

Квантовая макрофизика.

Лекция 8. Сверхтекучесть гелия-4. Термодинамика сверхпроводников I рода

Литература по темам сверхтекучесть и сверхпроводимость

И.М.Халатников, Теория сверхтекучести, Наука (1971)

В.В. Шмидт , Введение в физику сверхпроводников, М.:МЦНМО (2000)

Ч.Киттель, Введение в физику твёрдого тела

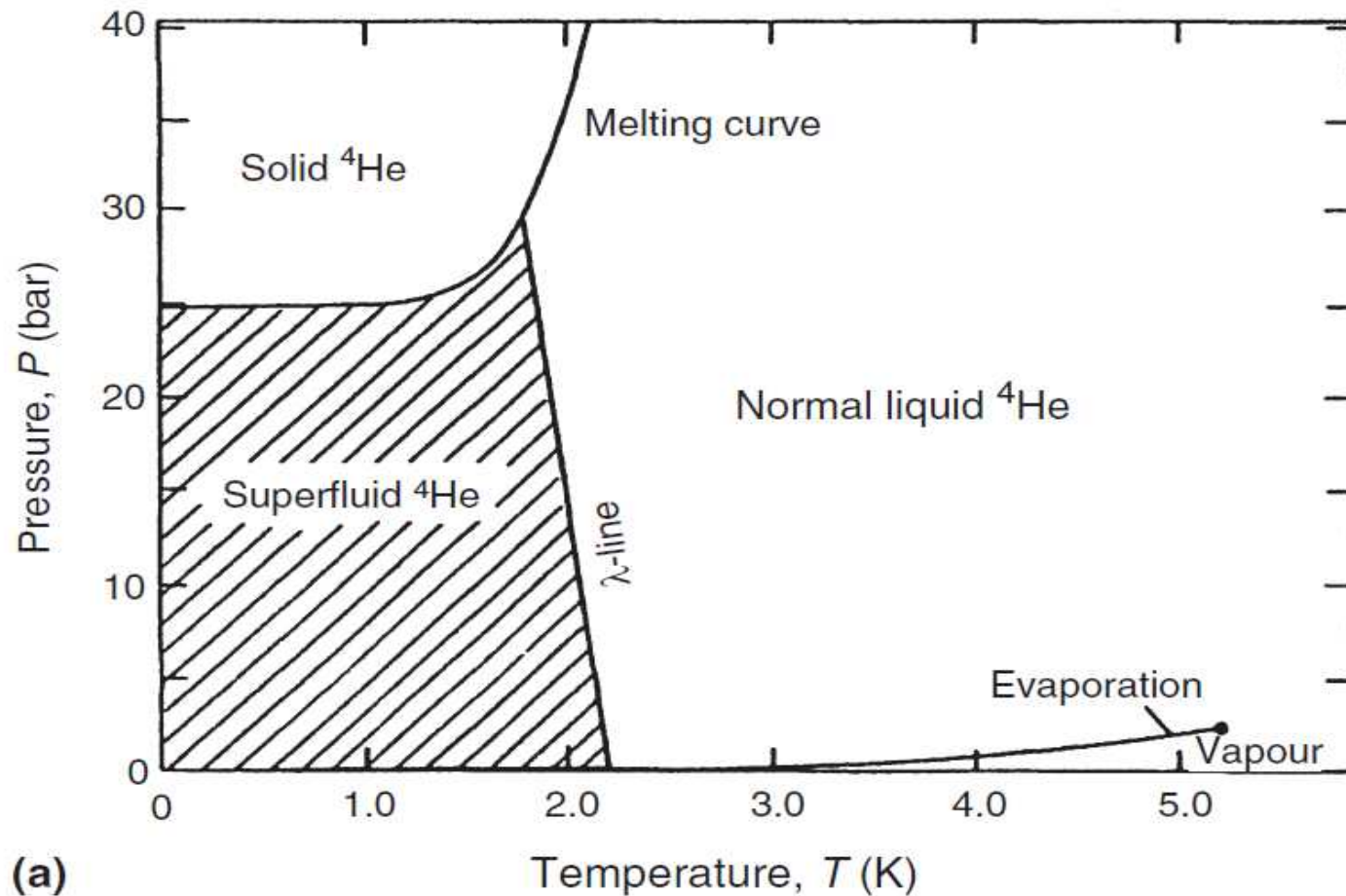
Frank Pobell, Matter and Methods at Low Temperatures, Springer (2007)

Классические демонстрационные видео по сверхтекучести и сверхпроводимости:

Alfred Leitner's Old Physics Stories ,
<http://alfredleitner.com/>

Часть 1: Квантовые жидкости. Сверхтекучий гелий-4.

Фазовая диаграмма гелия-4.

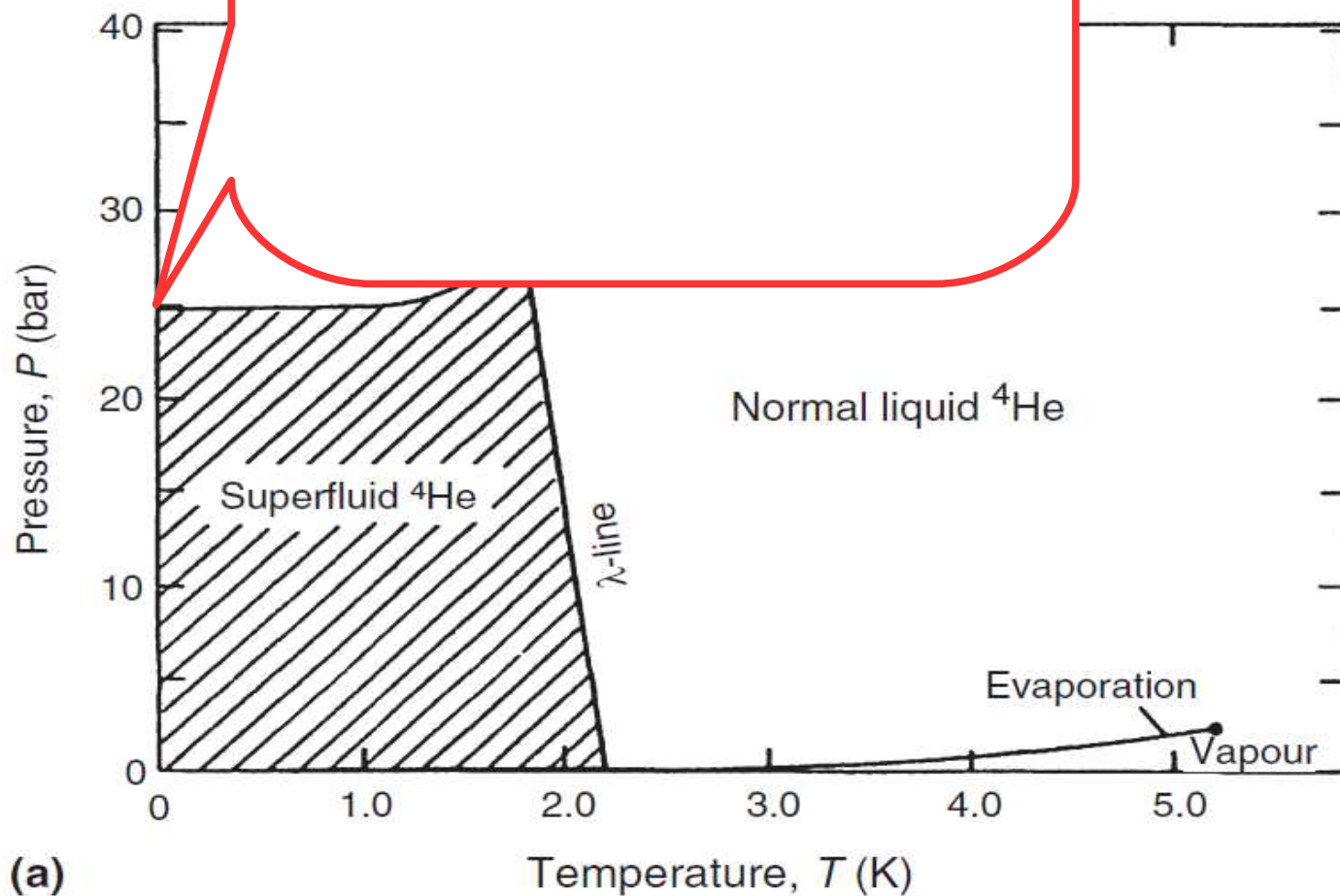


Фазовая диаграмма гелия-4. Из книги Frank Pobell, Matter and Methods at Low Temperatures, Springer (2007).
На вставке: кривые кипения гелия-4 и гелия-3 при давлении ниже 1 бар. На кривой кипения λ -точка гелия-4 соответствует давлению около 38 мм. ртутного столба.

Фаз

нет тройной точки,
для затвердевания при $T=0$
нужно давление 25 атм.

гия-4.



Фазовая диаграмма гелия-4. Из книги Frank Pobell, Matter and Methods at Low Temperatures, Springer (2007).
На вставке: кривые кипения гелия-4 и гелия-3 при давлении ниже 1 бар. На кривой кипения λ -точка гелия-4
соответствует давлению около 38 мм. ртутного столба.

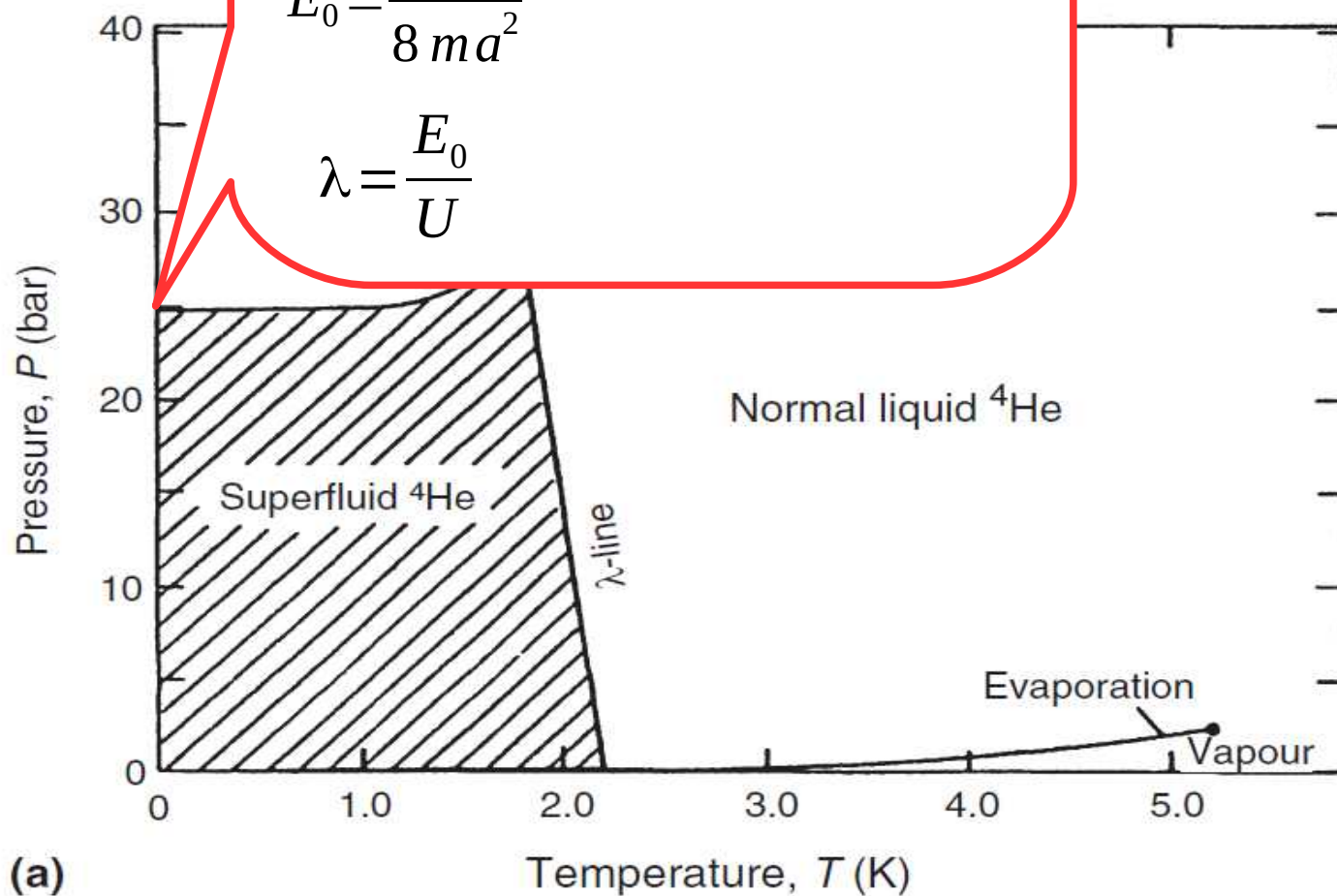
Фаз

дия-4.

нет тройной точки,
для затвердевания при $T=0$
нужно давление 25 атм.

$$E_0 \simeq \frac{h^2}{8ma^2}$$

$$\lambda = \frac{E_0}{U}$$



Фазовая диаграмма гелия-4. Из книги Frank Pobell, Matter and Methods at Low Temperatures, Springer (2007).
На вставке: кривые кипения гелия-4 и гелия-3 при давлении ниже 1 бар. На кривой кипения λ -точка гелия-4
соответствует давлению около 38 мм. ртутного столба.

Фаз

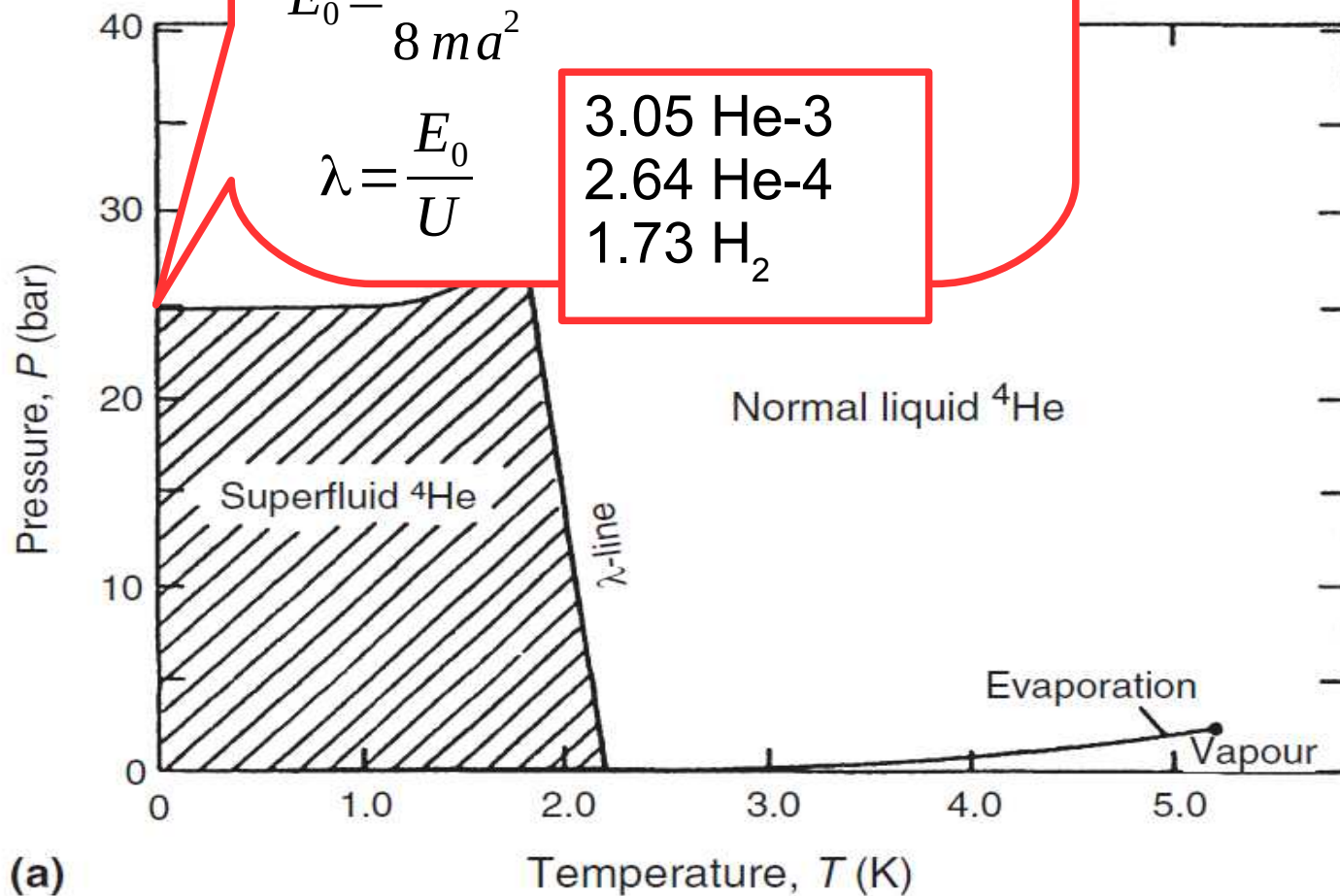
дия-4.

нет тройной точки,
для затвердевания при $T=0$
нужно давление 25 атм.

$$E_0 \simeq \frac{h^2}{8ma^2}$$

$$\lambda = \frac{E_0}{U}$$

3.05 He-3
2.64 He-4
1.73 H₂



Фазовая диаграмма гелия-4. Из книги Frank Pobell, Matter and Methods at Low Temperatures, Springer (2007).
На вставке: кривые кипения гелия-4 и гелия-3 при давлении ниже 1 бар. На кривой кипения λ -точка гелия-4
соответствует давлению около 38 мм. ртутного столба.

