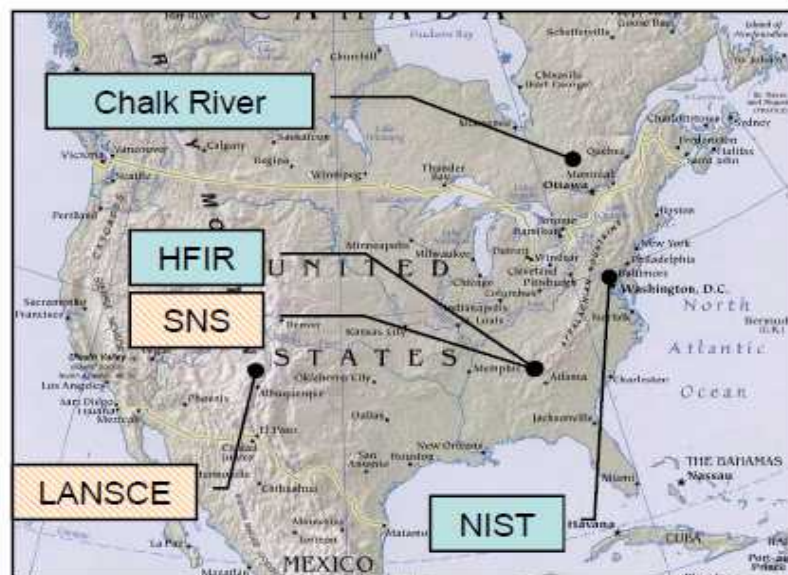
- масса покоя 940 МэВ
- спин 1/2
- время жизни около 700 сек
- $q=0$
- есть магнитный момент  $\mu_n = -1.913 \mu_{nucl}$

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = 2.07 [мэВ \times \text{\AA}^2] k^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{9.04 \text{\AA}}{\sqrt{E(мэВ)}}$$



# Постановка эксперимента



Расположение наиболее известных функционирующих нейтронных источников (2012 год). Из лекций проф. А. Жёлуева



## За рамками краткого рассказа...

В реакторе или ускорителе получают нейтроны с энергией  $\sim 100$  МэВ

Для длины волны несколько ангстрем требуется энергия нейтрона  $\sim 10$  мэВ

## За рамками краткого рассказа...

В реакторе или ускорителе получают нейтрон  
энергией  $\sim 100$  МэВ

Для длины волны несколько ангстрем  
нейтрона  $\sim 10$  мэВ

**нужно  
термализовать...**

технология

## За рамками краткого рассказа...

В реакторе или ускорителе получают нейтрон  
энергией  $\sim 100$  МэВ

Для длины волны несколько ангстрем  
нейтрона  $\sim 10$  мэВ

**нужно  
термализовать...**

Нужен параллельный пучок, желательно  
монохроматических нейтронов...

## За рамками краткого рассказа...

В реакторе или ускорителе получают нейтрон  
энергией  $\sim 100$  МэВ

Для длины волны несколько ангстрем  
нейтрона  $\sim 10$  мэВ

Нужен параллельный пучок  
монохроматических нейтронов

**нужно  
термализовать...**

**а всё что можно  
сделать: выкинуть  
«неправильные»  
нейтроны**

# Постановка эксперимента



Экспериментальный зал источника нейтронов SINQ Института Поля Шерера (Виллиген, Швейцария). С сайта [www.psi.ch](http://www.psi.ch)

# «Time Of The Flight» эксперимент

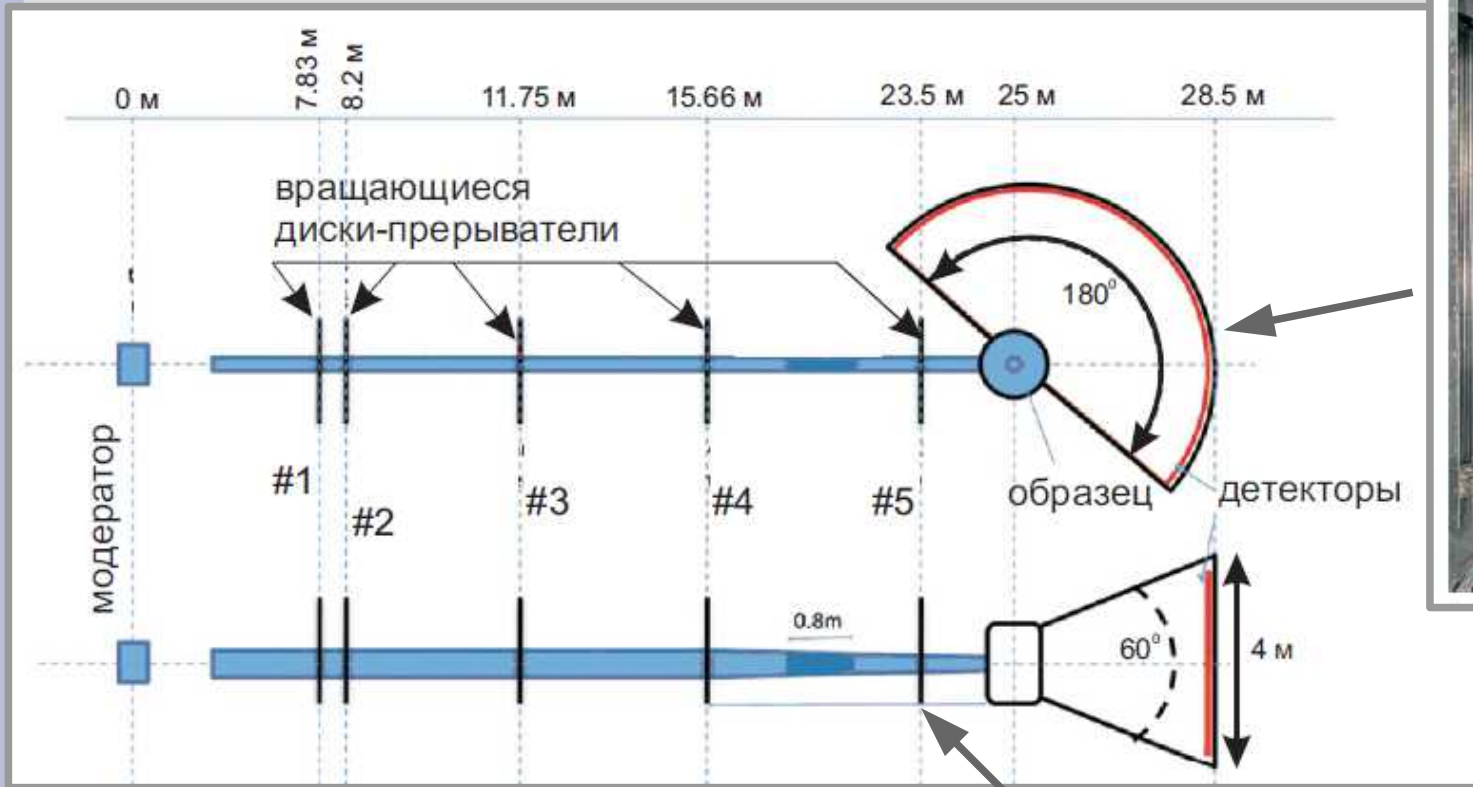


схема расположения прерывателей потока нейтронов и массива детекторов во времяпролётном спектрометре LET центра ISIS  
 R. I. Bewley, J. W. Taylor, S. M. Bennington, LET, a cold neutron multi-disk chopper spectrometer at ISIS, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 637, 128 (2011)



TOFTOF at TUM



## » эксперимент

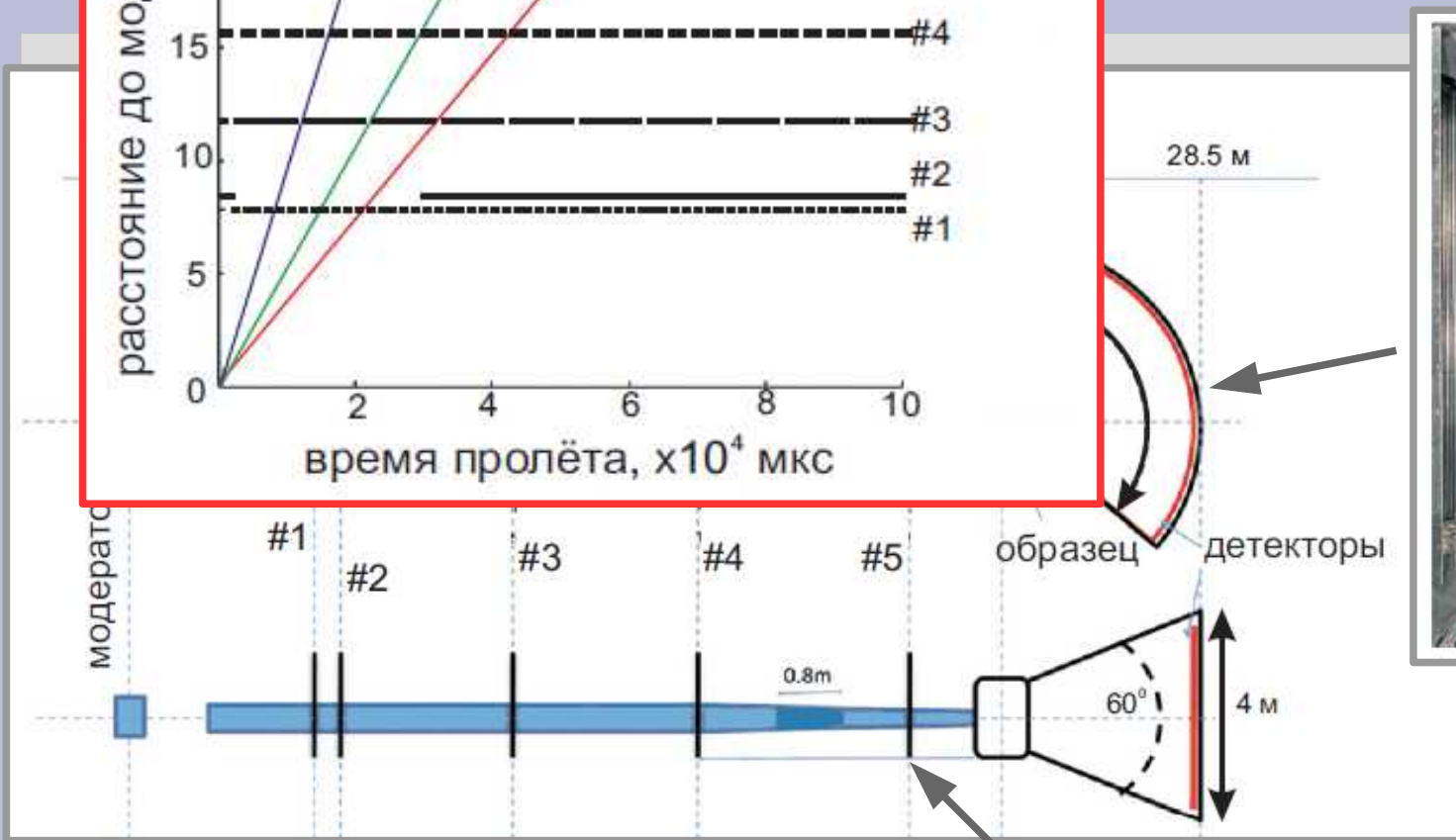
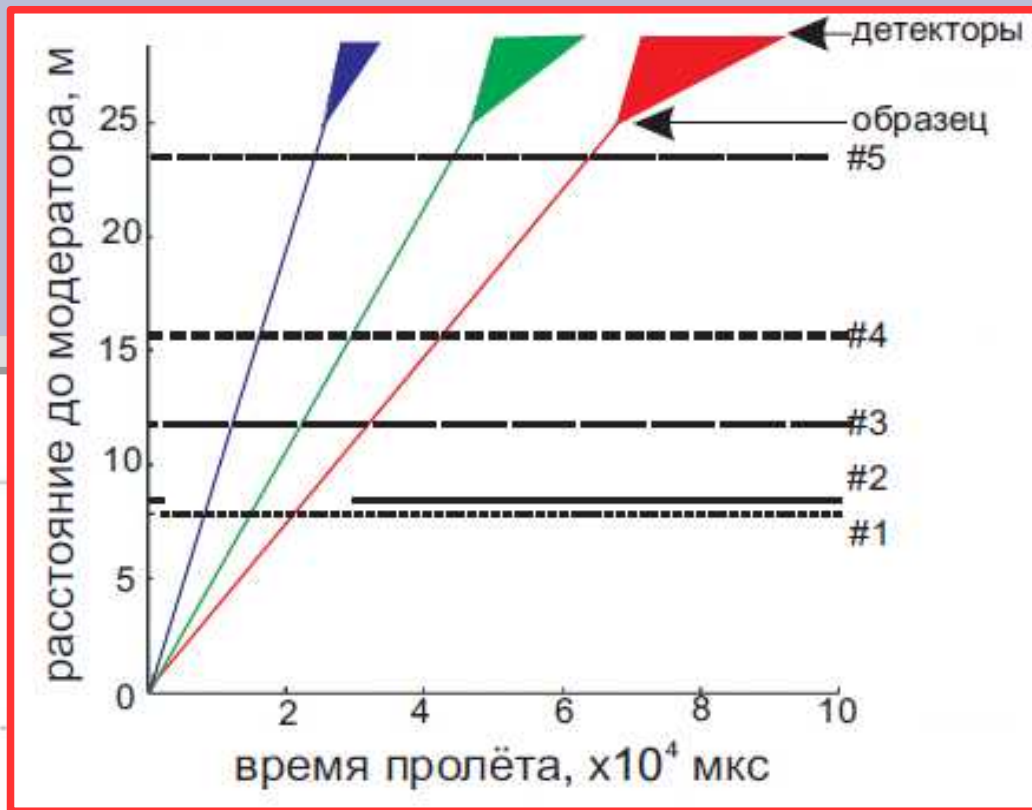
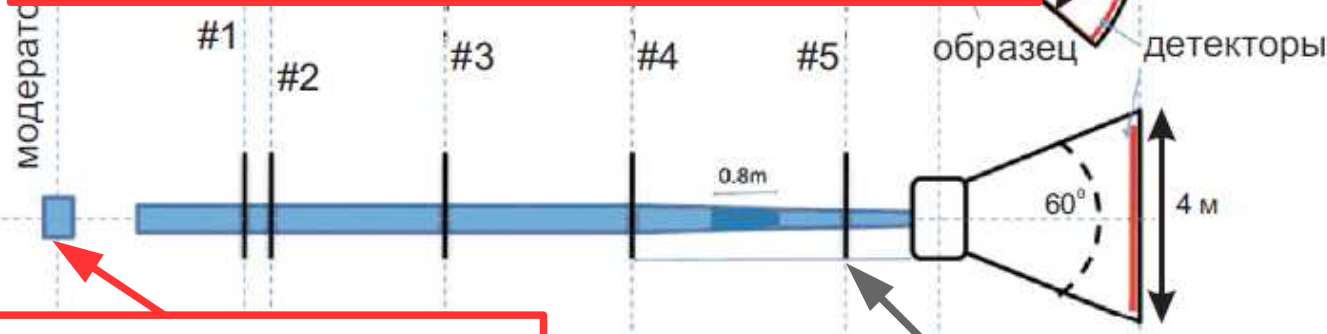
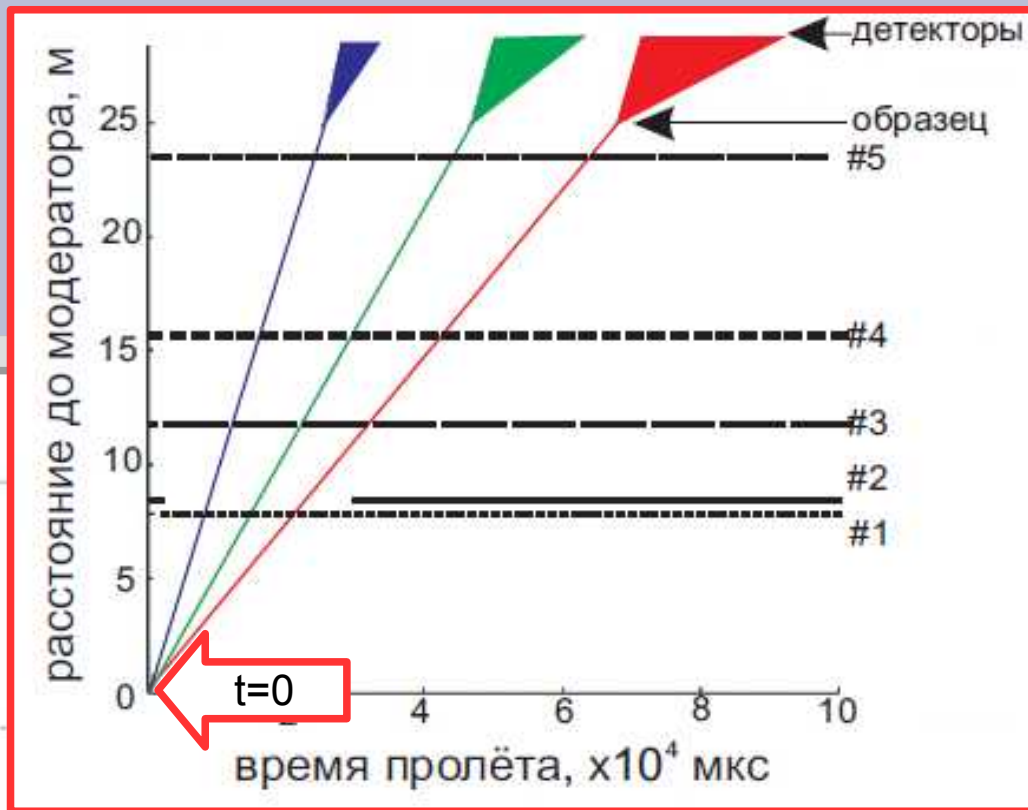


