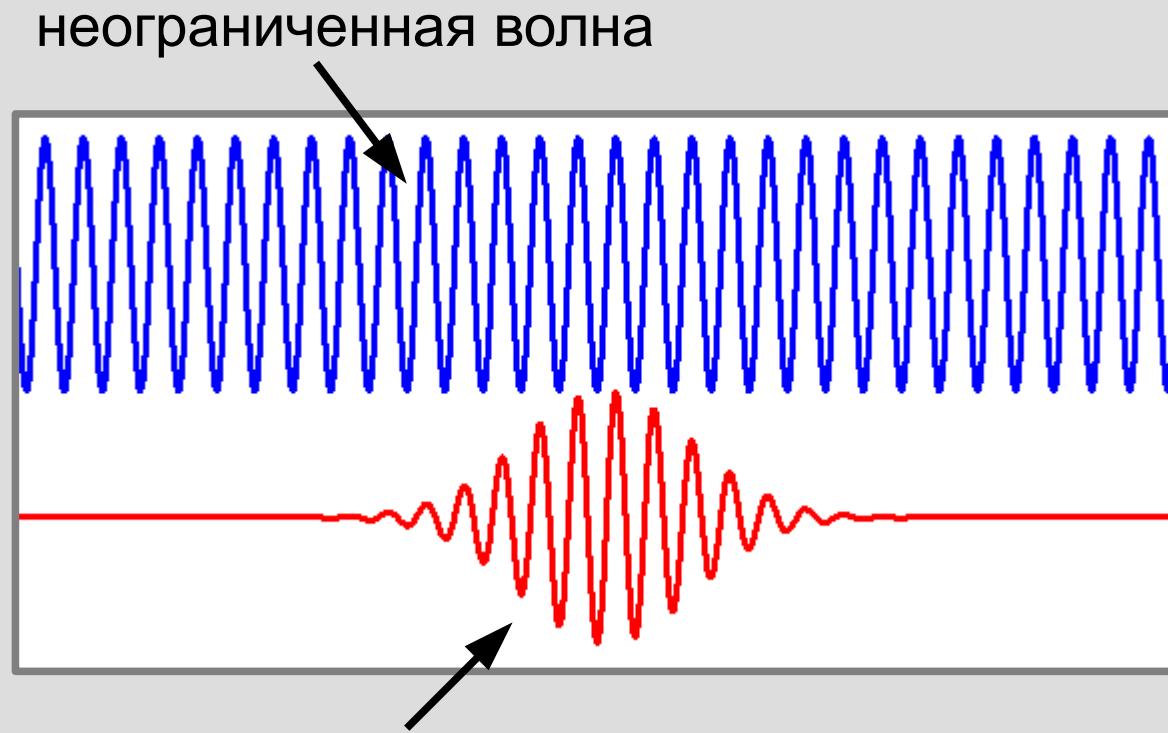


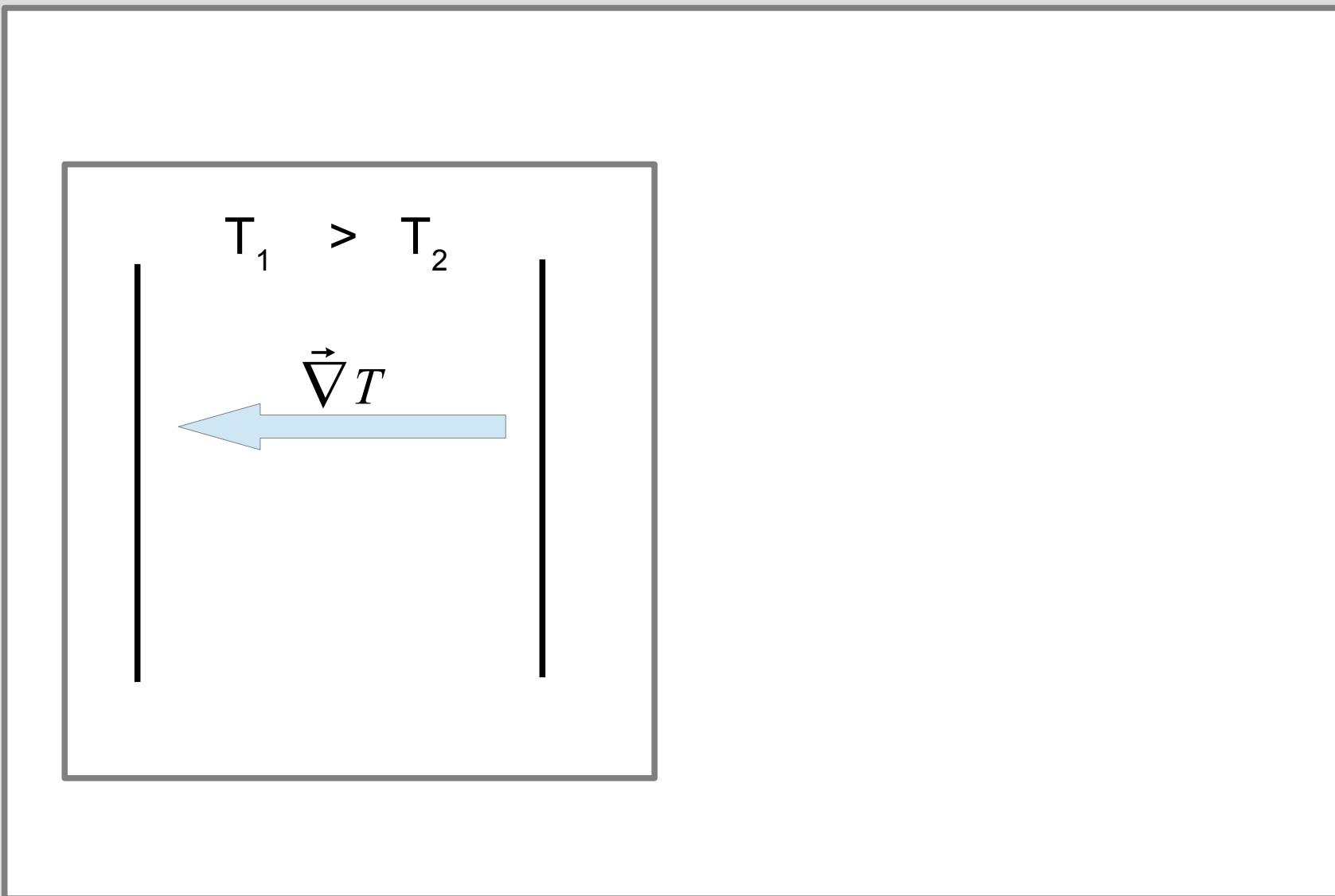
Лекция 5. Термический и электрический транспорт в диэлектриках и металлах.

Волны и волновые пакеты

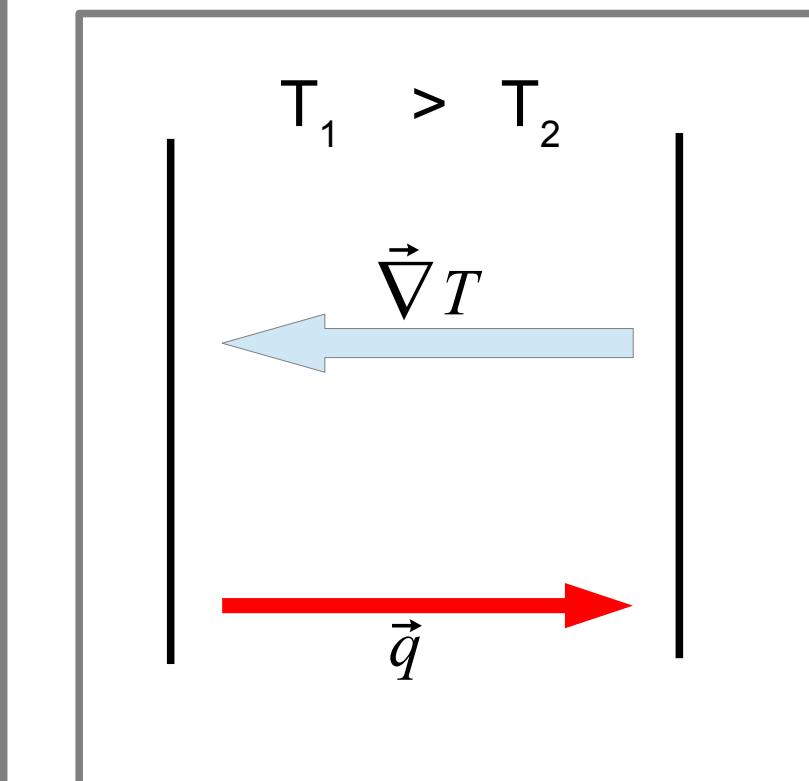


компактный волновой
пакет

Теплопроводность газа (напоминание).

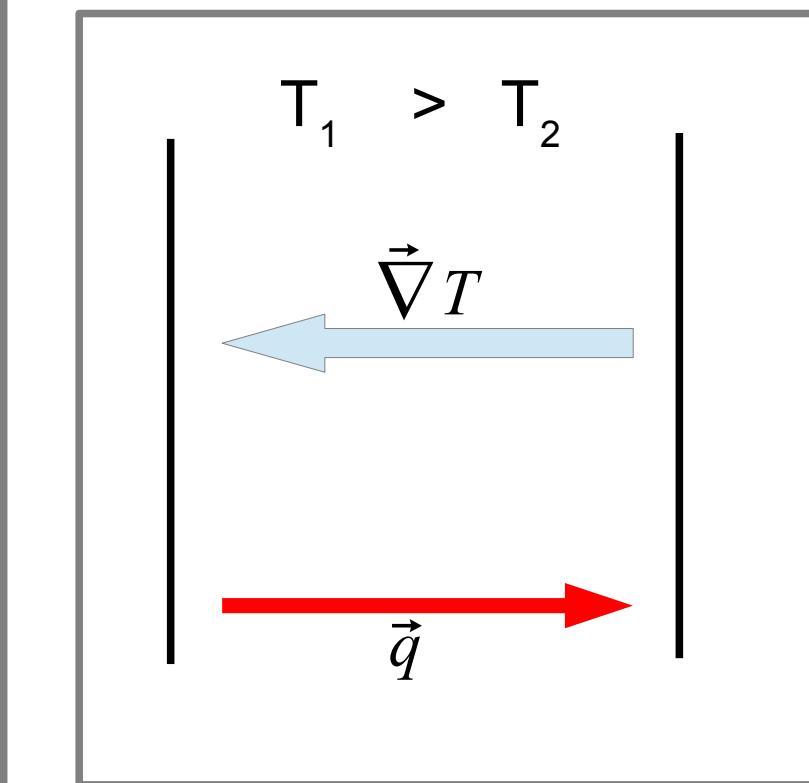


Теплопроводность газа (напоминание).



$$\vec{q} = -\kappa \vec{\nabla} T$$

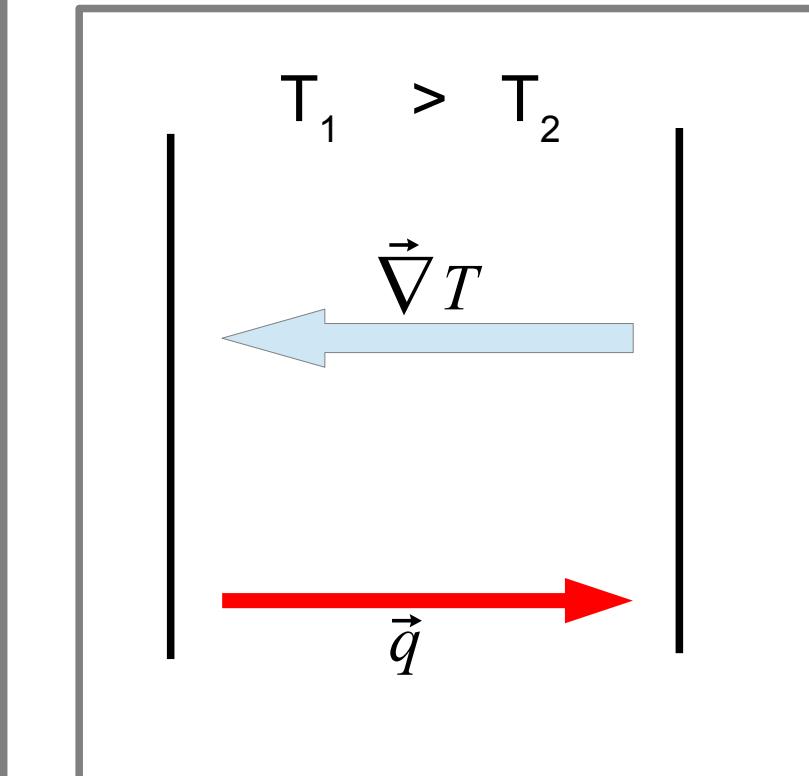
Теплопроводность газа (напоминание).



$$\vec{q} = -\kappa \vec{\nabla} T$$

время
пробега: τ

Теплопроводность газа (напоминание).

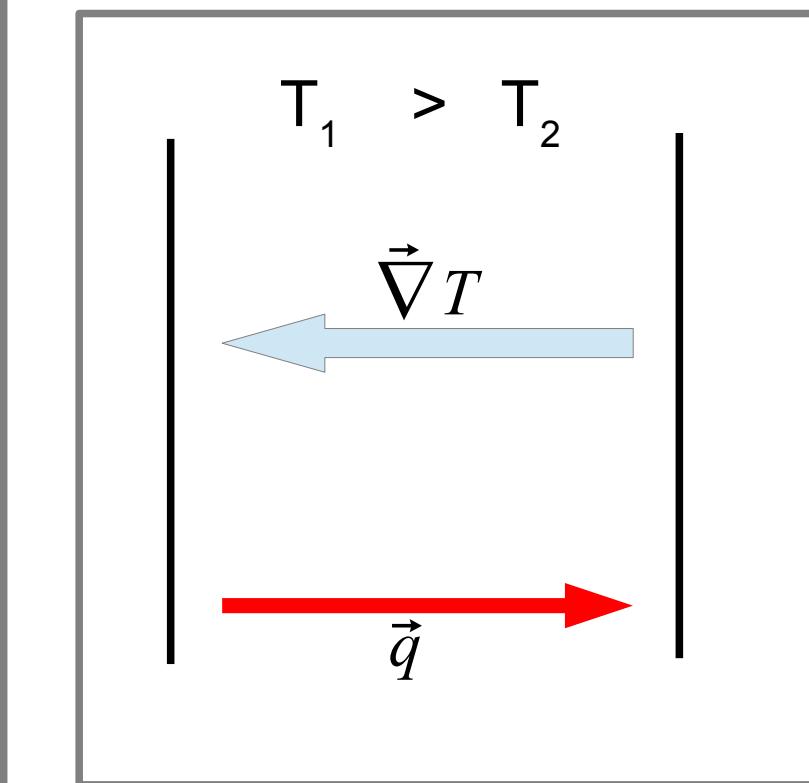


$$\vec{q} = -\kappa \vec{\nabla} T$$

время
пробега: τ

длина
пробега: $L = V \tau$

Теплопроводность газа (напоминание).



$$\vec{q} = -\kappa \vec{\nabla} T$$

время
пробега: τ

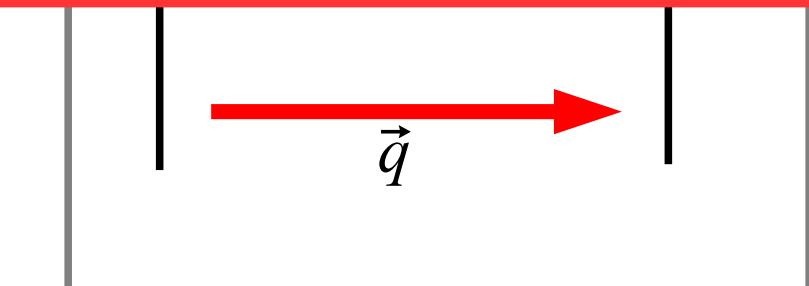
длина $L = V \tau$
пробега:

$$\Delta E = c_V \Delta T$$

передача
энергии: $\Delta T = V_x \tau \frac{d T}{d x}$

Теплопроводность газа (напоминание).

$$|q_x| = \left\langle \frac{1}{S} \frac{dQ}{dt} \right\rangle = \left\langle \frac{1}{S} \frac{dN}{dt} \Delta E \right\rangle =$$
$$= \left\langle (n V_x) \left(c_V V_x \tau \frac{dT}{dx} \right) \right\rangle = \frac{1}{3} n c_V \tau \langle V^2 \rangle \frac{dT}{dx}$$



$$\vec{q} = -\kappa \vec{\nabla} T$$

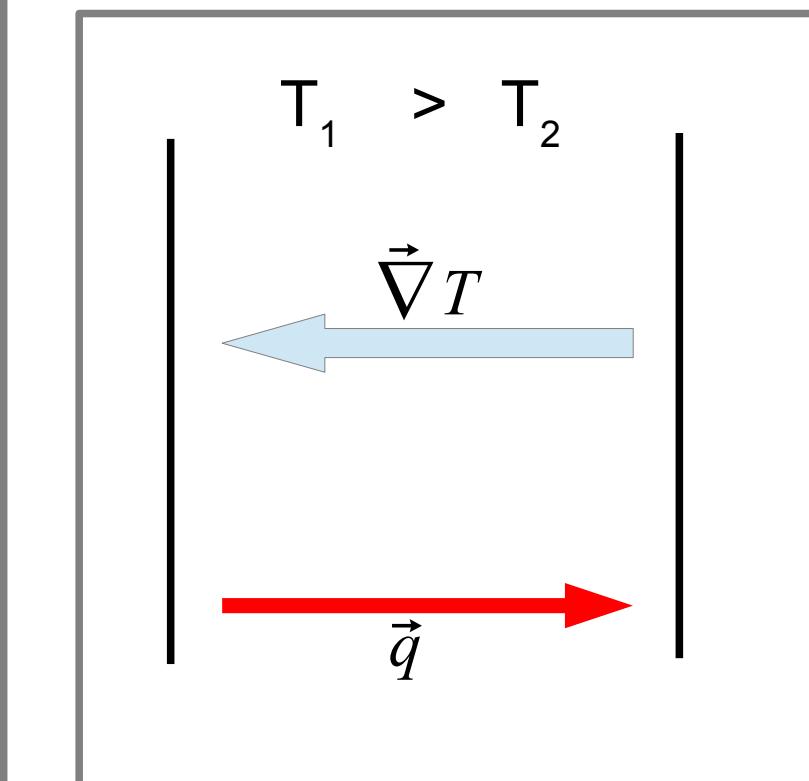
время пробега: τ

длина пробега: $L = V \tau$

передача энергии: $\Delta E = c_V \Delta T$

$\Delta T = V_x \tau \frac{dT}{dx}$

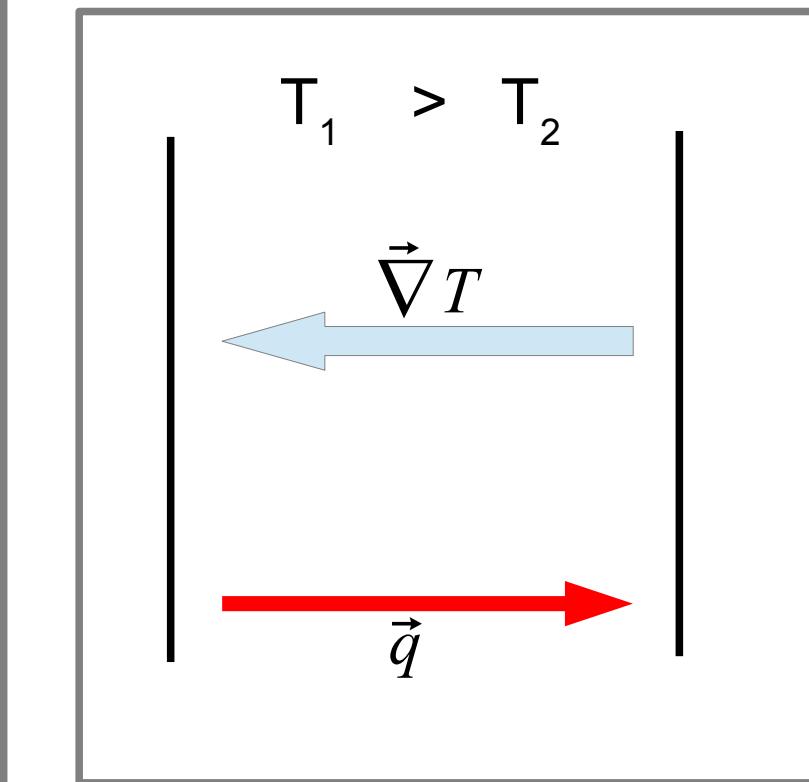
Теплопроводность газа (напоминание).