Фаз

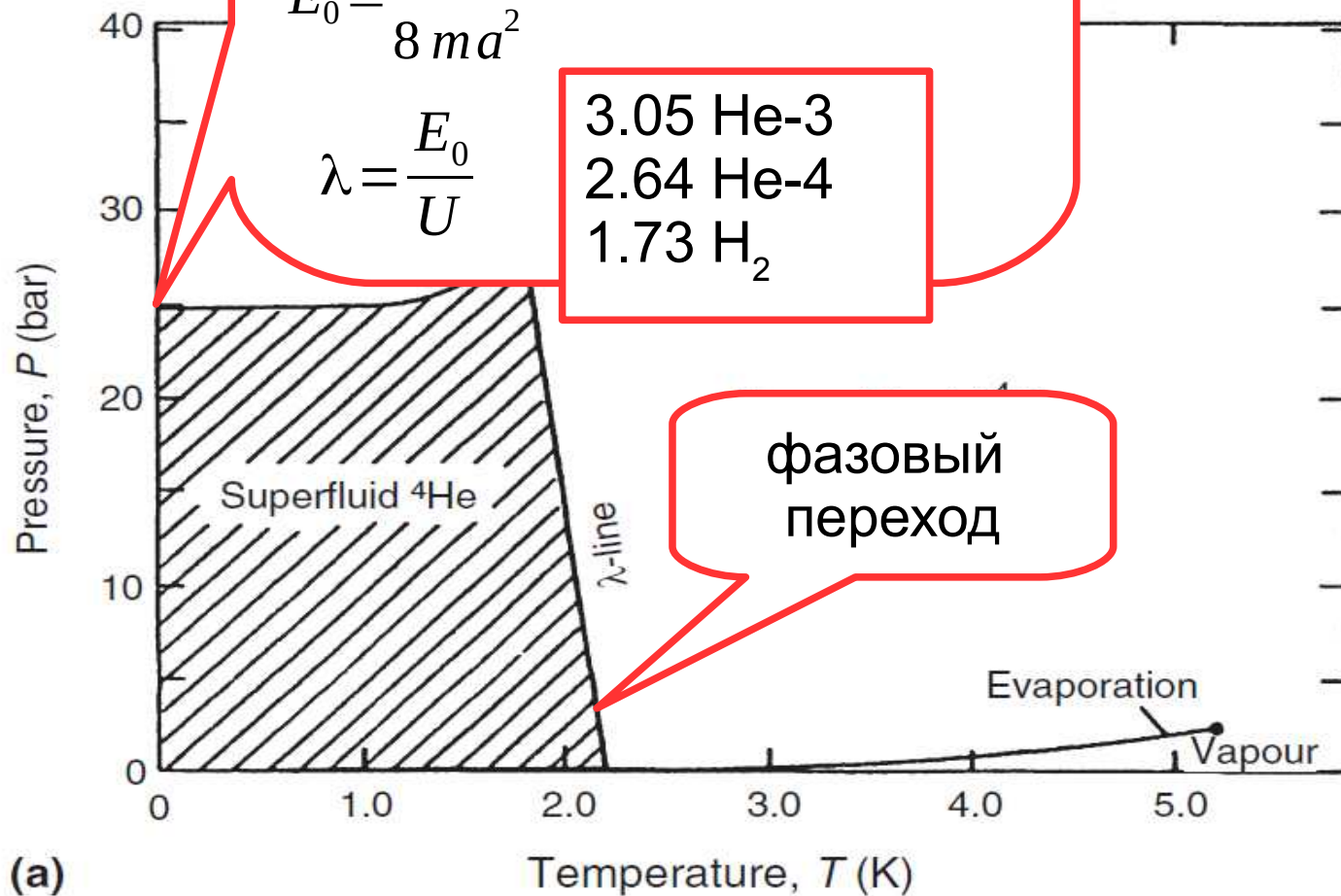
дия-4.

нет тройной точки,
для затвердевания при $T=0$
нужно давление 25 атм.

$$E_0 \simeq \frac{h^2}{8ma^2}$$

$$\lambda = \frac{E_0}{U}$$

3.05 He-3
2.64 He-4
1.73 H₂



Фазовая диаграмма гелия-4. Из книги Frank Pobell, Matter and Methods at Low Temperatures, Springer (2007).
На вставке: кривые кипения гелия-4 и гелия-3 при давлении ниже 1 бар. На кривой кипения λ -точка гелия-4
соответствует давлению около 38 мм. ртутного столба.

Несколько демонстрационных опытов



<http://www.alfredleitner.com/>
Superfluid Liquid Helium (Isotope 4) —
(полная версия 39 min., 1963)

Свойства низкотемпературной фазы: ВЯЗКОСТЬ.

опыты Андроникашвили

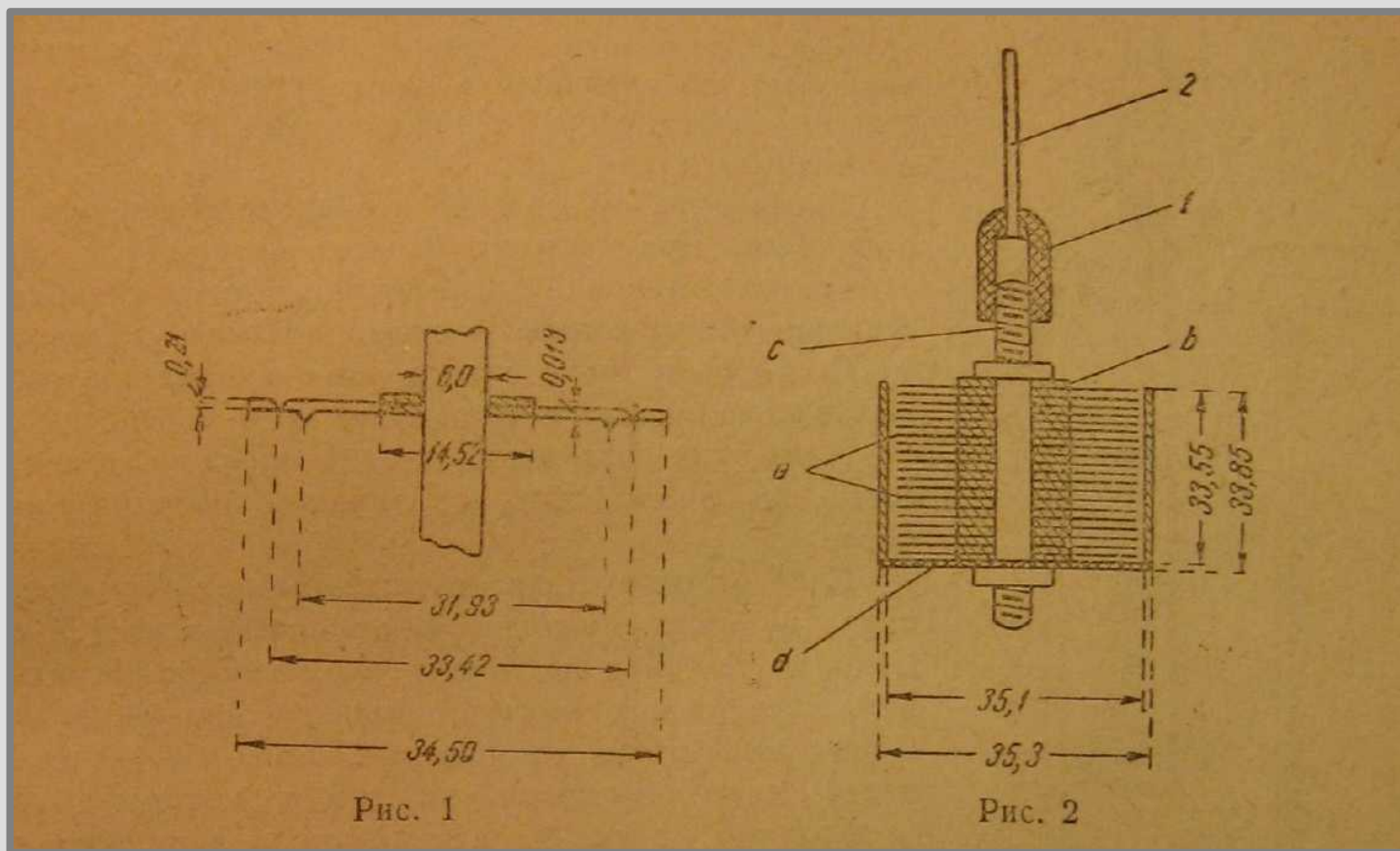
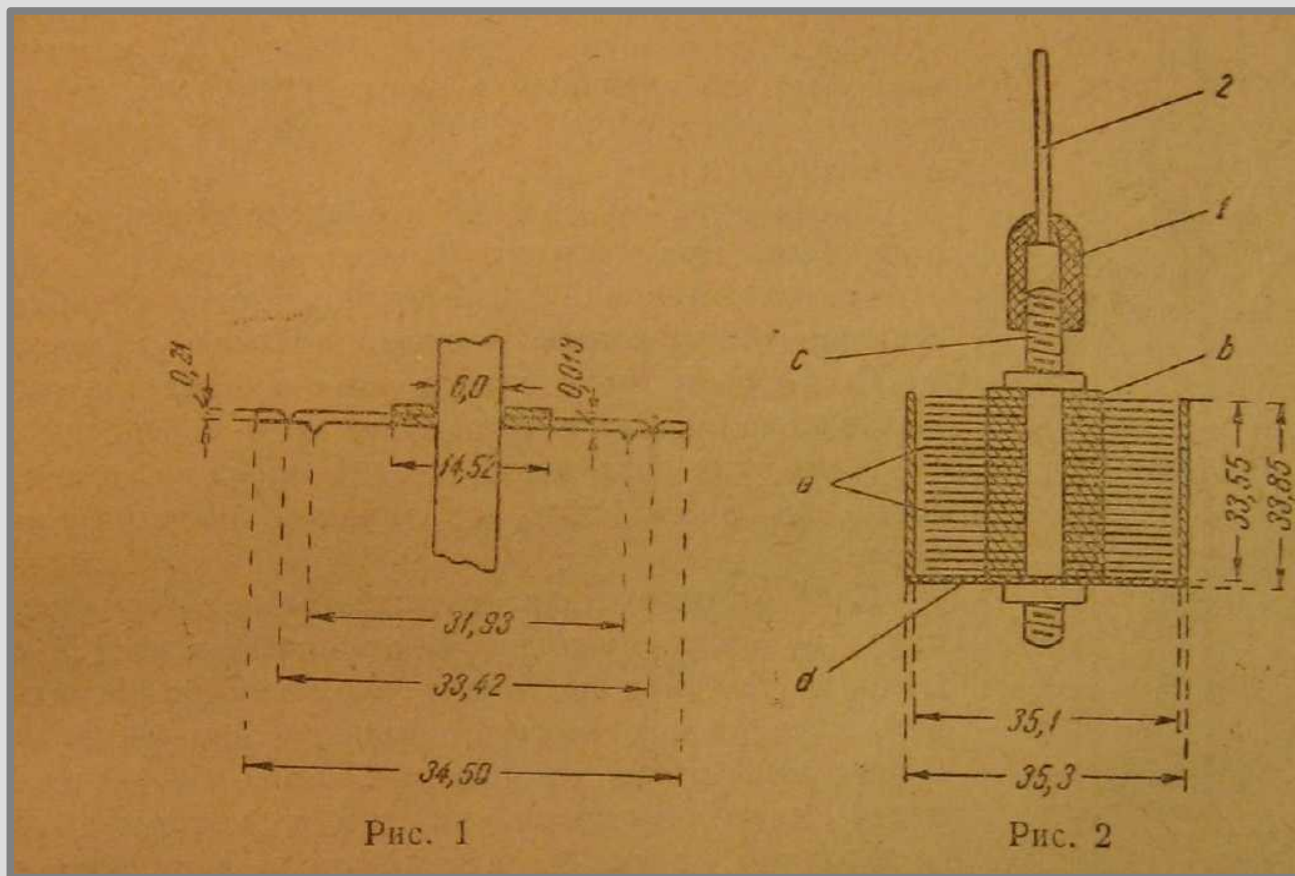


Схема крутильного маятника Андроникашвили. Слева: два соседних диска. Справа: сборка стопки дисков.
Андроникашвили Э.Л., Непосредственное наблюдение двух видов движения в гелии II. ,ЖЭТФ,16, 780(1946)

Свойства низкотемпературной фазы: вязкость.

опыты Андроникашвили



$$\ddot{\alpha} + \frac{K}{J} \alpha = 0$$

увлекаемая вязкая
жидкость меняет
момент инерции
крутильного
маятника

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{J}}$$

Схема крутильного маятника Андроникашвили. Слева: два соседних диска. Справа: сборка стопки дисков.
Андроникашвили Э.Л., Непосредственное наблюдение двух видов движения в гелии II. ,ЖЭТФ,16, 780(1946)

Свойства низкотемпературной фазы: вязкость.

оп... ли

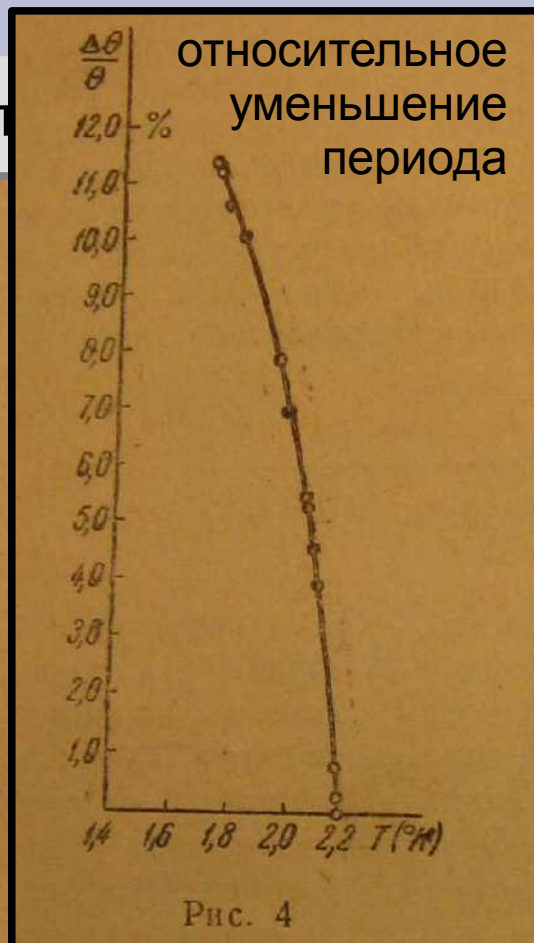
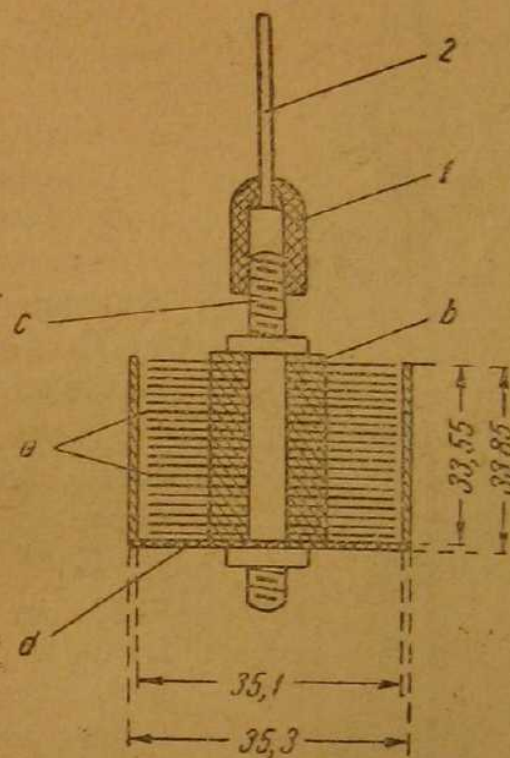


Рис. 1



$$\ddot{\alpha} + \frac{K}{J} \alpha = 0$$

увлекаемая вязкая
жидкость меняет
момент инерции
крутильного
маятника

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{J}}$$

Схема крутильного маятника Андроникашвили. Слева: два соседних диска. Справа: сборка стопки дисков.

Андроникашвили Э.Л., Непосредственное наблюдение двух видов движения в гелии II. ,ЖЭТФ,16, 780(1946)

Свойства низкотемпературной фазы:

ниже лямбда-точки часть
жидкости перестаёт увлекаться
маятником, теряет вязкость. Доля
«нормальной» жидкости при $T=0$
равна нулю.