схема расположения прерывателей потока нейтронов и массива детекторов во времяпролётном спектрометре LET центра ISIS  
 R. I. Bewley, J. W. Taylor, S. M. Bennington, LET, a cold neutron multi-disk chopper spectrometer at ISIS, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 637, 128 (2011)



TOFTOF at TUM

## » эксперимент

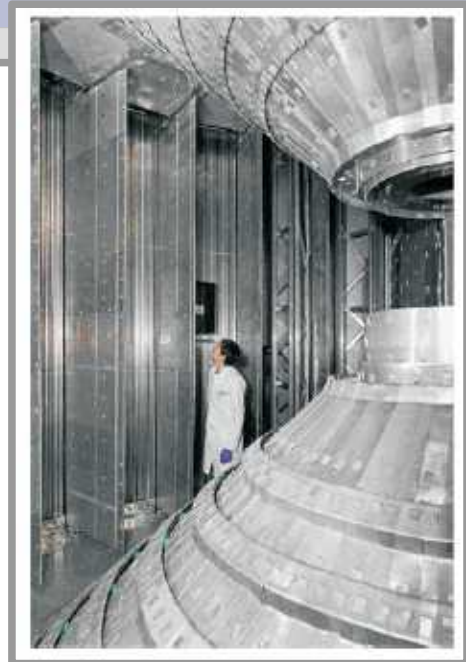


$t=0$   
импульс протонов  
выбил нейтроны из  
мишени, нейтроны  
попали в модератор

тронов и мас-  
стре LET центра ISIS  
a cold neutron  
struments and Methods in

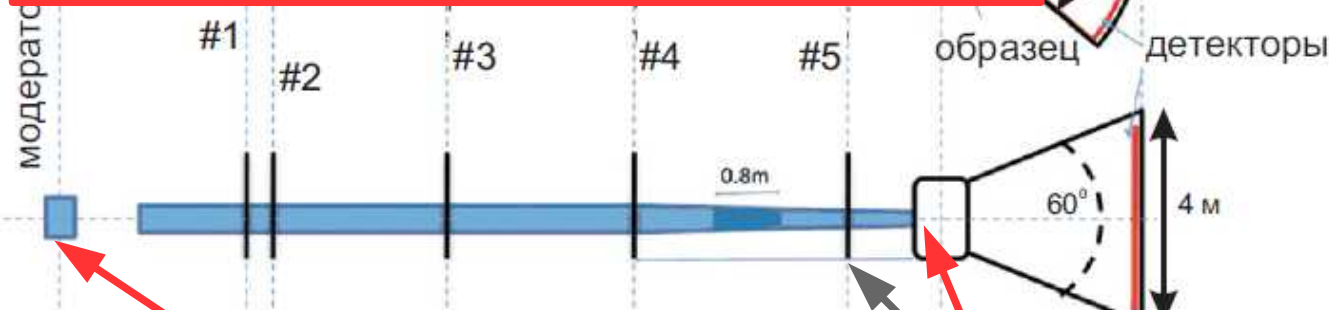
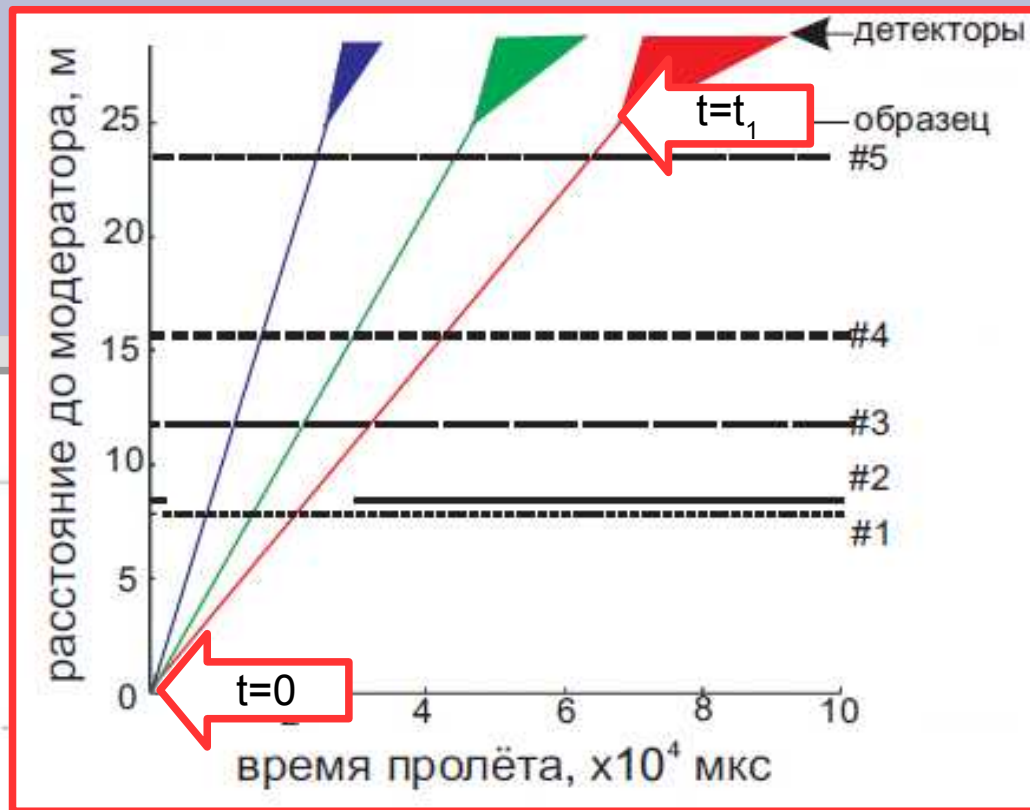


TOFTOF at TUM





## » эксперимент

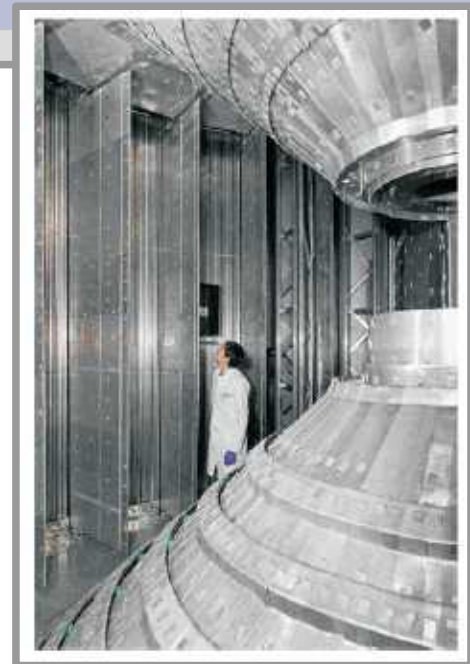


$t=0$

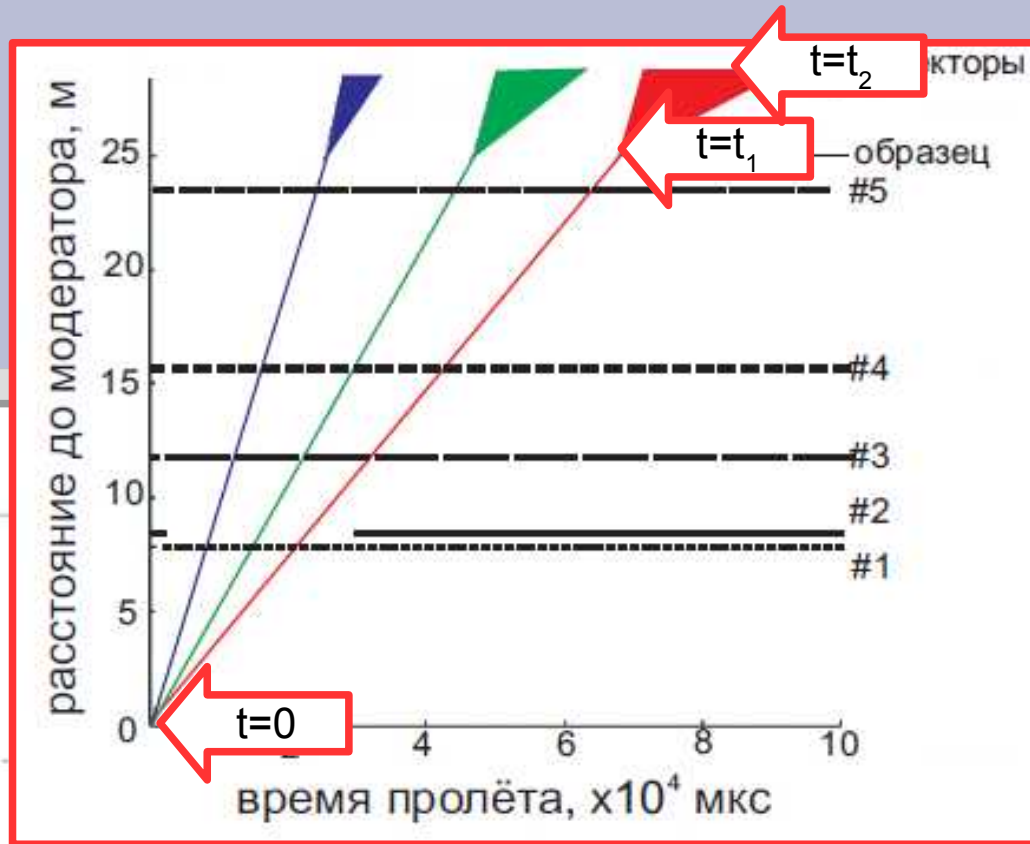
импульс протонов  
выбил нейтроны из  
мишени, нейтроны  
попали в модератор

$t=t_1$

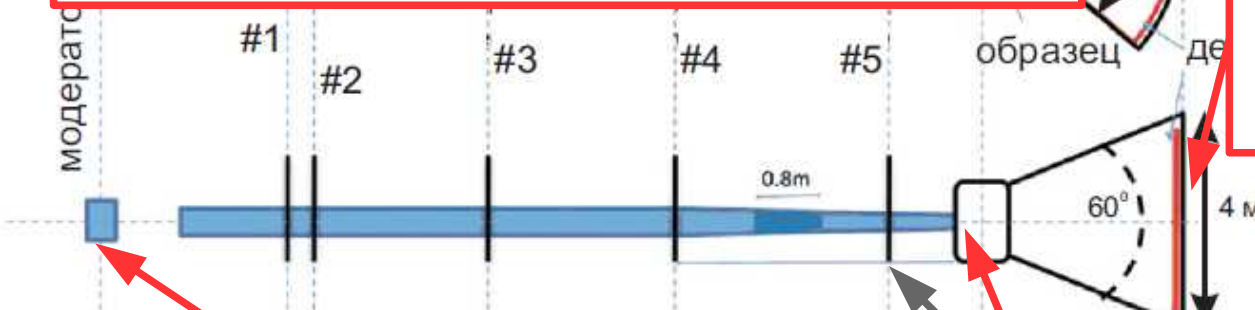
нейтроны с выбранной  
скоростью попали на  
образец



## » эксперимент



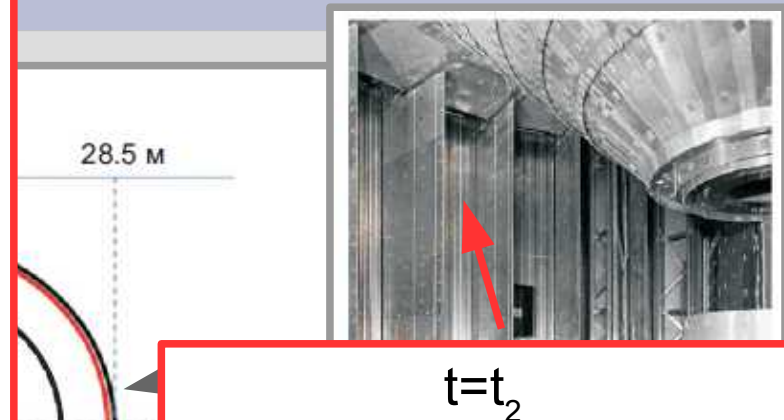
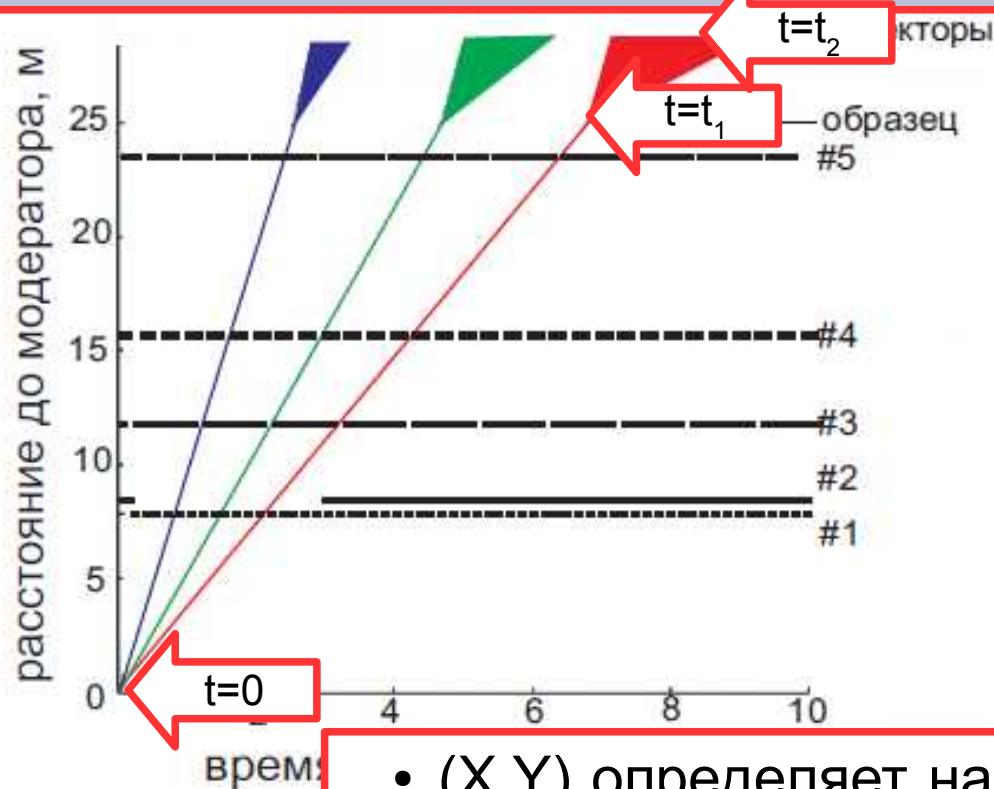
$t=t_2$   
один из нейтронов  
зафиксирован  
детектором (X,Y)



$t=0$   
импульс протонов  
выбил нейтроны из  
мишени, нейтроны  
попали в модератор

$t=t_1$   
нейтроны с выбранной  
скоростью попали на  
образец

## » эксперимент



- $(X, Y)$  определяет направление  $k'$ ,  $(t_2 - t_1)$  и  $(X, Y)$  позволяют определить величину скорости после рассеяния.
- Считаем каждый нейтрон (поток на образце  $10^8$   $1/(\text{см}^2 \text{с})$ ).
- Эксперимент может длиться несколько дней...