$$\vec{q} = -\kappa \vec{\nabla} T$$

$$\kappa = \frac{1}{3} n c_V \tau \langle V^2 \rangle$$

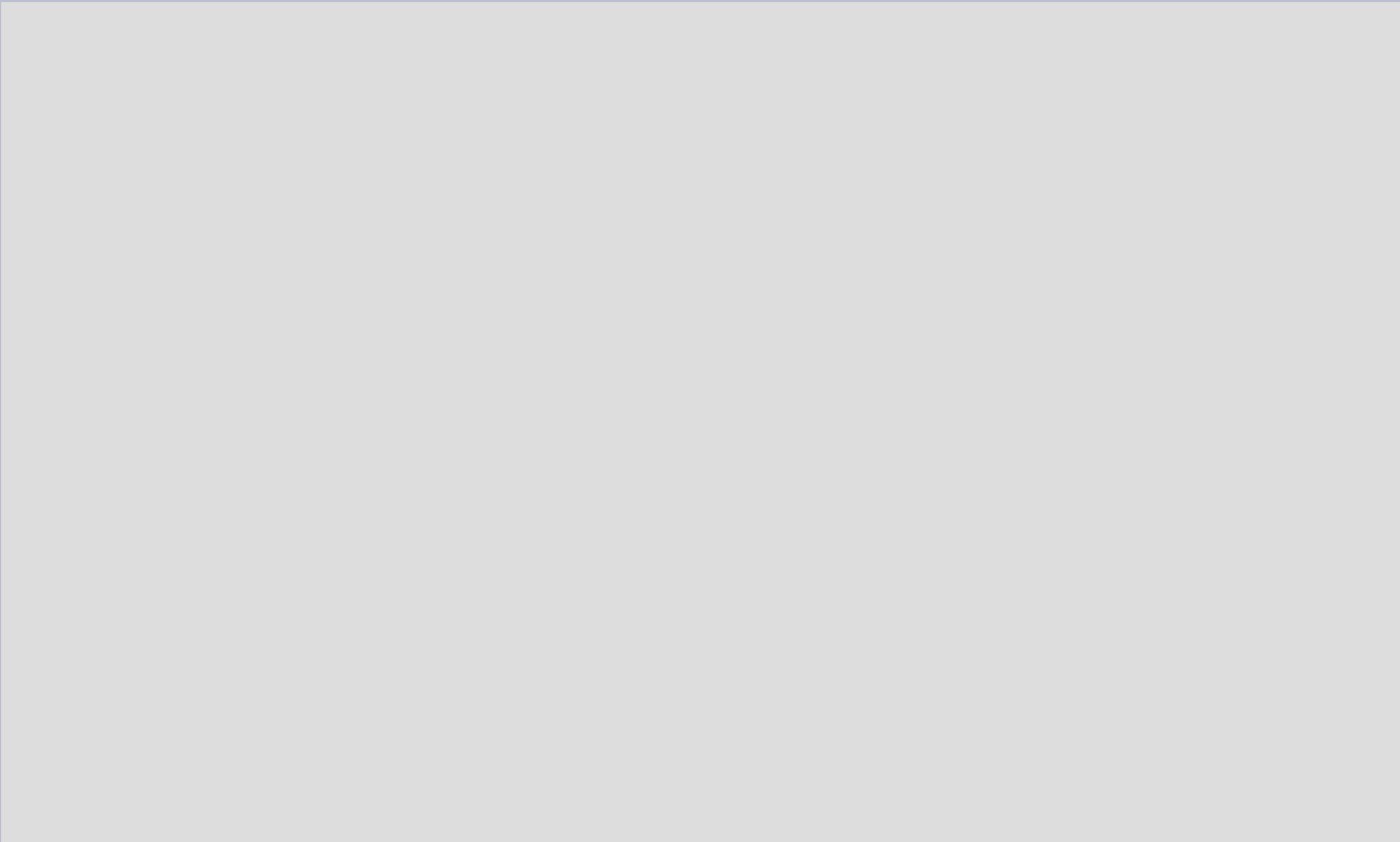
Теплопроводность газа (напоминание).



$$\vec{q} = -\kappa \vec{\nabla} T$$

$$\kappa = \frac{1}{3} n c_V \tau \langle V^2 \rangle$$

$$\begin{aligned}\kappa &= \frac{1}{3} n c_V L \bar{V} = \\ &= \frac{1}{3} C_V^{(V)} L \bar{V}\end{aligned}$$



Часть 1. Теплопроводность фононов.

Теплопроводность фононов.

$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L s$$

Теплопроводность фононов.

$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L_S$$

теплоёмкость
единицы
объёма

скорость
звука

длина свободного
пробега

Теплопроводность фононов.

Как зависит $L(T)$?

Что ограничивает
длину пробега?

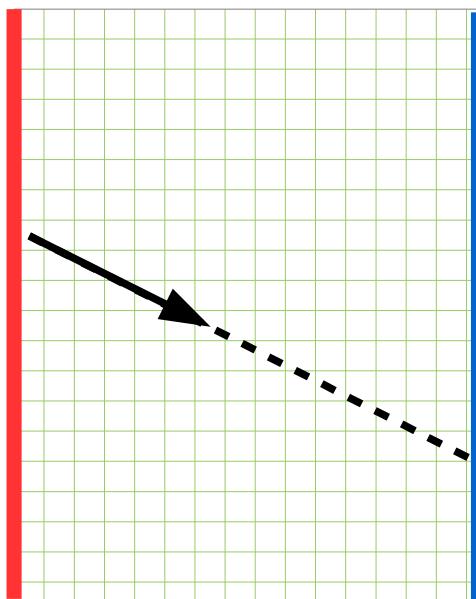
теплоёмкость
единицы
объёма

$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L_s$$

длина свободного
пробега

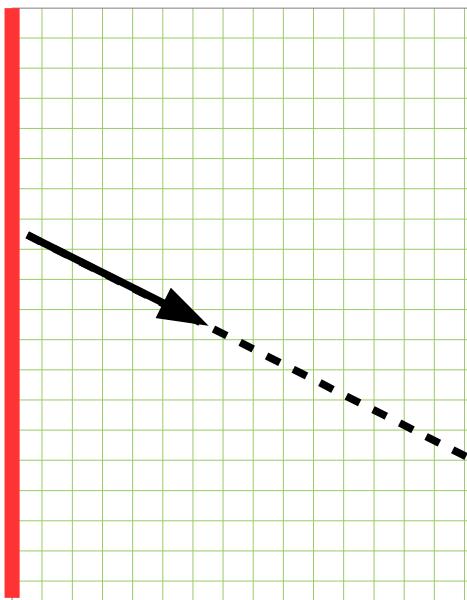
звук

Процессы рассеяния.

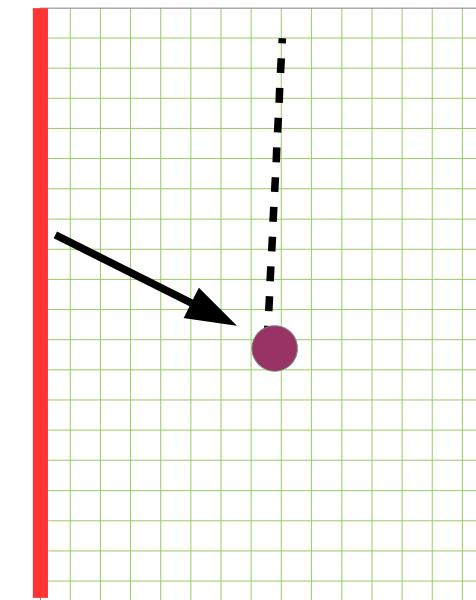


идеальный кристалл

Процессы рассеяния.

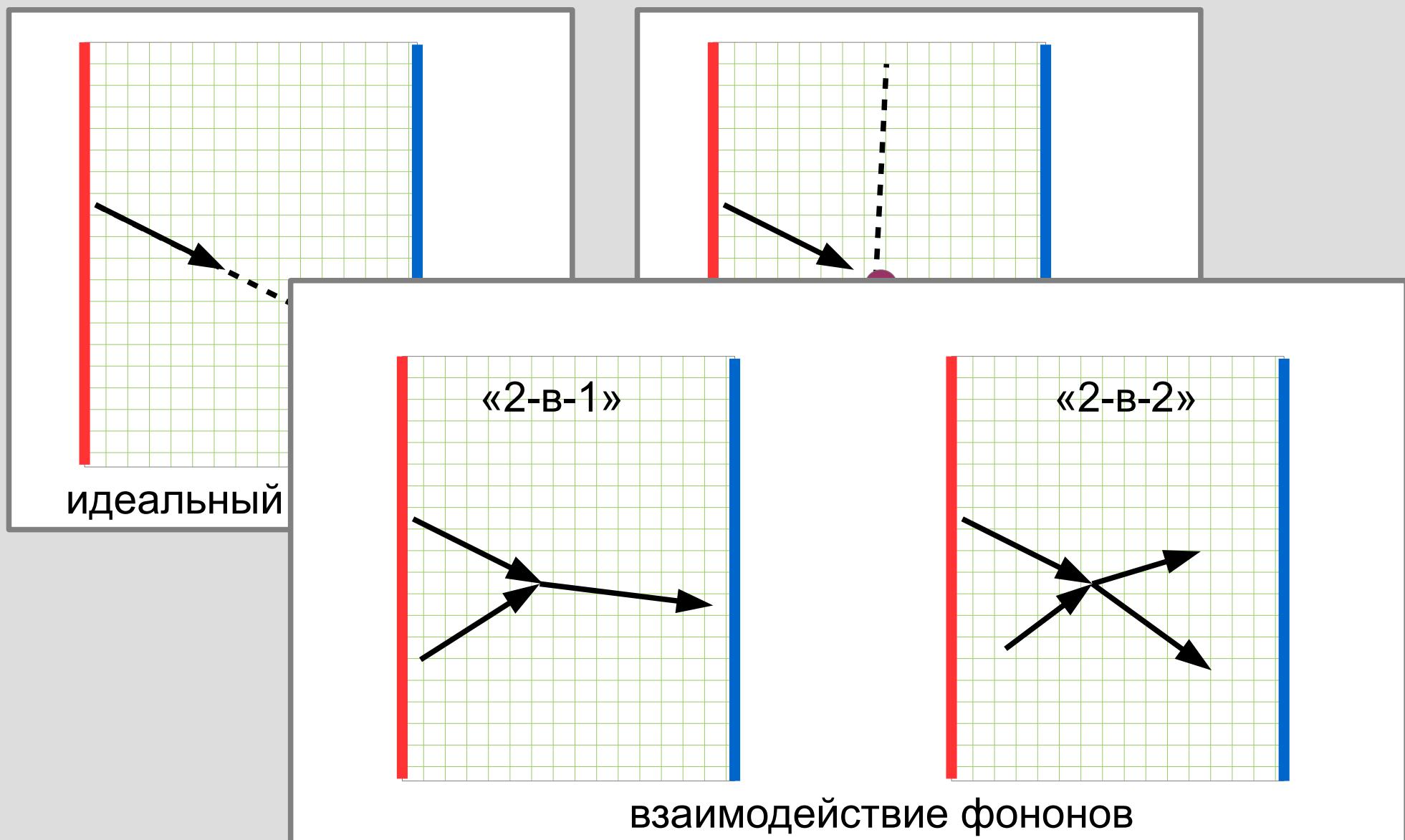


идеальный кристалл



дефект

Процессы рассеяния.



Связь взаимодействия фононов с ангармонизмом потенциала.

$$\hat{H} = \sum_{j=1}^N \frac{1}{2M} \hat{p}_j^2 + \frac{C}{2} (x_{j+1} - x_j)^2$$

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \hbar \sum_k \omega_k (a_k a_k^\dagger + a_k^\dagger a_k)$$

Связь взаимодействия фононов с ангармонизмом потенциала.

$$\hat{H} = \sum_{j=1}^N \frac{1}{2M} \hat{p}_j^2 + \frac{C}{2} (x_{j+1} - x_j)^2$$

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \hbar \sum_k \omega_k (a_k a_k^\dagger + a_k^\dagger a_k)$$

$$\hat{V} = \sum_j b (x_{j+1} - x_j)^3$$

.... и те же преобразования координат...

Связь взаимодействия фононов с ангармонизмом потенциала.

$$\hat{H} = \sum_{j=1}^N \frac{1}{2M} \hat{p}_j^2 + \frac{C}{2} (x_{j+1} - x_j)^2$$

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \hbar \sum_k \omega_k (a_k a_k^\dagger + a_k^\dagger a_k)$$

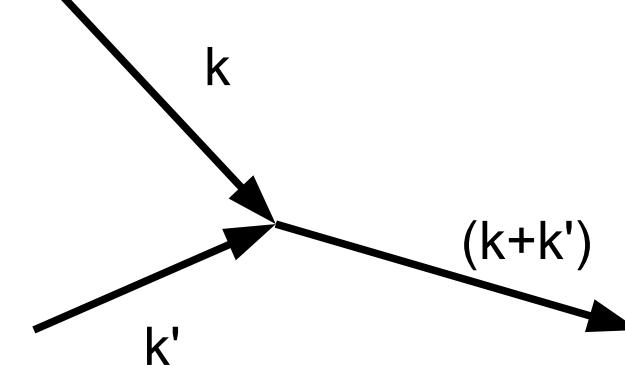
$$\hat{V} = \sum_j b (x_{j+1} - x_j)^3$$

.... и т.е. же
координат

$$\hat{V} = \sum_{k,k'} B(k, k') (a_k a_{k'}^\dagger + a_k^\dagger a_{k'}^\dagger)$$

Связь взаимодействия фононов с ангармонизмом потенциала.

$$\hat{H} = \sum_{j=1}^N \frac{1}{2M} \hat{p}_j^2 + \frac{C}{2}$$

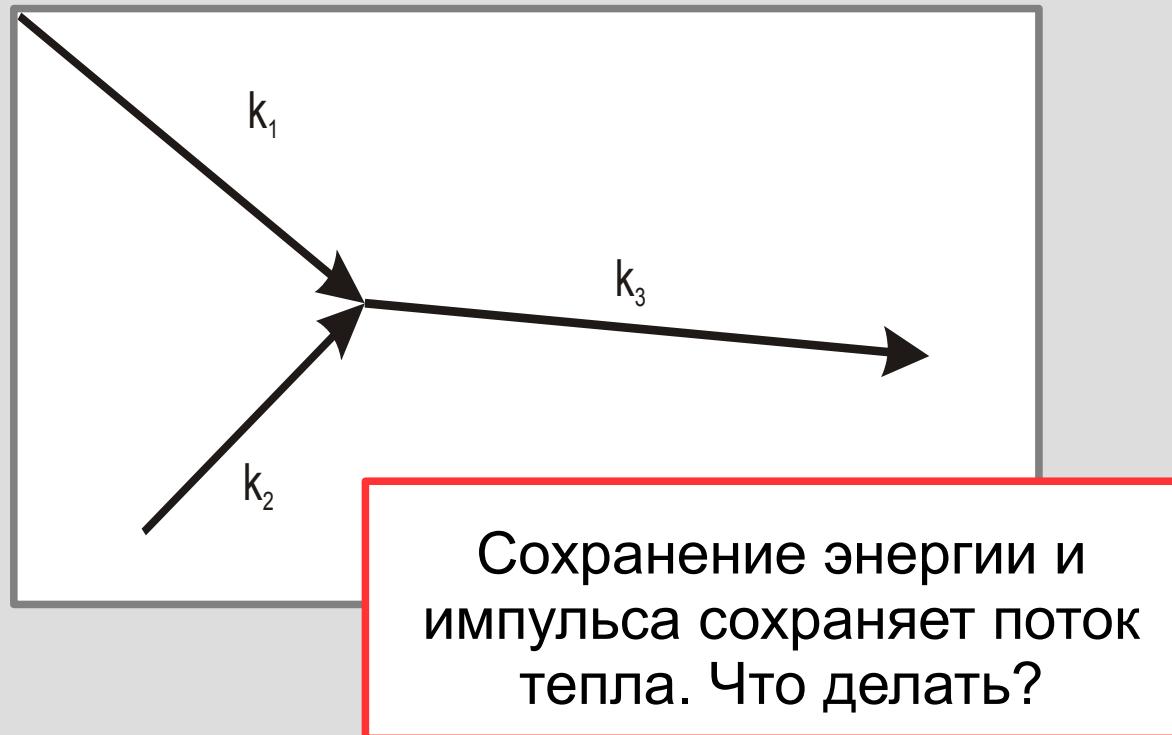


$$\hat{V} = \sum_j b (x_{j+1} - x_j)^3$$

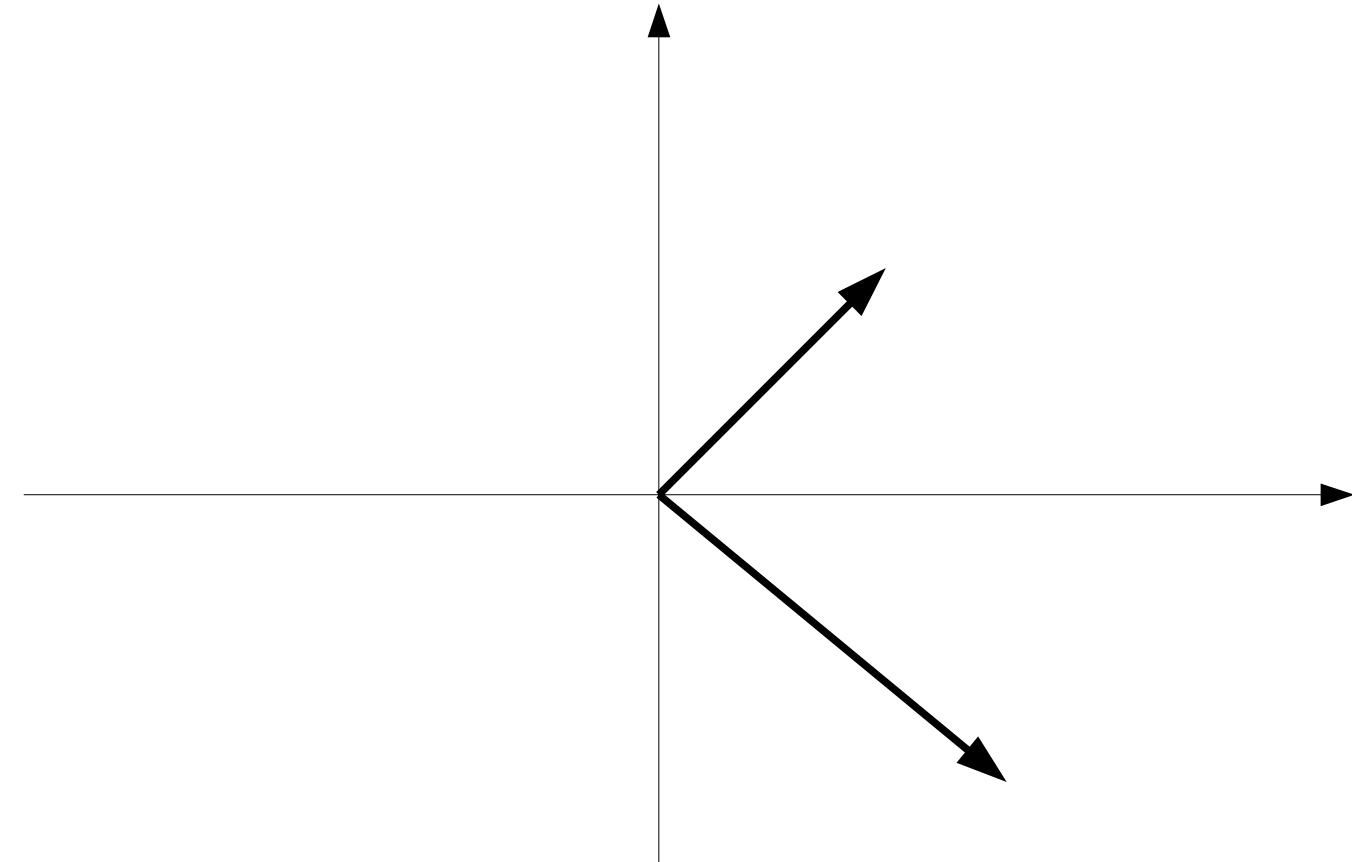
.... и те же
координаты

$$\hat{V} = \sum_{k,k'} B(k, k') \left(a_k a_{k'} a_{(k+k')}^+ + a_k^+ a_{k'}^+ a_{(k+k')} \right)$$