$$\alpha = 0$$

увлекаемая вязкая
жидкость меняет
момент инерции
крутильного
маятника

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{J}}$$

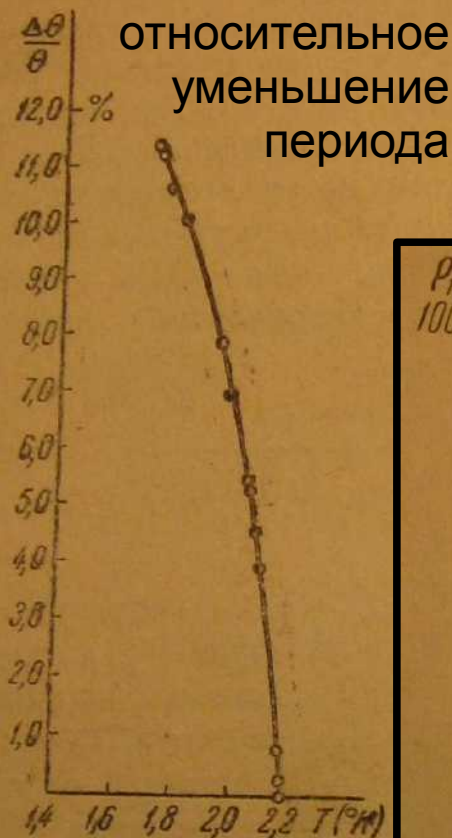


Рис. 4

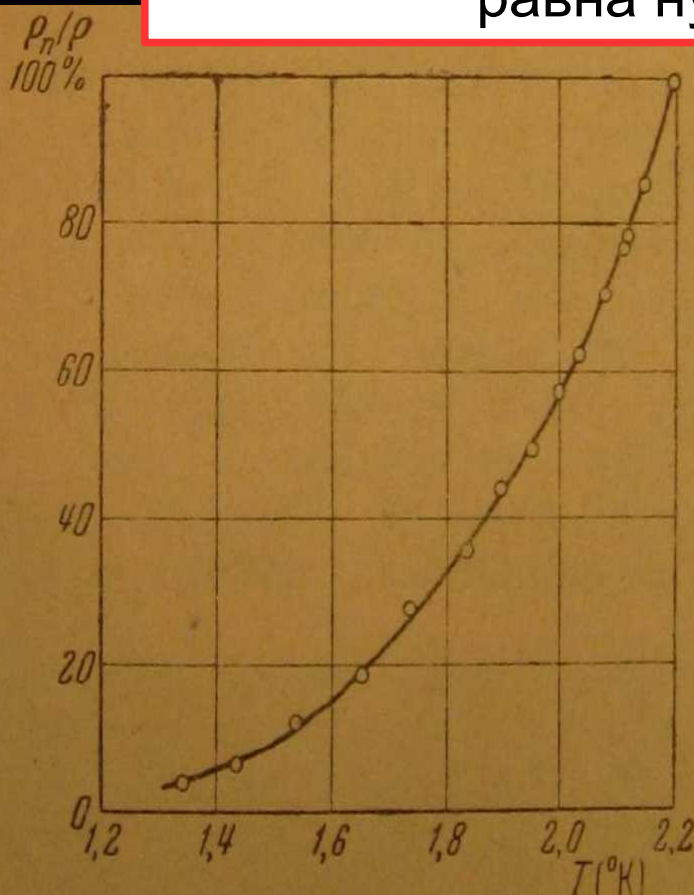
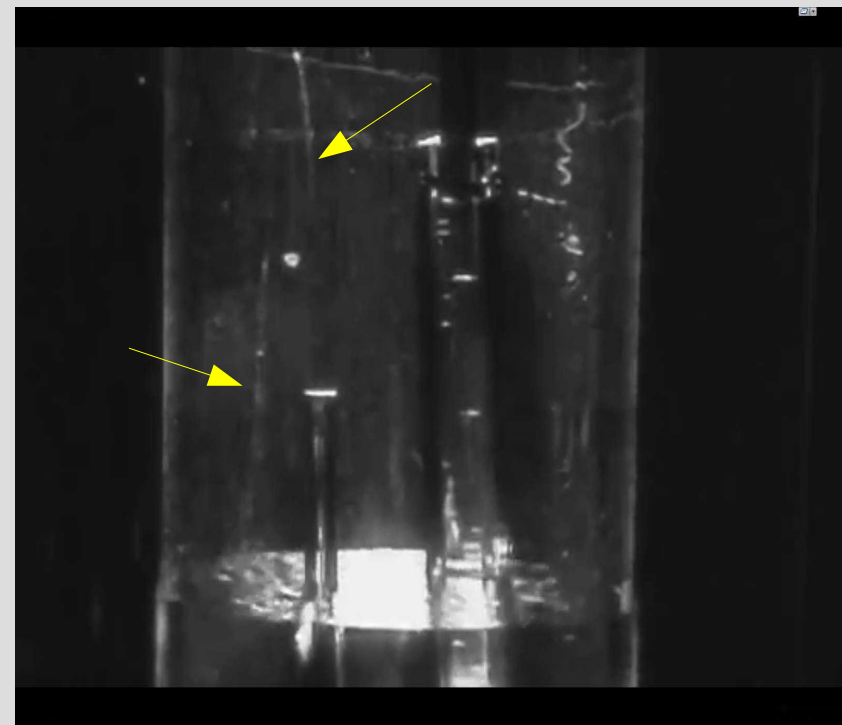
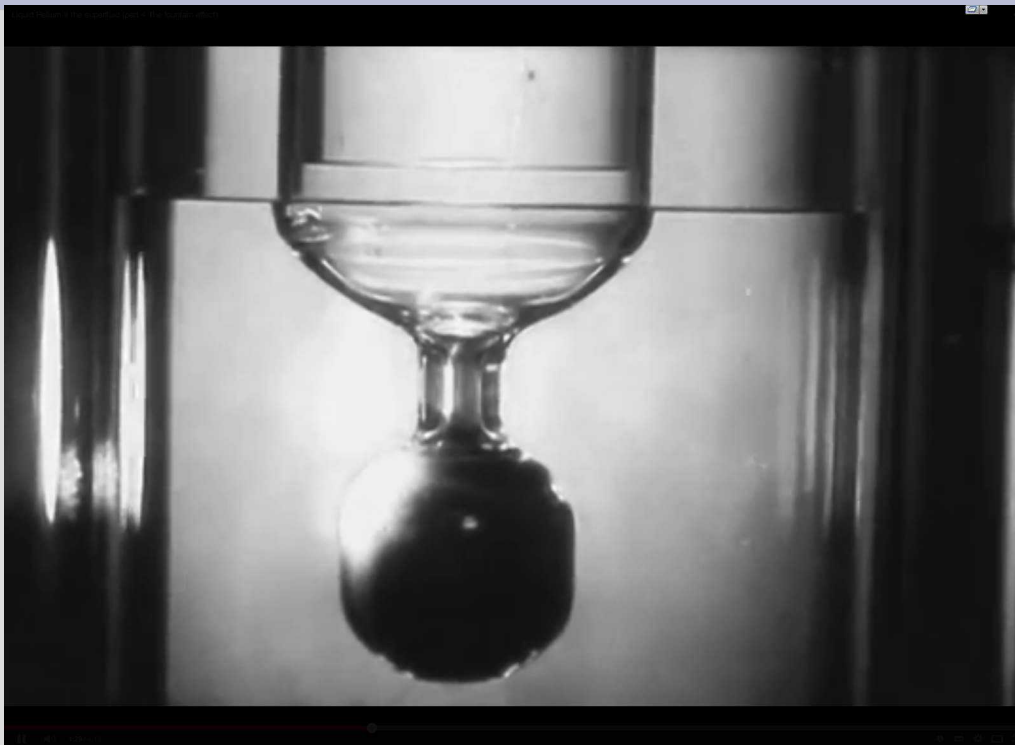


Рис. 1

Схема крутильного маятника Андроника
Андроникашвили Э.Л., Непосредствен

дисков.
780(1946)

Свойства низкотемпературной фазы: фонтан-эффект.



Фонтан-эффект (термомеханический эффект) в жидком гелии. Левая панель: подъём уровне гелия в трубке, закрытой снизу порошковой «пробкой» (тёмная расширенная часть трубки) при нагреве верхней части «пробки» сфокусированным излучением. Заполненная порошком часть трубки соединяется с жидким гелием в дьюаре через отверстие снизу. Повышение уровня жидкости в трубке над уровнем жидкости в дьюаре возникает только при нагреве. Правая панель: фонтан гелия (указан жёлтыми стрелками), бьющий из капилляра при включении нагревателя.

Двухжидкостная модель

Два вида движения атомов гелия в
низкотемпературной фазе:

нормальное движение

$$\vec{V}_n, \rho_n$$

сверхтекучее движение

$$\vec{V}_s, \rho_s$$

$$\rho = \rho_n + \rho_s$$

$$\vec{j} = \rho_n \vec{v}_n + \rho_s \vec{v}_s$$

Двухжидкостная модель

Два вида движения атомов гелия в
низкотемпературной фазе:

нормальное движение

$$\vec{V}_n, \rho_n$$

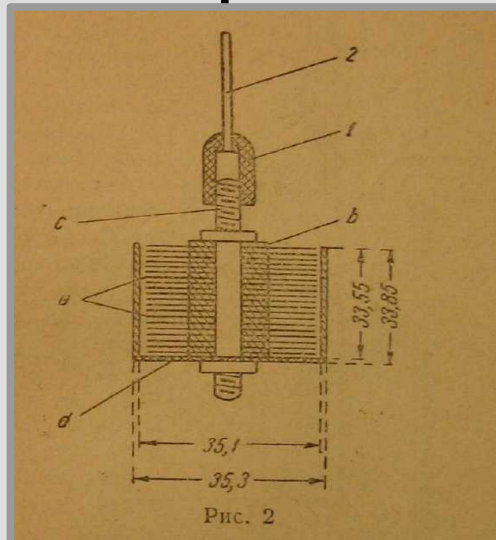
сверхтекучее движение

$$\vec{V}_s, \rho_s$$

$$\rho = \rho_n + \rho_s$$

$$\vec{j} = \rho_n \vec{v}_n + \rho_s \vec{v}_s$$

- обладает вязкостью



- нулевая вязкость

Двухжидкостная модель

Два вида движения атомов гелия в
низкотемпературной фазе:

нормальное движение

$$\vec{V}_n, \rho_n$$

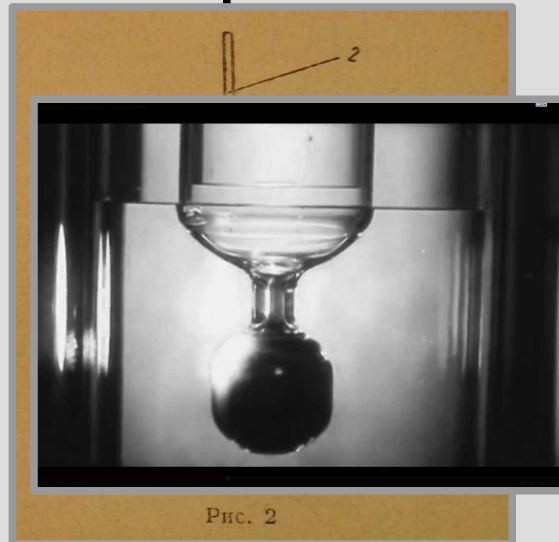
сверхтекучее движение

$$\vec{V}_s, \rho_s$$

$$\rho = \rho_n + \rho_s$$

$$\vec{j} = \rho_n \vec{v}_n + \rho_s \vec{v}_s$$

- обладает вязкостью
- переносит тепло



- нулевая вязкость
- не переносит тепло

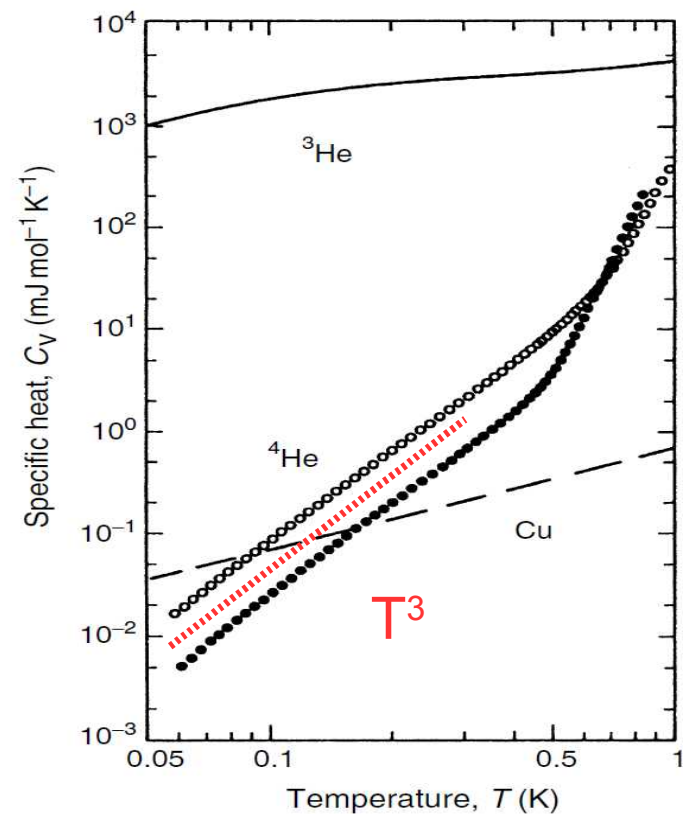
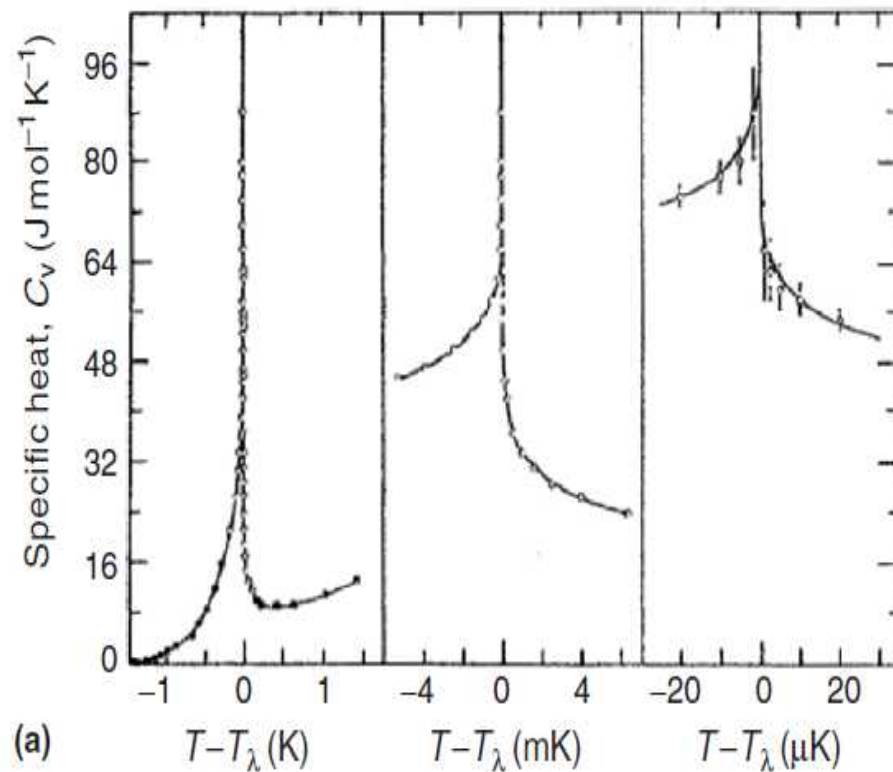
Свойства низкотемпературной фазы: кипение vs теплопроводность.

Ниже температуры перехода пропадает кипение по объёму: появляется более эффективный способ переноса тепла.



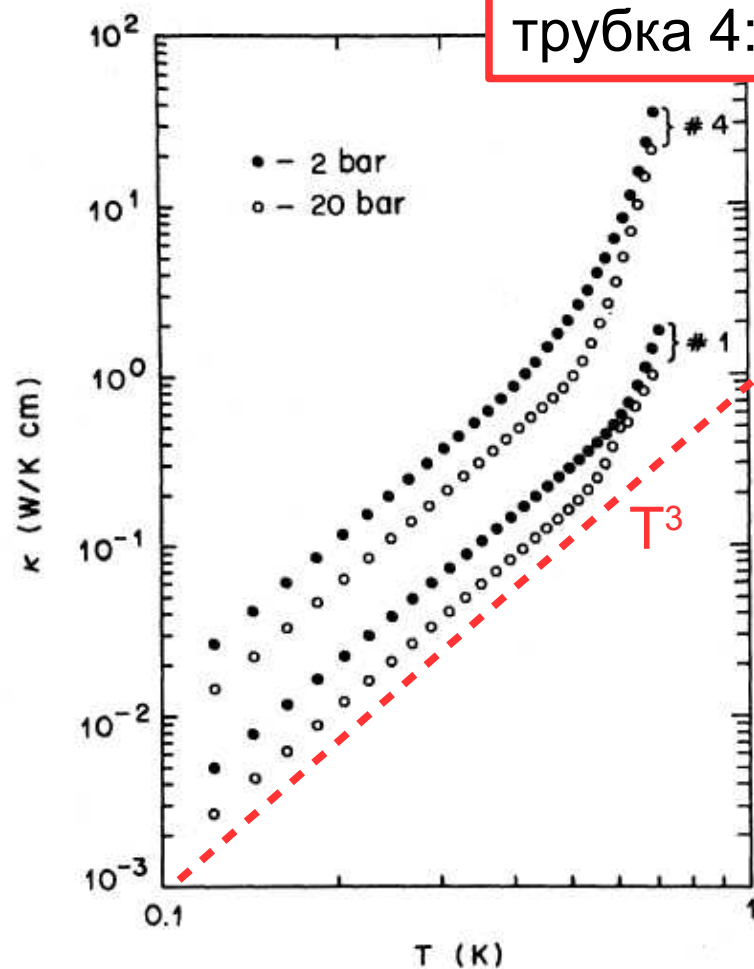
Слева: кипение жидкого гелия в оптическом дьюаре при температуре 2.5K. Справа: прекращение кипения при температуре чуть ниже лямбда-точки. На каждой фотографии слева от дьюара шкала манометра, калиброванного в единицы температуры по давлению насыщенных паров гелия.

Свойства низкотемпературной фазы: теплоёмкость.



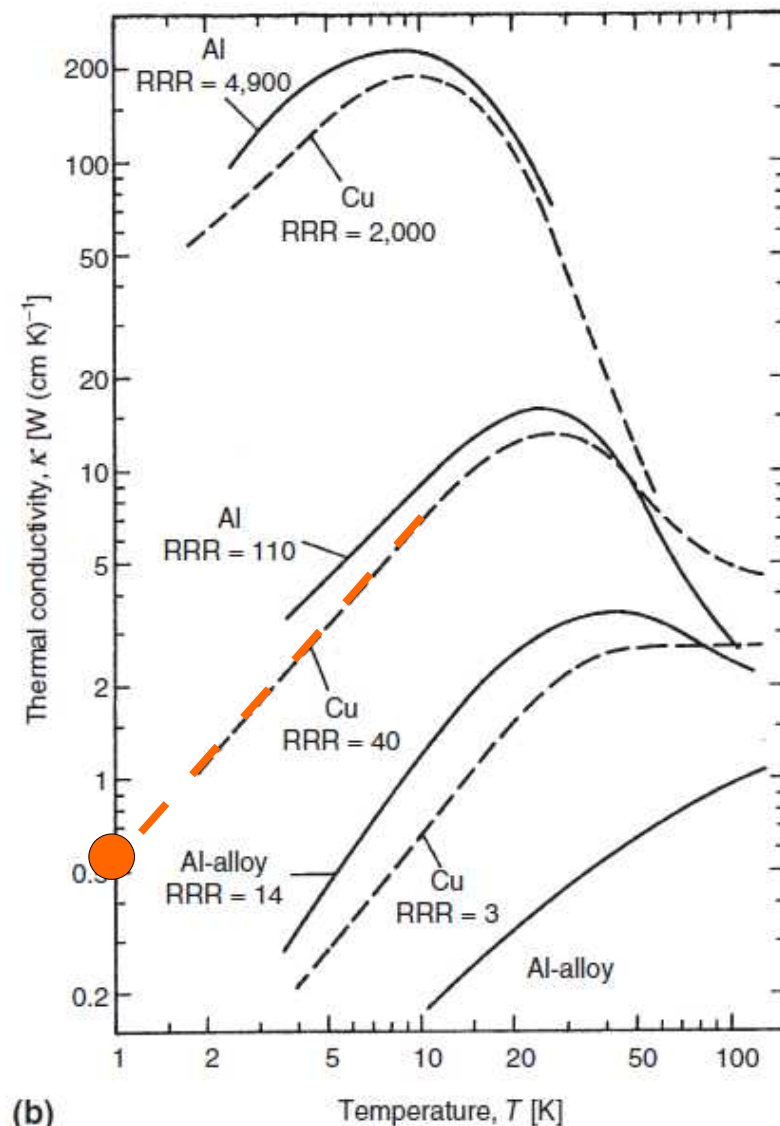
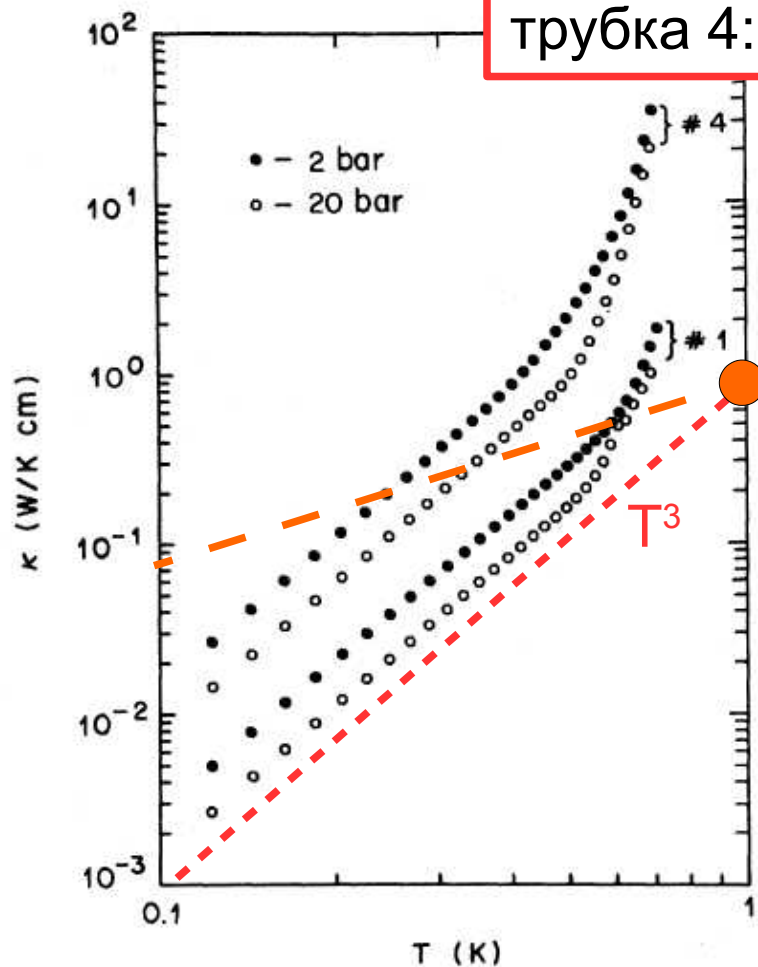
Свойства низкотемпературной фазы: теплопроводность.