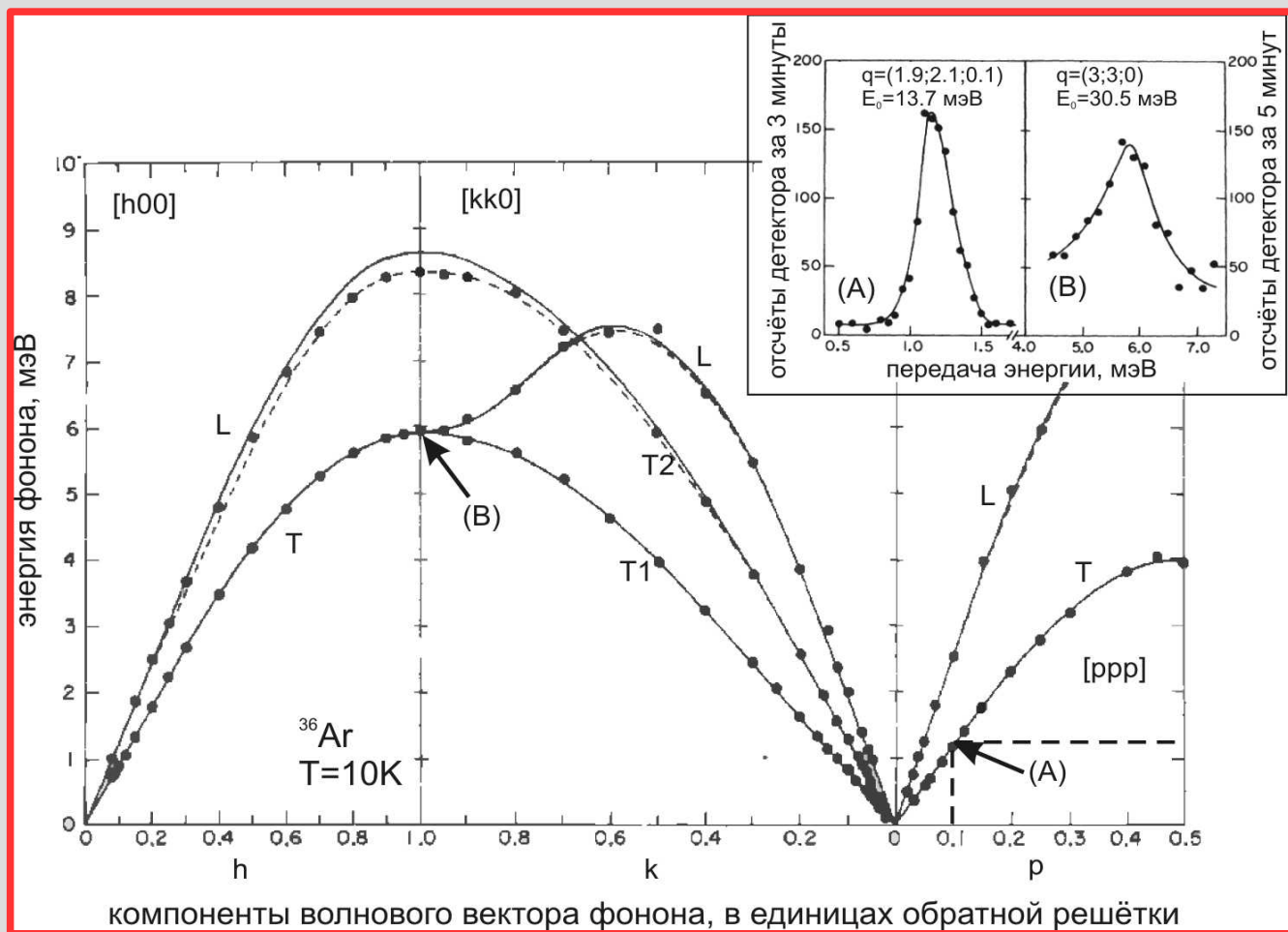
модератор

#1 #2

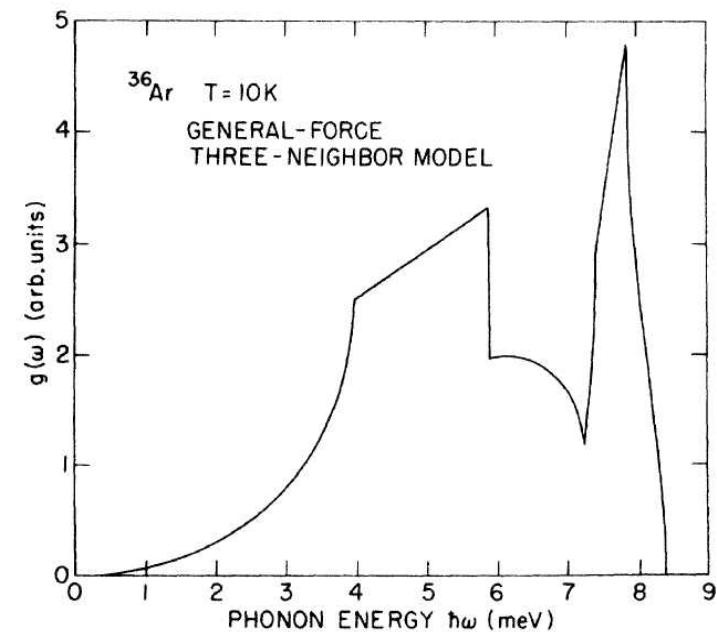
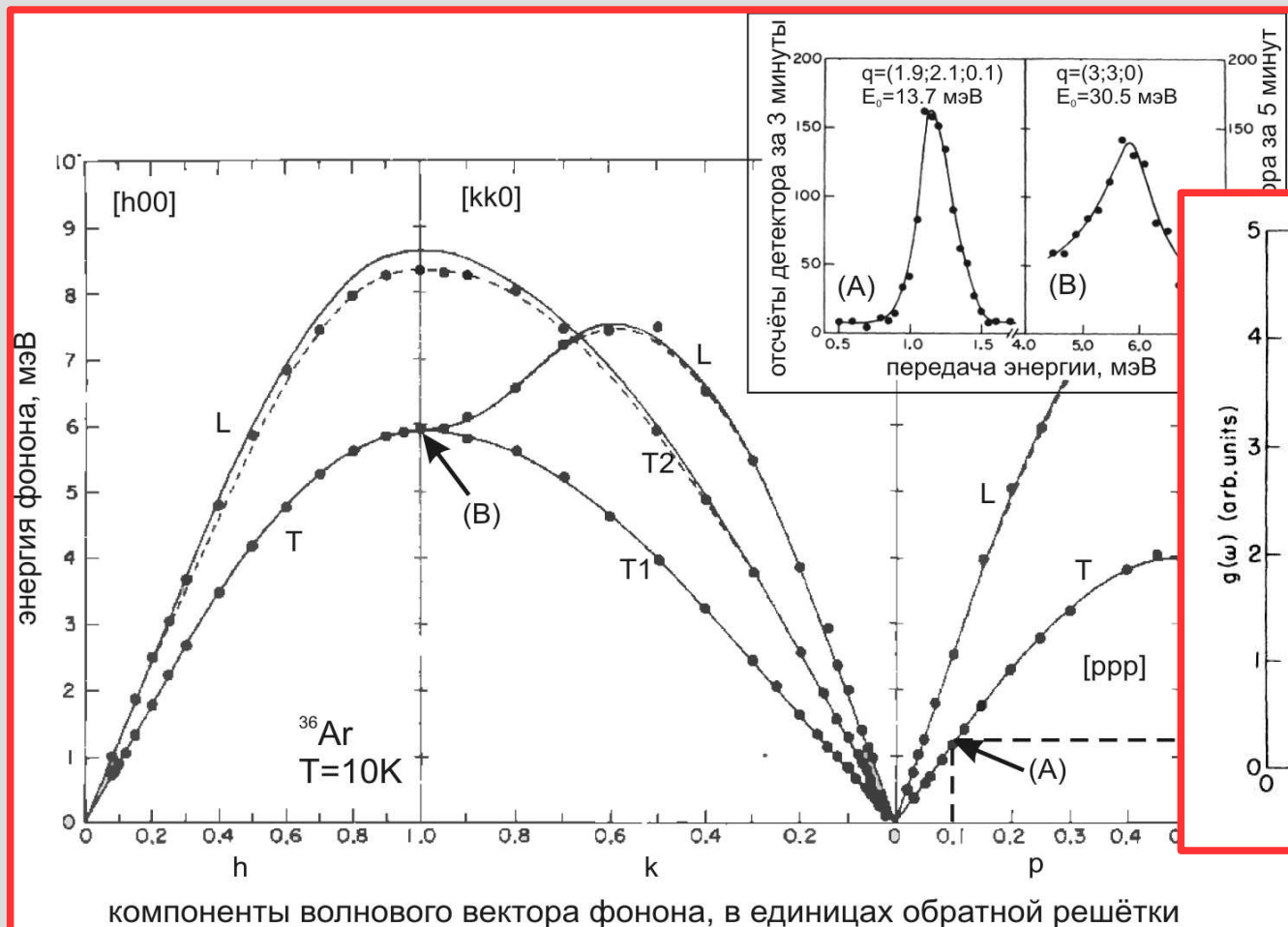
$t=0$

импульс протонов выбил нейтроны из мишени, нейтроны попали в модератор

# Неупругое рассеяние на фононах в $^{36}\text{Ar}$ , 10K.



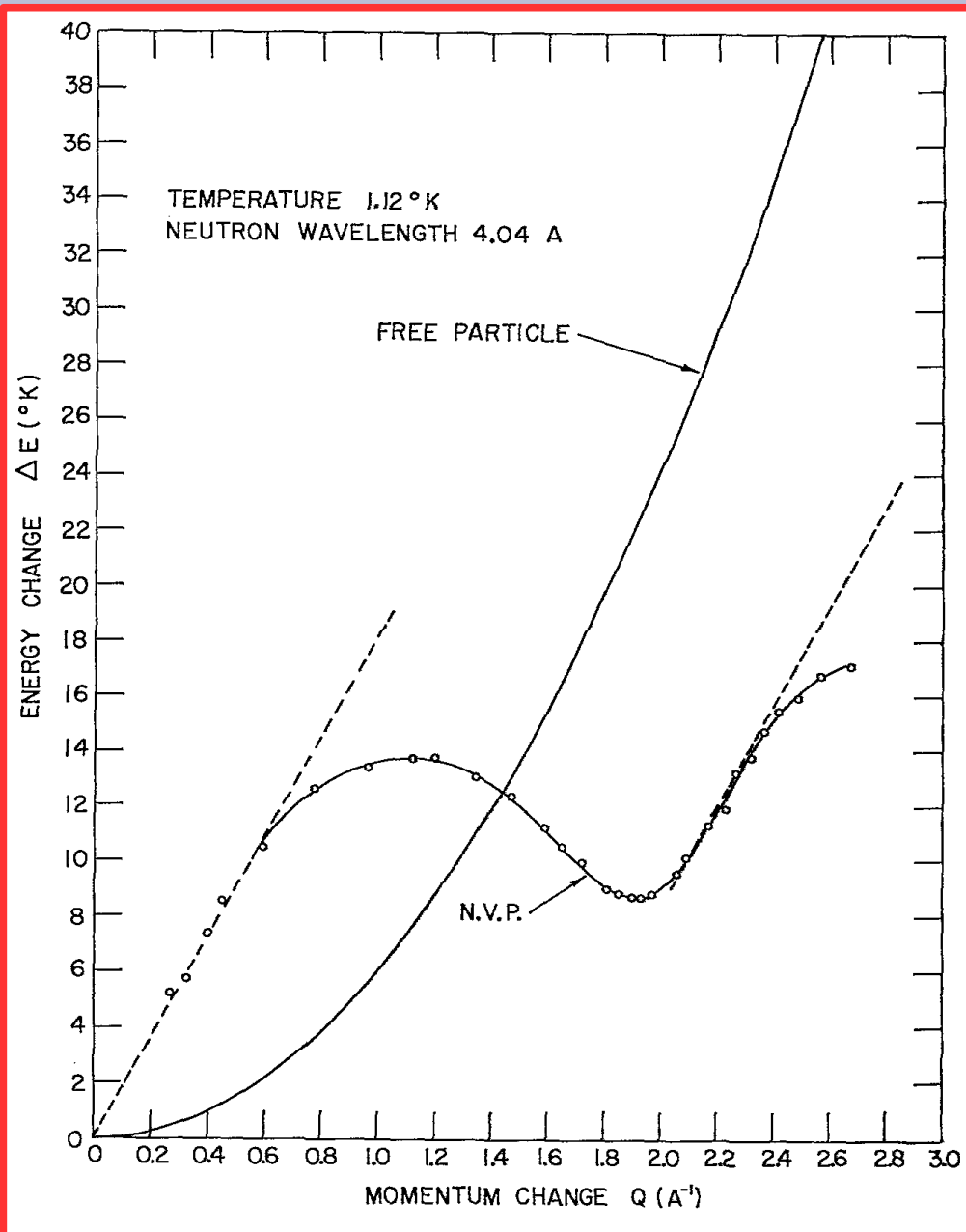
# Неупругое рассеяние на фононах в $^{36}\text{Ar}$ , 10K.



Вычисленная по параметрам модели взаимодействия трёх ближайших соседей плотность фононных состояний в твёрдом аргоне-36.



# Неупругое рассеяние на возбуждениях квантовой жидкости.



Спектр элементарных возбуждений, измеренный методом неупругого рассеяния нейтронов в сверхтекучем гелии-4 при давлении насыщенных паров и температуре 1.12K.