Процессы переброса при фонон-фононном взаимодействии

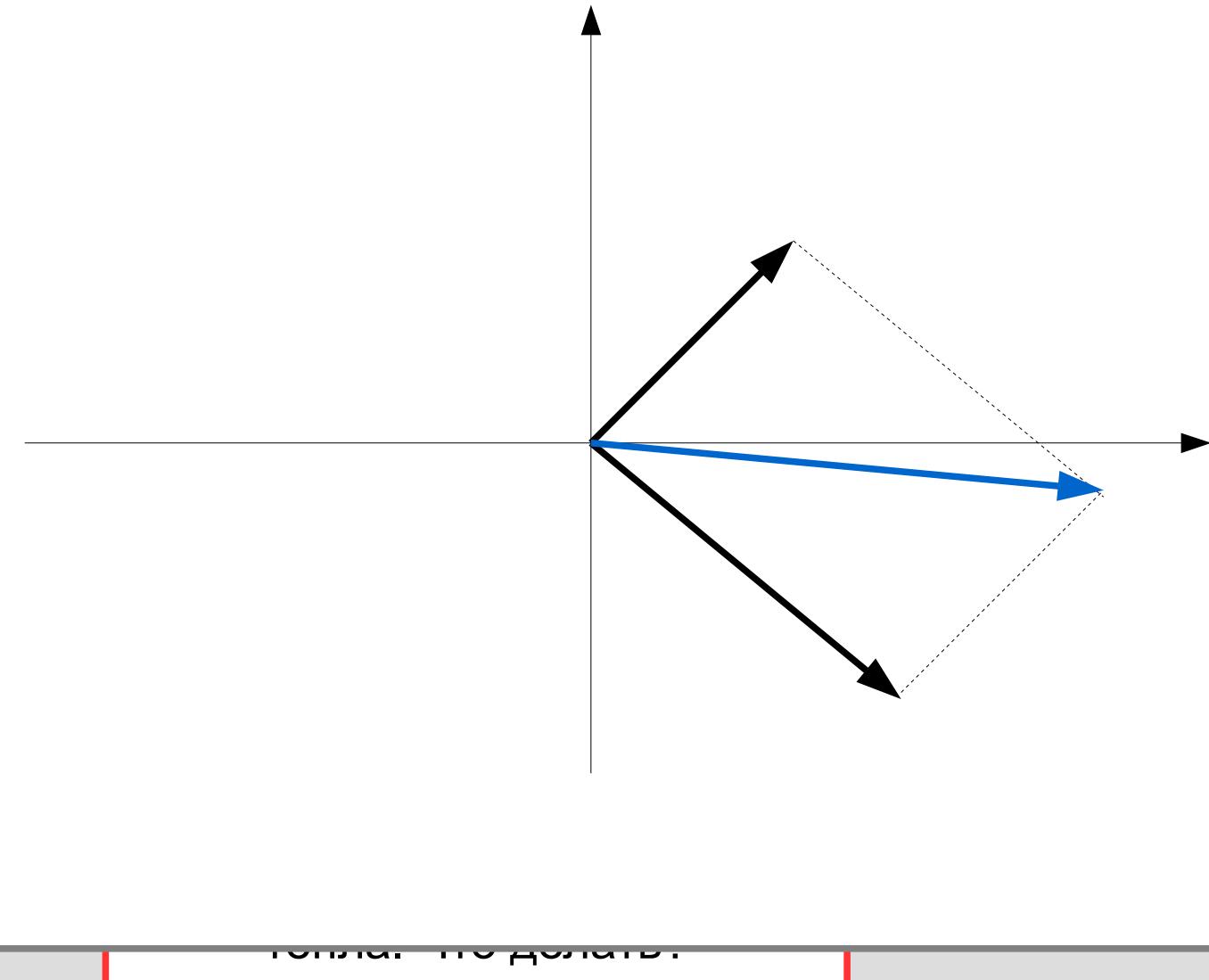


Процессы п

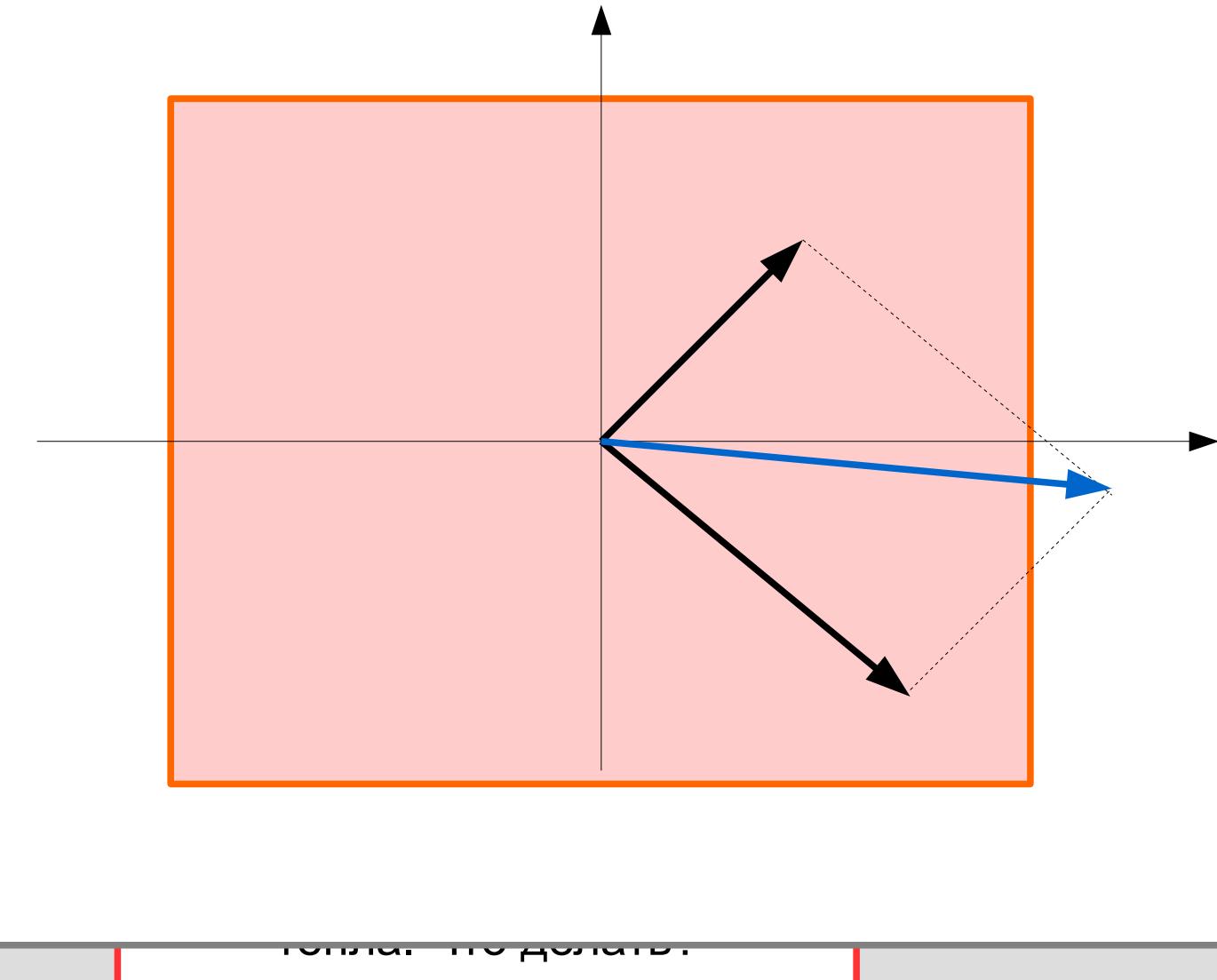


тогда надо взять

Процессы п

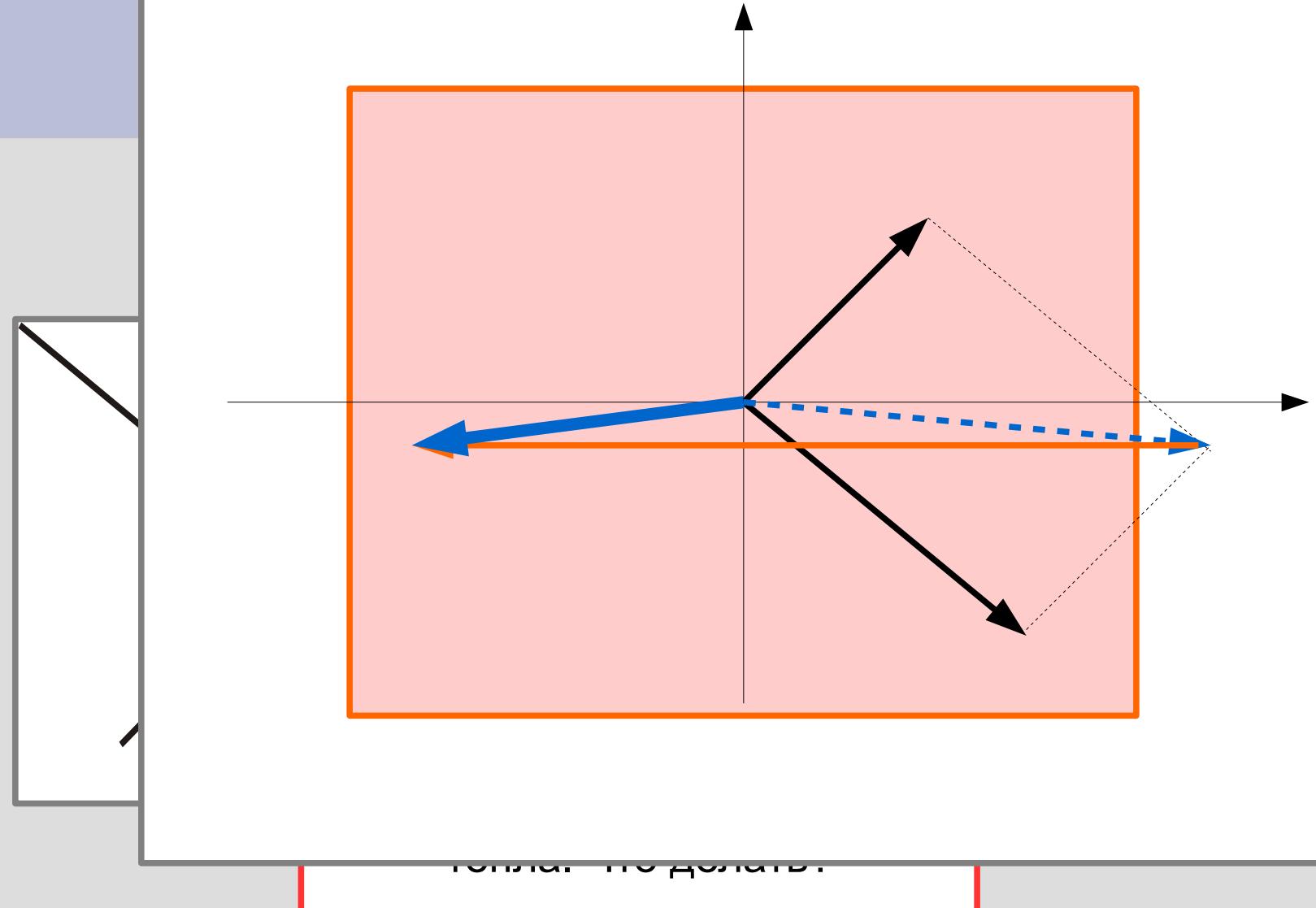


Процессы п



точка по длине:

Процессы п



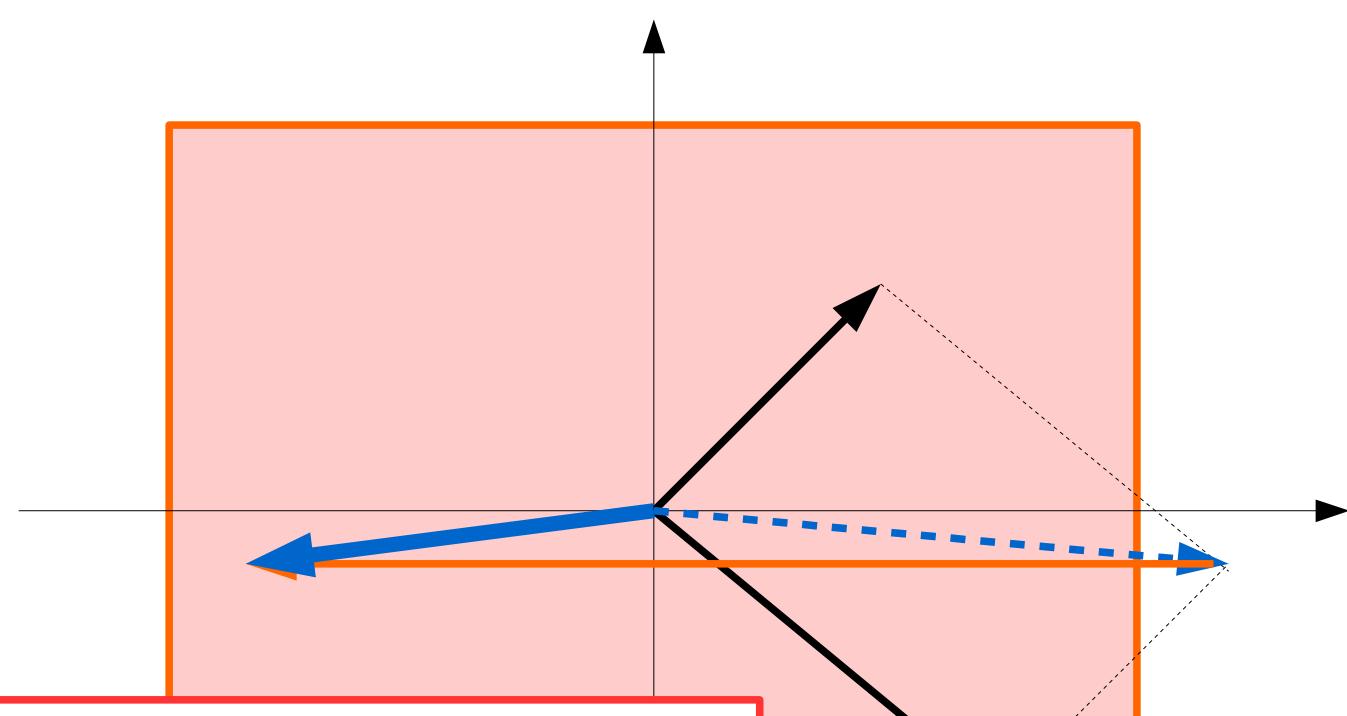
тепла по длине:

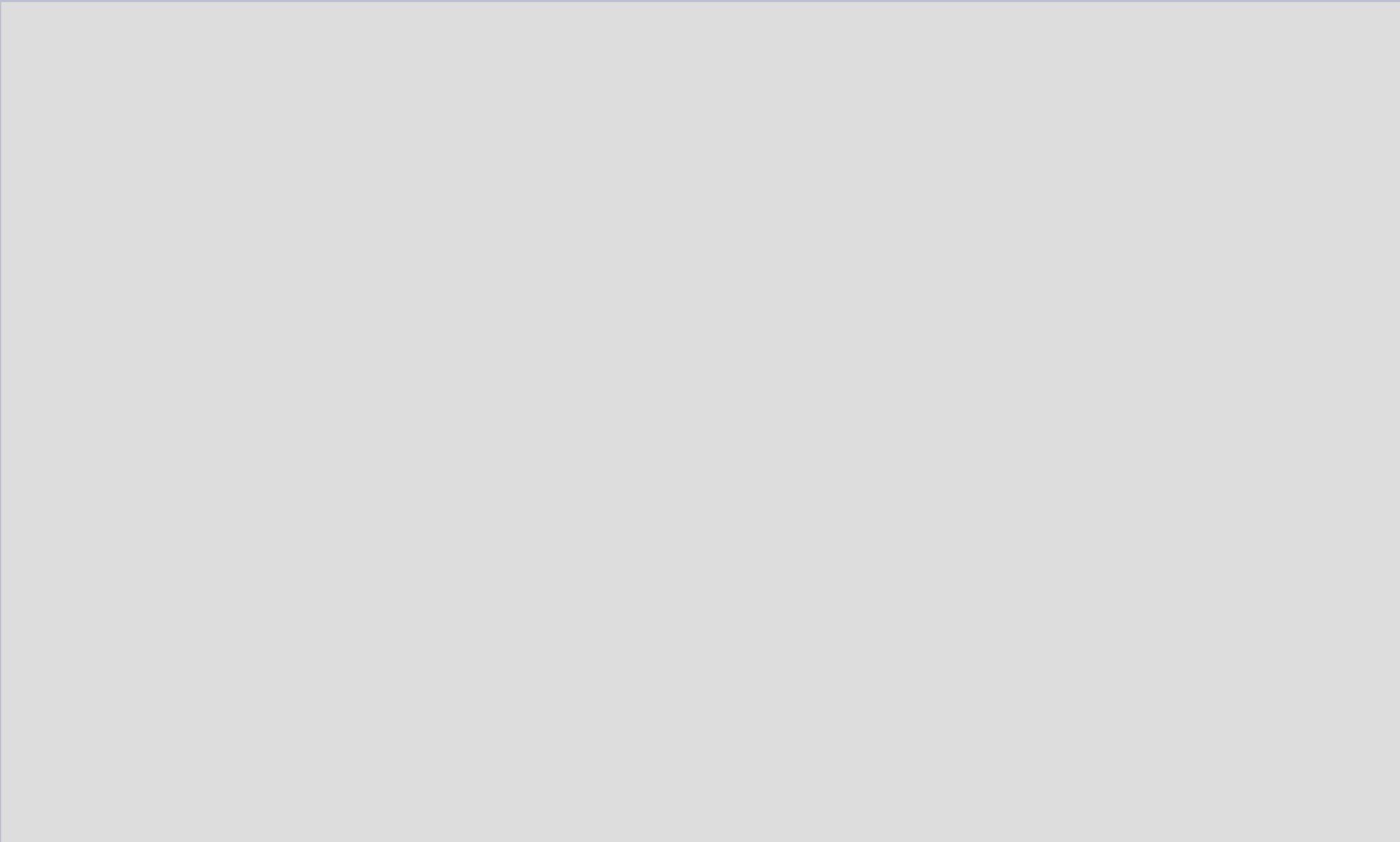
Процессы п

Необходимое условие:

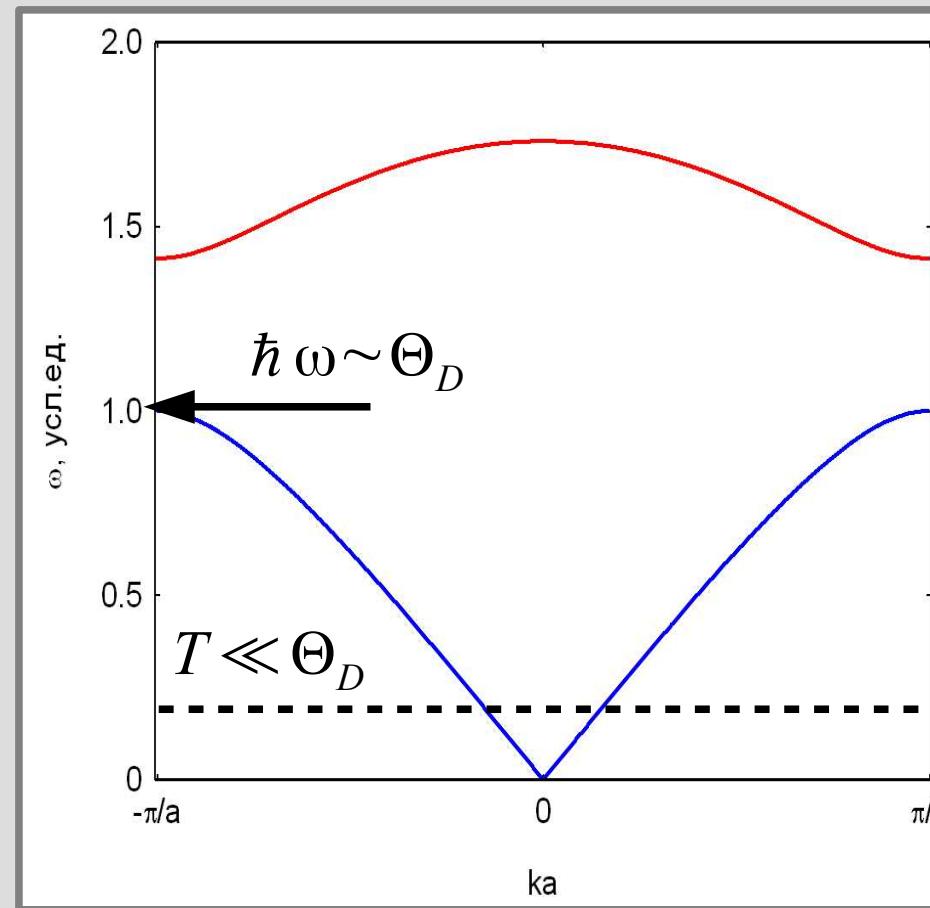
$$k_1 + k_2 > k_{\text{Бр}}$$

- Требуется $T \sim \Theta$
- При низких температурах не существенно

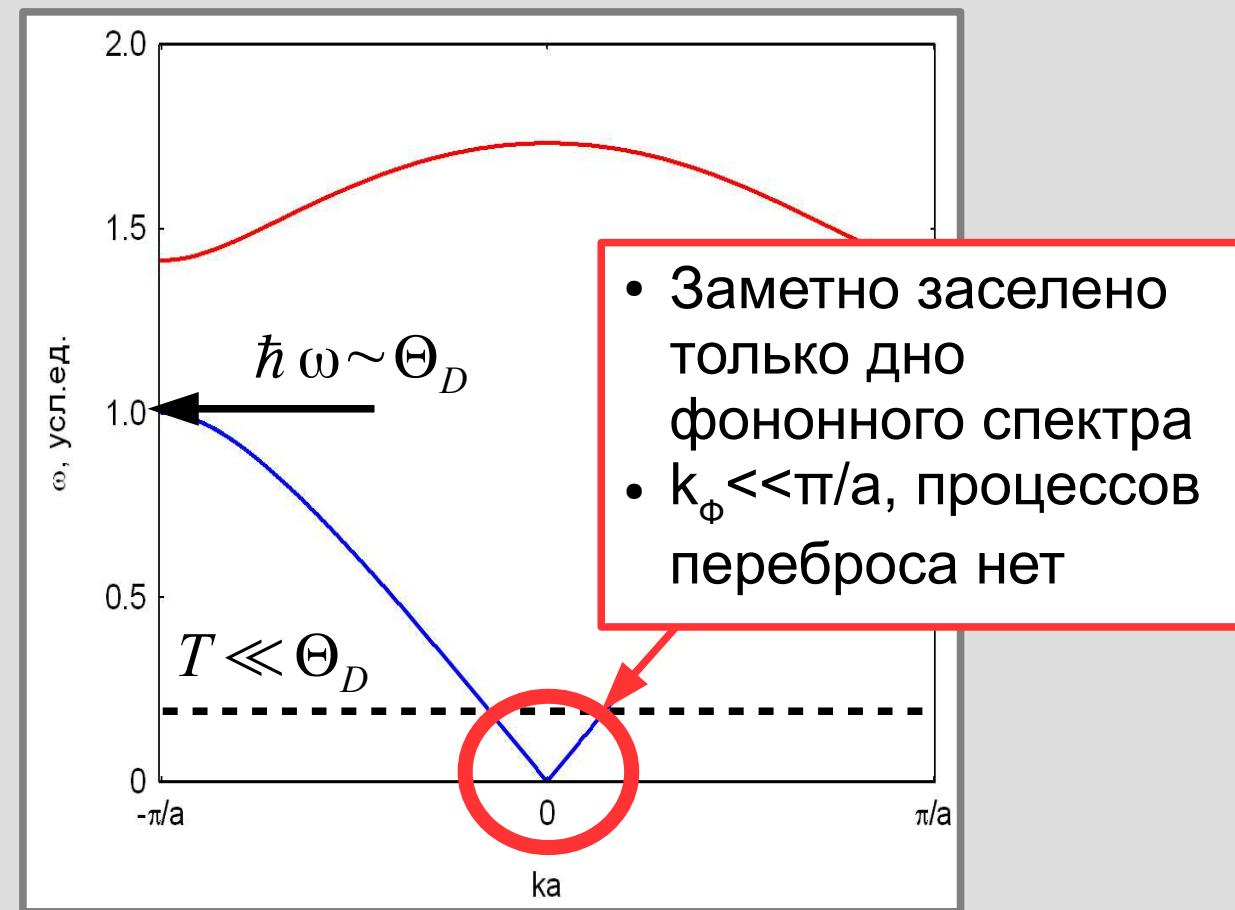




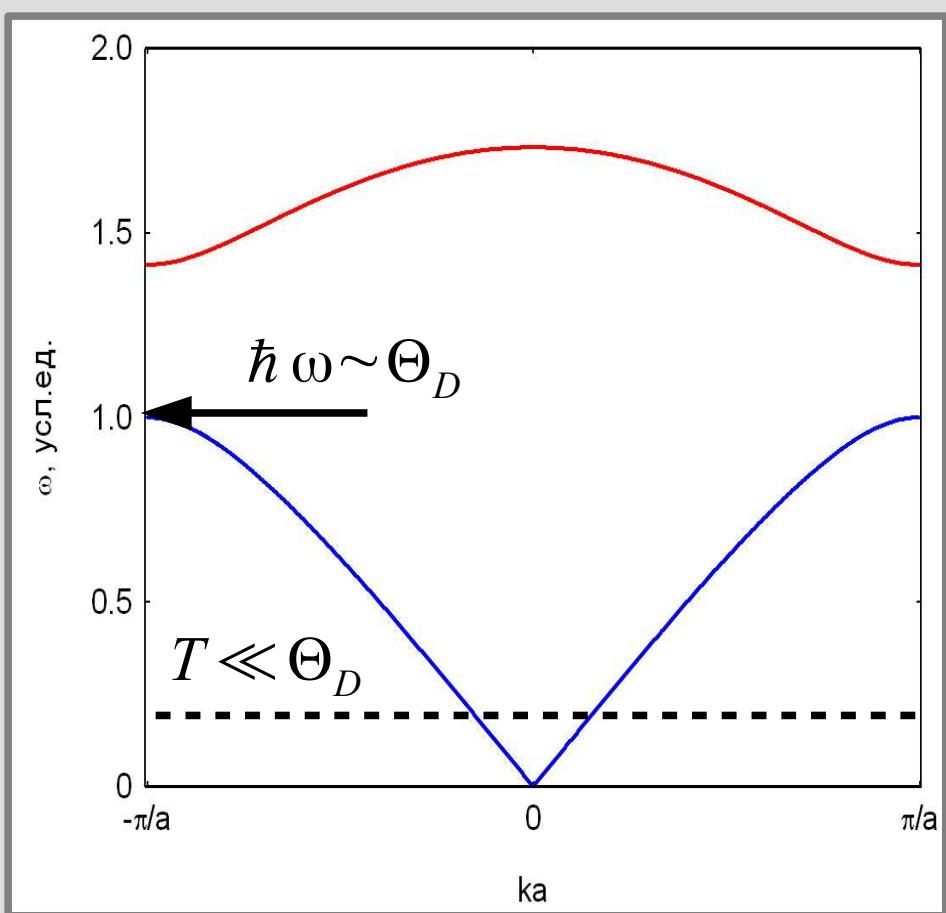
Теплопроводность фононов при $T \ll \Theta_D$



Теплопроводность фононов при $T \ll \Theta_D$

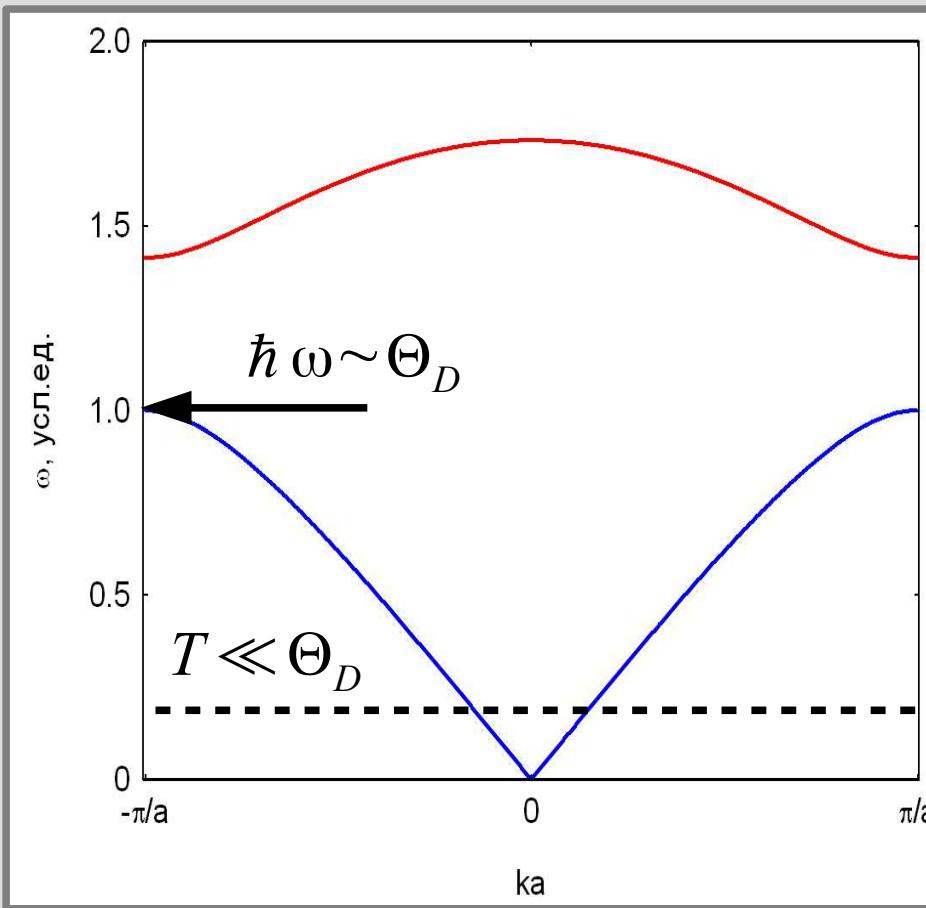


Теплопроводность фононов при $T \ll \Theta_D$



$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L s$$

Теплопроводность фононов при $T \ll \Theta_D$



$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L s$$

Границы образца: $L_{cm} = const$

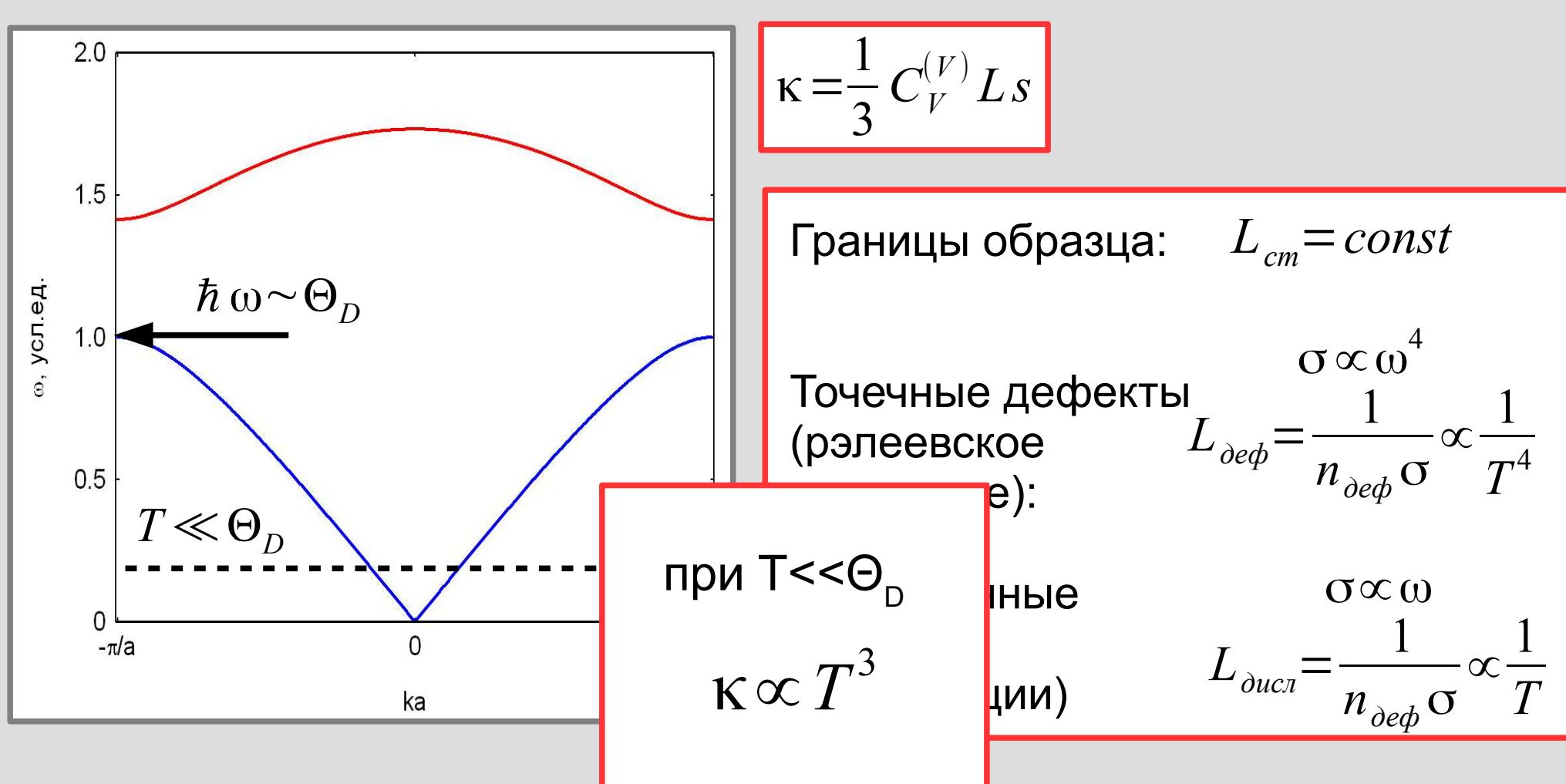
Точечные дефекты
(рэлеевское
рассеяние):

$$\sigma \propto \omega^4$$
$$L_{def} = \frac{1}{n_{def}} \sigma \propto \frac{1}{T^4}$$

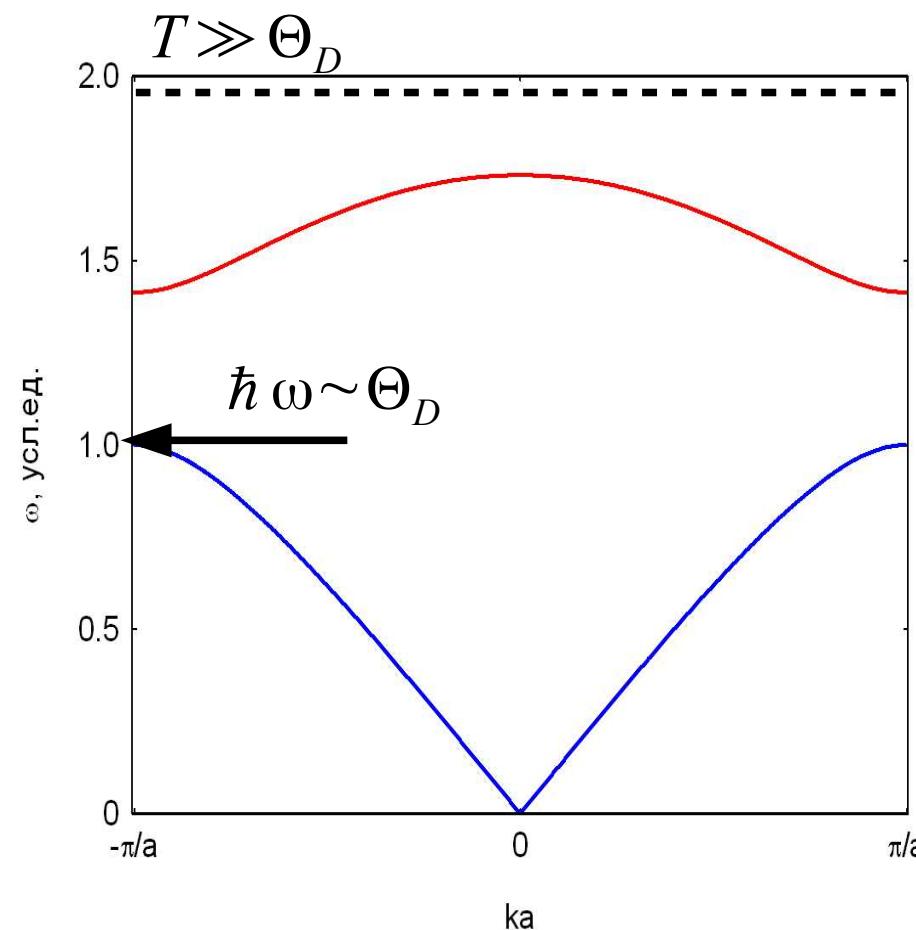
Протяженные
дефекты
(дислокации):

$$\sigma \propto \omega$$
$$L_{discr} = \frac{1}{n_{def}} \sigma \propto \frac{1}{T}$$