трубка 1: $d=1.38$ мм, $L=36$ мм
трубка 4: $d=7.97$ мм, $L=156$ мм

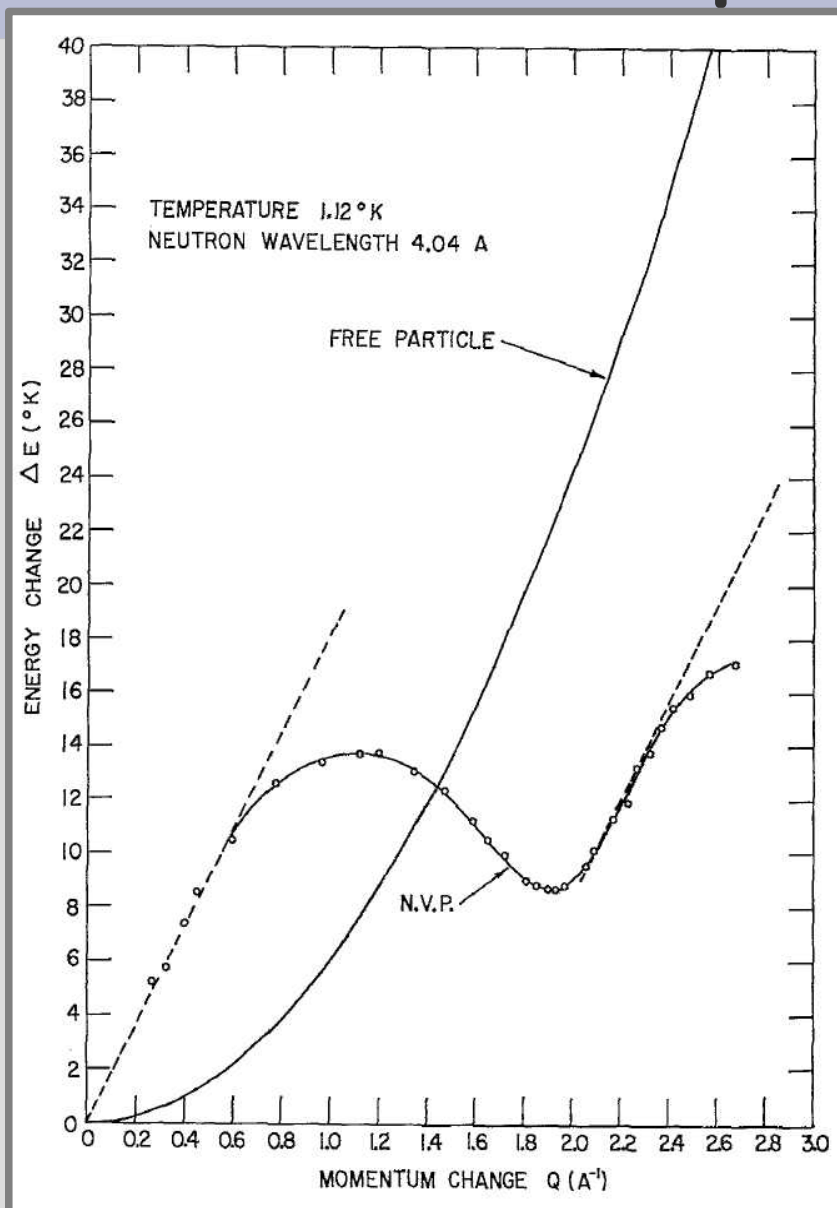


Свойства низкотемпературной фазы: теплопроводность

трубка 1: $d=1.38$ м
трубка 4: $d=7.97$ м



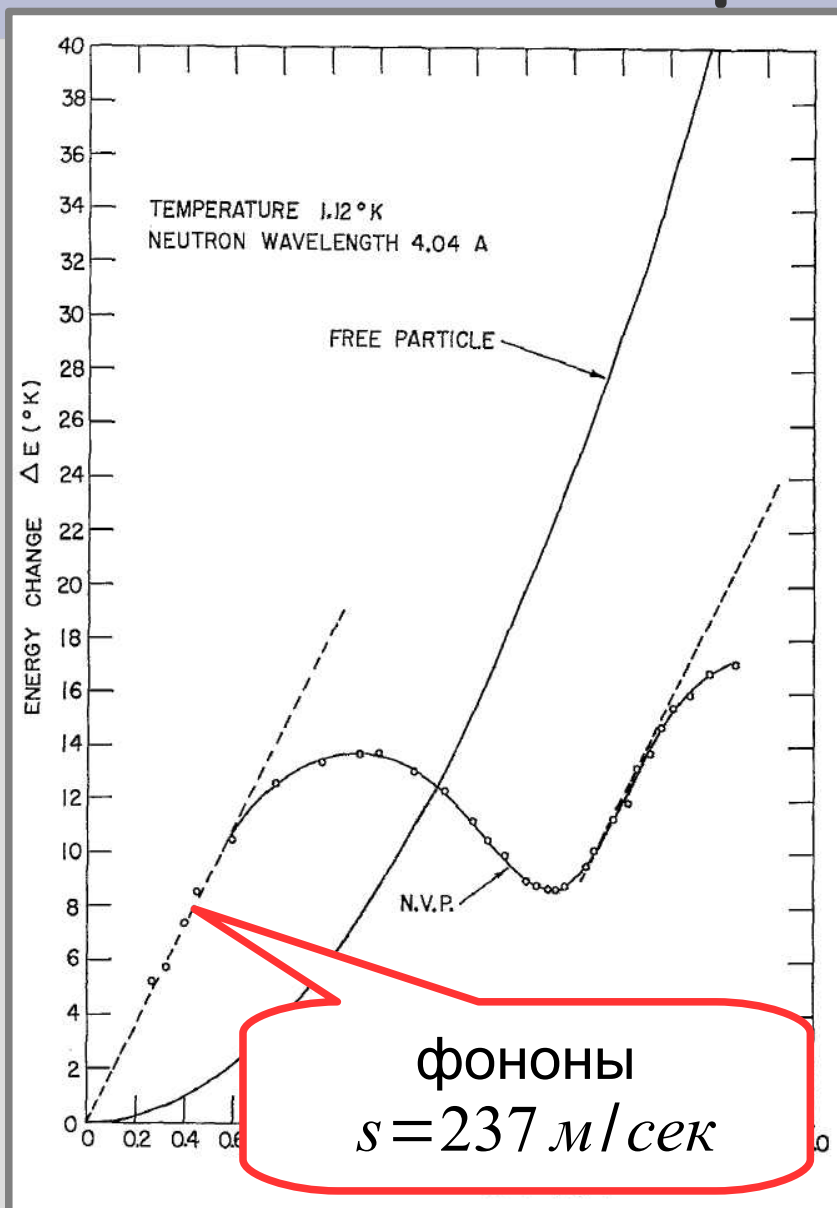
Свойства низкотемпературной фазы: спектр возбуждений.



Спектр элементарных возбуждений в гелии-4 ниже лямбда-точки, определённый по неупругому рассеянию нейтронов. Температура 1.12 K, давление равно давлению насыщенных паров.

D.G.Henshaw and A.D.B.Woods, Modes of atomic motions in liquid helium by inelastic scattering of neutrons. ,Physical Review,121, 1266(1961)

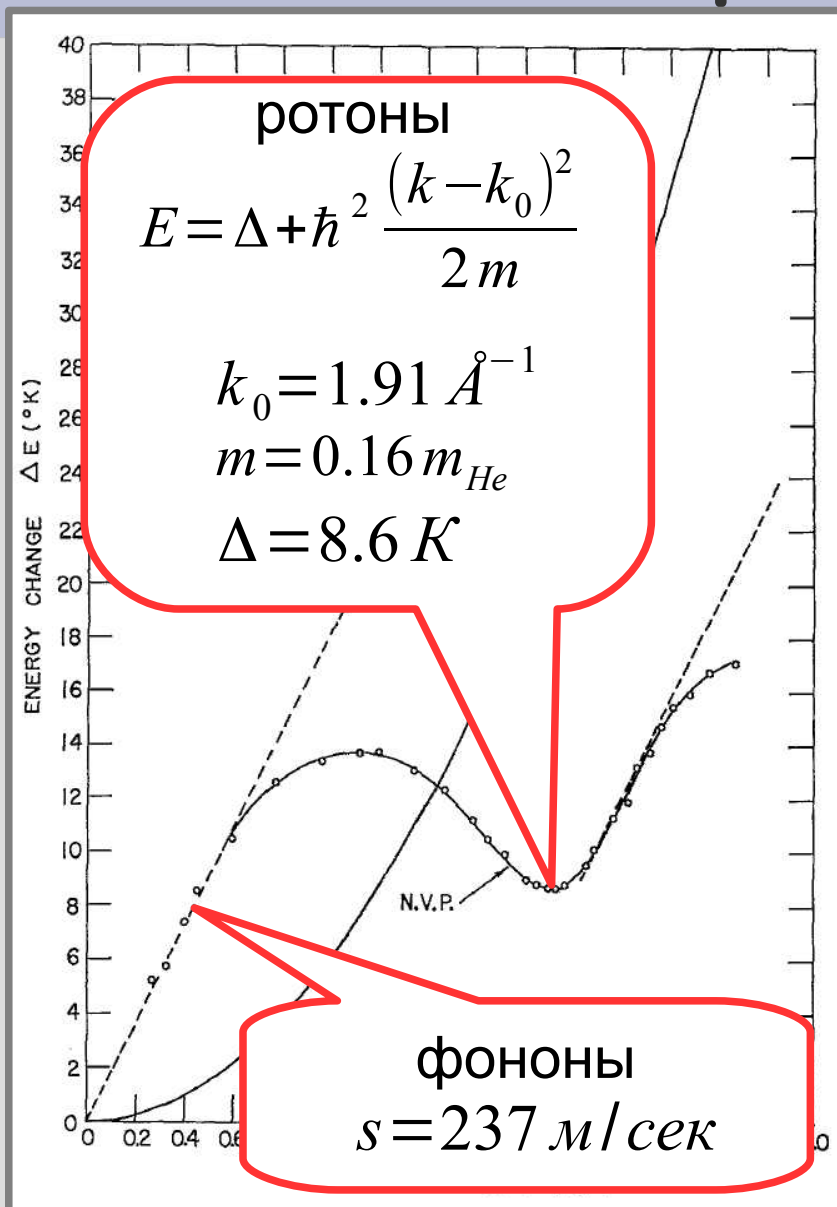
Свойства низкотемпературной фазы: спектр возбуждений.



Спектр элементарных возбуждений в гелии-4 ниже лямбда-точки, определённый по неупругому рассеянию нейтронов. Температура 1.12 К, давление равно давлению насыщенных паров.

D.G.Henshaw and A.D.B.Woods, Modes of atomic motions in liquid helium by inelastic scattering of neutrons. ,Physical Review,121, 1266(1961)

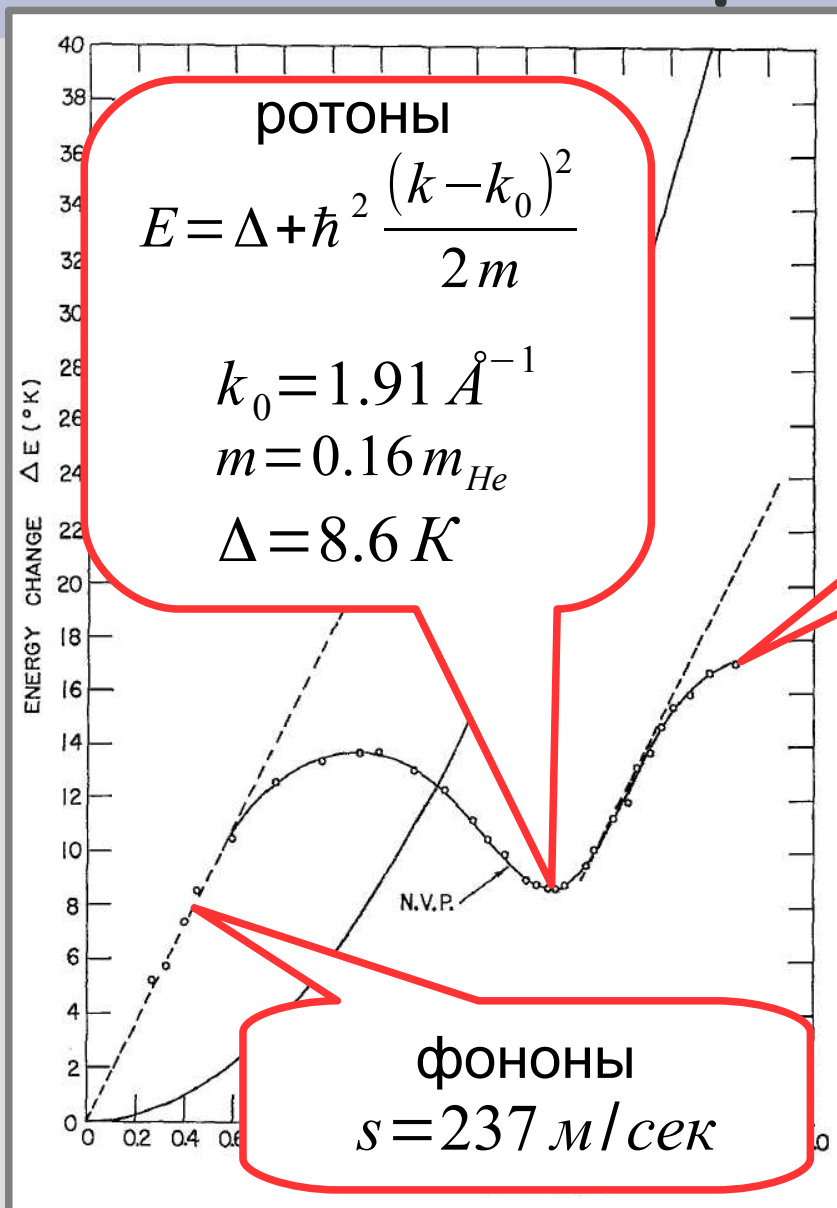
Свойства низкотемпературной фазы: спектр возбуждений.



Спектр элементарных возбуждений в гелии-4 ниже лямбда-точки, определённый по неупругому рассеянию нейтронов. Температура 1.12 K, давление равно давлению насыщенных паров.

D.G.Henshaw and A.D.B.Woods, Modes of atomic motions in liquid helium by inelastic scattering of neutrons. ,Physical Review,121, 1266(1961)

Свойства низкотемпературной фазы: спектр возбуждений.

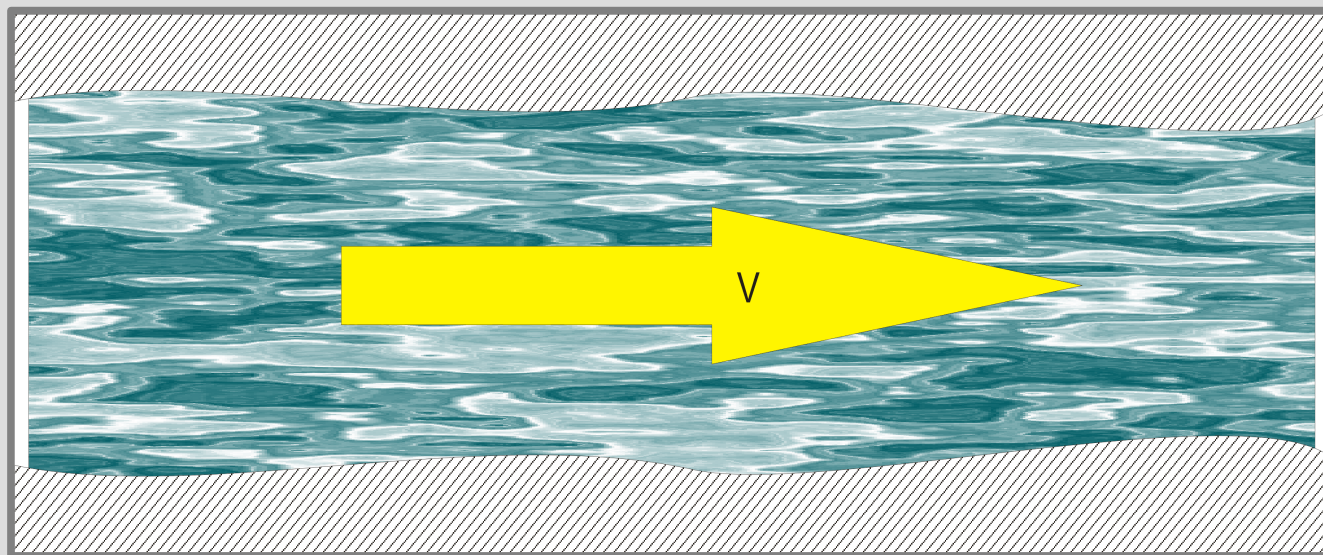


Спектр элементарных возбуждений в гелии-4 ниже лямбда-точки, определённый по неупругому рассеянию нейтронов. Температура 1.12 K, давление равно давлению насыщенных паров.