D.G.Henshaw and A.B.Woods, Modes of Atomic Motion in Liquid Helium by Inelastic Scattering of Neutrons, Physical Review, 121, 1266(1961)



## Часть 5. ARPES: фотоэмиссионная спектроскопия с угловым разрешением.



# ARPES: фотоэмиссионная спектроскопия с угловым разрешением.

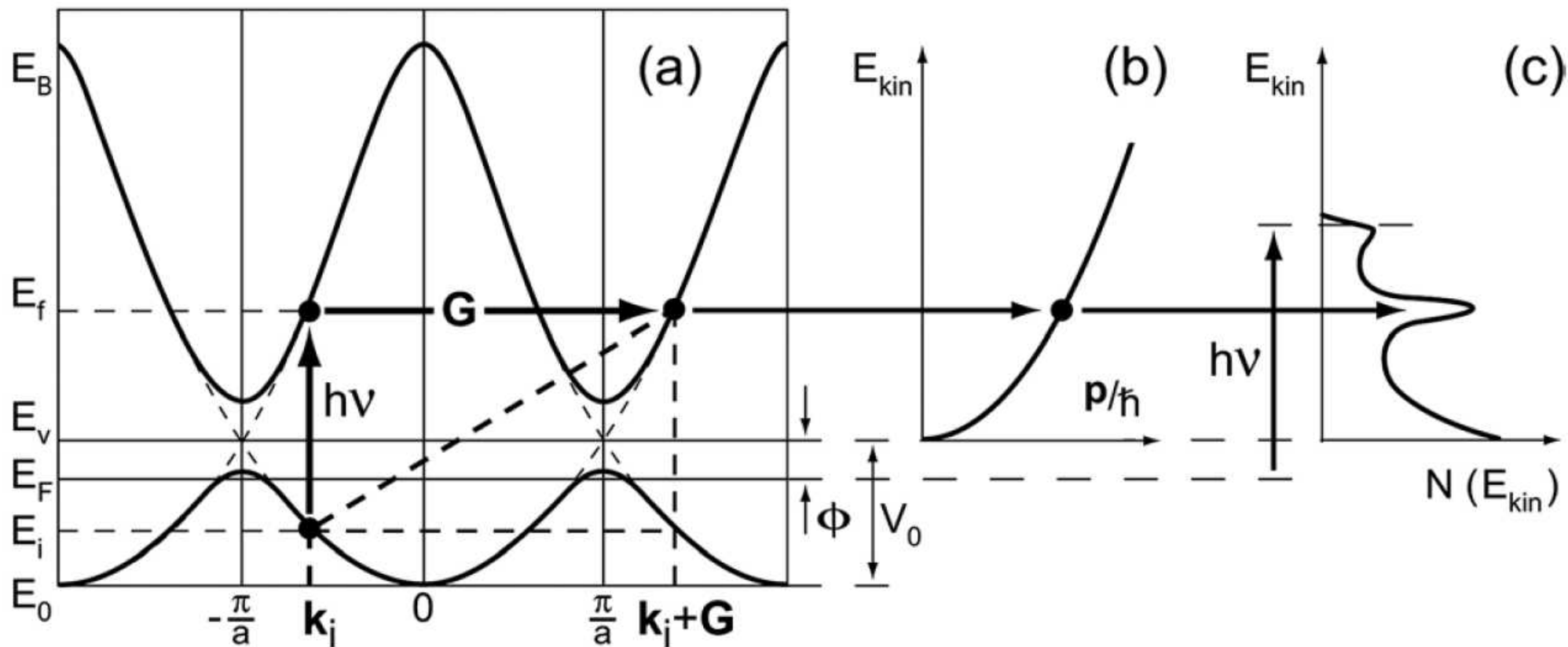
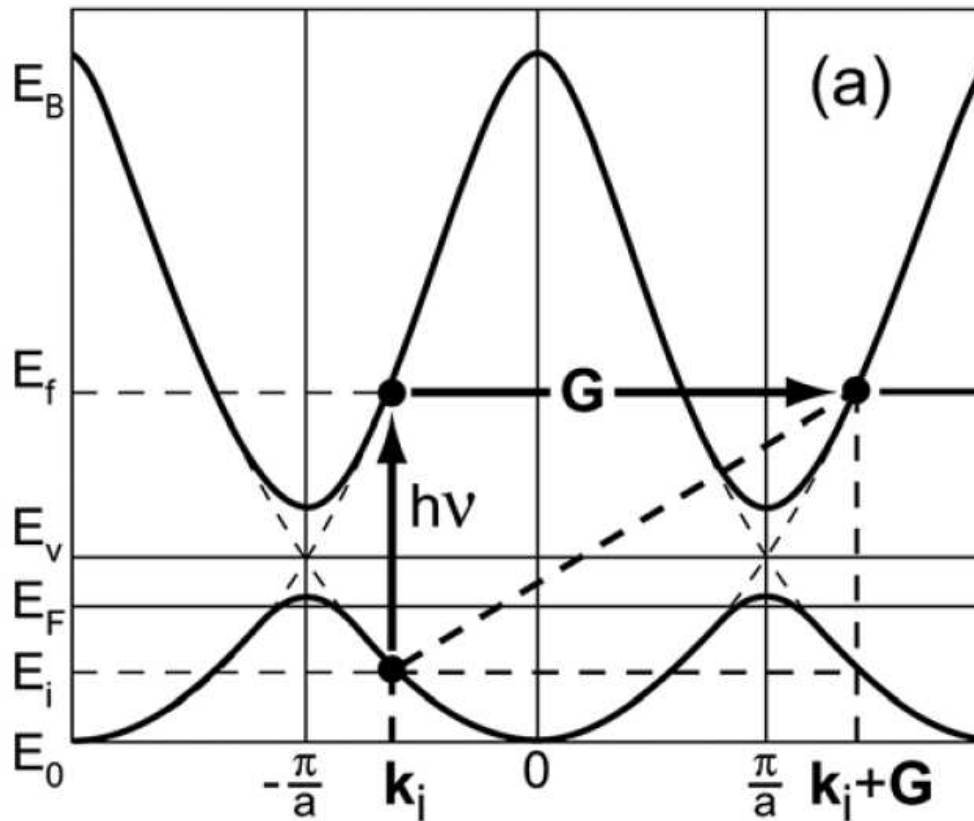


Схема резонансного поглощения фотона. (а) Переход электрона в более высокую энергетическую зону в представлении периодической зонной схемы. (б) Квадратичный спектр электрона в вакууме. (с) Схема распределения фотоэлектронов по энергии с резонансным пиком. Обозначения:  $E_0$  - дно зоны проводимости,  $E_i$  - энергия исходного состояния электрона,  $E_f$  - энергия конечного состояния электрона,  $E_F$  - уровень Ферми,  $E_v$  - положение нуля энергии электрона в вакууме,  $G$  - вектор обратной решётки,  $h\nu$  - энергия фотона.

# ARPES: фотоэмиссионная спектроскопия с угловым разрешением

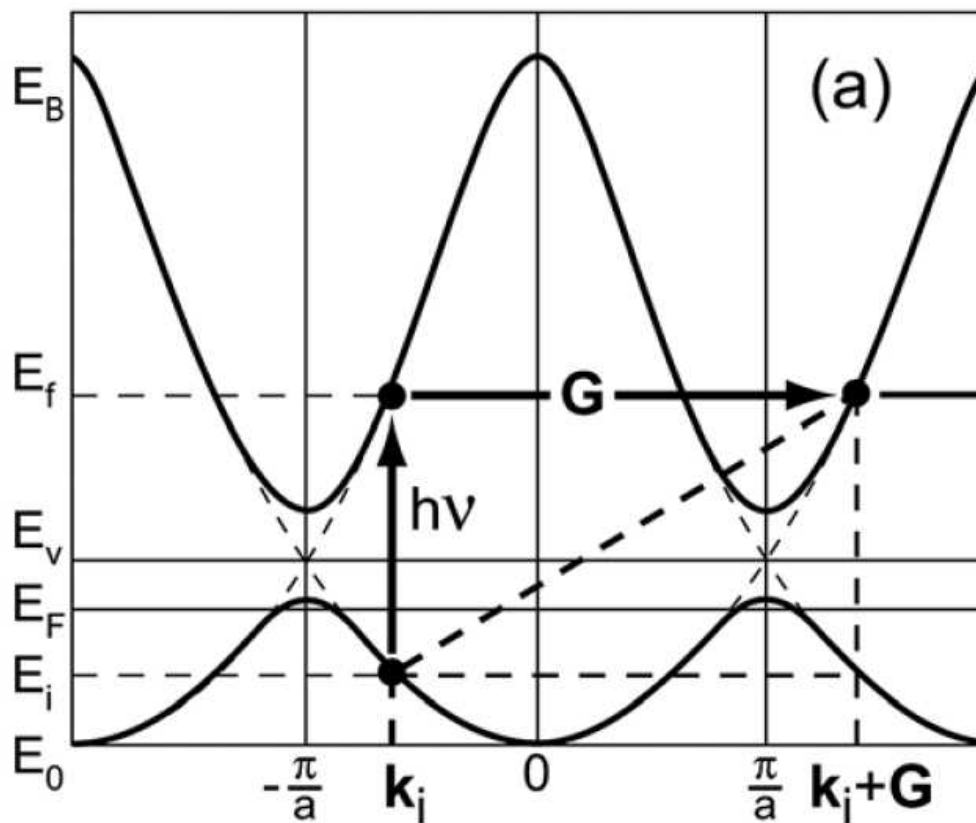


$$E_f = \frac{\hbar^2 k_f^2}{2m} = \frac{\hbar^2 (k_i + G)^2}{2m} =$$

$$= \frac{\hbar^2 \left( \left( k_{\perp}^{(cr)} \right)^2 + \left( k_{\parallel}^{(cr)} \right)^2 \right)}{2m} = E_i + h\nu$$

Схема резонансного поглощения фотона. (а) Переход электрона в более высокую зону проводимости. (б) Фотоэмиссионный спектр электрона в вакууме. (с) Схема распределения фотоэлектронов по энергии с резонансным пиком. Обозначения:  $E_0$  - дно зоны проводимости,  $E_i$  - энергия исходного состояния электрона,  $E_f$  - энергия конечного состояния электрона,  $E_F$  - уровень Ферми,  $E_v$  - положение нуля энергии электрона в вакууме,  $G$  - вектор обратной решётки,  $h\nu$  - энергия фотона.

# ARPES: фотоэмиссионная спектроскопия с угловым разрешением



$$E_f = \frac{\hbar^2 k_f^2}{2m} = \frac{\hbar^2 (k_i + G)^2}{2m} =$$

$$= \frac{\hbar^2 \left( \left( k_{\perp}^{(cr)} \right)^2 + \left( k_{\parallel}^{(cr)} \right)^2 \right)}{2m} = E_i + h\nu$$

$$k_{\parallel}^{(cr)} = k_{\parallel}^{(vac)}$$

$$\frac{\hbar^2 \left( k_{\perp}^{(cr)} \right)^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \left( k_{\perp}^{(vac)} \right)^2}{2m} + A_{вых}$$

Схема резонансного поглощения фотона. (а) Переход электрона в более высокую зону проводимости. (б) Фотоэмиссионный спектр электрона в вакууме. (с) Схема распределения фотоэлектронов по энергии с резонансным пиком. Обозначения:  $E_0$  - дно зоны проводимости,  $E_i$  - энергия исходного состояния электрона,  $E_f$  - энергия конечного состояния электрона,  $E_F$  - уровень Ферми,  $E_v$  - положение нуля энергии электрона в вакууме,  $G$  - вектор обратной решётки,  $h\nu$  - энергия фотона.

# ARPES: Как это сделать?

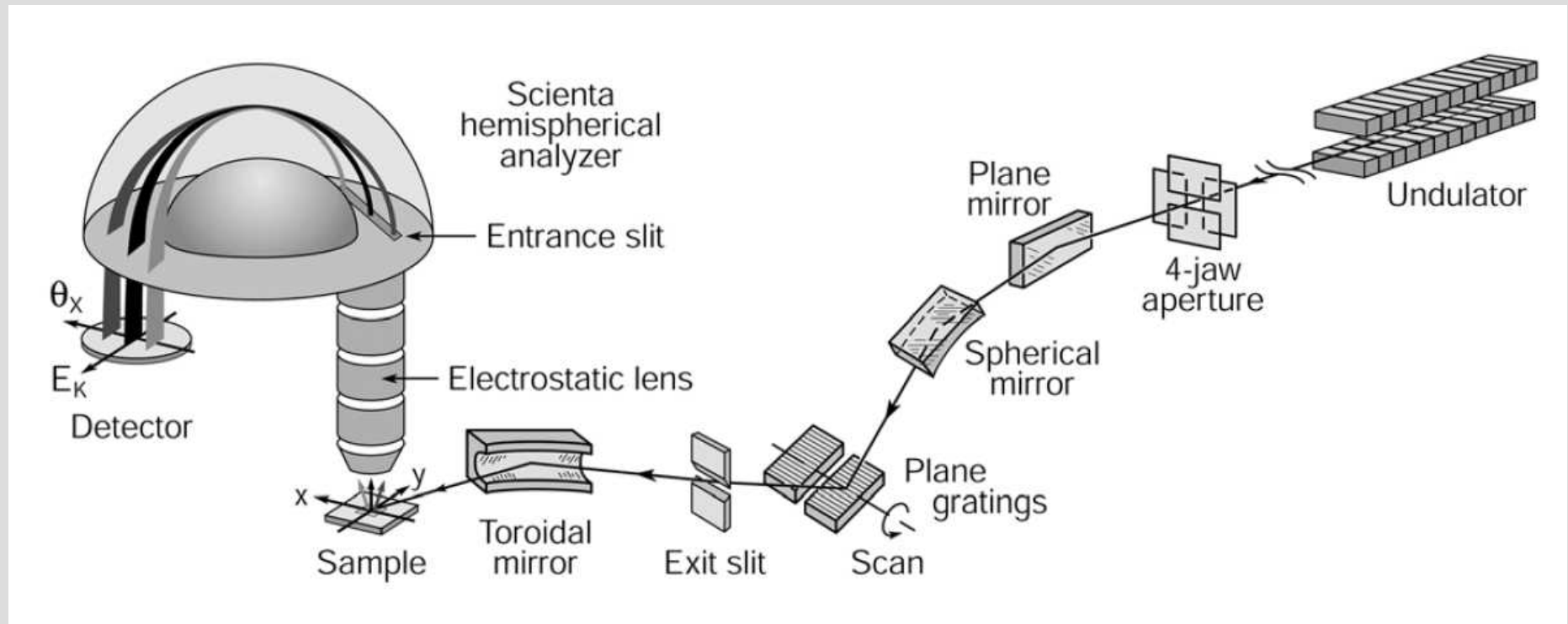
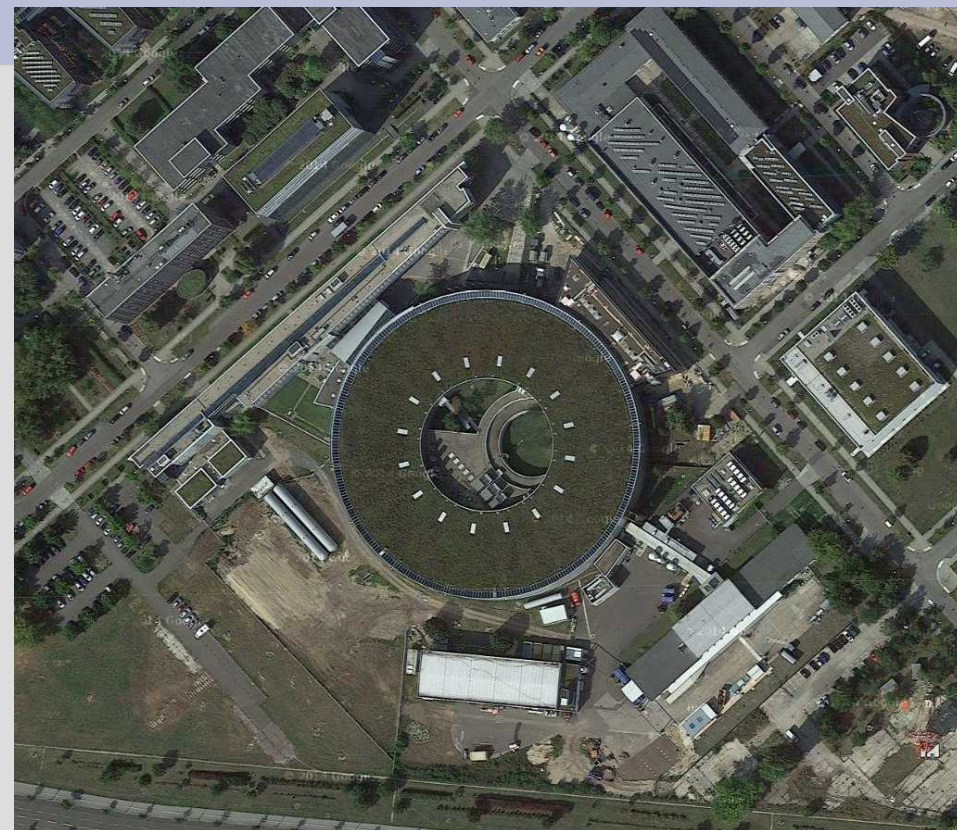
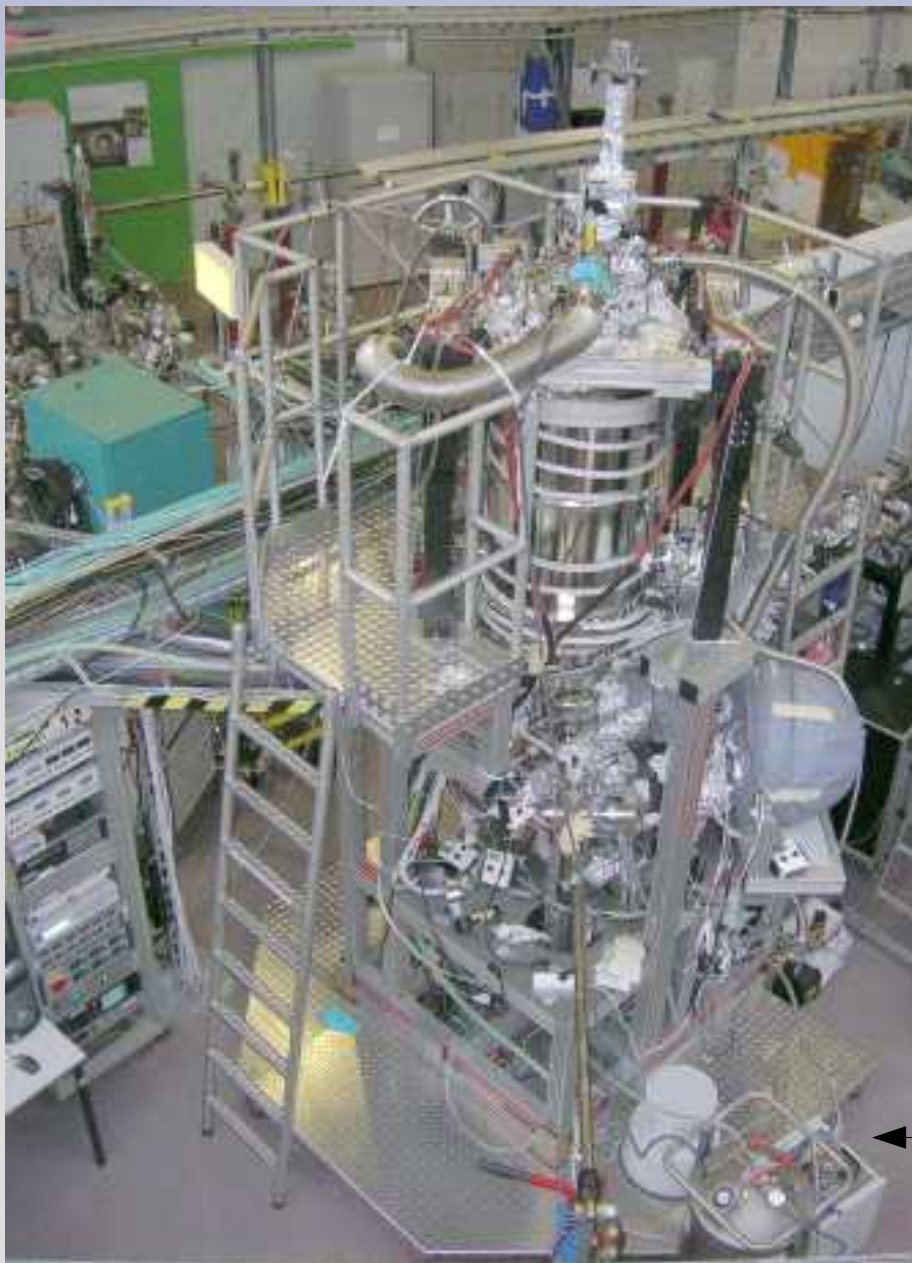