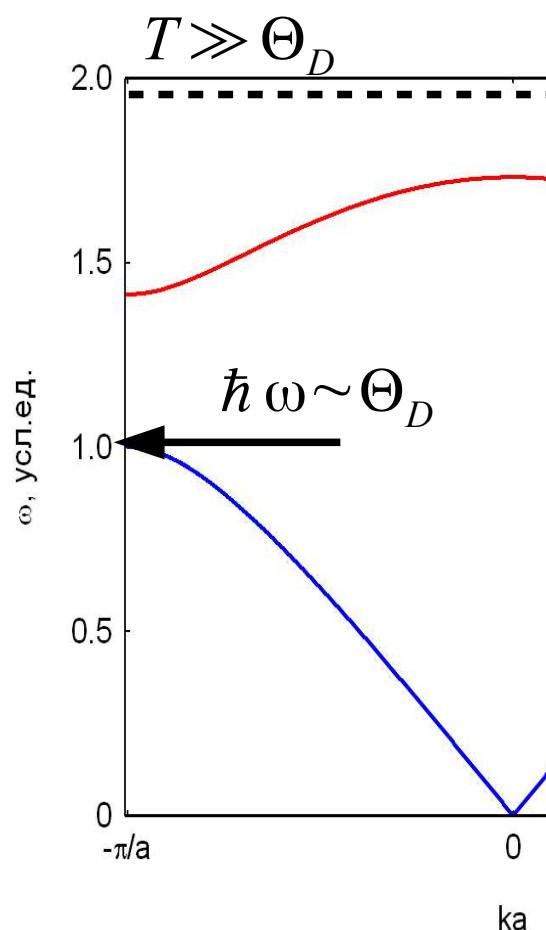
Теплопроводность фононов при $T \ll \Theta_D$



Фононная теплопроводность при $T \gg \Theta_D$

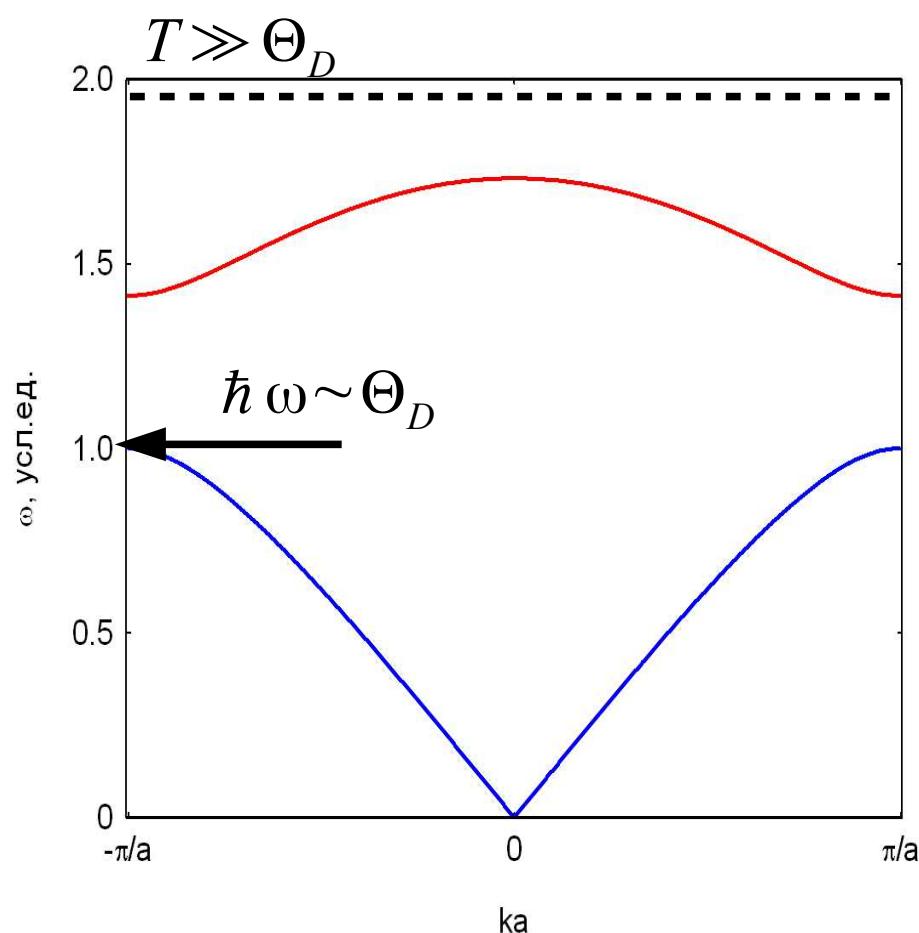


Фононная теплопроводность при $T \gg \Theta_D$



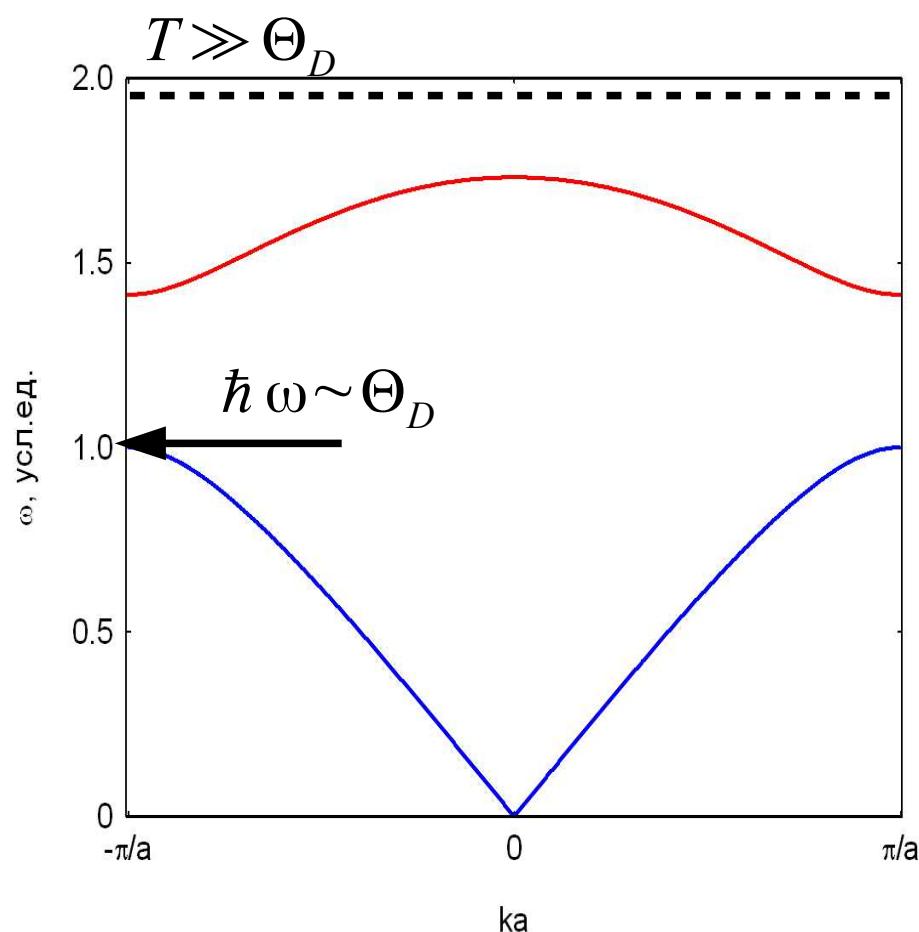
- Заселены все фононные состояния в акустической ветви
- Имеются фононы с $k=k_{\text{Бр}}$ процессы переброса возможны

Фононная теплопроводность при $T \gg \Theta_D$



$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L s$$

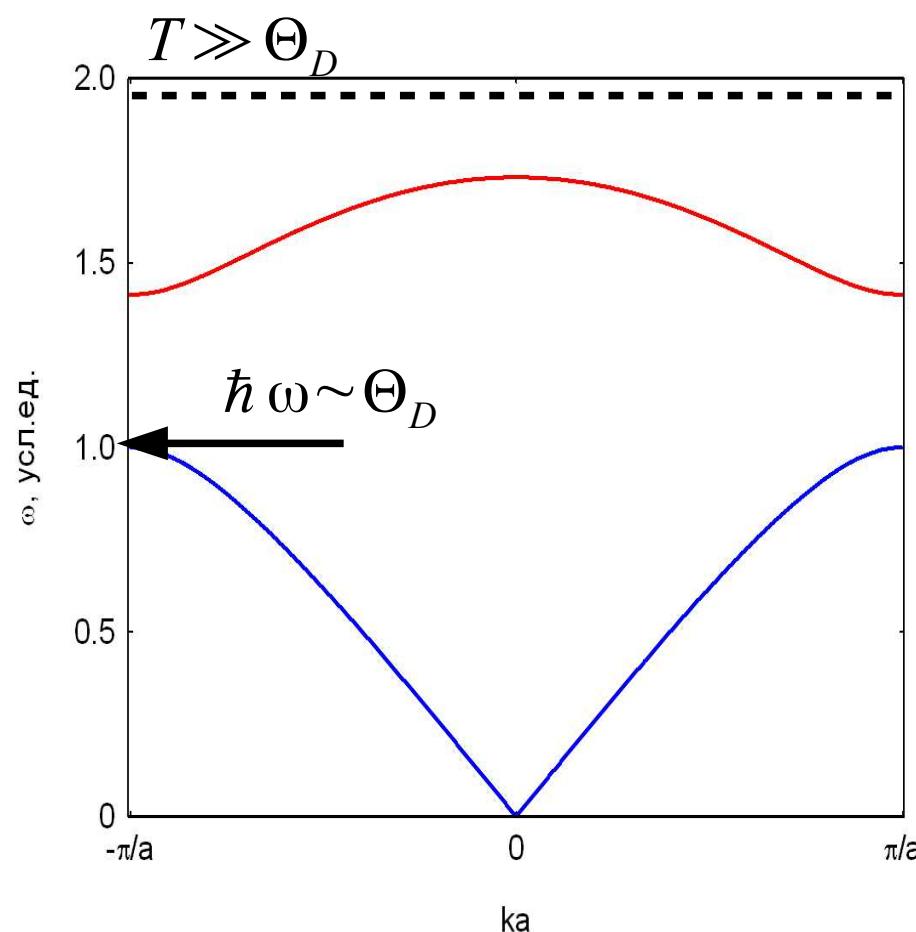
Фононная теплопроводность при $T \gg \Theta_D$



$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L s$$

$$L = \frac{1}{n_{\text{фоn}} \sigma_{\text{фoн-фoн}}}$$

Фононная теплопроводность при $T \gg \Theta_D$

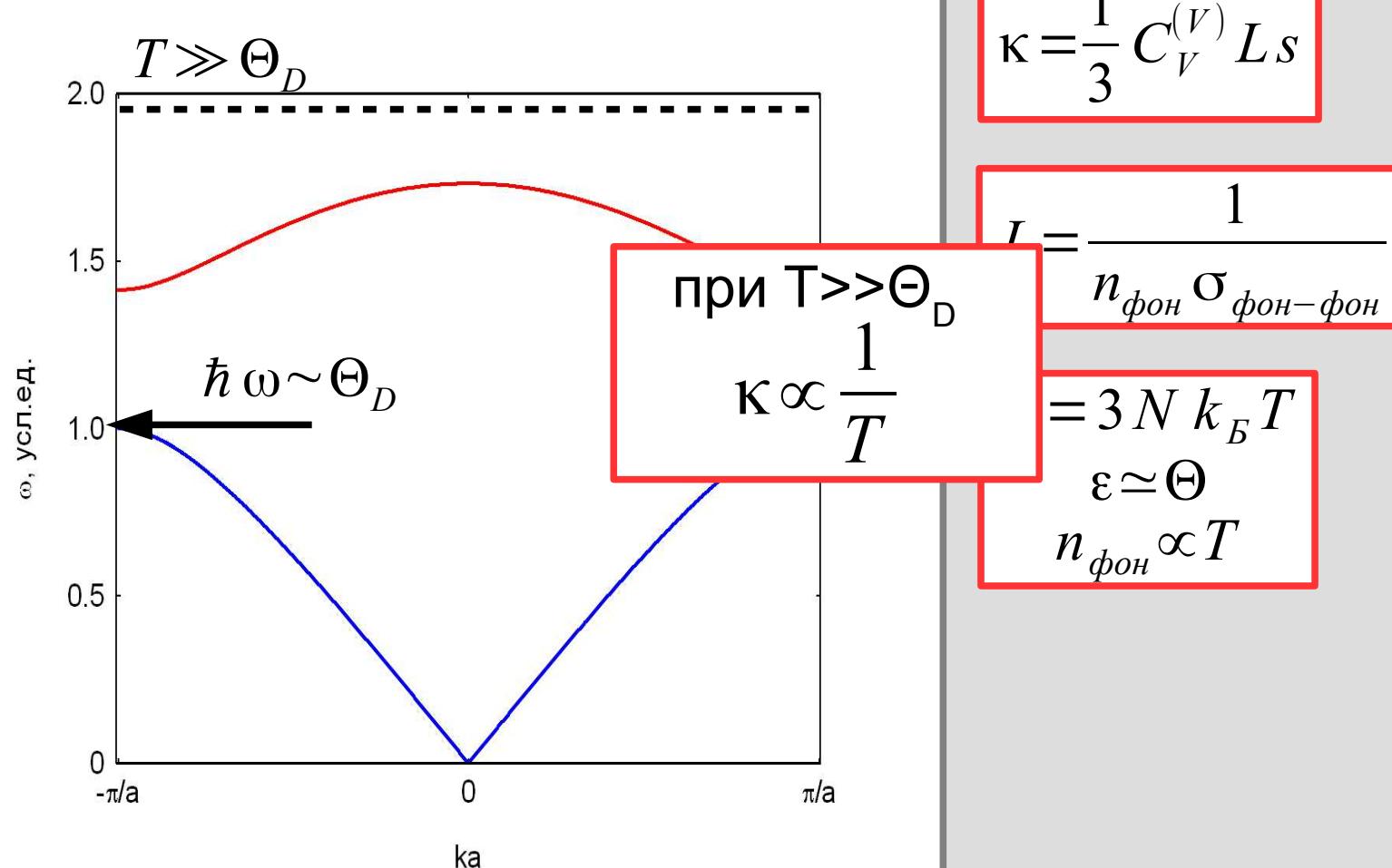


$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L s$$

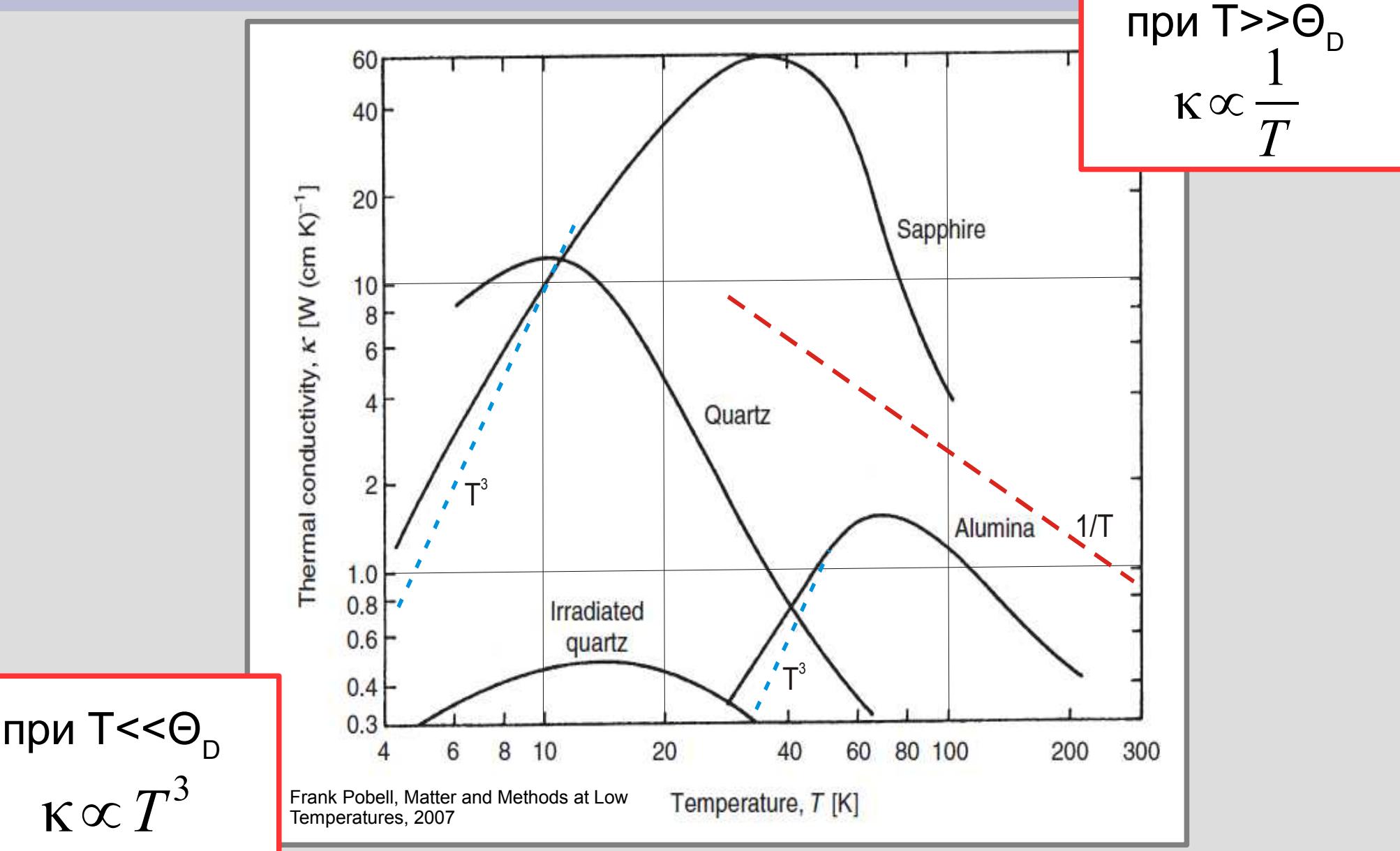
$$L = \frac{1}{n_{\text{фоn}} \sigma_{\text{фоn-фоn}}}$$

$$E = 3 N k_B T$$
$$\varepsilon \simeq \Theta$$
$$n_{\text{фоn}} \propto T$$

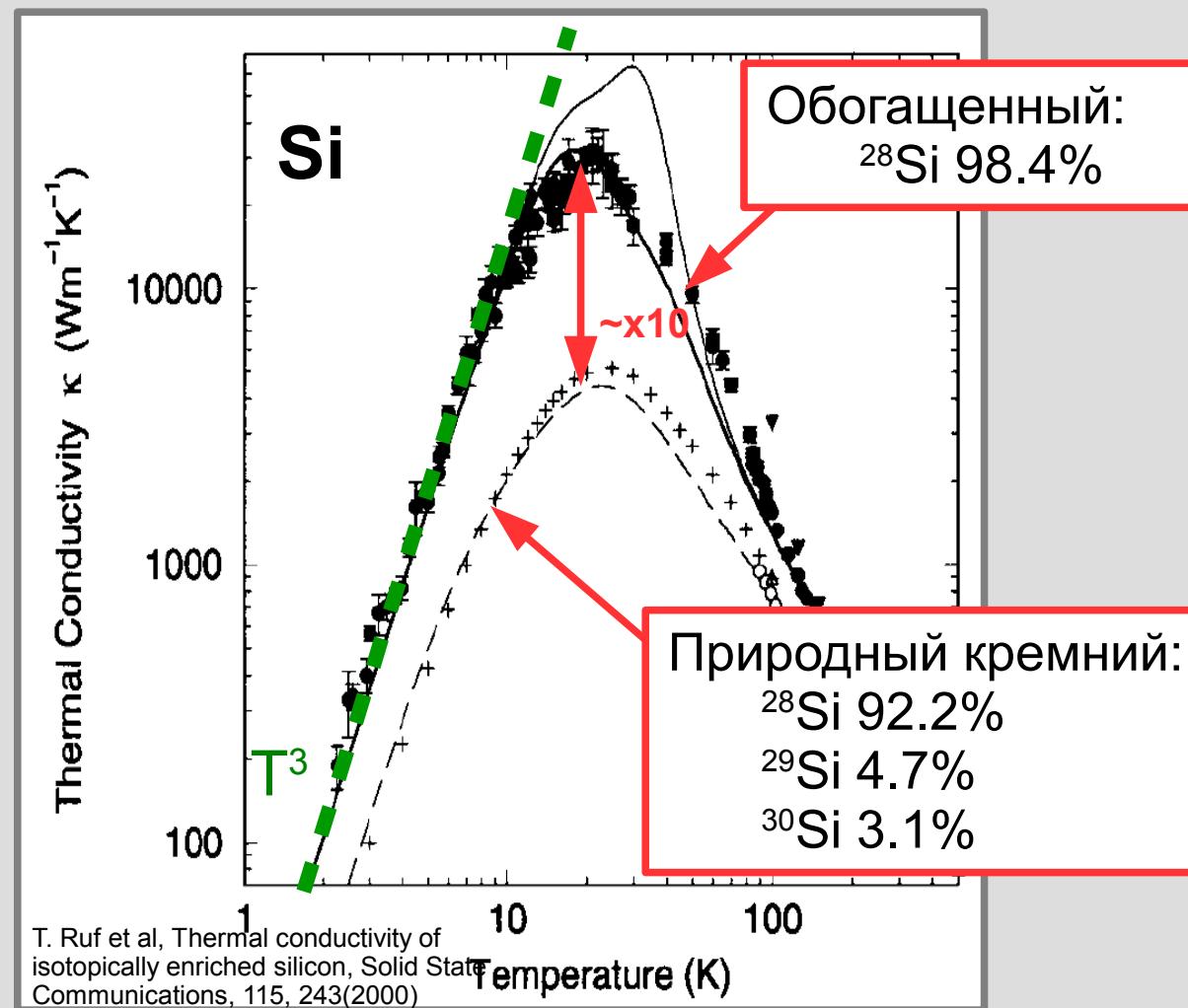
Фононная теплопроводность при $T \gg \Theta_D$