D.G.Henshaw and A.D.B.Woods, Modes of atomic motions in liquid helium by inelastic scattering of neutrons. ,Physical Review,121, 1266(1961)

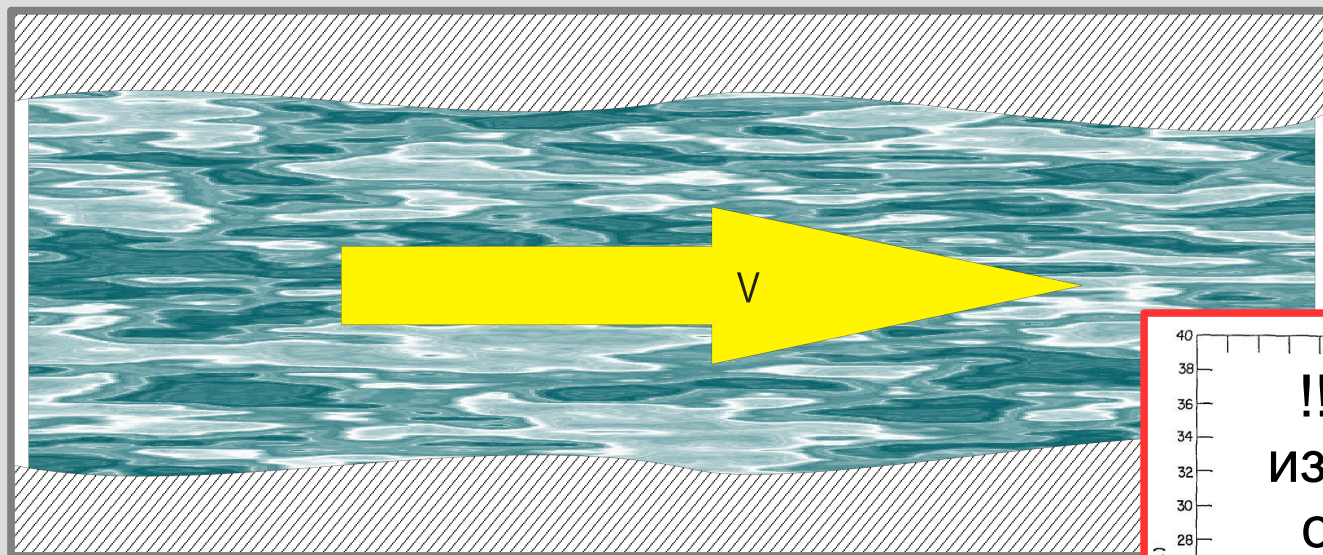
Часть 2. Связь спектра возбуждений и явления сверхтекучести. Критерий Ландау.

Условие возникновения квазичастиц при протекании жидкости

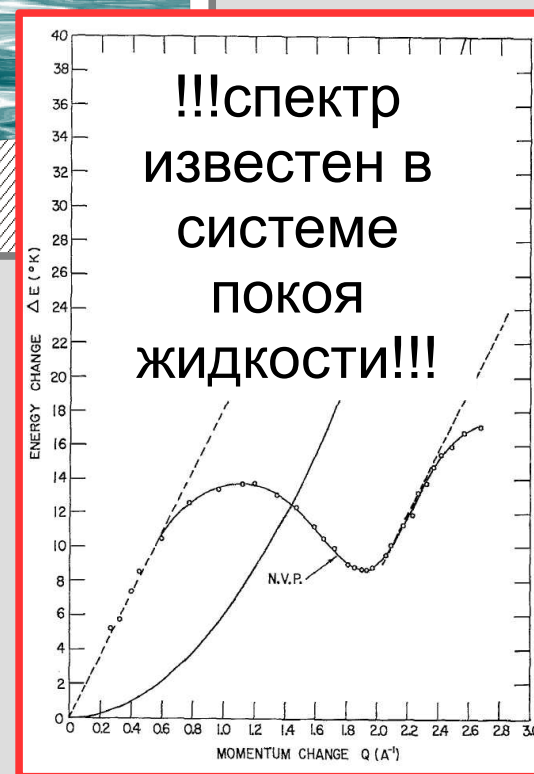


$T=0$,
трубка с неровными
стенками.

Условие возникновения квазичастиц при протекании жидкости



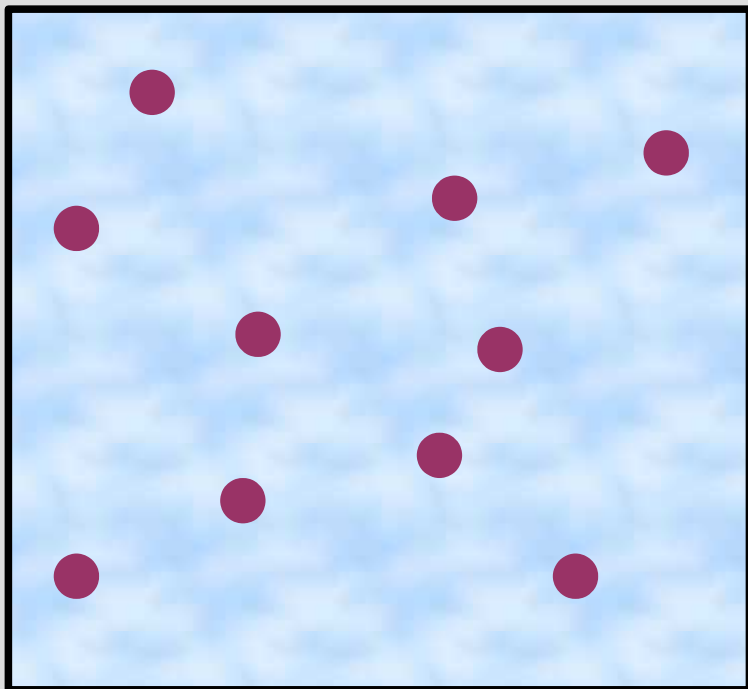
$T=0$,
трубка с неровными
стенками.



Преобразования энергии и импульса

....в системе покоя жидкости...

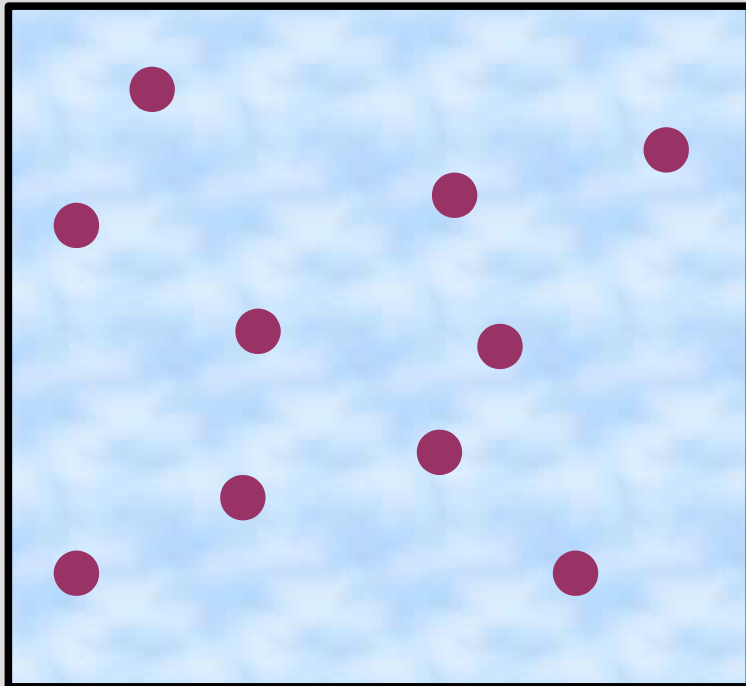
Пусть есть одна квазичастица $\vec{p}, \varepsilon(\vec{p})$



Преобразования энергии и импульса

....в системе покоя жидкости...

Пусть есть одна квазичастица $\vec{p}, \varepsilon(\vec{p})$



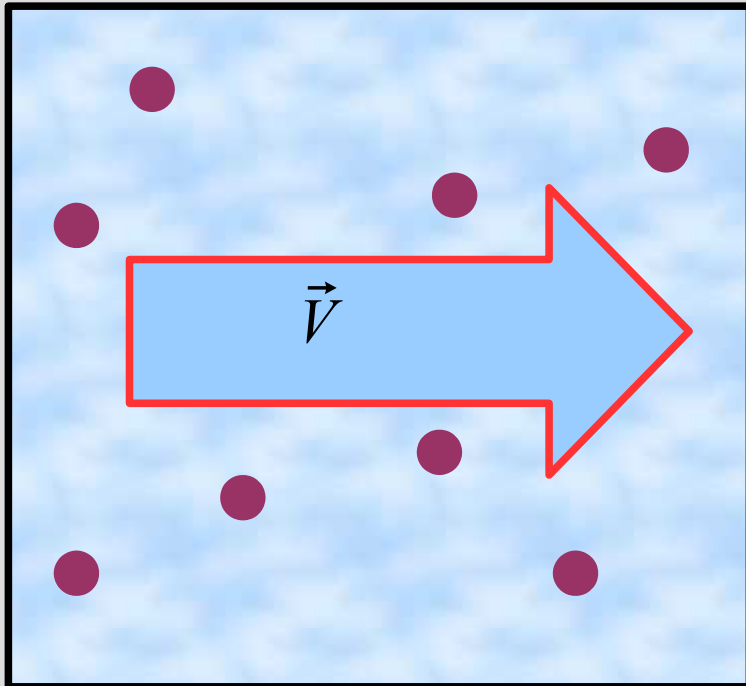
$$\vec{p} = \sum \vec{p}_{i0}$$

$$E = \sum \frac{p_{i0}^2}{2m} = E_0 + \varepsilon$$

Преобразования энергии и импульса

....в лабораторной системе координат...

Система покоя жидкости движется со скоростью V , в жидкости рождается квазичастица

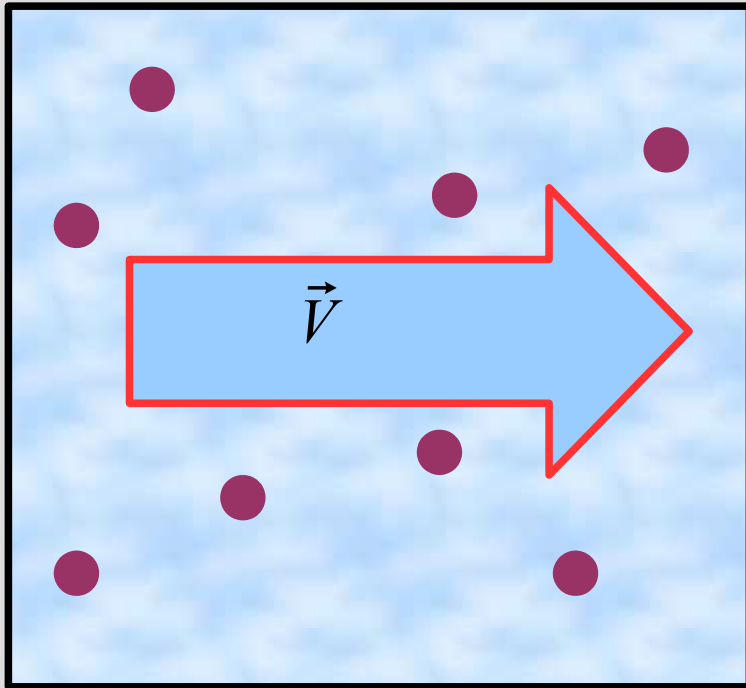


$$\vec{p}_i = \vec{p}_{i0} + m \vec{V} :$$

Преобразования энергии и импульса

....в лабораторной системе координат...

Система покоя жидкости движется со скоростью V , в жидкости рождается квазичастица



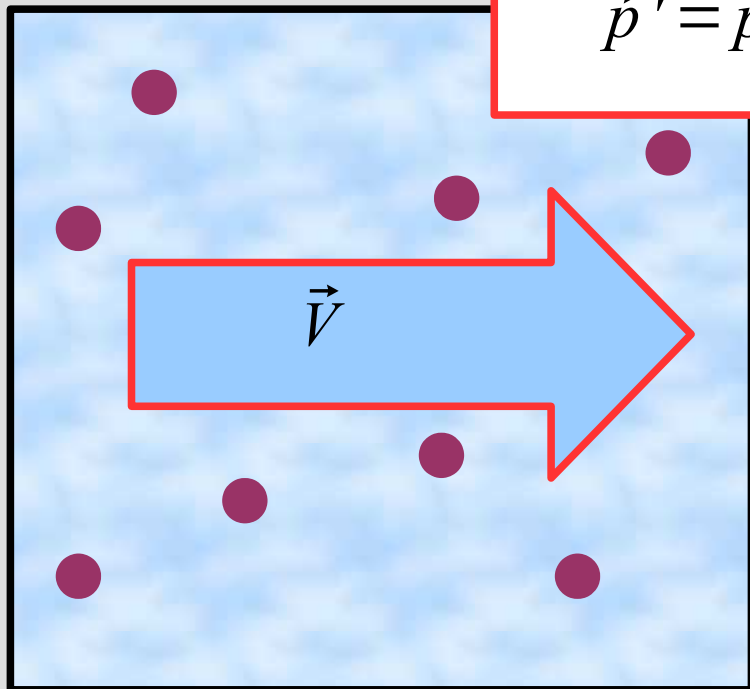
$$\begin{aligned}\vec{p}_i &= \vec{p}_{i0} + m \vec{V} \\ \sum \vec{p}_i &= \sum \vec{p}_{i0} + M \vec{V} = \\ &= \vec{p} + \vec{P}\end{aligned}$$

Преобразования энергии и импульса

....в лабораторной системе координат...

Система покоя жидкости движется со скоростью V , в жидкости находится частица

$$\vec{p}' = \vec{p}$$



$$\begin{aligned}\vec{p}_i &= \vec{p}_{i0} + m \vec{V} \\ \sum \vec{p}_i &= \sum \vec{p}_{i0} + M \vec{V} = \\ &= \vec{p} + \vec{P}\end{aligned}$$

Преобразования энергии и импульса

....в лабораторной системе координат...

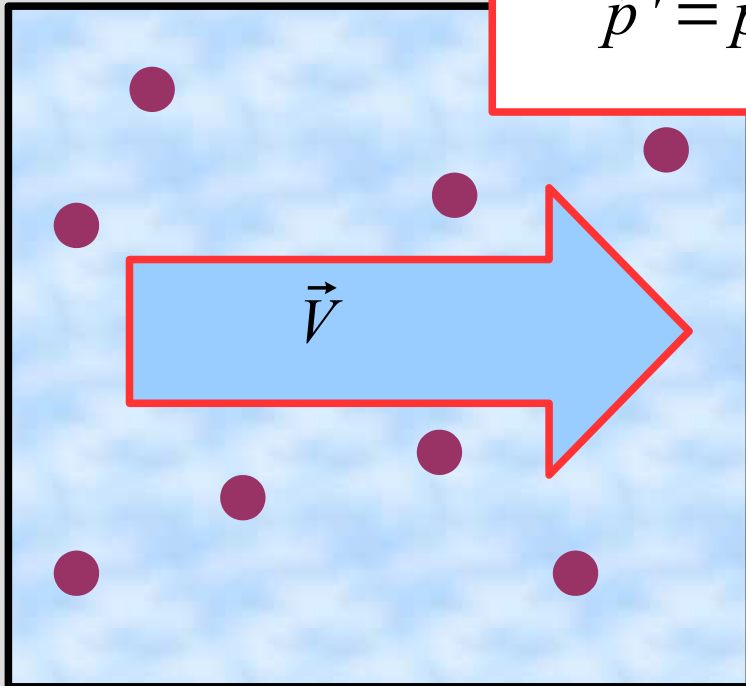
Система покоя жидкости движется со скоростью V , в жидкости рождается элементарная частица

$$\vec{p}' = \vec{p}$$

$$\vec{p}_i = \vec{p}_{i0} + m \vec{V}$$

$$\sum \vec{p} = \sum \vec{p} + M \vec{V} =$$

$$\sum \frac{p_i^2}{2m} =$$



Преобразования энергии и импульса

....в лабораторной системе координат...

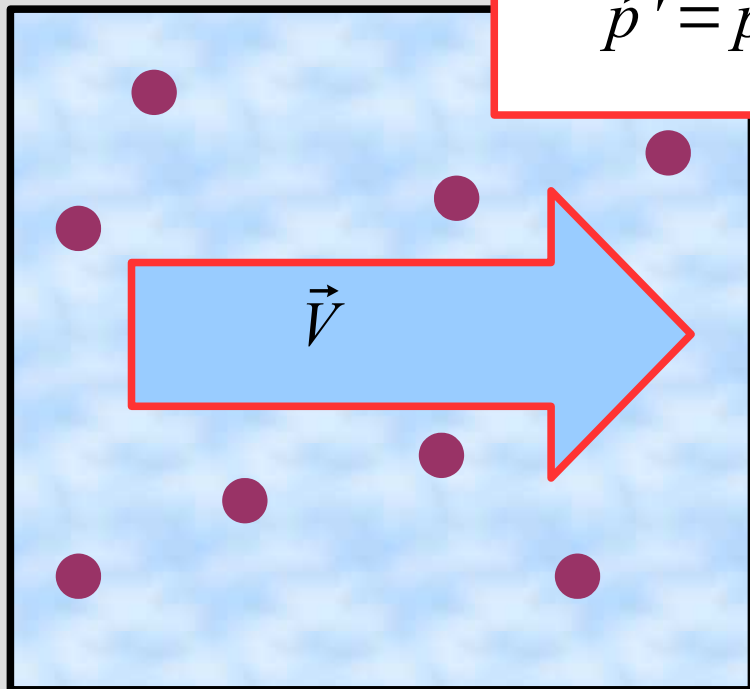
Система покоя жидкости движется со скоростью V , в жидкости рождается элементарная частица

$$\vec{p}' = \vec{p}$$

$$\vec{p}_i = \vec{p}_{i0} + m \vec{V}$$

$$\sum \vec{p} = \sum \vec{p} + M \vec{V} =$$

$$\begin{aligned} \sum \frac{p_i^2}{2m} &= \\ &= \sum \frac{p_{i0}^2}{2m} + \frac{M V^2}{2} + \vec{V} \vec{p} = \end{aligned}$$



Преобразования энергии и импульса

....в лабораторной системе координат...

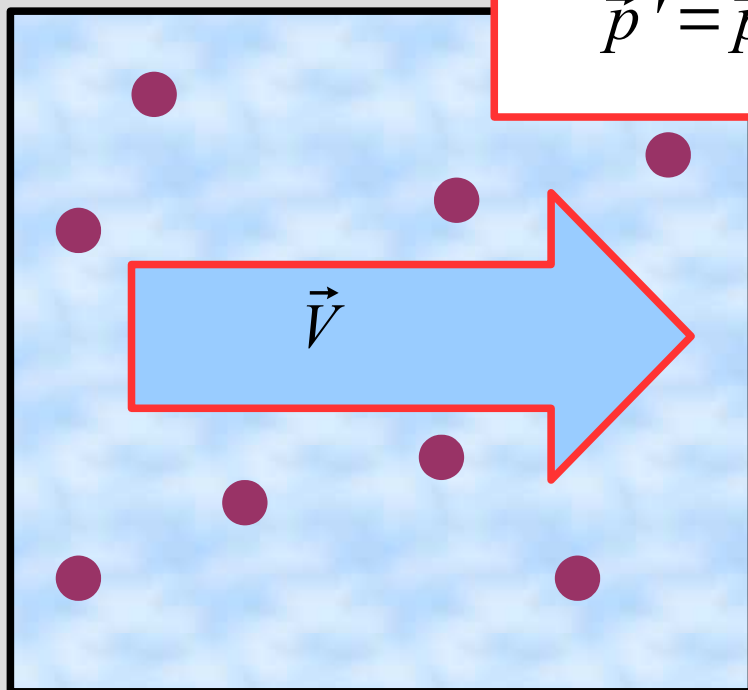
Система покоя жидкости движется со скоростью V , в жидкости находится частица

$$\vec{p}' = \vec{p}$$

$$\vec{p}_i = \vec{p}_{i0} + m \vec{V}$$

$$\sum \vec{p} = \sum \vec{p} + M \vec{V} =$$

$$\begin{aligned} \sum \frac{p_i^2}{2m} &= \\ &= \sum \frac{p_{i0}^2}{2m} + \frac{M V^2}{2} + \vec{V} \vec{p} = \\ &= E_0 + \frac{M V^2}{2} + \epsilon + \vec{V} \vec{p} \end{aligned}$$



Преобразования энергии и импульса

....в лабораторной системе координат...