Схема установки для фотоэмиссионной спектроскопии с угловым разрешением.



# ARPES: Как это делается.

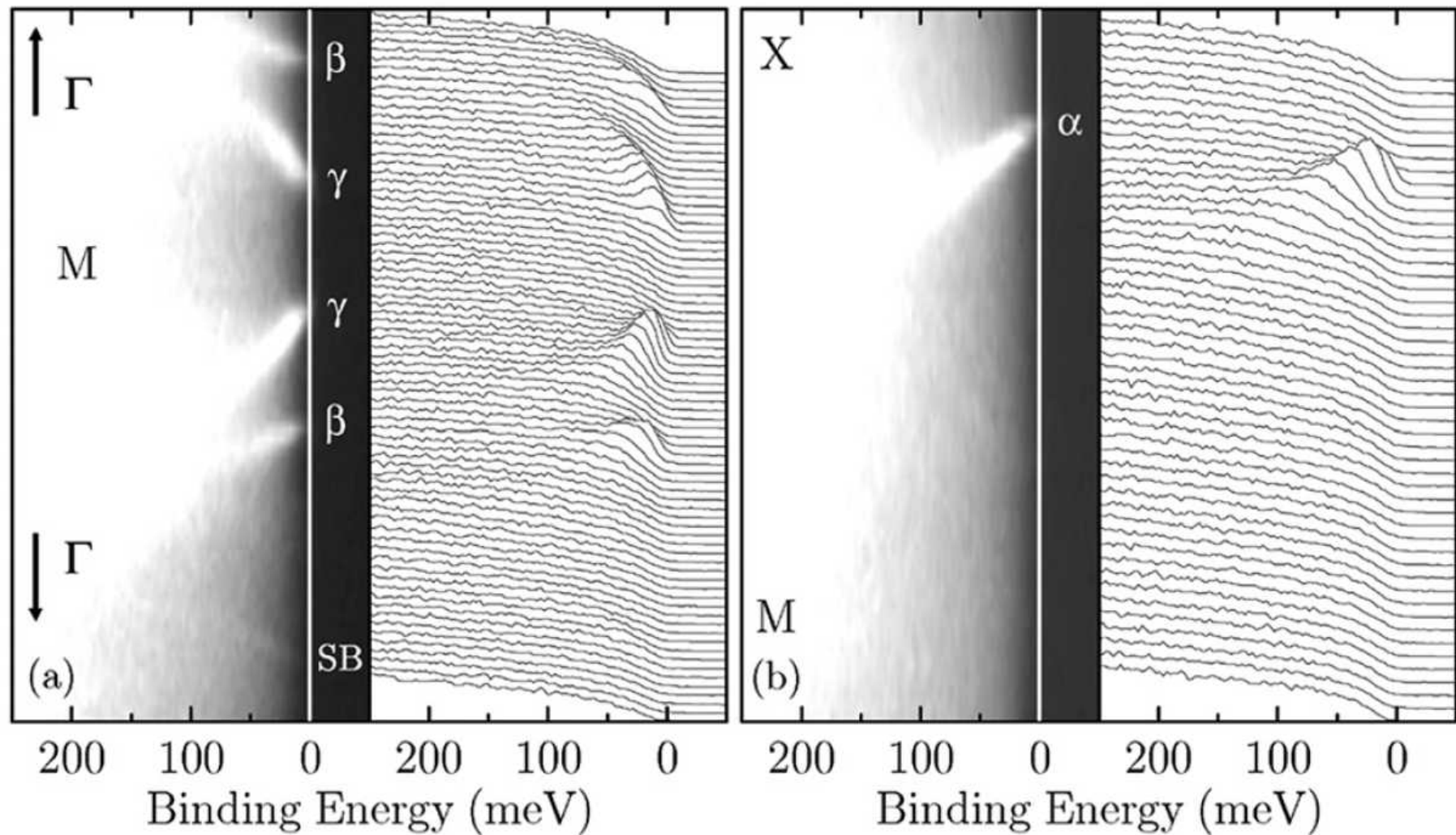


BESSY (Berlin Electron Storage Ring Society for Synchrotron Radiation) @ GoogleMap

Фотография установки для фотоэмиссионной спектроскопии с угловым разрешением на синхротроне BESSY (Берлин). Установка позволяет достигать монохроматичности фотонов в пределах 1 мэВ, анализировать энергию фотоэлектронов с разрешением 1 мэВ и проводить исследования при температуре ниже 1К. Из презентации проф.С.В.Борисенко (IFW-Dresden).

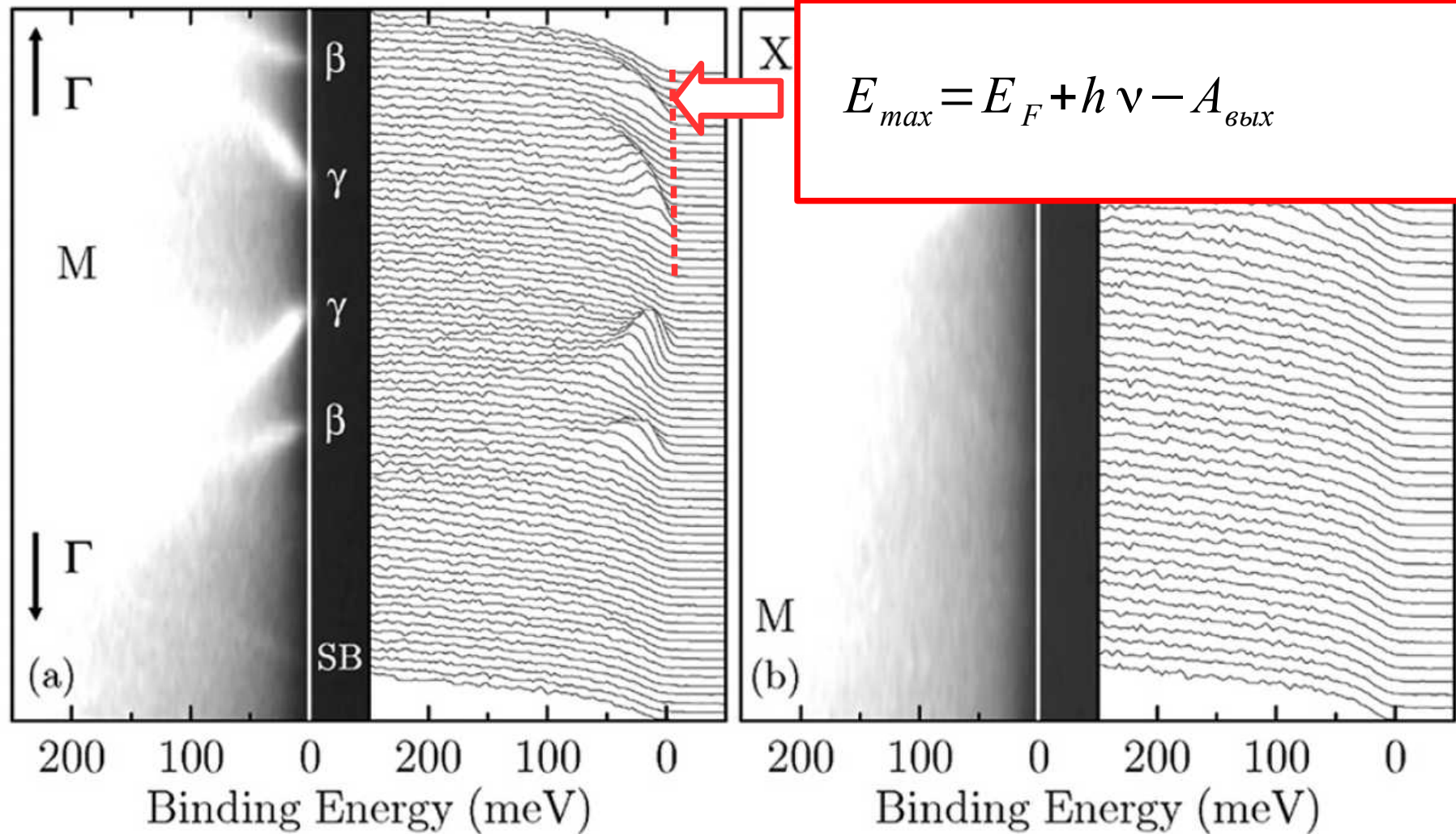


# ARPES: Что собственно измеряется.



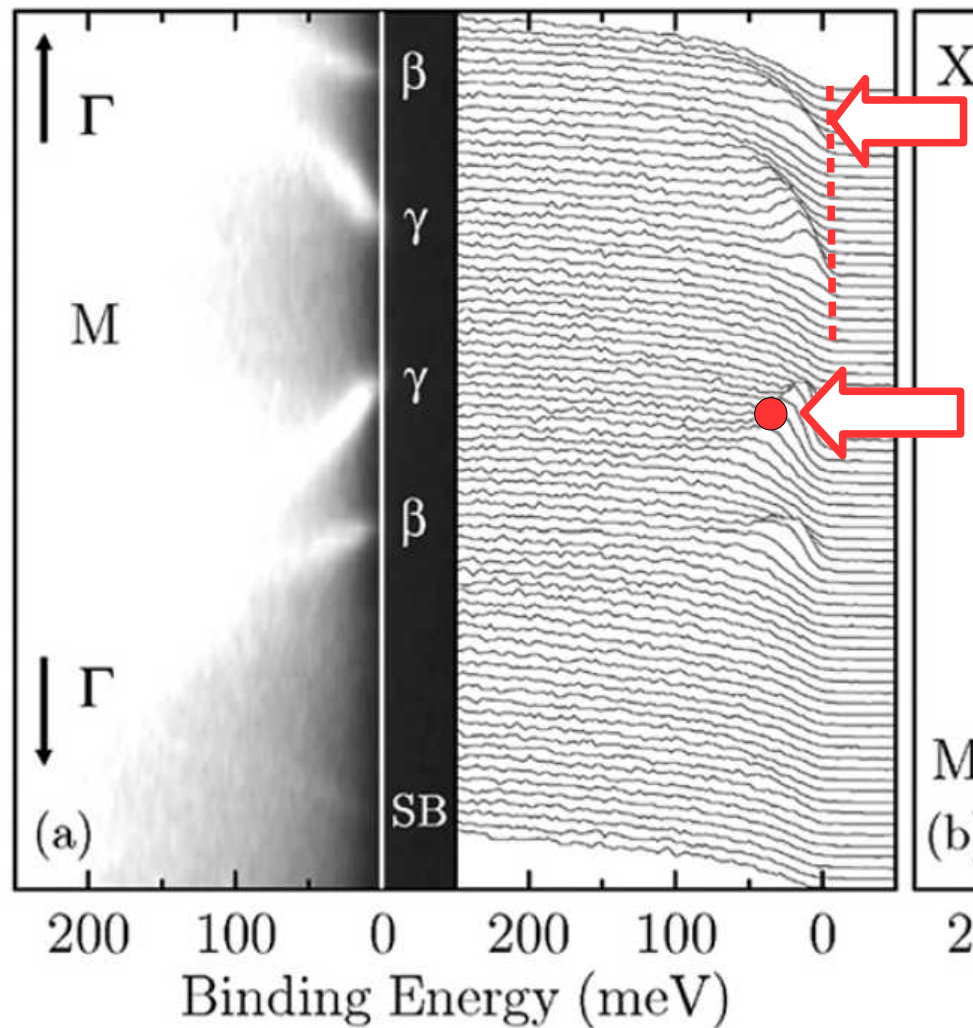
Серии распределения фотоэлектронов по энергии для различных направлений импульса фотоэлектронов в соединении  $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$ . Рисунки (a) и (b) соответствуют сканированию вдоль различных направлений и в  $k$ -пространстве. Энергия падающих фотонов 28 эВ. Температура 10K.

# ARPES: Что собственно измеряется.



Серии распределения фотоэлектронов по энергии для различных направлений импульса фотоэлектронов в соединении  $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$ . Рисунки (a) и (b) соответствуют сканированию вдоль различных направлений и в k-пространстве. Энергия падающих фотонов 28 эВ. Температура 10K.