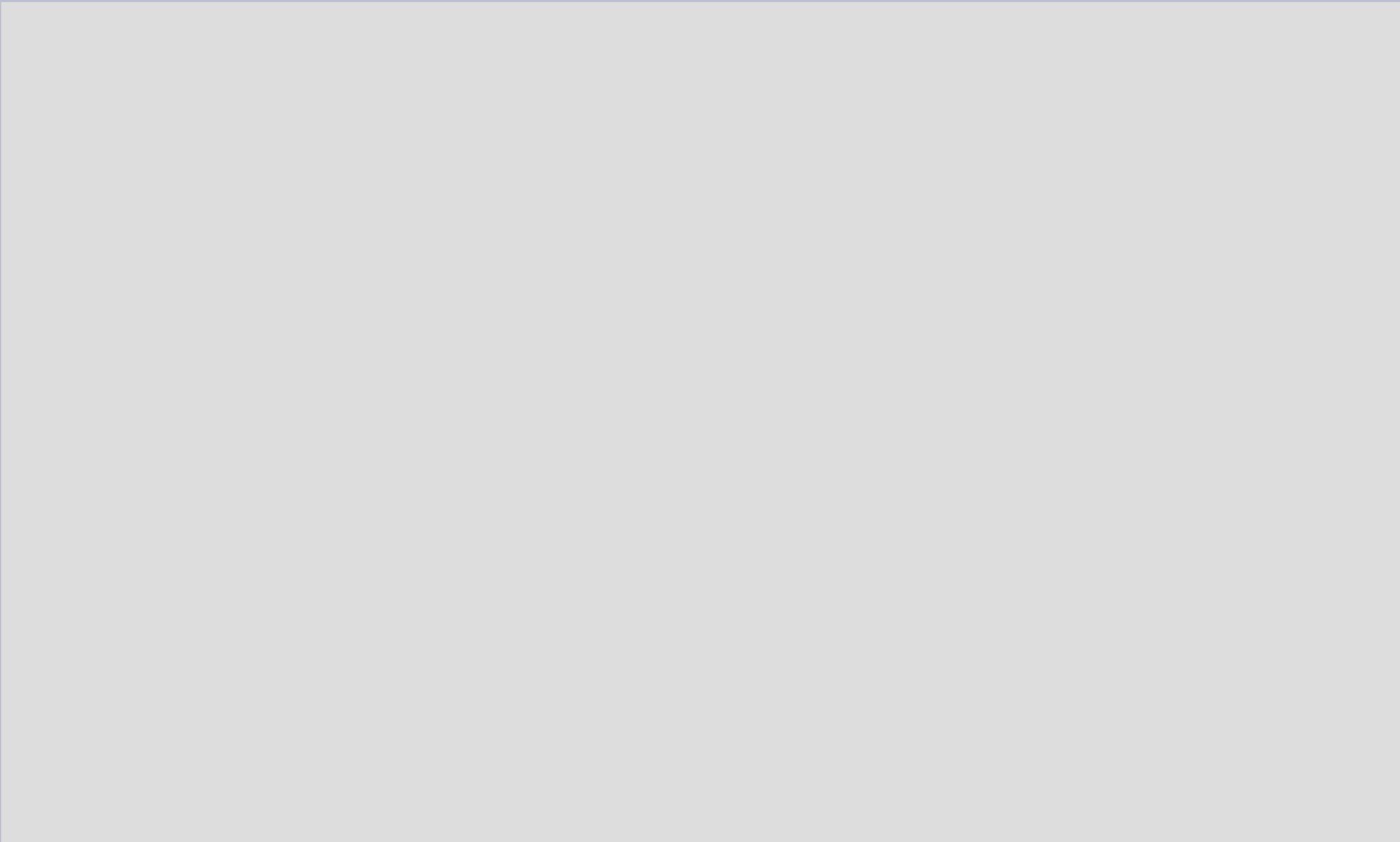


Пример измерения теплопроводности реальных веществ



Роль изотопического беспорядка





Часть 2. Электронная теплопроводность металлов

$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L V_F$$

Электронная теплопроводность металлов

$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L V_F$$

$$C_V^{(V)} \propto T$$

Длина пробега зависит от механизма рассеяния:

- рассеяния на идеальной решётке **нет**
- рассеяние на дефектах
- рассеяние на колебаниях решётки
- рассеяние на электронах

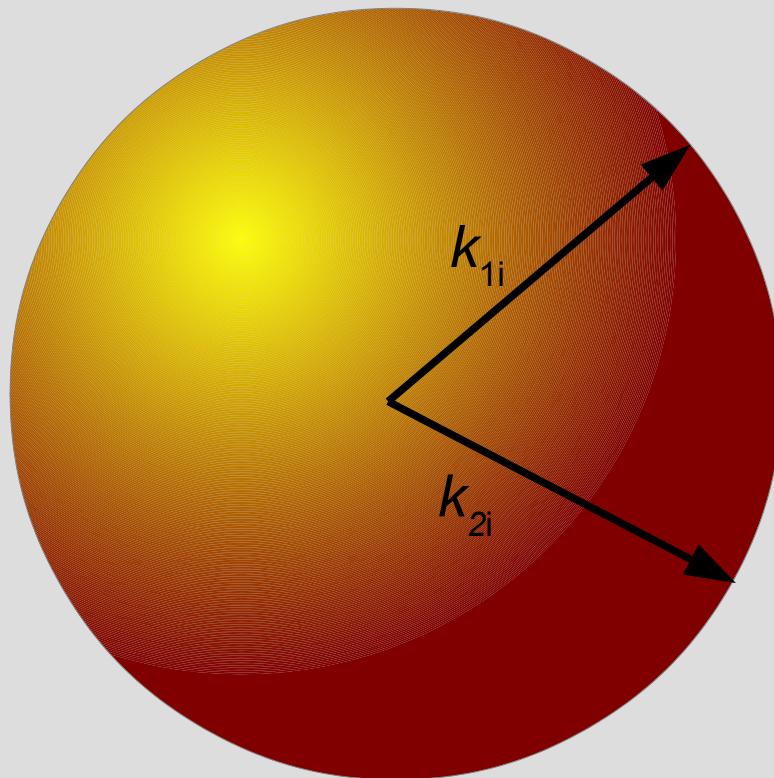
Рассеяние на дефектах при $T \approx 0$

$$\kappa = \frac{1}{3} C^{(V)} V_F L$$

L от температуры
не зависит

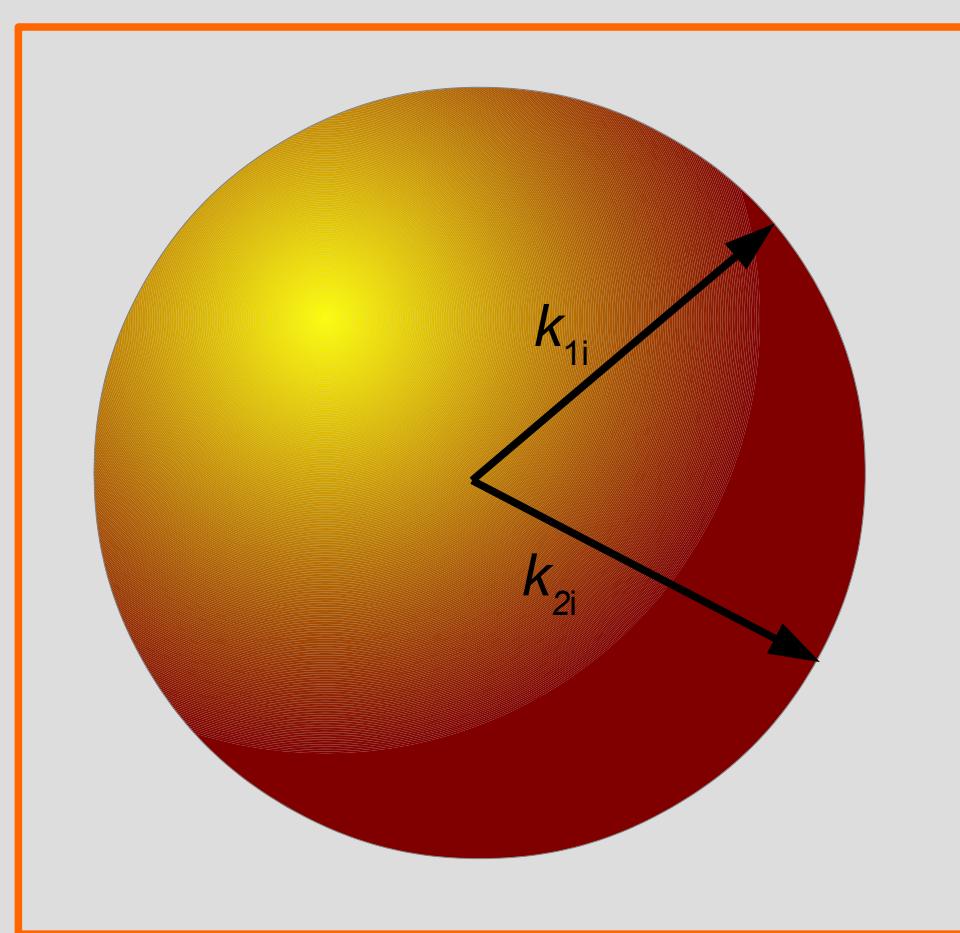
$$\kappa \propto T$$

Электрон-электронное рассеяние



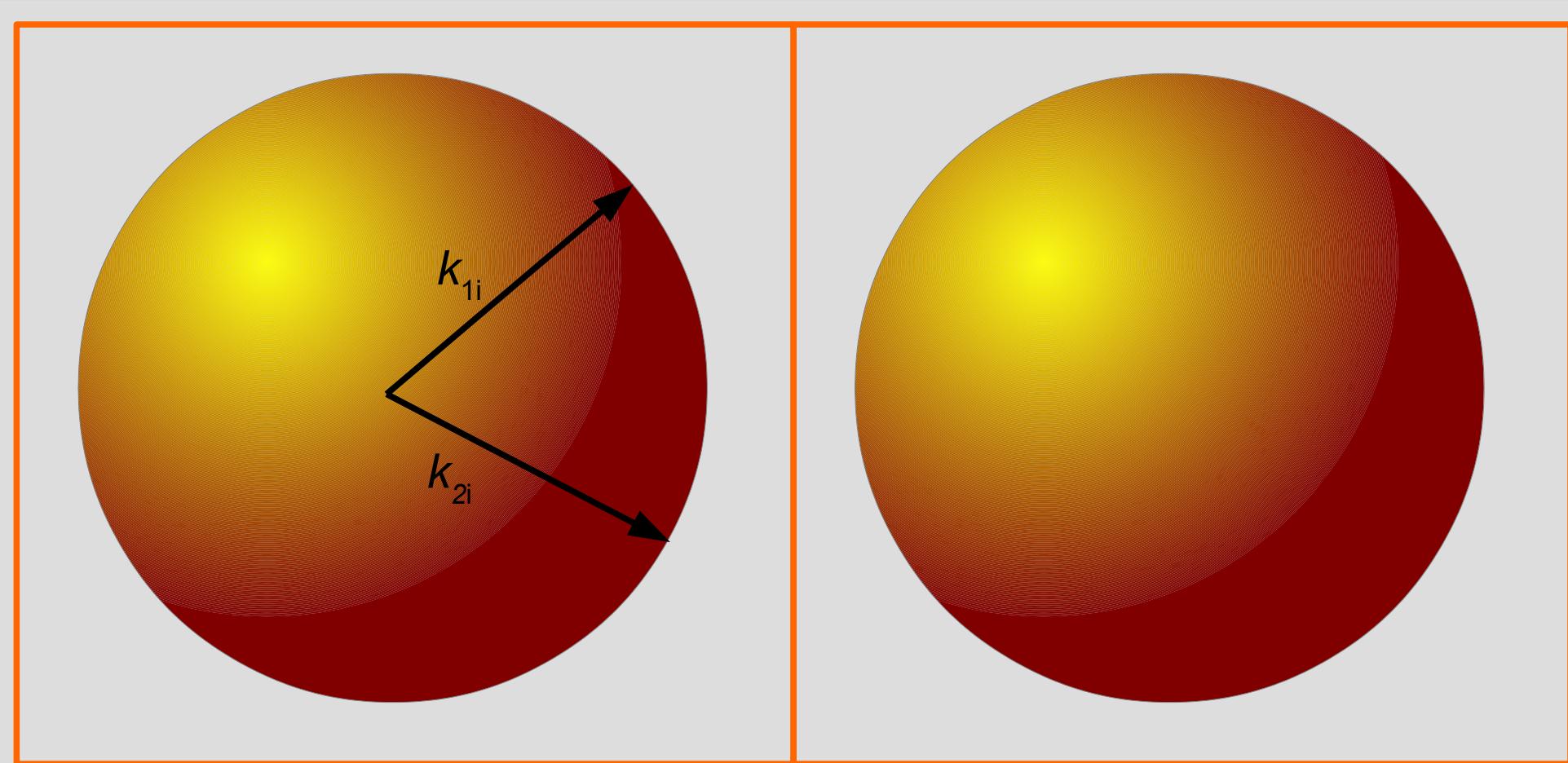
$$\vec{k}_{1i} + \vec{k}_{2i} = \vec{k}_{1f} + \vec{k}_{2f}$$

Электрон-электронное рассеяние



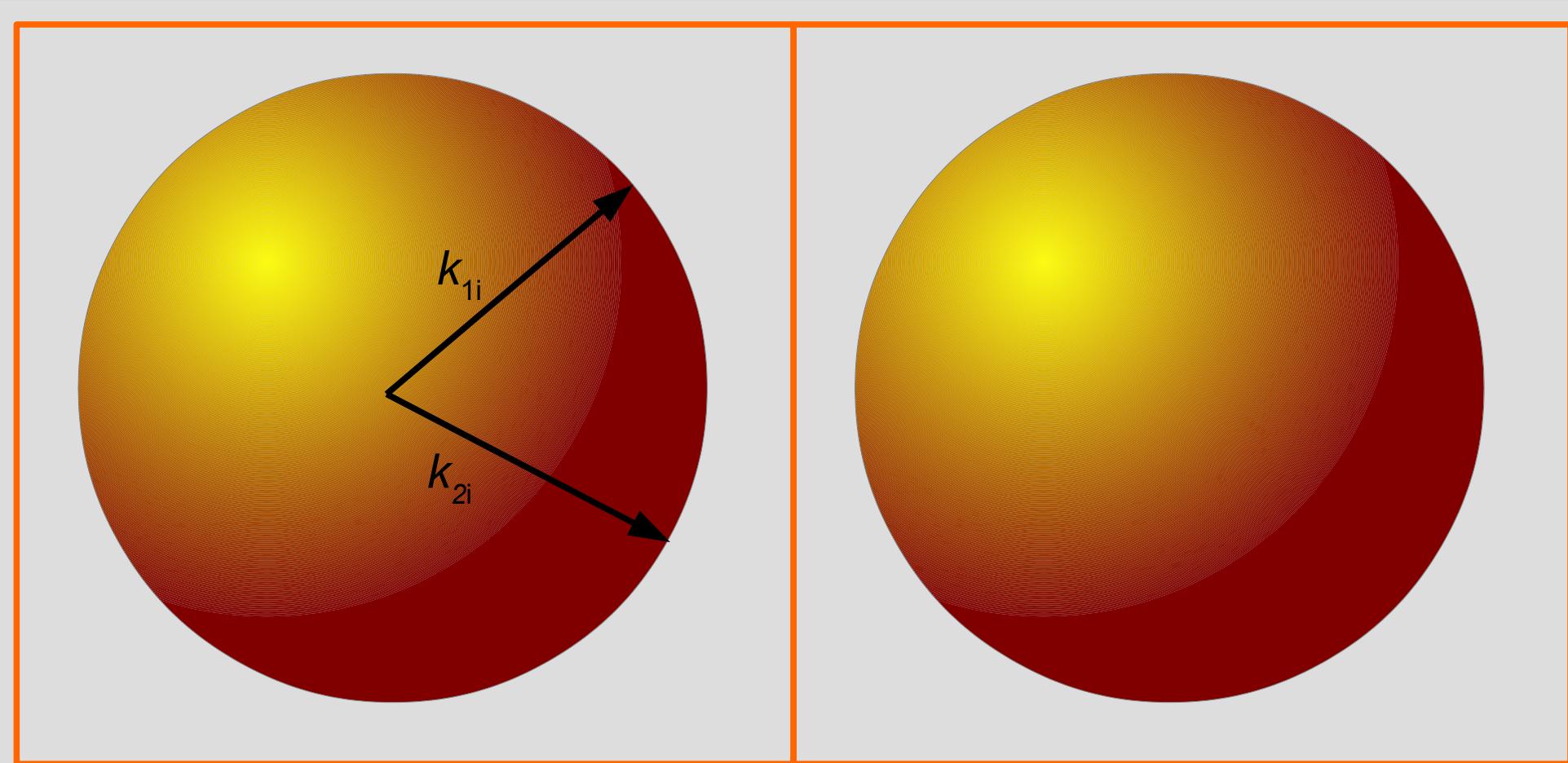
$$\vec{k}_{1i} + \vec{k}_{2i} = \vec{k}_{1f} + \vec{k}_{2f}$$