Система покоя жидкости движется со скоростью V , в жидкости рождается элементарная частица

$$\vec{p}' = \vec{p}$$

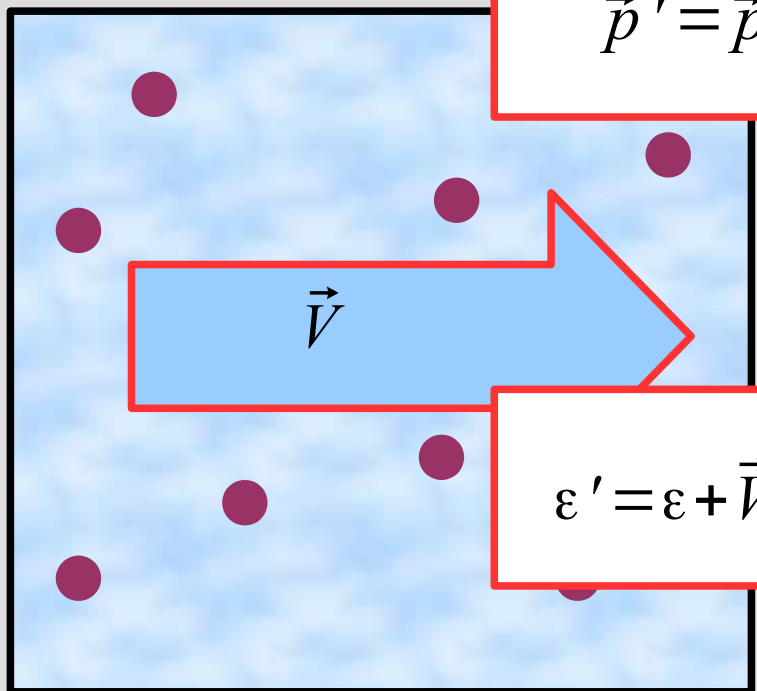
$$\vec{p}_i = \vec{p}_{i0} + m \vec{V}$$

$$\sum \vec{p} = \sum \vec{p} + M \vec{V} =$$

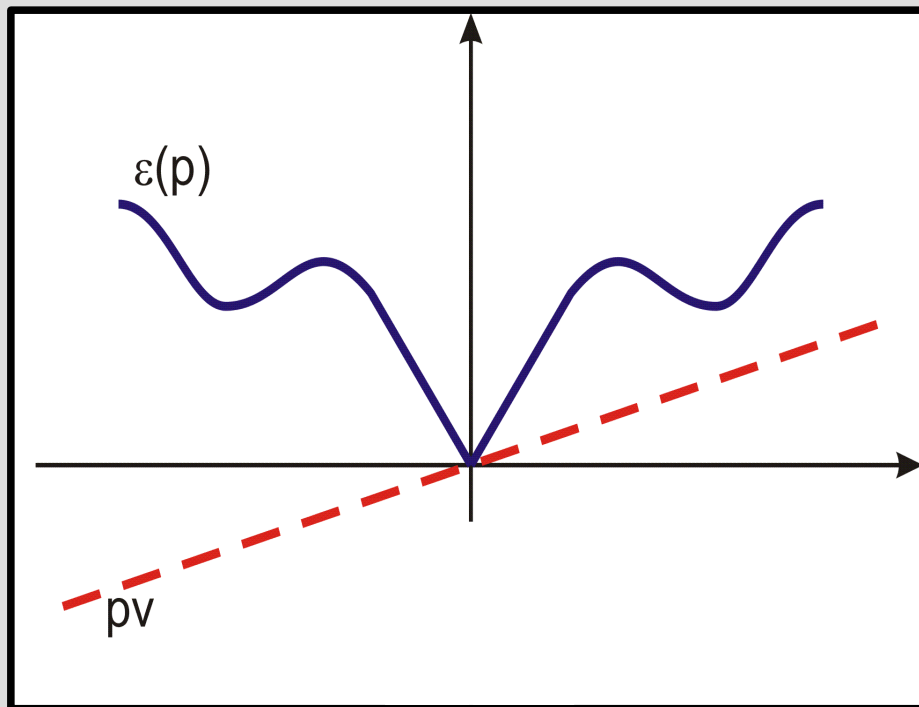
$$\sum \frac{p_i^2}{2m} =$$

$$\varepsilon' = \varepsilon + \vec{V} \vec{p}$$

$$\begin{aligned} \sum \frac{p_{i0}^2}{2m} + \frac{M V^2}{2} + \vec{V} \vec{p} = \\ = E_0 + \frac{M V^2}{2} + \varepsilon + \vec{V} \vec{p} \end{aligned}$$



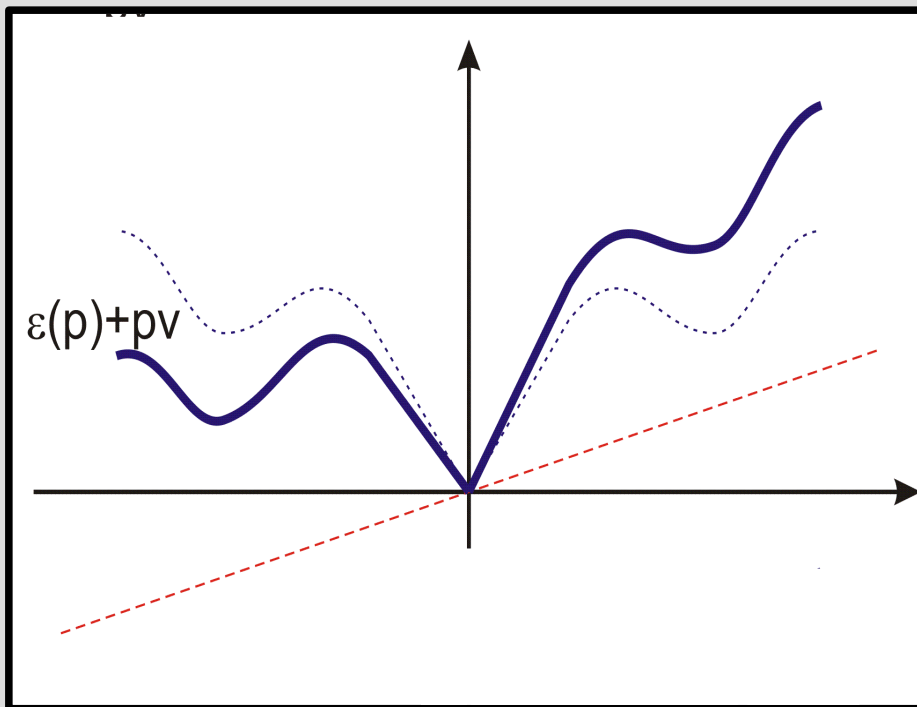
Критерий Ландау.



$$n(\epsilon') = \frac{1}{e^{\epsilon'/T} - 1}$$

$$\epsilon' = \epsilon + \vec{p} \vec{V}$$

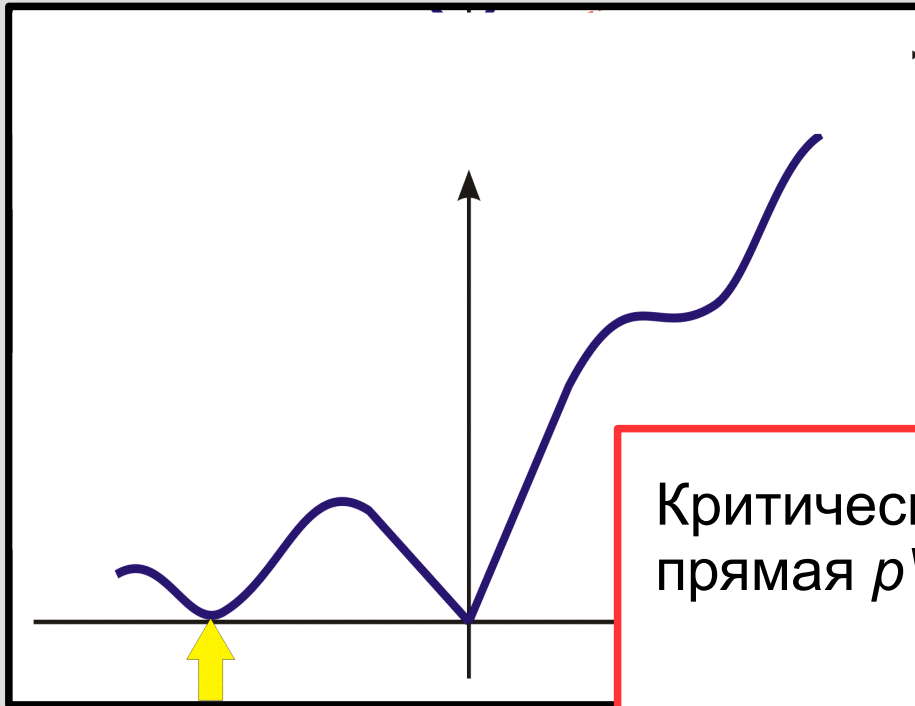
Критерий Ландау.



$$n(\varepsilon') = \frac{1}{e^{\varepsilon'/T} - 1}$$

$$\varepsilon' = \varepsilon + \vec{p} \cdot \vec{V}$$

Критерий Ландау.

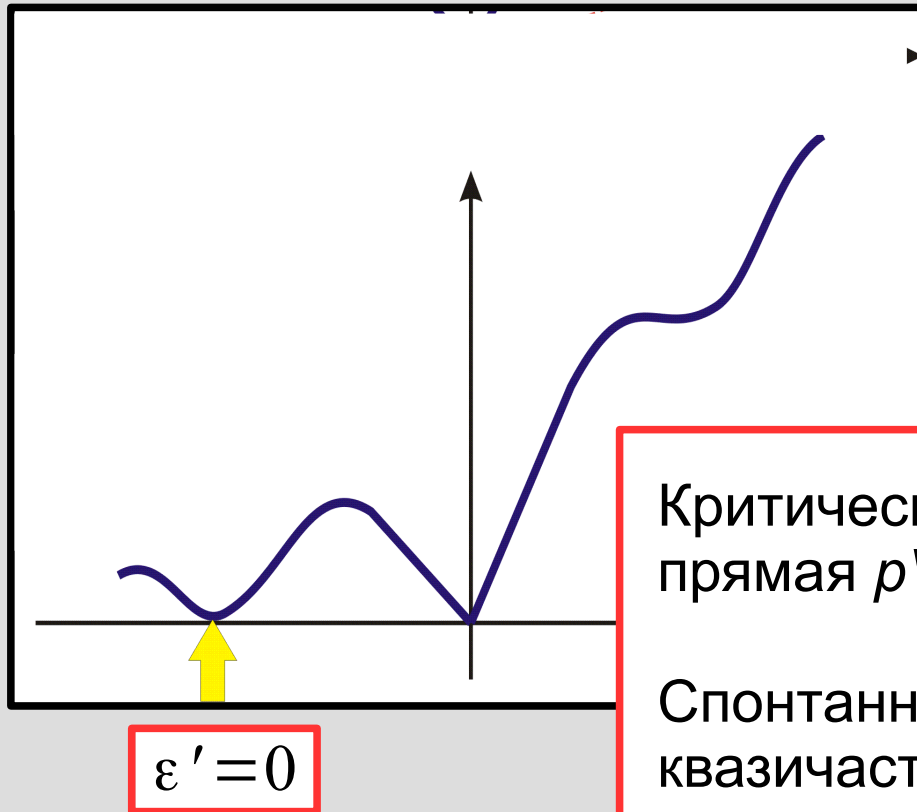


$$n(\varepsilon') = \frac{1}{e^{\varepsilon'/T} - 1}$$

$$\varepsilon' = \varepsilon + \vec{p} \vec{V}$$

Критическая скорость:
прямая pV касается спектра

Критерий Ландау.



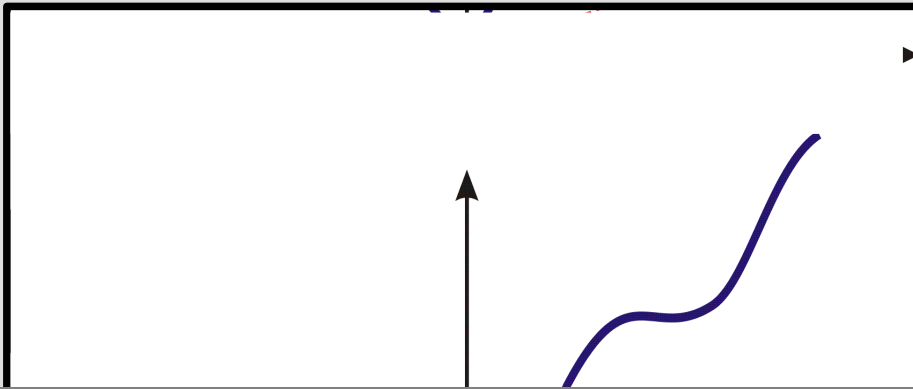
$$n(\epsilon') = \frac{1}{e^{\epsilon'/T} - 1}$$

$$\epsilon' = \epsilon + \vec{p} \vec{V}$$

Критическая скорость:
прямая pV касается спектра

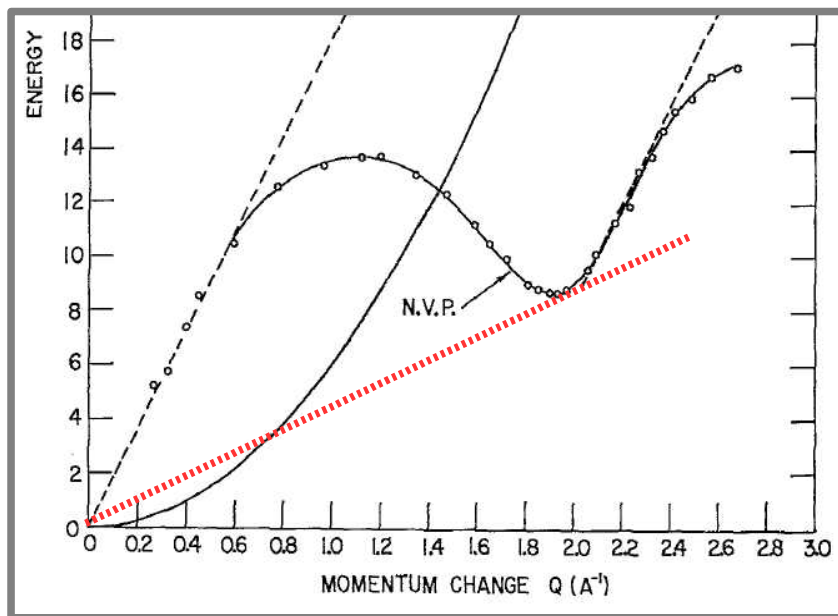
Спонтанное рождение
квазичастиц с импульсом
«против потока» =
торможение жидкости,
вязкость

Критерий Ландау.



$$n(\varepsilon') = \frac{1}{e^{\varepsilon'/T} - 1}$$

$$\varepsilon' = \varepsilon + \vec{p} \vec{V}$$



$$\Delta \approx 8 \text{ K}$$

$$k_{\min} \approx 2 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-1}$$

$$V_L = \frac{\Delta}{\hbar k_{\min}} \approx 50 \text{ m/sec}$$

Часть 4. Немного квантовой физики: бозе конденсация, волновая функция конденсата, вихри

Бозе – конденсация.

идеальный бозе-газ:
при $T=0$ все атомы
находятся в некотором
квантовом состоянии

Бозе-конденсация.

идеальный бозе-газ:
при $T=0$ все атомы
находятся в некотором
квантовом состоянии

$$n = \frac{1}{e^{(E-\mu)/T} - 1}$$

Бозе-конденсация.

идеальный бозе-газ:
при $T=0$ все атомы
находятся в некотором
квантовом состоянии

$$n = \frac{1}{e^{(E-\mu)/T} - 1}$$

$$N = \frac{V}{(2\pi)^3} \int n d^3k = \int_0^\infty n(E) D(E) dE$$

$$D(E) = \frac{dN}{dE} = \frac{dN}{dk} \frac{1}{dE/dk} = \frac{V}{2\pi^2} k^2 \frac{m}{\hbar^2 k} = \frac{V m^{3/2}}{\sqrt{2}\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E}$$

Бозе-конденсация.