# ARPES: Что собственно измеряется.



$$E_{max} = E_F + \hbar \nu - A_{вых}$$

$$k_{\parallel}^{(cr)} = k_{\parallel}^{(vac)}$$

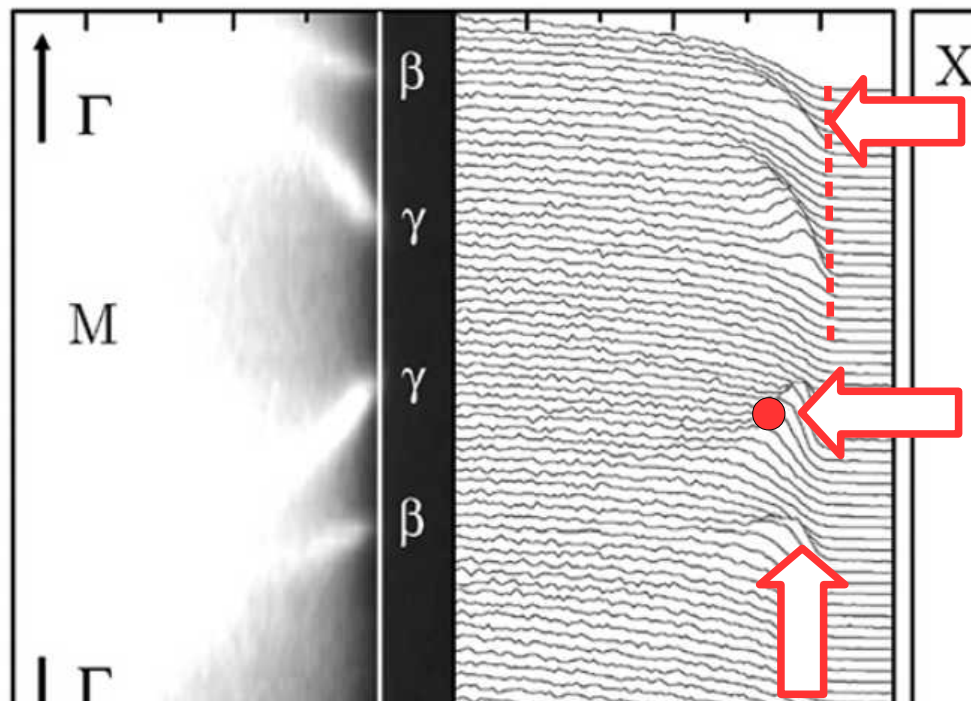
$$\frac{\hbar^2 (k_{\perp}^{(cr)})^2}{2m} = \frac{\hbar^2 (k_{\perp}^{(vac)})^2}{2m} + A_{вых}$$

$$E_f = \frac{\hbar^2 \left( (k_{\perp}^{(cr)})^2 + (k_{\parallel}^{(cr)})^2 \right)}{2m} = E_i + \hbar \nu$$

Серии распределения фотоэлектронов по энергии для различных направлений импульса фотоэлектронов в соединении  $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$ . Рисунки (a) и (b) соответствуют сканированию вдоль различных направлений и в k-пространстве. Энергия падающих фотонов 28 эВ. Температура 10K.



# ARPES: Что собственно измеряется.



$$E_{max} = E_F + \hbar \nu - A_{вых}$$

$$k_{\parallel}^{(cr)} = k_{\parallel}^{(vac)}$$

$$\frac{\hbar^2 \left( k_{\perp}^{(cr)} \right)^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \left( k_{\perp}^{(vac)} \right)^2}{2m} + A_{вых}$$

$$E_f = \frac{\hbar^2 \left( \left( k_{\perp}^{(cr)} \right)^2 + \left( k_{\parallel}^{(cr)} \right)^2 \right)}{2m} = E_i + \hbar \nu$$

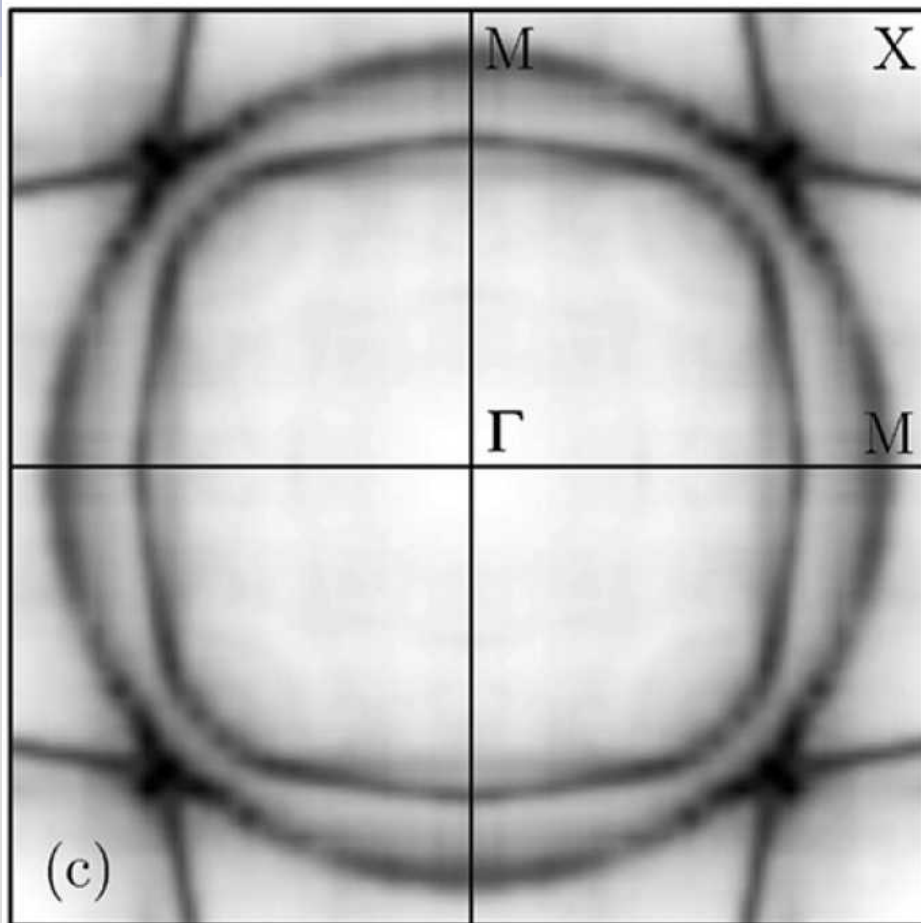
$$k_{\parallel}^{(cr)} = k_{\parallel}^{(vac)}$$

$$\frac{\hbar^2 \left( k_{\perp}^{(cr)} \right)^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \left( k_{\perp}^{(vac)} \right)^2}{2m} + A_{вых}$$

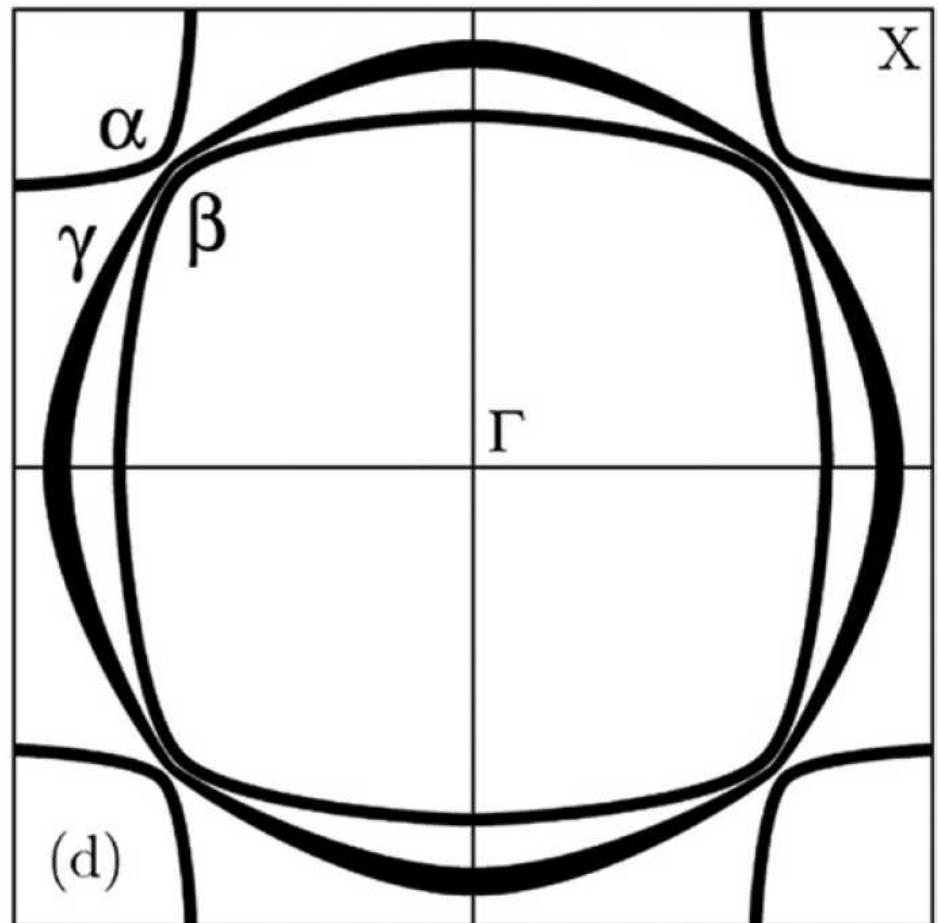
$$E_i = E_F(\vec{k})$$

ний импульса фотоэлектронов в соединении Sr2RuO4. Рисунки (a) и (b) соответствуют падающих фотонов 28 эВ. Температура 10K.

# ARPES: Что собственно измеряется.



$\text{Sr}_2\text{RuO}_4$  cleaved at 180 K  
 $T = 10$  K  $h\nu = 28$  eV



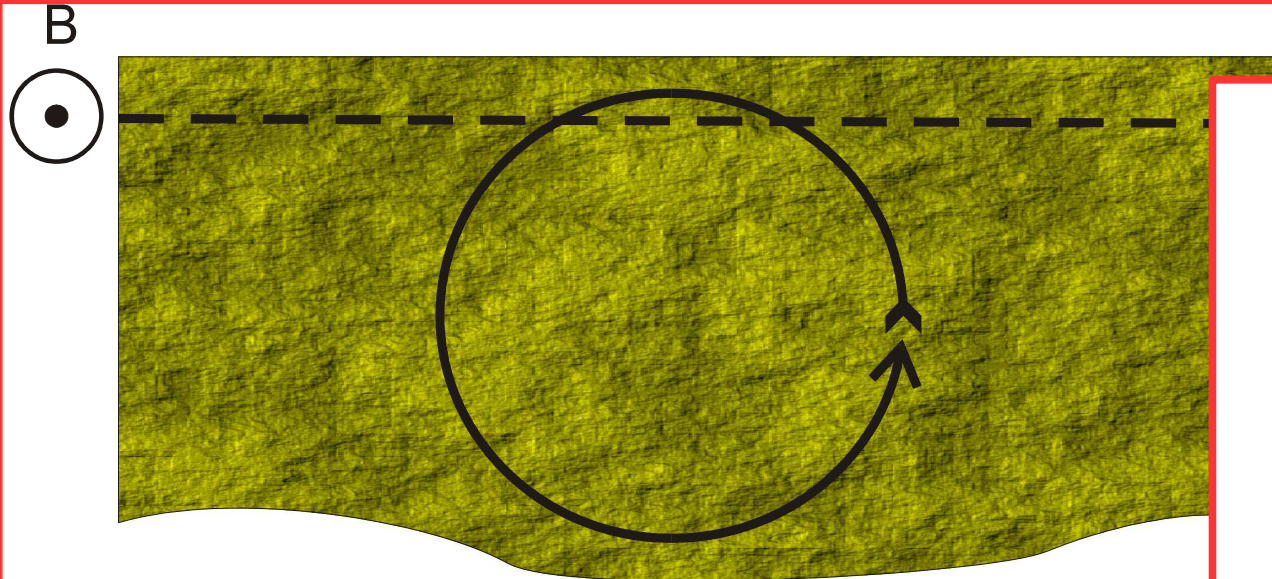
Local density approximation  
band structure calculation

Слева: экспериментально измеренное методом ARPES сечение ферми-поверхности. Справа: расчёт зонной структуры.



## Часть 6. Металлы в квантующем магнитном поле.

# Циклотронные уровни в модели свободных электронов.

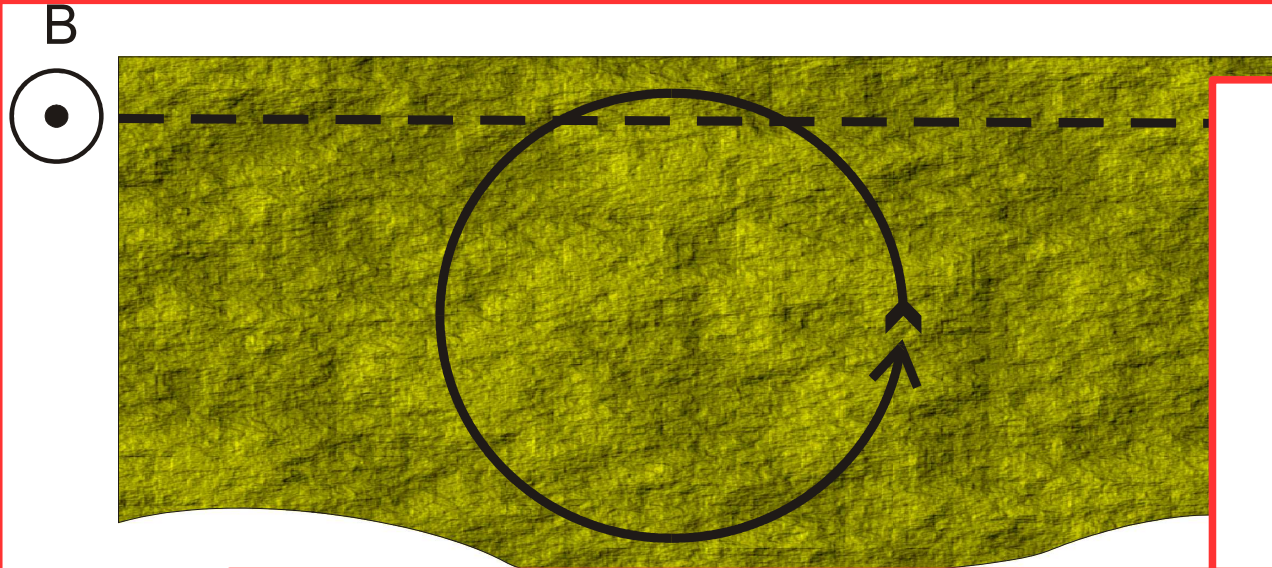


Классическое  
рассмотрение:

$$m \omega^2 R = \frac{e}{c} \omega R B$$

$$\omega_c = \frac{e B}{m c}$$

# Циклотронные уровни в модели свободных электронов.



Классическое  
рассмотрение:

$$m \omega^2 R = \frac{e}{c} \omega R B$$

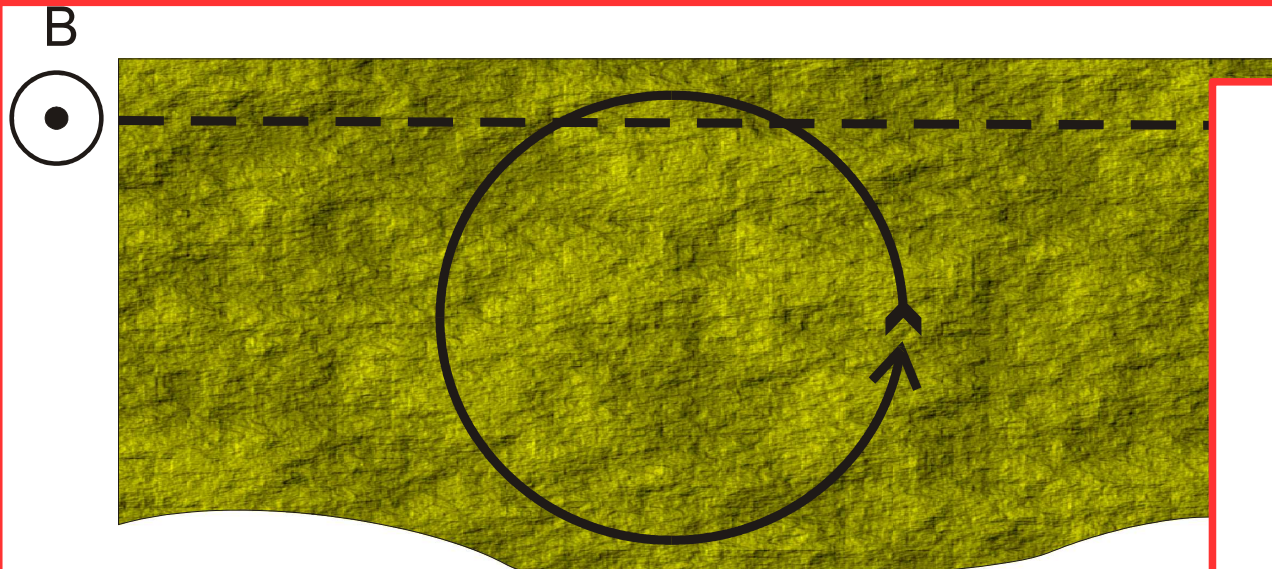
$$\omega_c = \frac{e B}{m c}$$

Квазиклассика (правило Бора-Зоммерфельда):

$$\oint \left( \vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A} \right) d\vec{l} = n h$$