Электрон-электронное рассеяние



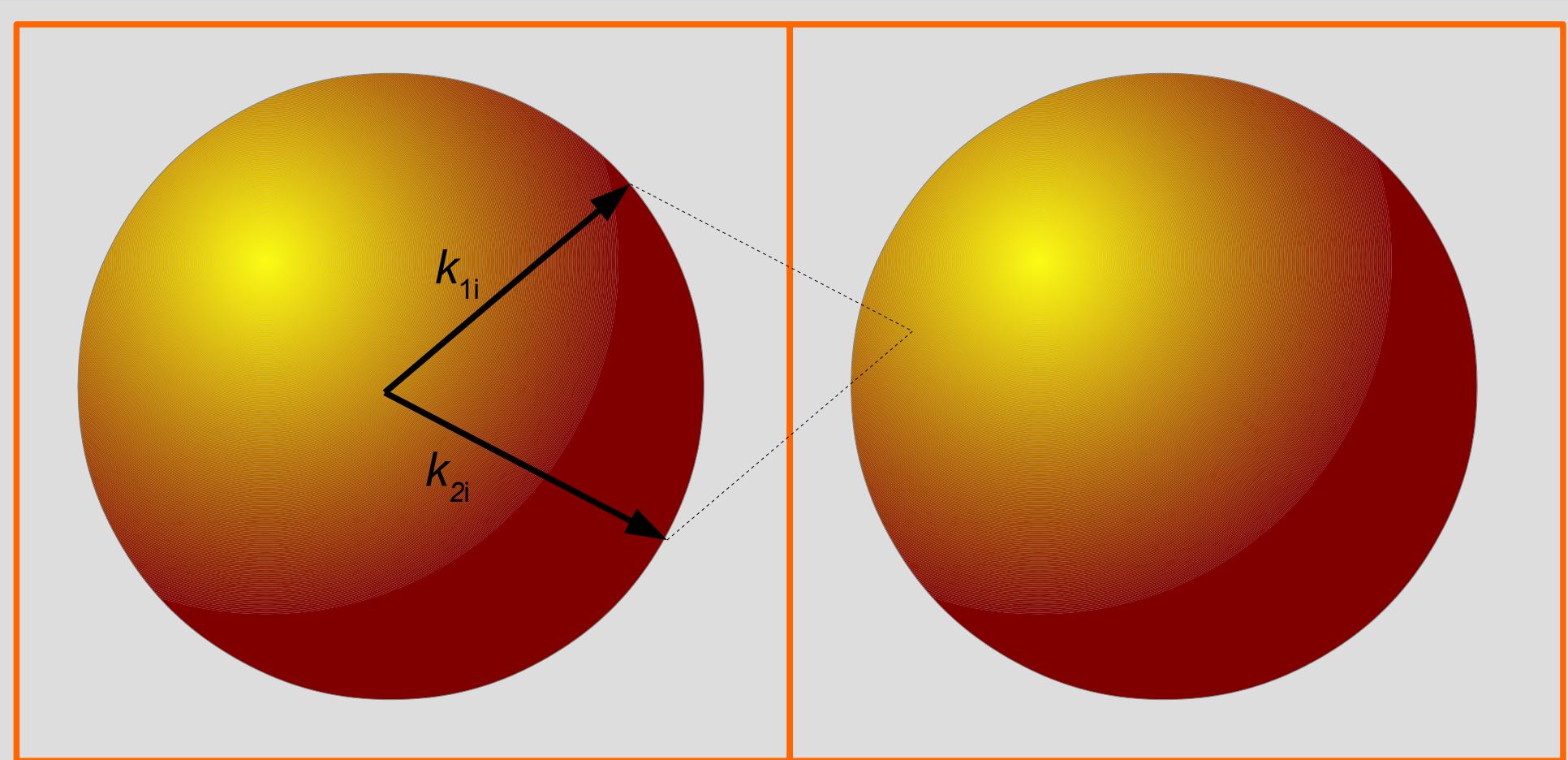
$$\vec{k}_{1i} + \vec{k}_{2i} = \vec{k}_{1f} + \vec{k}_{2f}$$

Электрон-электронное рассеяние



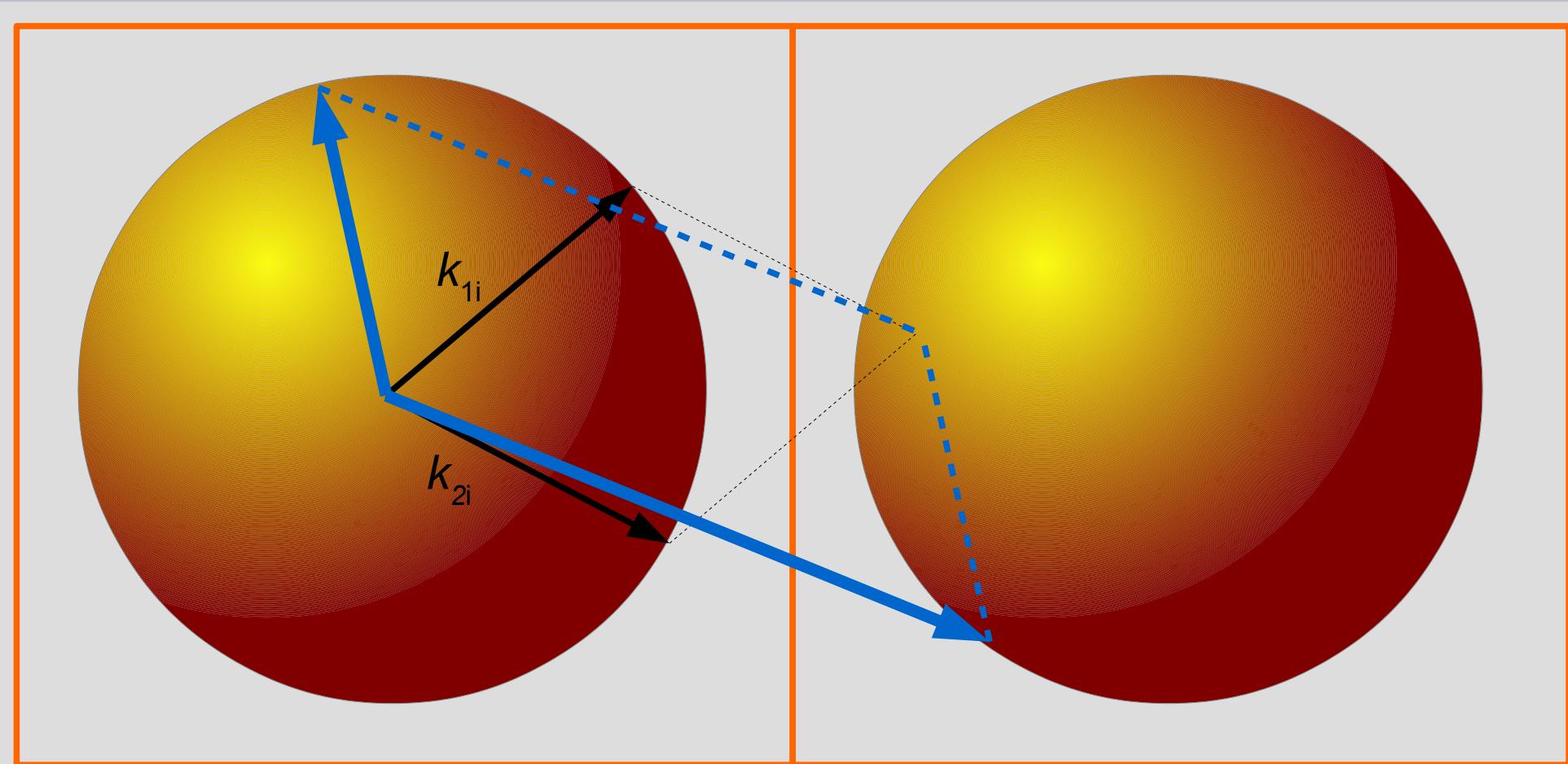
$$\vec{k}_{1i} + \vec{k}_{2i} = \vec{k}_{1f} + \vec{k}_{2f} + \mathbf{G}$$

Электрон-электронное рассеяние



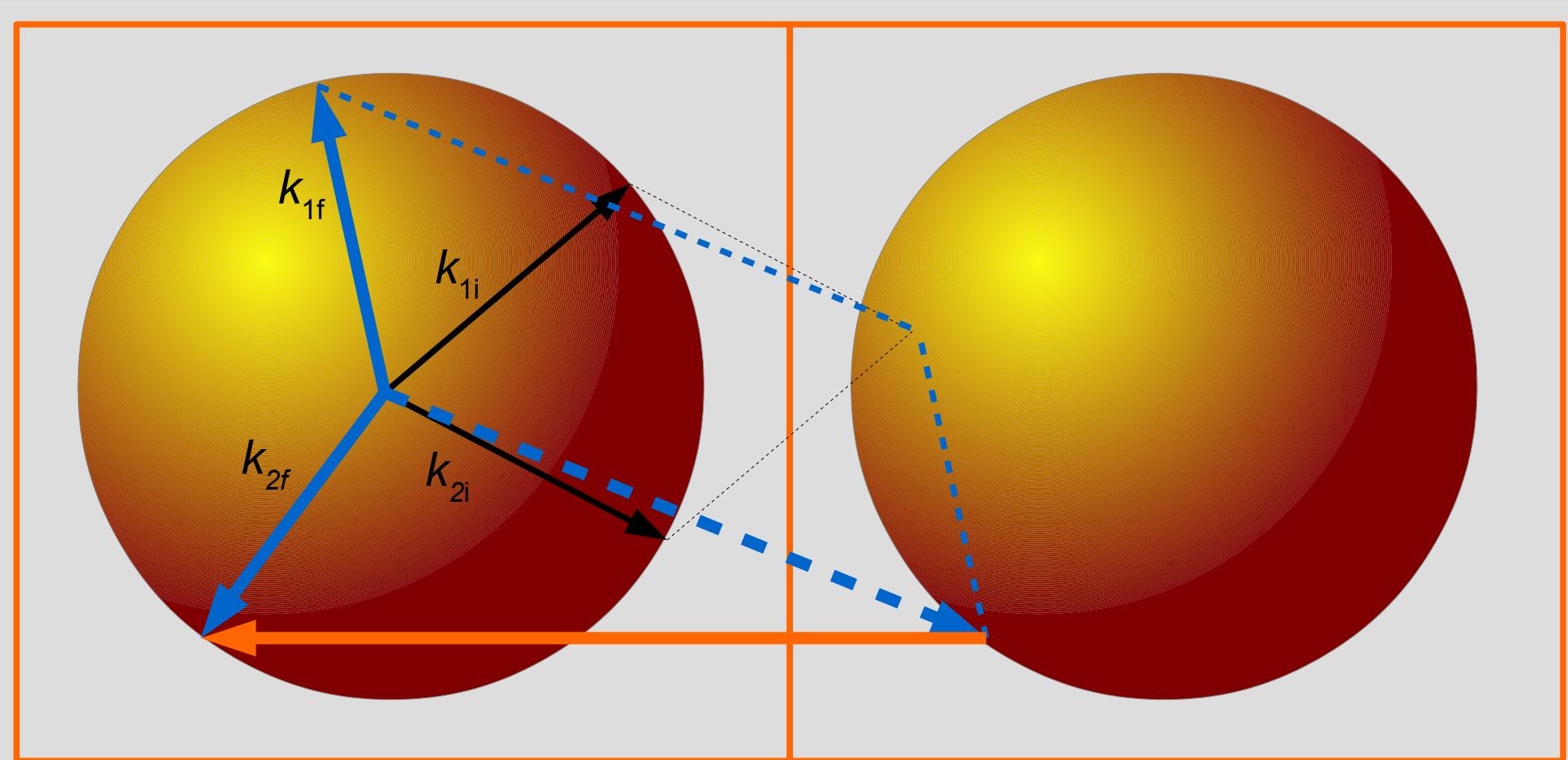
$$\vec{k}_{1i} + \vec{k}_{2i} = \vec{k}_{1f} + \vec{k}_{2f} + \mathbf{G}$$

Электрон-электронное рассеяние



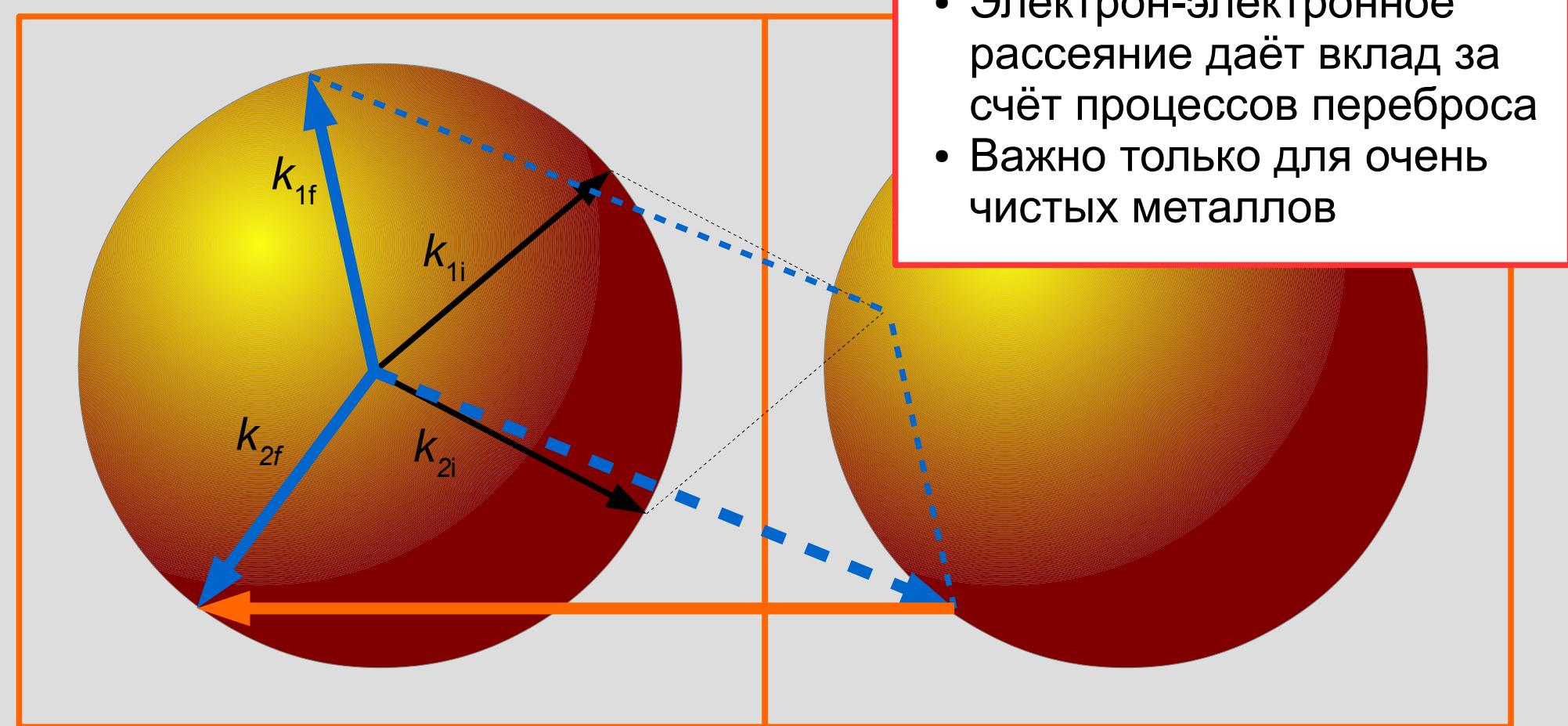
$$\vec{k}_{1i} + \vec{k}_{2i} = \vec{k}_{1f} + \vec{k}_{2f} + \mathbf{G}$$

Электрон-электронное рассеяние



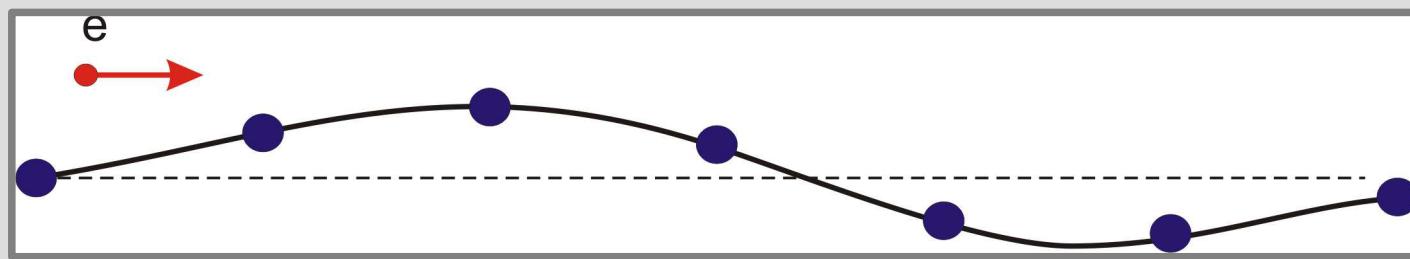
$$\vec{k}_{1i} + \vec{k}_{2i} = \vec{k}_{1f} + \vec{k}_{2f} + \vec{G}$$

Электрон-электронное рассеяние

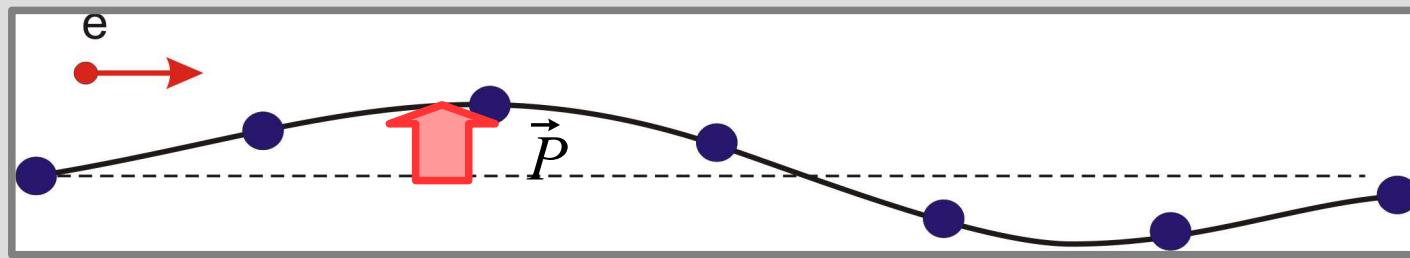


$$\vec{k}_{1i} + \vec{k}_{2i} = \vec{k}_{1f} + \vec{k}_{2f} + \mathbf{G}$$

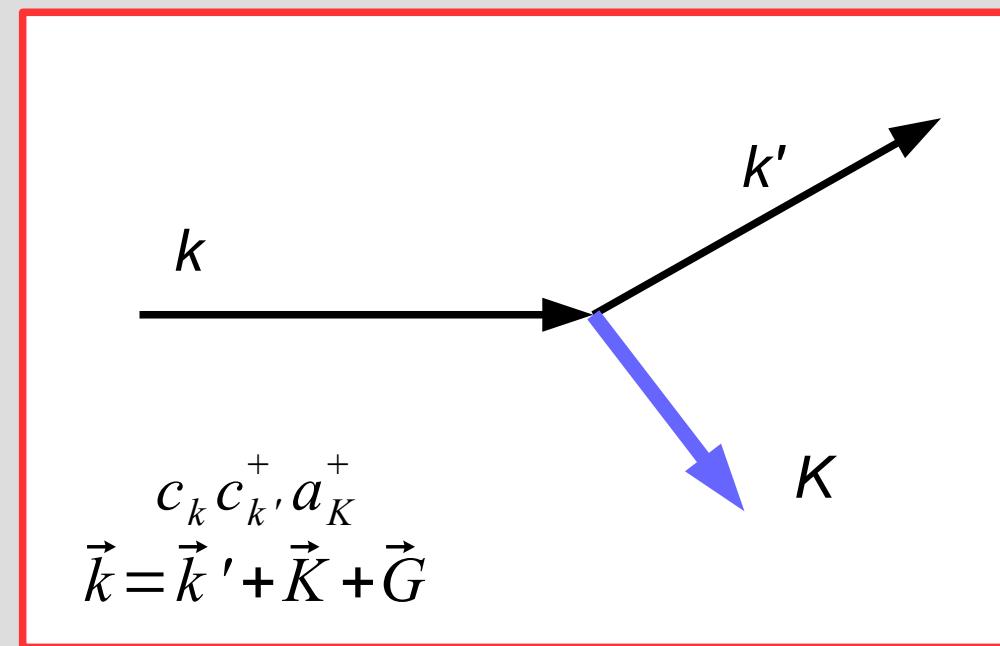
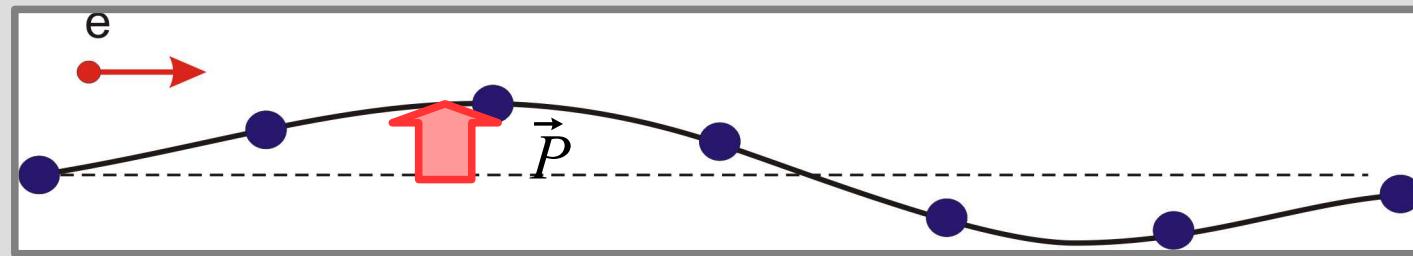
Рассеяние на колебаниях решётки