идеальный бозе-газ:
при $T=0$ все атомы
находятся в некотором
квантовом состоянии

$$n = \frac{1}{e^{(E-\mu)/T} - 1}$$

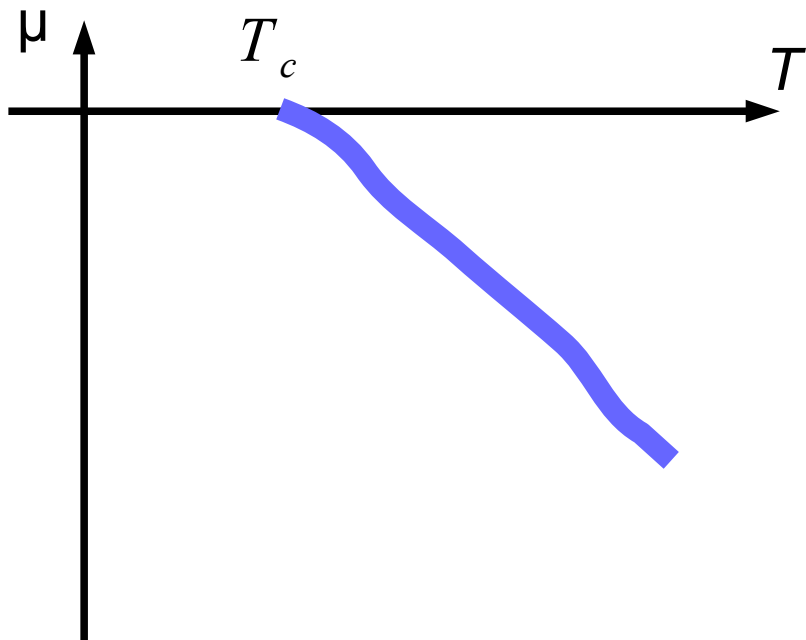
Число частиц

$$\frac{N}{V} = \frac{m^{3/2}}{\sqrt{2}\pi^2\hbar^3} \int_0^\infty \frac{\sqrt{E} dE}{e^{(E-\mu)/T} - 1}$$

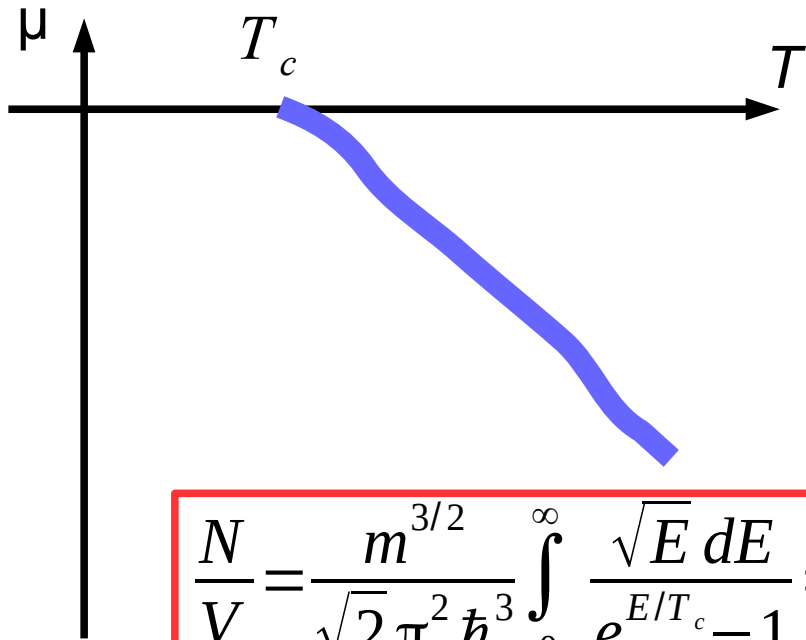
$$N = \frac{V}{(2\pi)^3} \int n d^3k = \int_0^\infty n(E) D(E) dE$$

$$D(E) = \frac{dN}{dE} = \frac{dN}{dk} \frac{1}{dE/dk} = \frac{V}{2\pi^2} k^2 \frac{m}{\hbar^2 k} = \frac{V m^{3/2}}{\sqrt{2}\pi^2\hbar^3} \sqrt{E}$$

Бозе-конденсация.



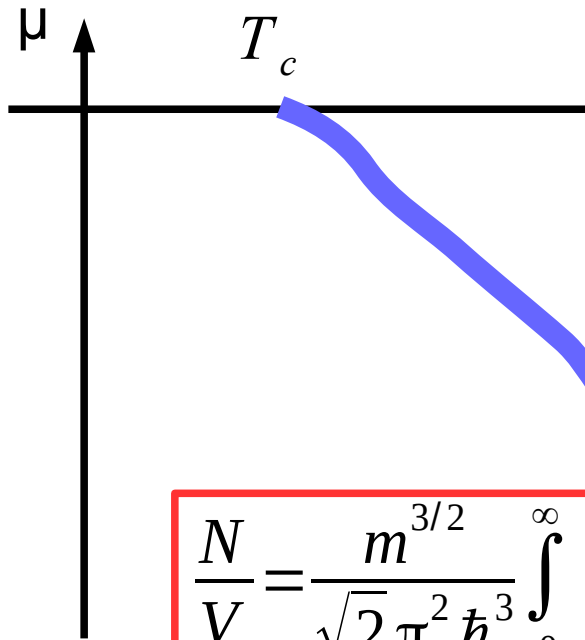
Бозе-конденсация.



$$\frac{N}{V} = \frac{m^{3/2}}{\sqrt{2}\pi^2\hbar^3} \int_0^\infty \frac{\sqrt{E} dE}{e^{E/T_c} - 1} = \frac{m^{3/2}}{\sqrt{2}\pi^2\hbar^3} T_c^{3/2} \int_0^\infty \frac{\sqrt{x} dx}{e^x - 1}$$

$$T_c = \frac{3.32 \hbar^2}{m} \left(\frac{N}{V} \right)^{2/3}$$

Бозе-конденсация.



$$T < T_c:$$
$$\mu = 0$$
$$N_0 = N \left(1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^{3/2} \right)$$

$$\frac{N}{V} = \frac{m^{3/2}}{\sqrt{2} \pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty \frac{\sqrt{E} dE}{e^{E/T_c} - 1} = \frac{m^{3/2}}{\sqrt{2} \pi^2 \hbar^3} T_c^{3/2} \int_0^\infty \frac{\sqrt{x} dx}{e^x - 1}$$

$$T_c = \frac{3.32 \hbar^2}{m} \left(\frac{N}{V} \right)^{2/3}$$

Волновая функция конденсата.

$$\Psi_0(\vec{r})$$

волновая функция основного состояния
В этом состоянии ниже температуры
конденсации окажется макроскопически
много частиц (бозоны!)

Волновая функция конденсата.

$$\Psi_0(\vec{r})$$

волновая функция основного состояния
В этом состоянии ниже температуры
конденсации окажется макроскопически
много частиц (бозоны!)

$$\Psi_0 = \sqrt{N_0} e^{i\Phi}$$

Волновая функция конденсата.

$$\Psi_0(\vec{r})$$

волновая функция основного состояния
В этом состоянии ниже температуры
конденсации окажется макроскопически
много частиц (бозоны!)

$$\Psi_0 = \sqrt{N_0} e^{i\Phi}$$

$$\begin{aligned}\hat{\vec{p}} &= -i\hbar \vec{\nabla} \\ \hat{\vec{p}} \Psi_0 &= (\hbar \vec{\nabla} \Phi) \Psi_0\end{aligned}$$

Волновая функция конденсата.

$$\Psi_0(\vec{r})$$

волновая функция основного состояния
В этом состоянии ниже температуры
конденсации окажется макроскопически
много частиц (бозоны!)

$$\Psi_0 = \sqrt{N_0} e^{i\Phi}$$

$$\begin{aligned}\hat{p} &= -i\hbar \vec{\nabla} \\ \hat{p} \Psi_0 &= (\hbar \vec{\nabla} \Phi) \Psi_0\end{aligned}$$



$$\vec{V}_s = \frac{\hbar}{m} \vec{\nabla} \Phi$$

Волновая функция конденсата.

$$\Psi_0(\vec{r})$$

волновая функция основного состояния
В этом состоянии ниже температуры
конденсации окажется макроскопически
много частиц (бозоны!)

$$\Psi_0 = \sqrt{N_0} e^{i\Phi}$$

$$\begin{aligned}\hat{p} &= -i\hbar \vec{\nabla} \\ \hat{p} \Psi_0 &= (\hbar \vec{\nabla} \Phi) \Psi_0\end{aligned}$$



$$\vec{V}_s = \frac{\hbar}{m} \vec{\nabla} \Phi$$

$$\oint \vec{V}_s d\vec{l} = \frac{\hbar}{m} 2\pi n$$



Часть 5. Термодинамика сверхпроводников (I рода)

Несколько демонстрационных опытов

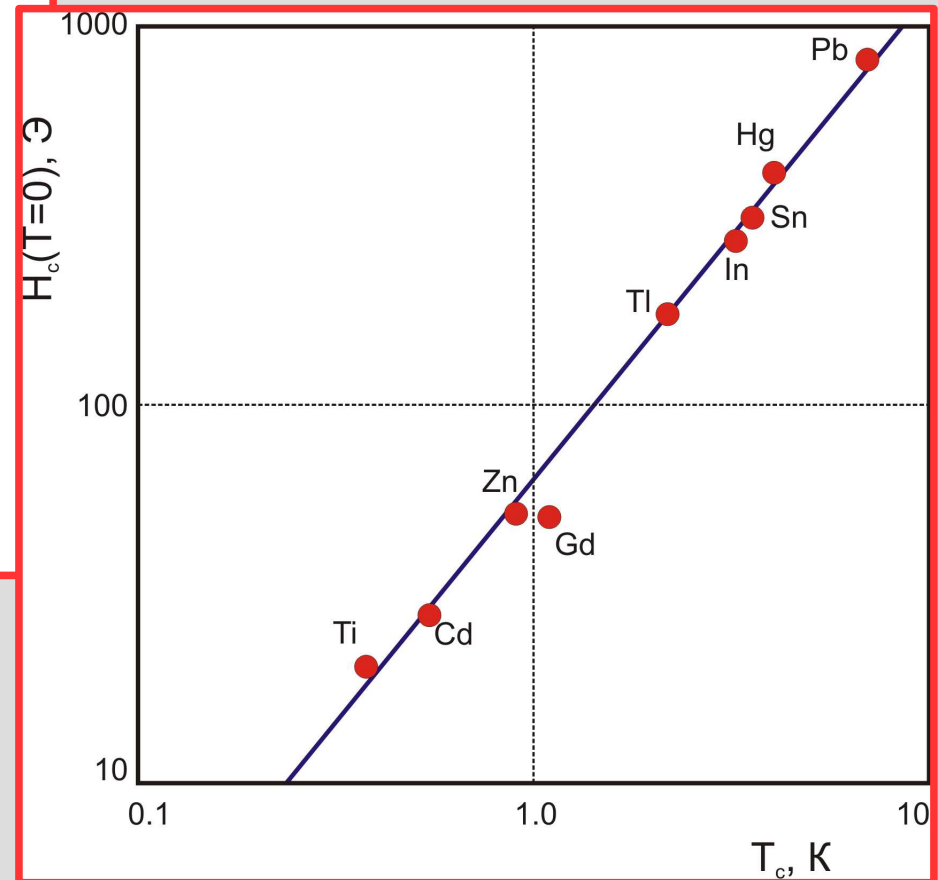


<http://www.alfredleitner.com/>
Superconductors (of Type I) — (полная
версия 48 min., 1965)

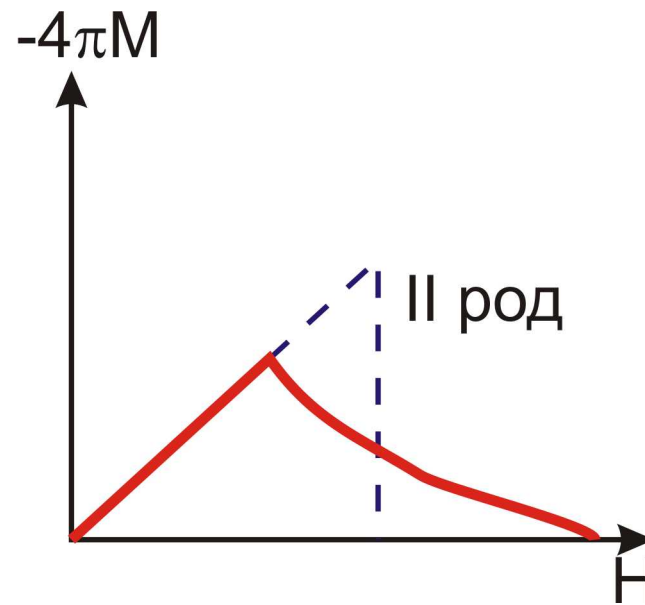
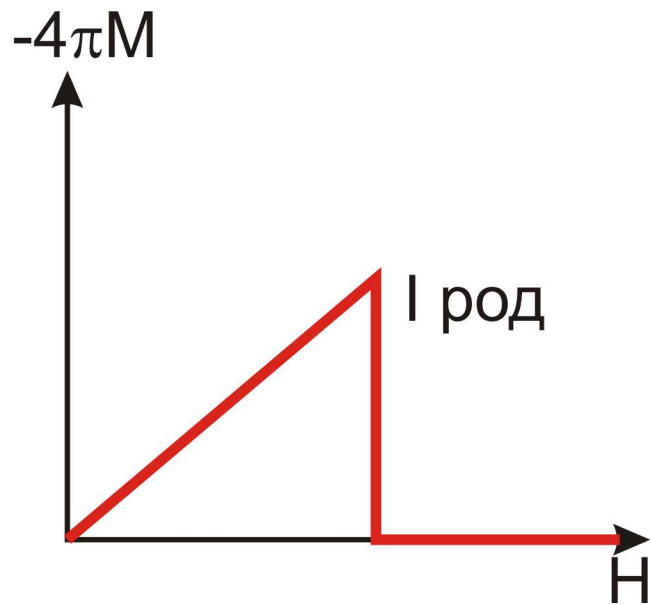
Свойства сверхпроводников

- Падение сопротивления до нуля при некоторой температуре (в чистых металлах $T_c \sim 1$ K)
- Критическая температура зависит от приложенного магнитного поля
- Магнитное поле разрушает сверхпроводящее состояние, для чистых металлов $H_{c0} \sim 100$ Э...1 кЭ
- В малых полях сверхпроводники проявляют эффект Мейснера: являются идеальным диамагнетиком

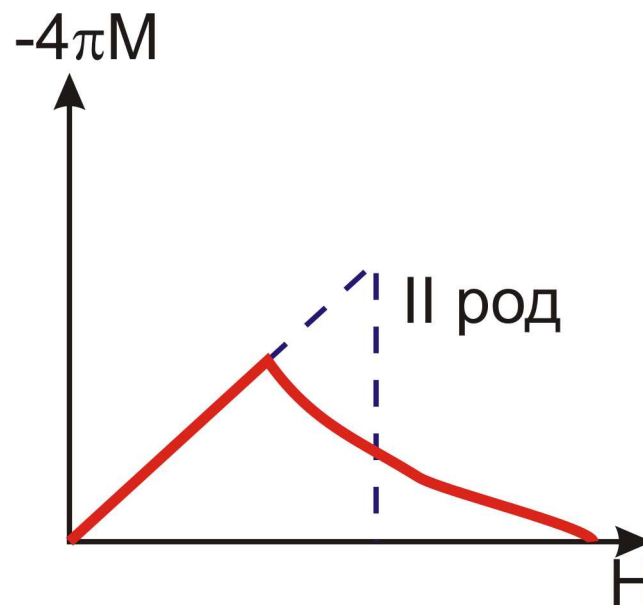
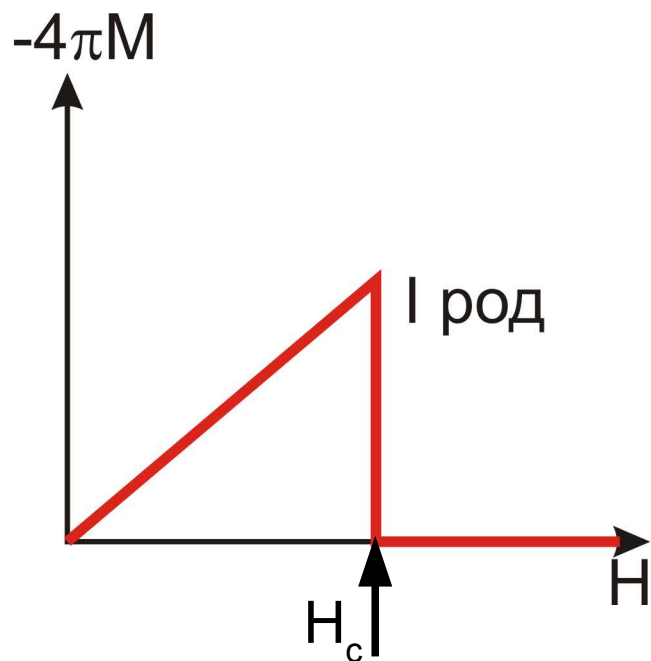
$$H_c(T) = H_{c0} \left(1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right)$$



Полный и частичный эффект Мейснера



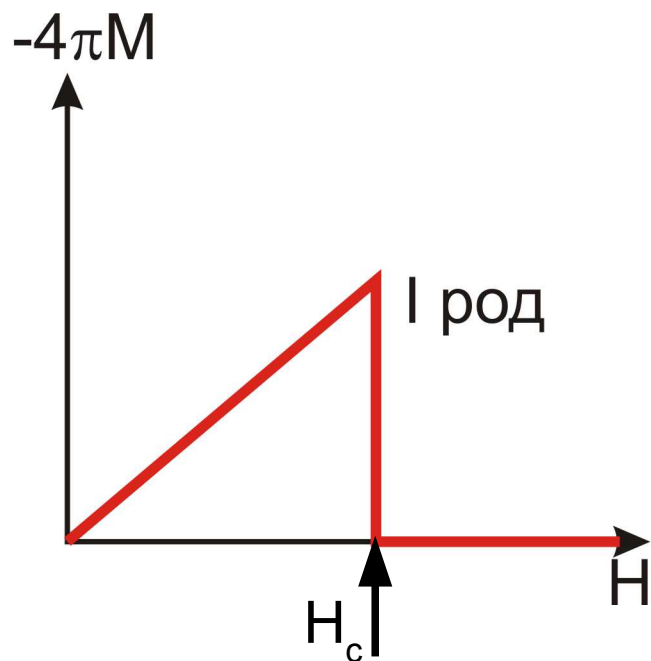
Полный и частичный эффект Мейснера



чистые металлы

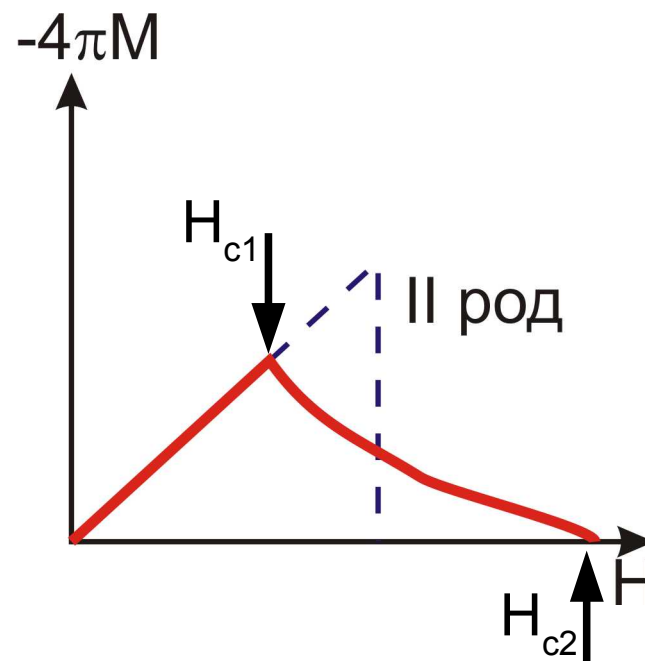
$H_c \sim 100 \text{ Э} \dots 1 \text{ кЭ}$

Полный и частичный эффект Мейснера



чистые металлы

$H_c \sim 100 \text{ Э... } 1 \text{ кЭ}$



сплавы

$H_{c1} \sim 100 \text{ Э... } 1 \text{ кЭ}$

H_{c2} до 200-300 кЭ

Свободная энергия сверхпроводящего состояния (сверхпроводник I рода).