# Циклотронные уровни в модели свободных электронов.



Классическое  
рассмотрение:

$$m \omega^2 R = \frac{e}{c} \omega R B$$

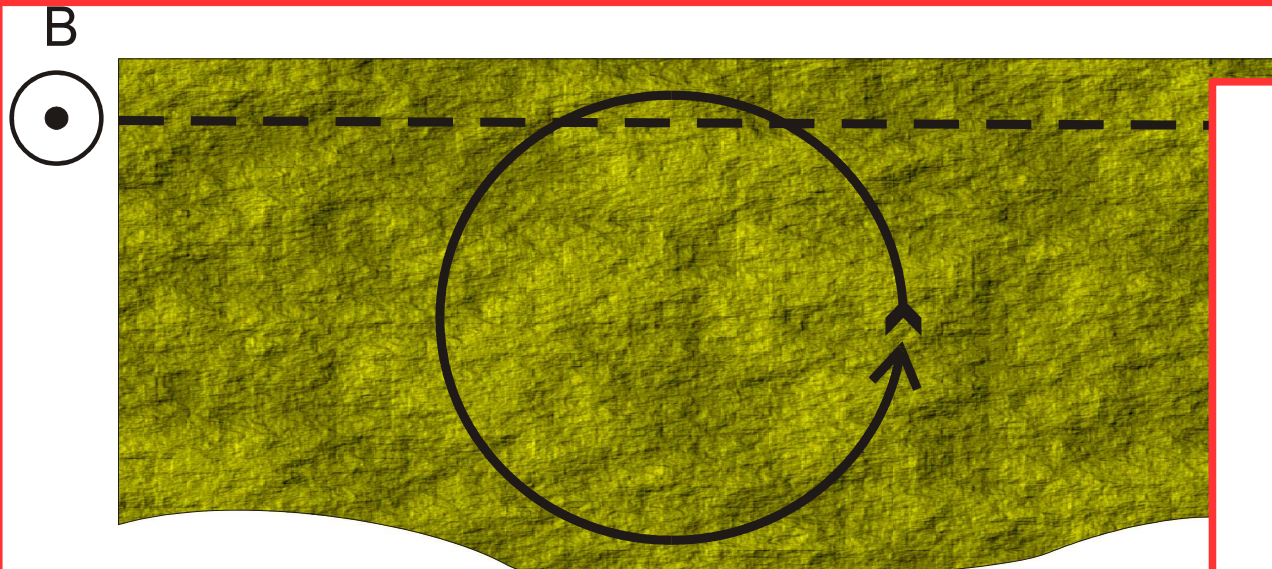
$$\omega_c = \frac{e B}{m c}$$

Квазиклассика (правило Бора-Зоммерфельда):

$$\oint \left( \vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A} \right) d\vec{l} = n h$$

$$2 \pi r m \omega_c r - \frac{e}{c} B \pi r^2 = n h$$

# Циклотронные уровни в модели свободных электронов.



Классическое рассмотрение:

$$m \omega^2 R = \frac{e}{c} \omega R B$$

$$\omega_c = \frac{e B}{m c}$$

Квазиклассика (правило Бора-Зоммерфельда):

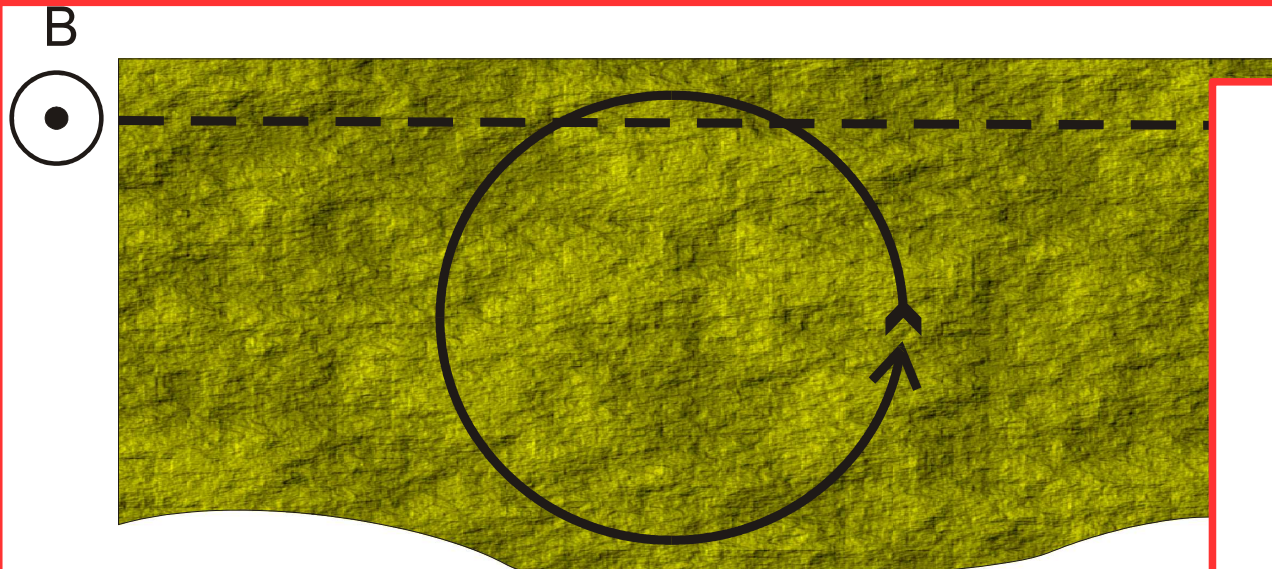
$$\oint \left( \vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A} \right) d\vec{l} = n h$$

$$2 \pi r m \omega_c r - \frac{e}{c} B \pi r^2 = n h$$

$$\pi \frac{e B}{c} r^2 = n h \Rightarrow r_n^2 = \frac{2 n \hbar c}{e B}$$



# Циклотронные уровни в модели свободных электронов.



Классическое рассмотрение:

$$m \omega^2 R = \frac{e}{c} \omega R B$$

$$\omega_c = \frac{e B}{m c}$$

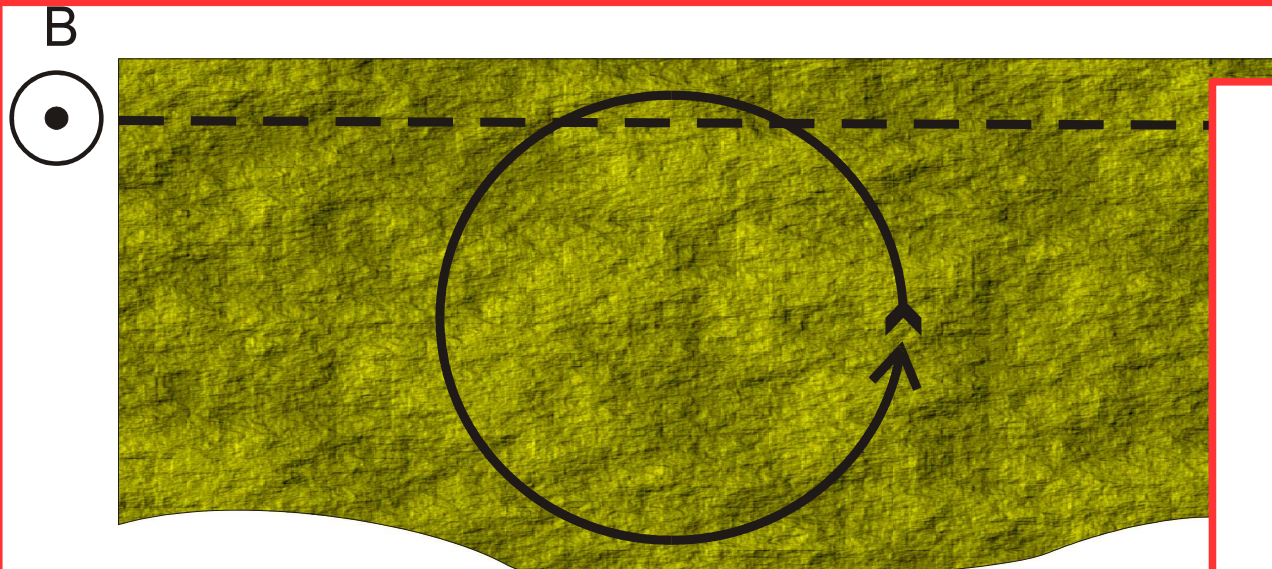
Квазиклассика (правило Бора-Зоммерфельда):

$$\oint \left( \vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A} \right) d\vec{l} = n h$$

$$2 \pi r m \omega_c r - \frac{e}{c} B \pi r^2 = n h$$

$$\pi \frac{e B}{c} r^2 = n h \Rightarrow r_n^2 = \frac{2 n \hbar c}{e B} \Rightarrow E_n = \frac{p^2}{2 m} = \frac{m}{2} \omega_c^2 r_n^2 = n \hbar \omega_c$$

# Циклотронные уровни в модели свободных электронов.



Классическое рассмотрение:

$$m \omega^2 R = \frac{e}{c} \omega R B$$

$$\omega_c = \frac{e B}{m c}$$

Квазиклассика (правило Бора-Зоммерфельда):

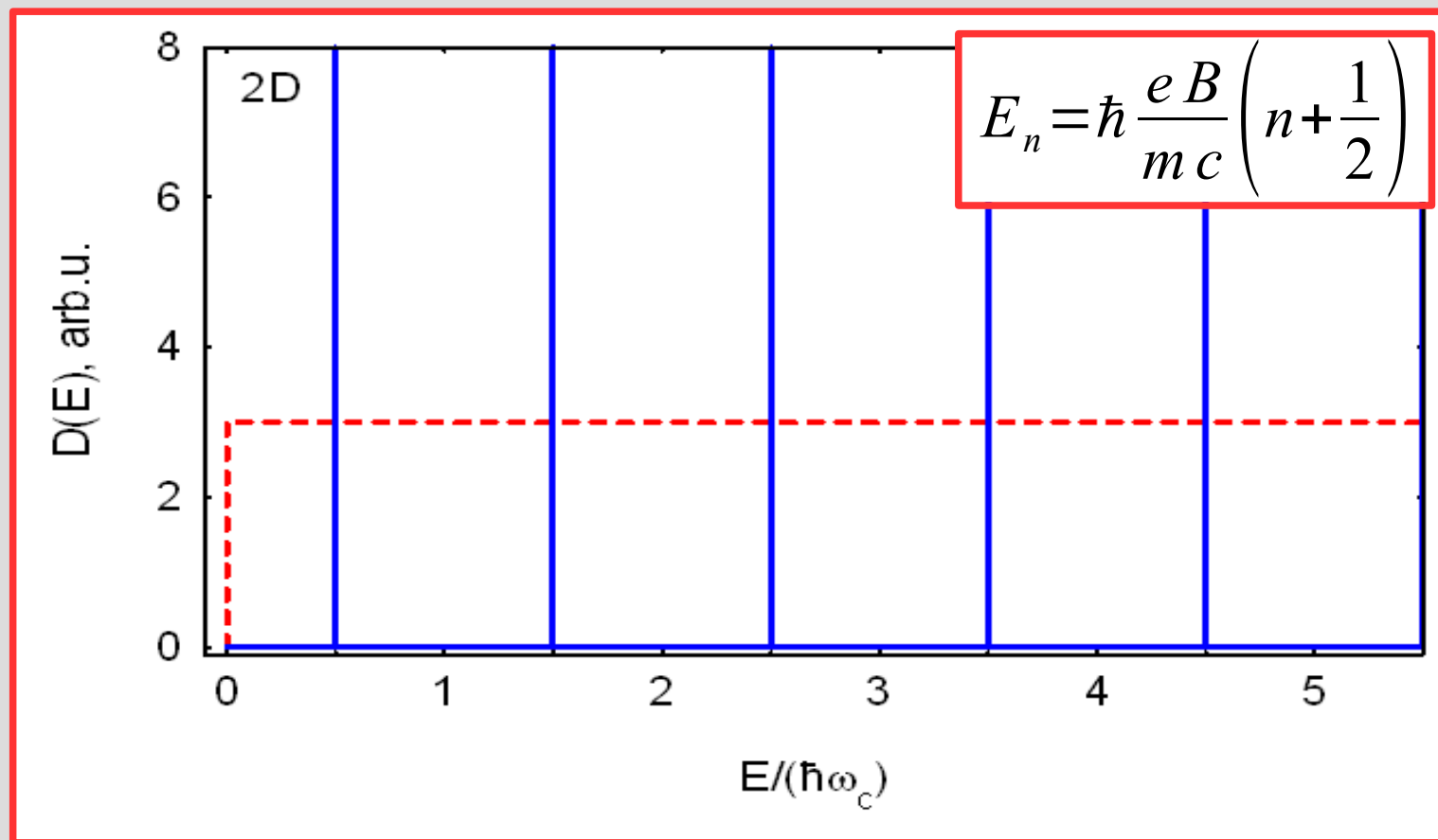
$$\oint \left( \vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A} \right) d\vec{l} = n h$$

$$2 \pi r m \omega_c$$

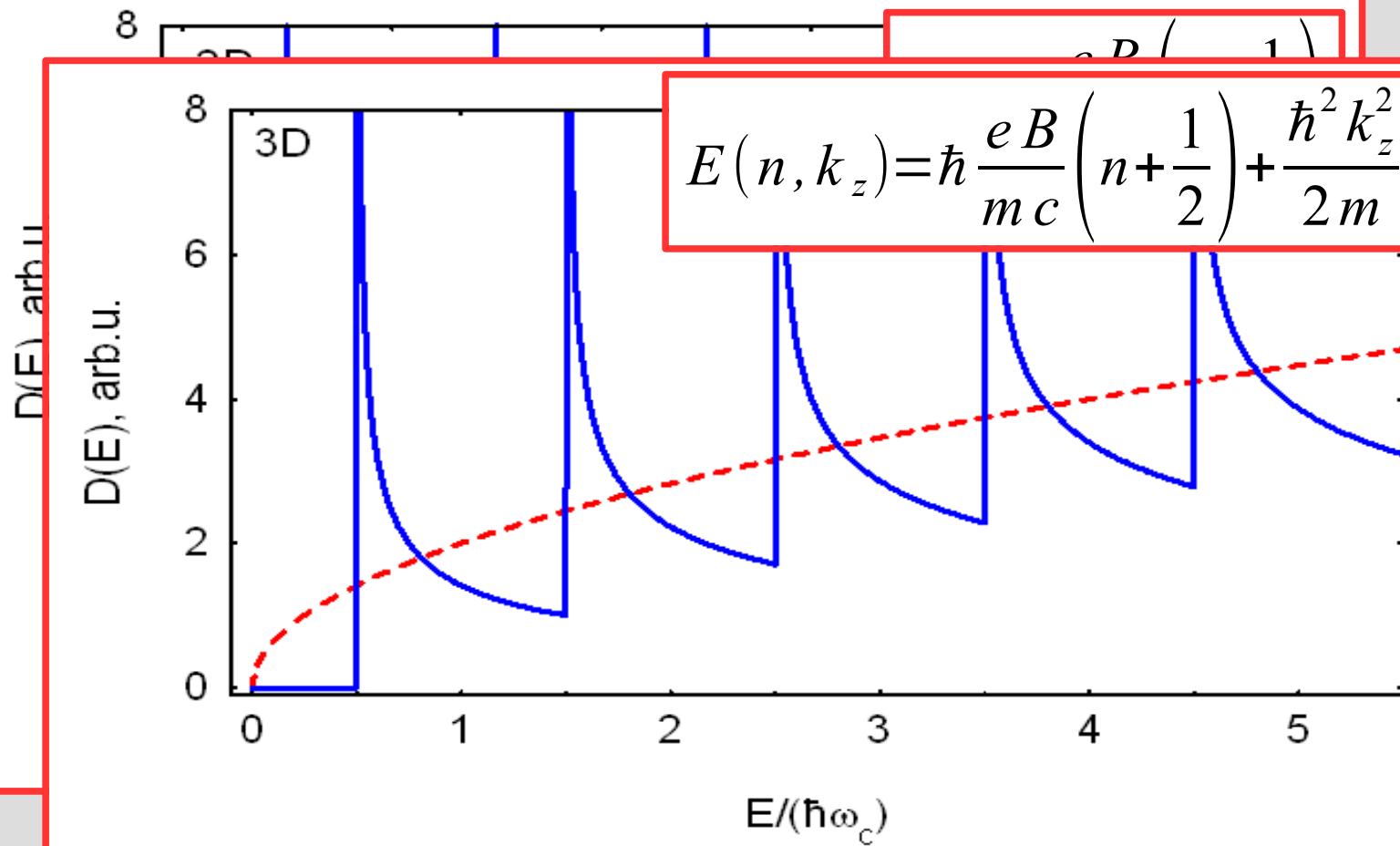
В поле 10Тл «циклотронный квант энергии» для свободного электрона 13К

$$\pi \frac{e B}{c} r^2 = n h \Rightarrow r_n^2 = \frac{2 n \hbar c}{e B} \Rightarrow E_n = \frac{p^2}{2 m} = \frac{m}{2} \omega_c^2 r_n^2 = n \hbar \omega_c$$