идеальный
диамагнетизм

$$\vec{M} = -\frac{1}{4\pi} \vec{H}$$

работа источника поля

$$A = -\int_0^{H_0} \vec{M} d\vec{H} = \frac{1}{8\pi} H_0^2$$

Свободная энергия сверхпроводящего состояния (сверхпроводник I рода).

идеальный
диамагнетизм

$$\vec{M} = -\frac{1}{4\pi} \vec{H}$$

работа источника поля

$$A = -\int_0^{H_0} \vec{M} d\vec{H} = \frac{1}{8\pi} H_0^2$$

$$F_s(H, T) = F_s(H=0, T) + \frac{1}{8\pi} H^2 = F_{s0}(T) + \frac{1}{8\pi} H^2$$

Свободная энергия сверхпроводящего состояния (сверхпроводник I рода).

идеальный
диамагнетизм

$$\vec{M} = -\frac{1}{4\pi} \vec{H}$$

работа источника поля

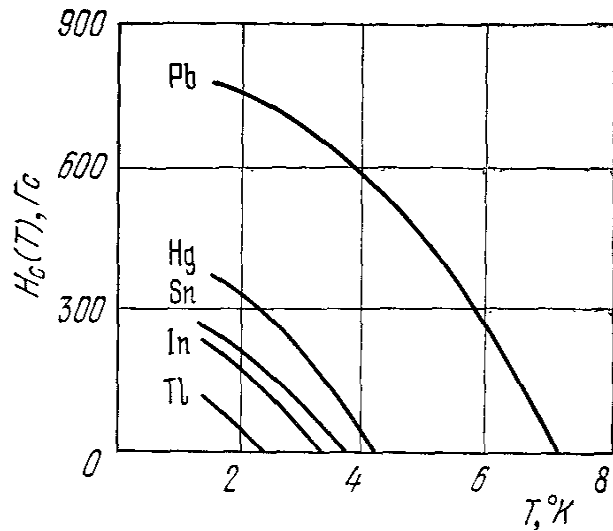
$$A = -\int_0^{H_0} \vec{M} d\vec{H} = \frac{1}{8\pi} H_0^2$$

$$F_s(H, T) = F_s(H=0, T) + \frac{1}{8\pi} H^2 = F_{s0}(T) + \frac{1}{8\pi} H^2$$

$$F_{n0} - F_{s0} = \frac{1}{8\pi} H_c^2$$

Энтропия сверхпроводника.

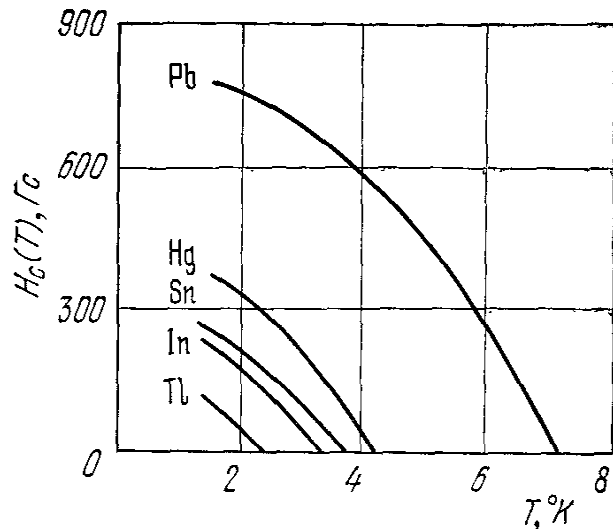
$$S = - \frac{\partial F}{\partial T}$$



$$H_c(T) = H_{c0} \left(1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right)$$

$$F_{n0} - F_{s0} = \frac{1}{8\pi} H_c^2$$

Энтропия сверхпроводника.



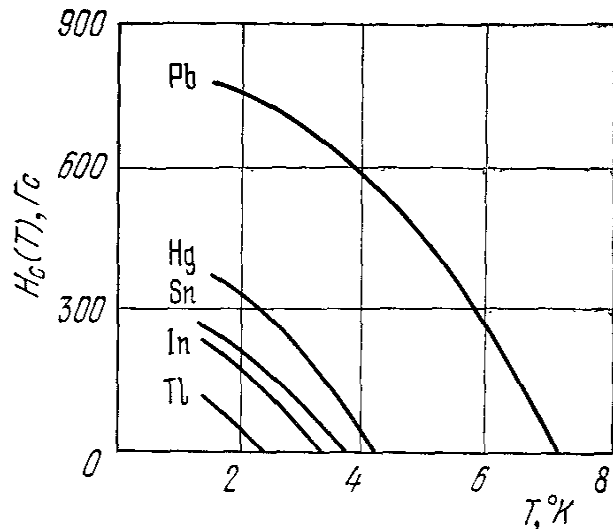
$$H_c(T) = H_{c0} \left(1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right)$$

$$F_{n0} - F_{s0} = \frac{1}{8\pi} H_c^2$$

$$S = - \frac{\partial F}{\partial T}$$

$$S_s - S_n = \frac{1}{4\pi} H_c(T) \frac{\partial H_c}{\partial T}$$

Энтропия сверхпроводника.



$$H_c(T) = H_{c0} \left(1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right)$$

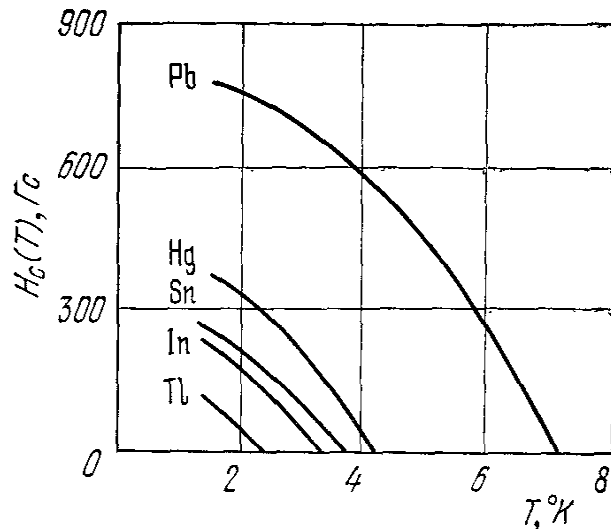
$$F_{n0} - F_{s0} = \frac{1}{8\pi} H_c^2$$

$$S = - \frac{\partial F}{\partial T}$$

$$S_s - S_n = \frac{1}{4\pi} H_c(T) \frac{\partial H_c}{\partial T}$$

$$\frac{\partial H_c}{\partial T} < 0 \Rightarrow S_s < S_n$$

Энтропия сверхпроводника.



$$H_c(T) = H_{c0} \left(1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right)$$

$$F_{n0} - F_{s0} = \frac{1}{8\pi} H_c^2$$

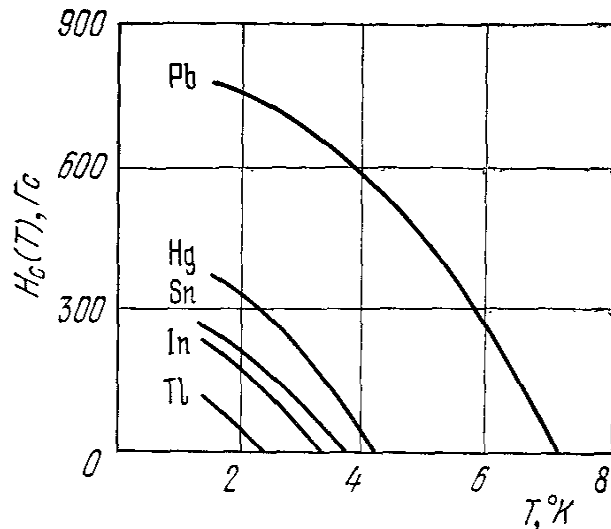
$$S = - \frac{\partial F}{\partial T}$$

$$S_s - S_n = \frac{1}{4\pi} H_c(T) \frac{\partial H_c}{\partial T}$$

$$\frac{\partial H_c}{\partial T} < 0 \Rightarrow S_s < S_n$$

$$S(T=0) = 0 \Rightarrow \left. \frac{\partial H_c}{\partial T} \right|_{T=0} = 0$$

Энтропия сверхпроводника.



$$H_c(T) = H_{c0} \left(1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right)$$

$$F_{n0} - F_{s0} = \frac{1}{8\pi} H_c^2$$

$$S = - \frac{\partial F}{\partial T}$$

$$S_s - S_n = \frac{1}{4\pi} H_c(T) \frac{\partial H_c}{\partial T}$$

$$\frac{\partial H_c}{\partial T} < 0 \Rightarrow S_s < S_n$$

$$S(T=0) = 0 \Rightarrow \left. \frac{\partial H_c}{\partial T} \right|_{T=0} = 0$$

при $H=0$ переход
второго рода,
в поле — переход
первого рода

Теплоёмкость сверхпроводника. Скачок теплоёмкости.

$$S_s - S_n = \frac{1}{4\pi} H_c(T) \frac{\partial H_c}{\partial T}$$

$$C = T \frac{\partial S}{\partial T}$$

Теплоёмкость сверхпроводника. Скачок теплоёмкости.

$$S_s - S_n = \frac{1}{4\pi} H_c(T) \frac{\partial H_c}{\partial T}$$
$$C = T \frac{\partial S}{\partial T}$$



$$C_s - C_n = \frac{T}{4\pi} \left[\left(\frac{\partial H_c}{\partial T} \right)^2 + H_c \frac{\partial^2 H_c}{\partial T^2} \right]$$

Теплоёмкость сверхпроводника. Скачок теплоёмкости.

$$S_s - S_n = \frac{1}{4\pi} H_c(T) \frac{\partial H_c}{\partial T}$$
$$C = T \frac{\partial S}{\partial T}$$



$$C_s - C_n = \frac{T}{4\pi} \left[\left(\frac{\partial H_c}{\partial T} \right)^2 + H_c \frac{\partial^2 H_c}{\partial T^2} \right]$$

При переходе в нулевом поле

$$\Delta C(T_c) = \frac{T_c}{4\pi} \left(\frac{\partial H_c}{\partial T} \right)^2 \quad (\text{формула Рутгерса})$$

Теплоёмкость сверхпроводника. Скачок теплоёмкости.

$$S_s - S_n = \frac{1}{4\pi} H_c(T) \frac{\partial H_c}{\partial T}$$
$$C = T \frac{\partial S}{\partial T}$$



$$C_s - C_n = \frac{T}{4\pi} \left[\left(\frac{\partial H_c}{\partial T} \right)^2 + H_c \frac{\partial^2 H_c}{\partial T^2} \right]$$

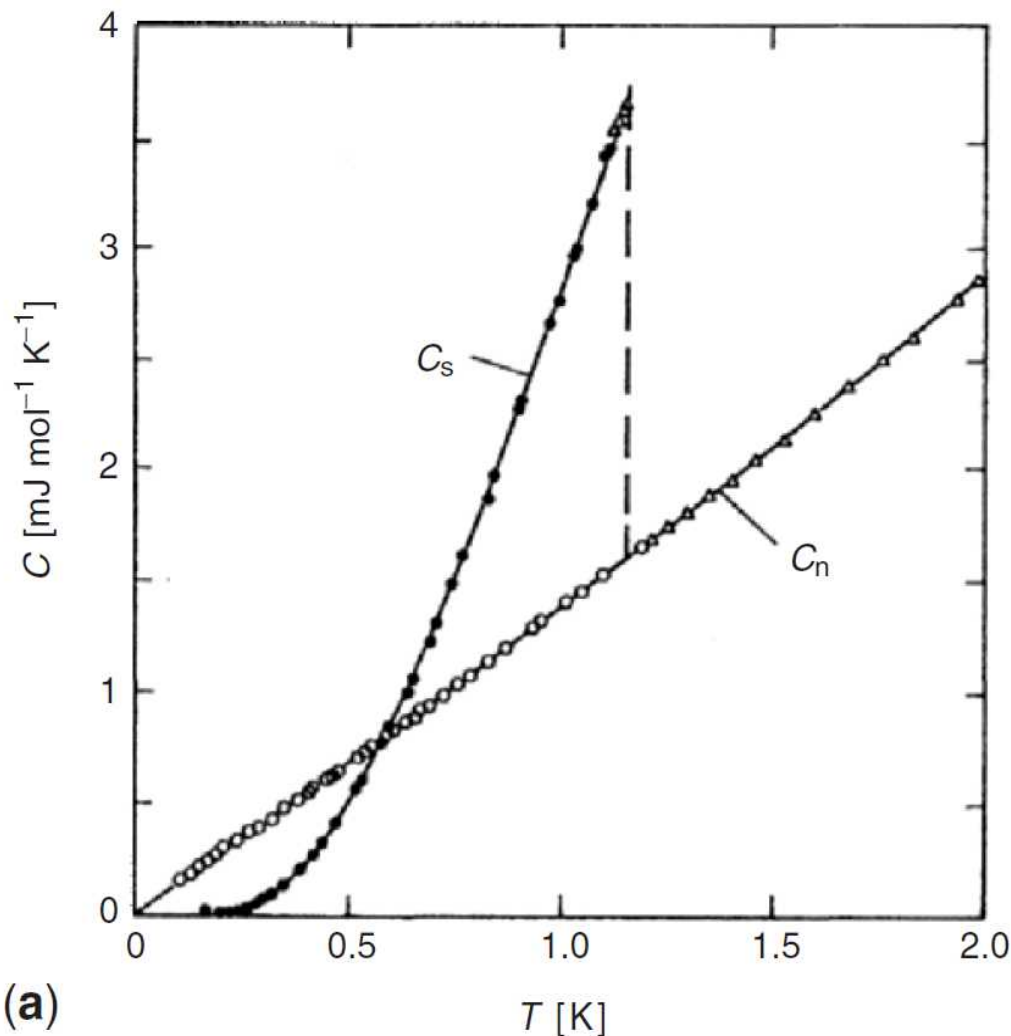
При переходе в нулевом поле

$$\Delta C(T_c) = \frac{T_c}{4\pi} \left(\frac{\partial H_c}{\partial T} \right)^2 \quad (\text{формула Рутгерса})$$

$$H_c = H_{c0} \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right] \Rightarrow \Delta C \approx \frac{H_{c0}^2}{\pi T_c}$$

Теплоёмкость сверхпроводника. Скачок

S_s



Теплоёмкость алюминия в сверхпроводящем (закрашенные символы) и нормальном (открытые символы) состояниях. Теплоёмкость в нормальном состоянии измерена в поле, большем критического.

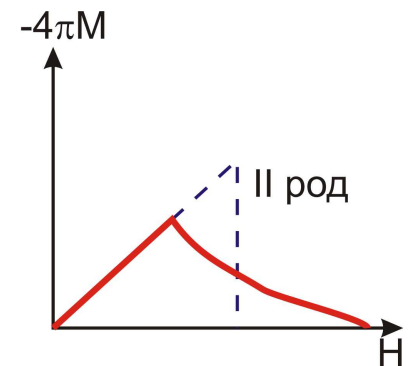
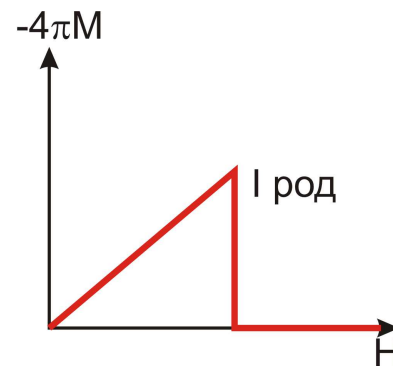
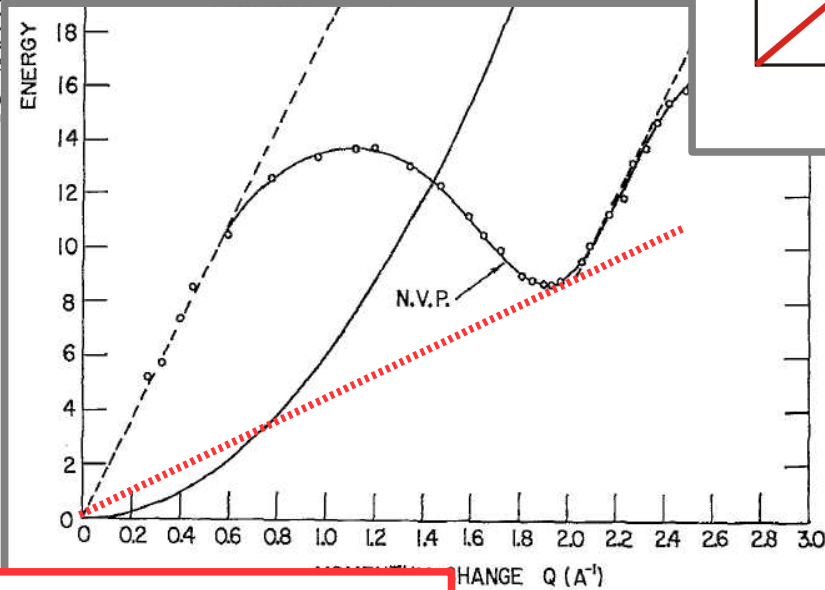
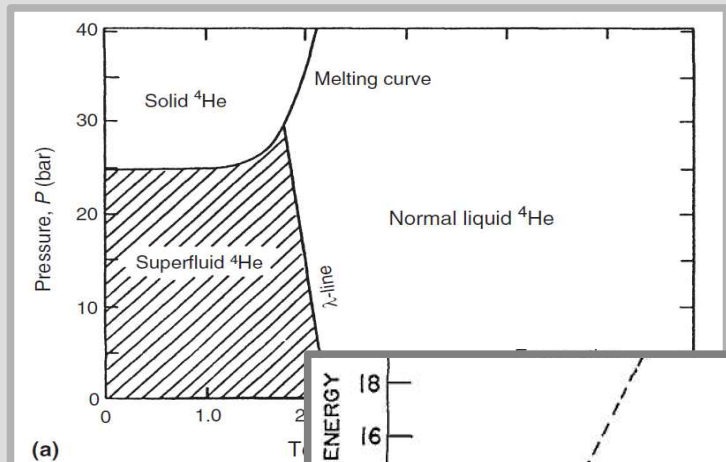
$$\left[\left(\frac{\partial H_c}{\partial T} \right)^2 + H_c \frac{\partial^2 H_c}{\partial T^2} \right]$$

е в нулевом поле

$$\left(\frac{\partial H_c}{\partial T} \right)^2 \quad (\text{формула Рутгерса})$$

$$\left[\left(\frac{\partial H_c}{\partial T} \right)^2 \right] \Rightarrow \Delta C \approx \frac{H_{c0}^2}{\pi T_c}$$

Основное на лекции



$$\Psi = \sqrt{N_0} e^{i\Phi}: \quad \vec{V}_s = \frac{\hbar}{m} \vec{\nabla} \Phi$$

$$H_c(T) = H_{c0} \left(1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right)$$

$$F_{n0} - F_{s0} = \frac{1}{8\pi} H_c^2$$

$$\Delta C \approx \frac{H_{c0}^2}{\pi T_c}$$