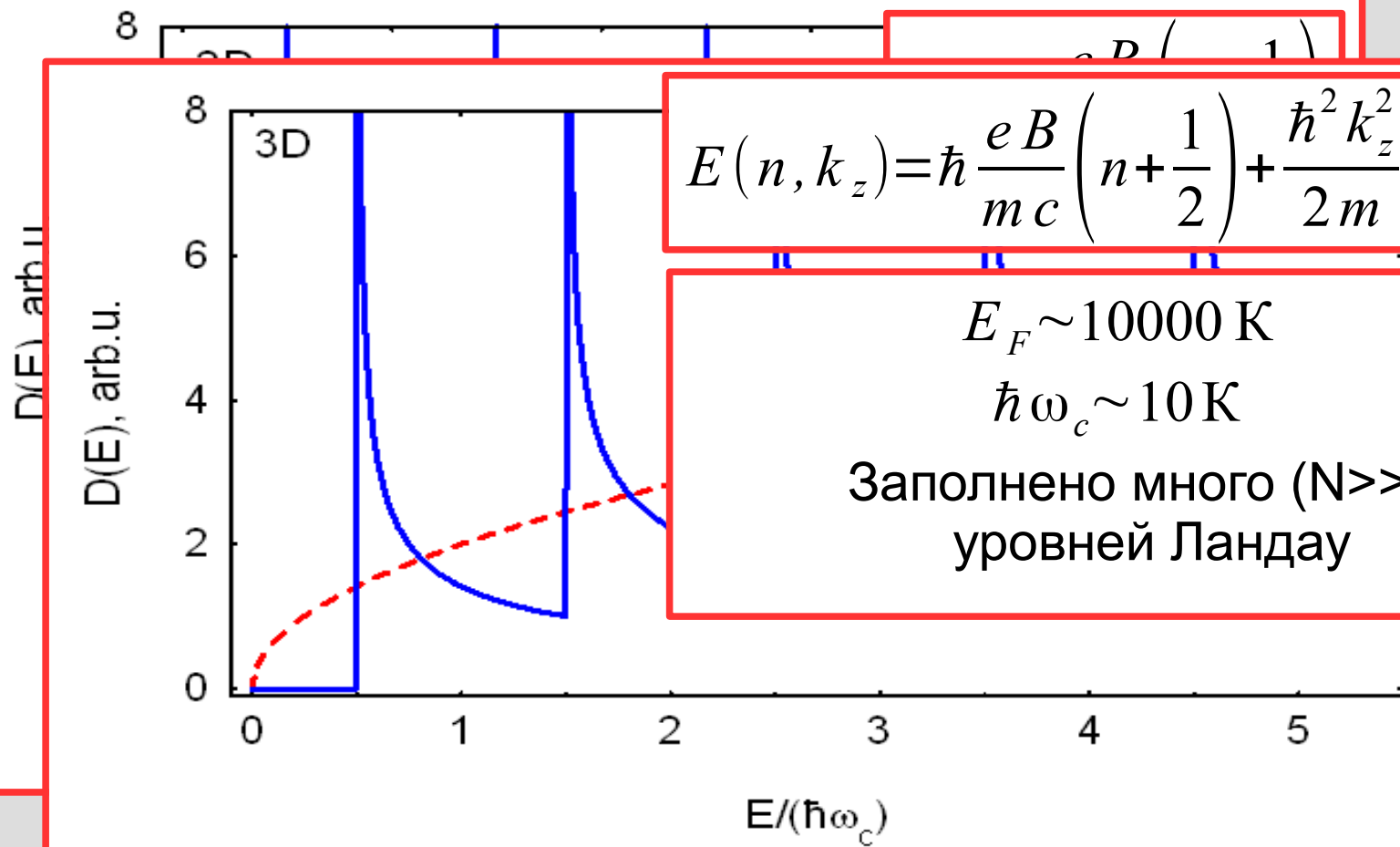
# Плотность состояний в квантующем поле: 2D.



# Плотность состояний в квантующем поле: 3D.



# Плотность состояний в квантующем поле: 3D.



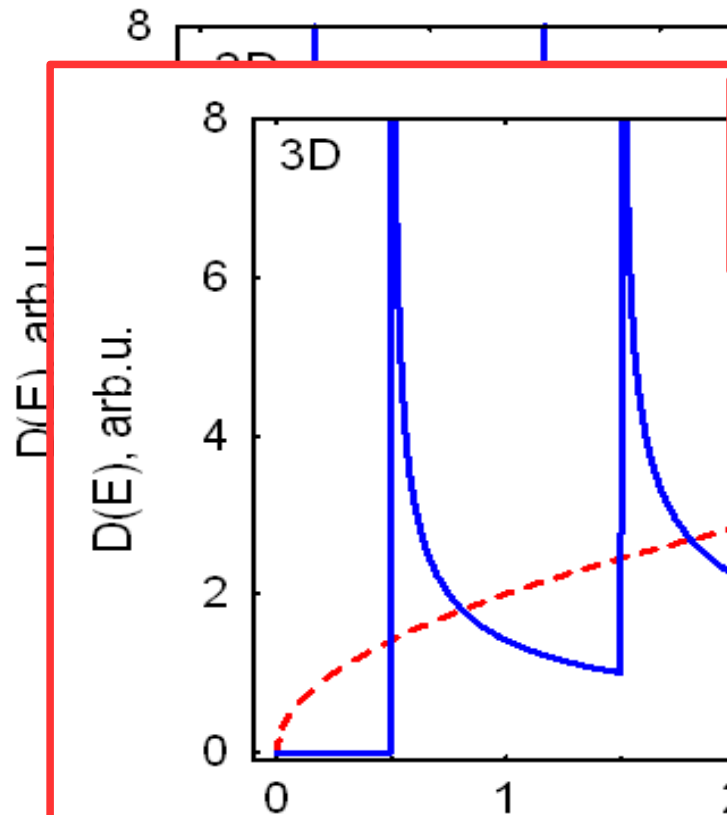
$$E(n, k_z) = \hbar \frac{e B}{m c} \left( n + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}$$

$$E_F \sim 10000 \text{ K}$$

$$\hbar \omega_c \sim 10 \text{ K}$$

Заполнено много ( $N \gg 1$ )  
уровней Ландау

# Плотность состояний в квантующем поле: 3D.



$$E(n, k_z) = \hbar \frac{e B}{m c} \left( n + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}$$

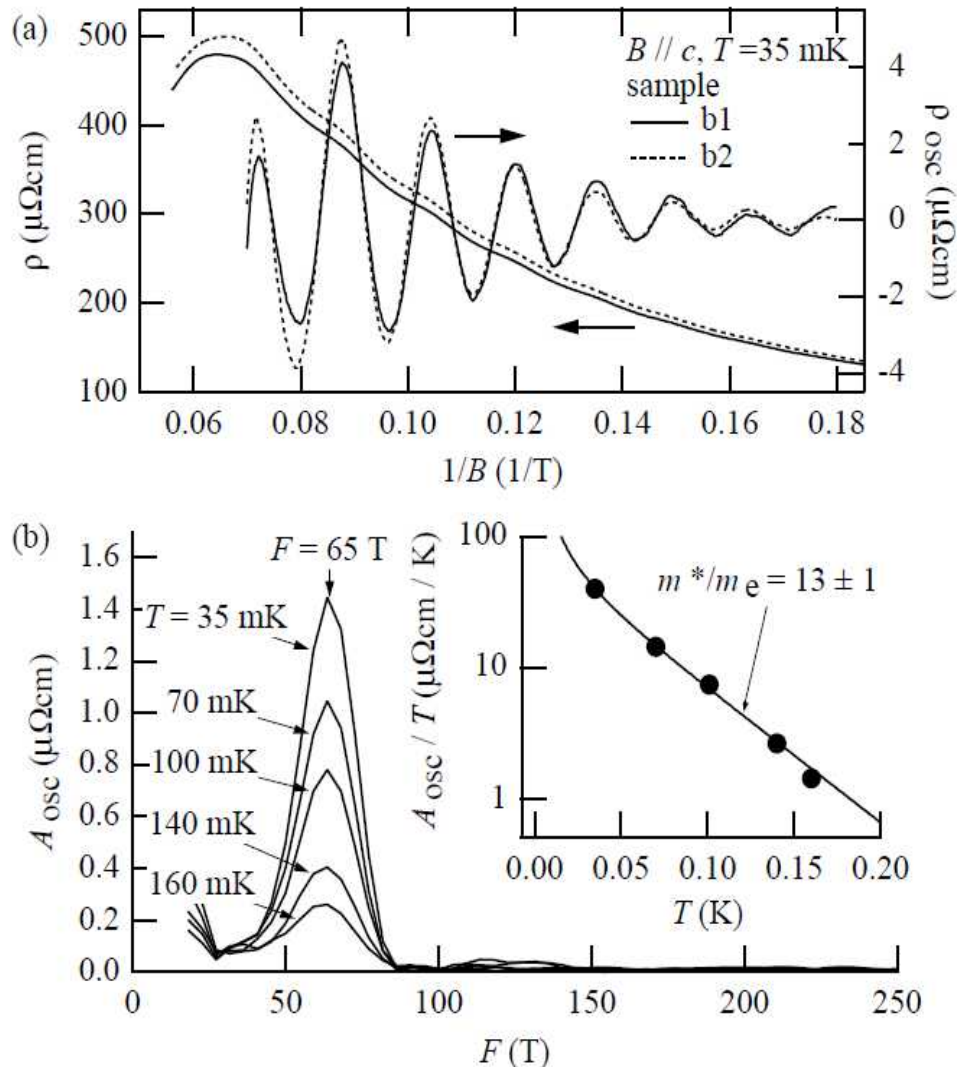
$$E_F \sim 10000 \text{ K}$$

$$\hbar \omega_c \sim 10 \text{ K}$$

Заполнено много ( $N \gg 1$ )  
уровней Ландау

При изменении поля меняется  
расстояние между уровнями  
Ландау и  $D(E_F)$

# Эффект Шубникова-де Гааза.



Пример наблюдения шубниковских осцилляций сопротивления в тяжелофермионном соединении CeNiSn.. (a) Сопротивление как функция обратного поля при температуре 35 мК. Представлены данные измерений на двух образцах (сплошная и пунктирная линии). Также показана выделенная на фоне монотонного роста сопротивления в поле осциллирующая часть. (b) Преобразование Фурье от измеренной при разных температурах зависимости сопротивления. На вставке — зависимость амплитуды осцилляций от температуры.

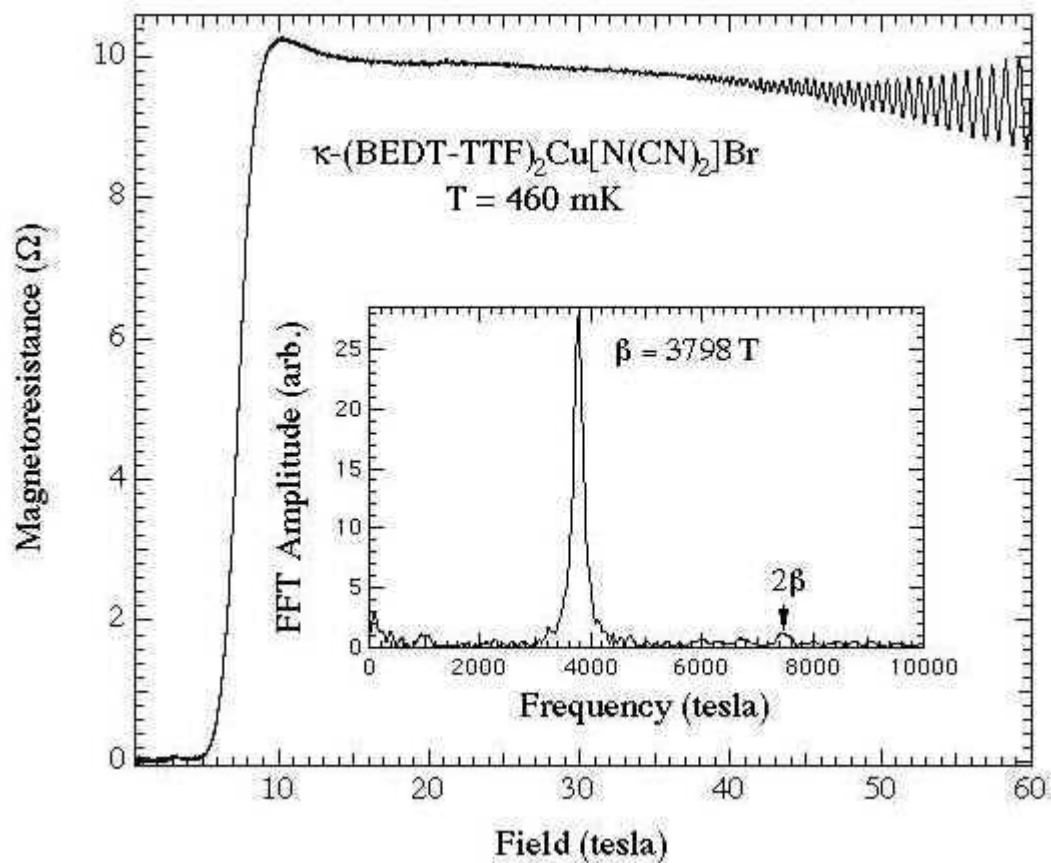
$$\omega_c = \frac{eB}{mc}$$

$$\max \sigma \text{ при } \varepsilon_F = \hbar \omega_c \left( n + \frac{1}{2} \right)$$

$$B_n^{(\max)} \propto \frac{1}{n + \frac{1}{2}} \approx \frac{1}{n} + O\left(\frac{1}{n^2}\right)$$



# Эффект Шубникова-де Гааза в высоких магнитных полях.



Осцилляции сопротивления в квазидвумерном проводнике  $\kappa\text{-(BEDT-TTF)}_2\text{Cu[N(CN)}_2\text{]Br}$  в высоких магнитных полях до 60 Тл. На вставке — фурье-преобразование от наблюдаемых осцилляций.



# Основное на лекции