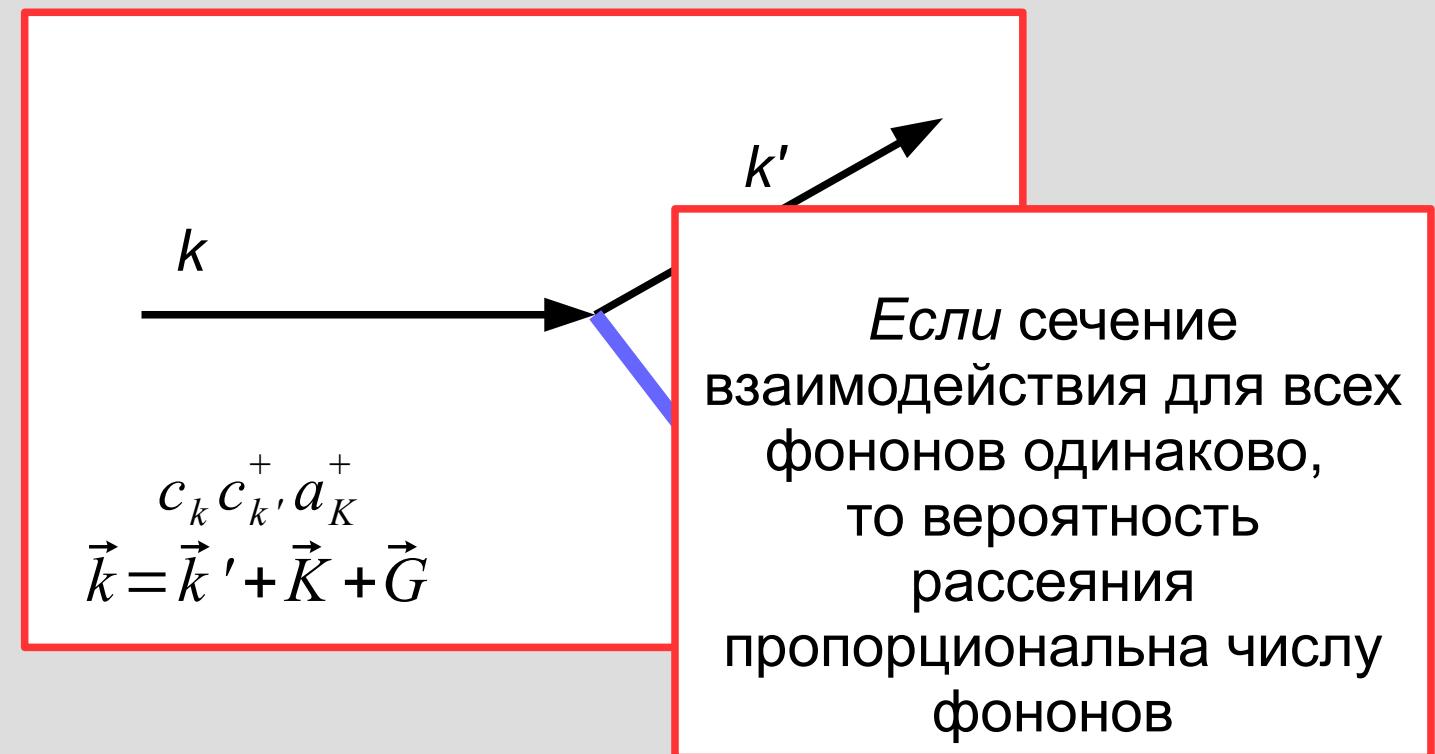
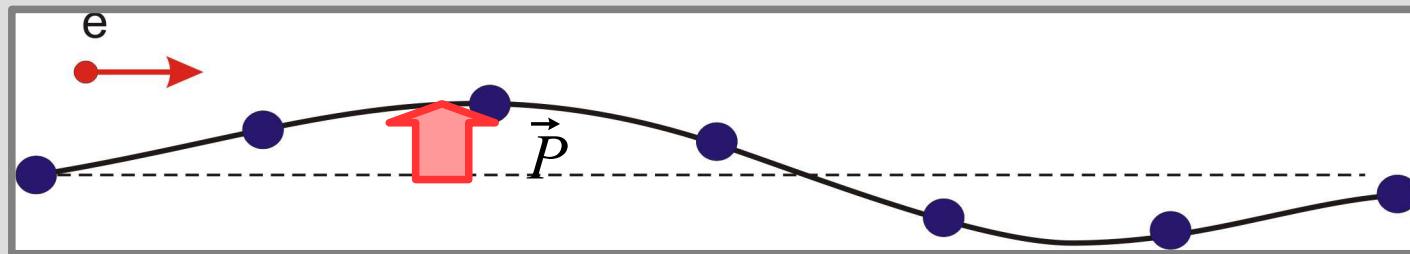
Рассеяние на колебаниях решётки



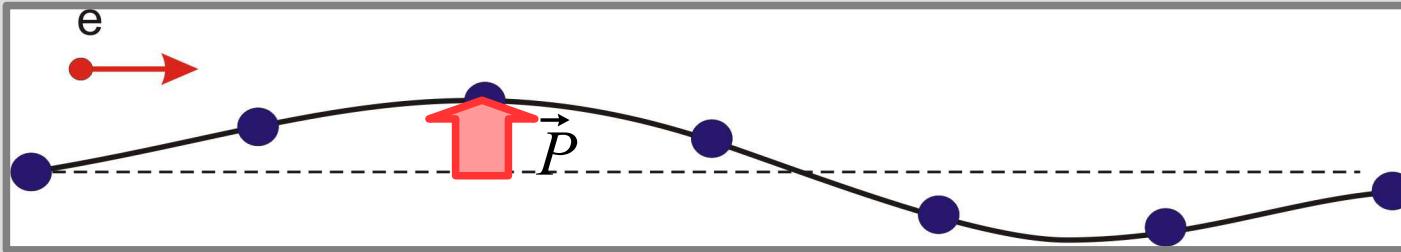
Рассеяние на колебаниях решётки



Рассеяние на колебаниях решётки



Случай высоких температур $T \gg \Theta$



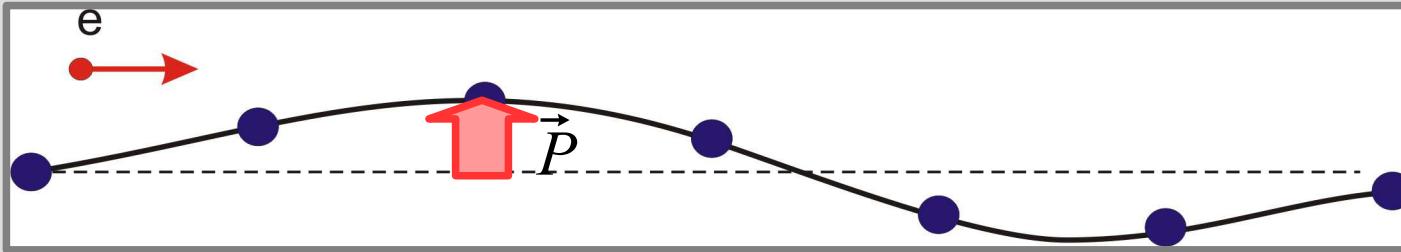
$$T \gg \Theta_D$$

$$E_{\text{фон}} \propto T$$

$$N_{\text{фон}} \propto T$$

$$L_{\text{эл-фон}} = V_F \tau_{\text{эл-фон}} \propto \frac{1}{T}$$

Случай высоких температур $T \gg \Theta$



$$T \gg \Theta_D$$

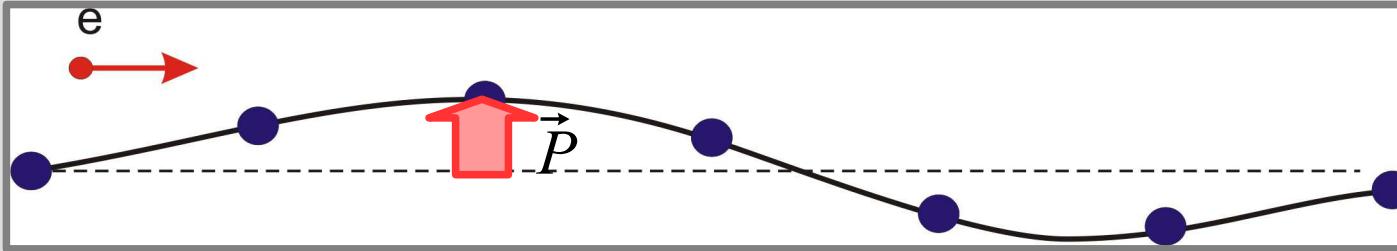
$$E_{\text{фоn}} \propto T$$

$$N_{\text{фоn}} \propto T$$

$$L_{\text{эл-фоn}} = V_F \tau_{\text{эл-фоn}} \propto \frac{1}{T}$$

$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L_{\text{эл-фоn}} V_F$$

Случай высоких температур $T \gg \Theta$



$$T \gg \Theta_D$$

$$E_{\text{фоn}} \propto T$$

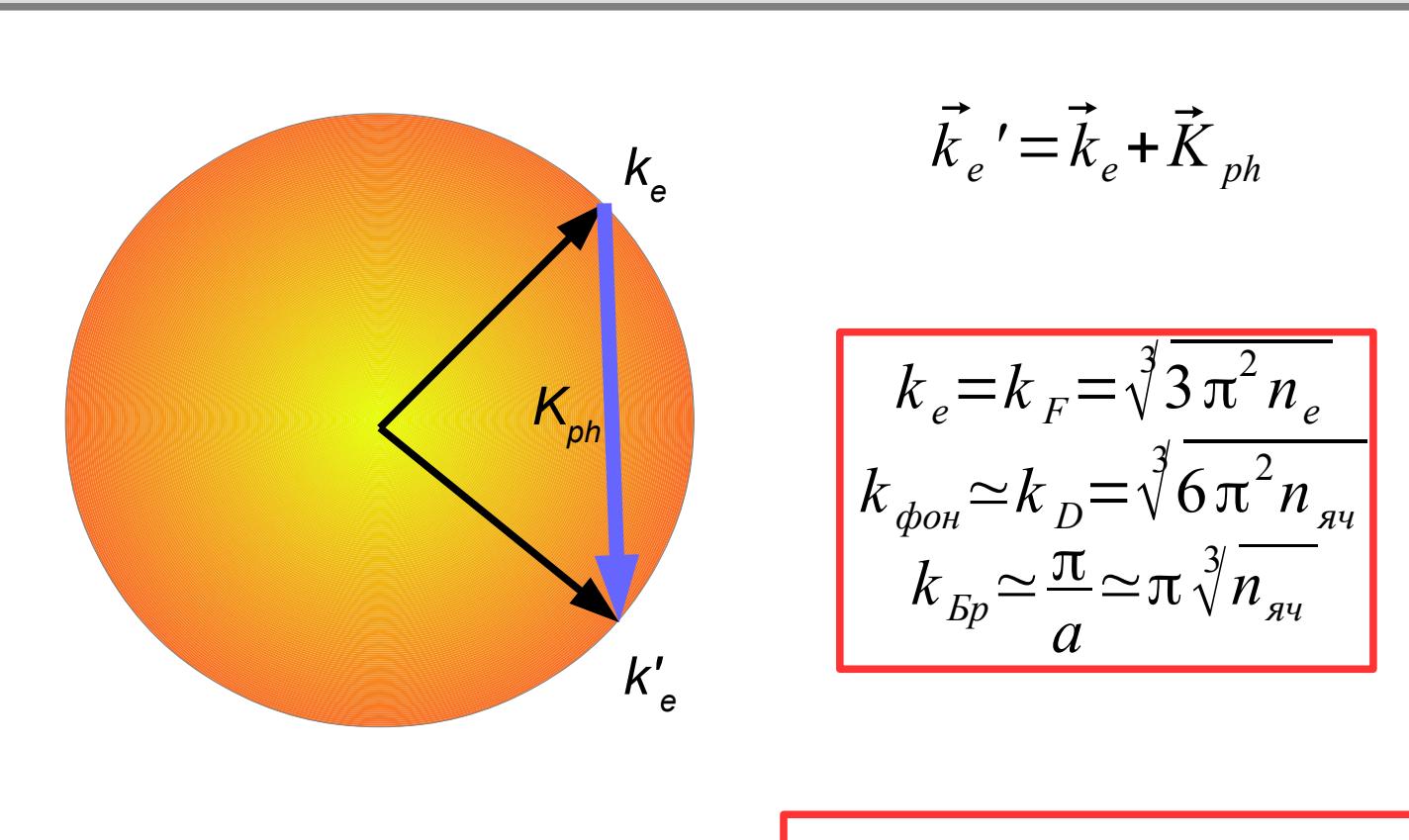
$$N_{\text{фоn}} \propto T$$

$$L_{\text{эл-фоn}} = V_F \tau_{\text{эл-фоn}} \propto \frac{1}{T}$$

$$\kappa = \frac{1}{2} C_V^{(V)} L_{\text{эл-фоn}} V_F$$

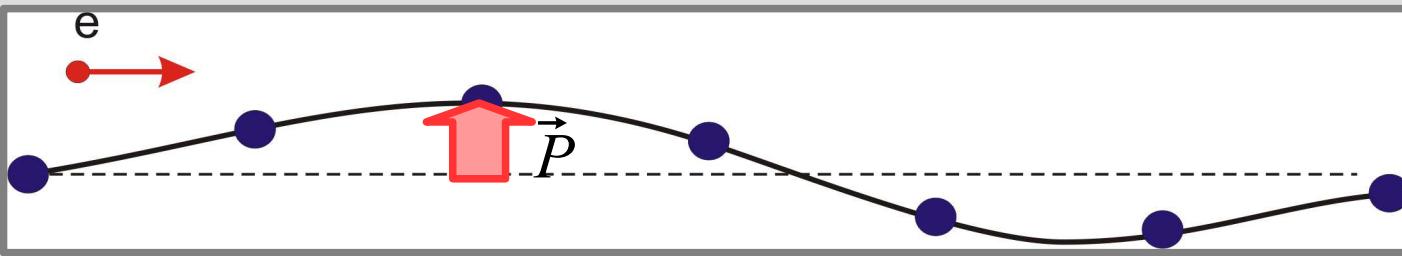
$$\kappa(T) = \text{const}$$

Эффективность рассеяния при $T \gg \Theta$



Волновые вектора электрона и
фонона близкой длины, каждое
рассеяние эффективно отклоняет
электрон

Случай низких температур



$$T \ll \Theta_D$$

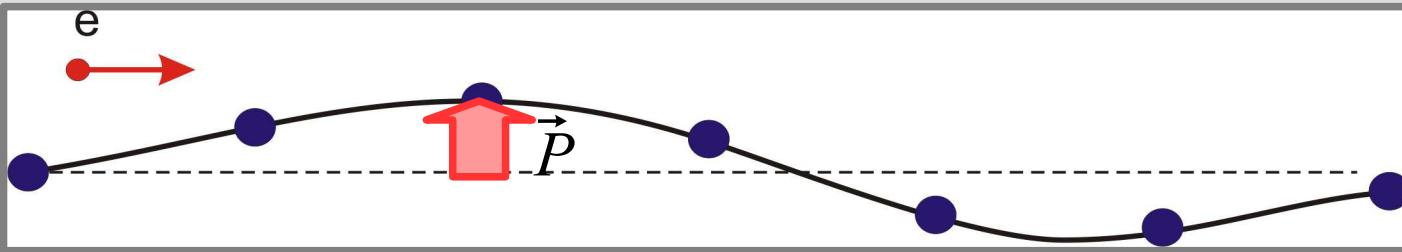
$$C_{\text{фон}} \propto T^3$$

$$E_{\text{фон}} \propto T^4$$

$$N_{\text{фон}} \propto T^3$$

$$L_{\text{эл-фон}} = V_F \tau_{\text{эл-фон}} \propto \frac{1}{T^3}$$

Случай низких температур



$$T \ll \Theta_D$$

$$C_{\text{фон}} \propto T^3$$

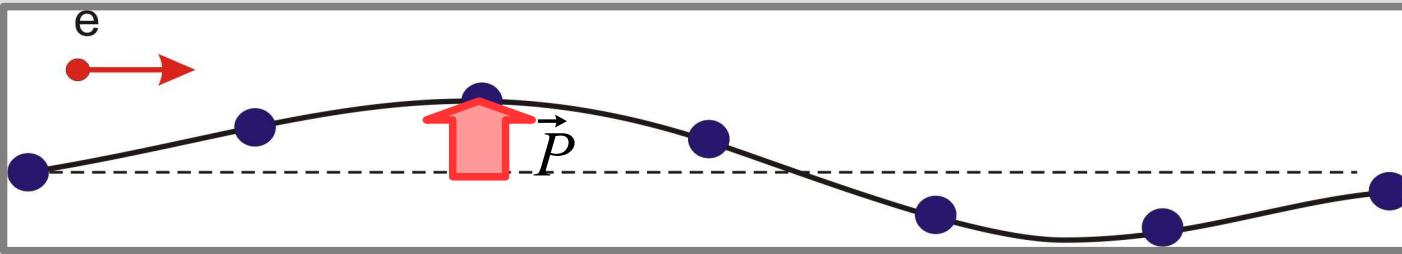
$$E_{\text{фон}} \propto T^4$$

$$N_{\text{фон}} \propto T^3$$

$$L_{\text{эл-фон}} = V_F \tau_{\text{эл-фон}} \propto \frac{1}{T^3}$$

$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L_{\text{эл-фон}} V_F$$

Случай низких температур



$$T \ll \Theta_D$$

$$C_{\text{фон}} \propto T^3$$

$$E_{\text{фон}} \propto T^4$$

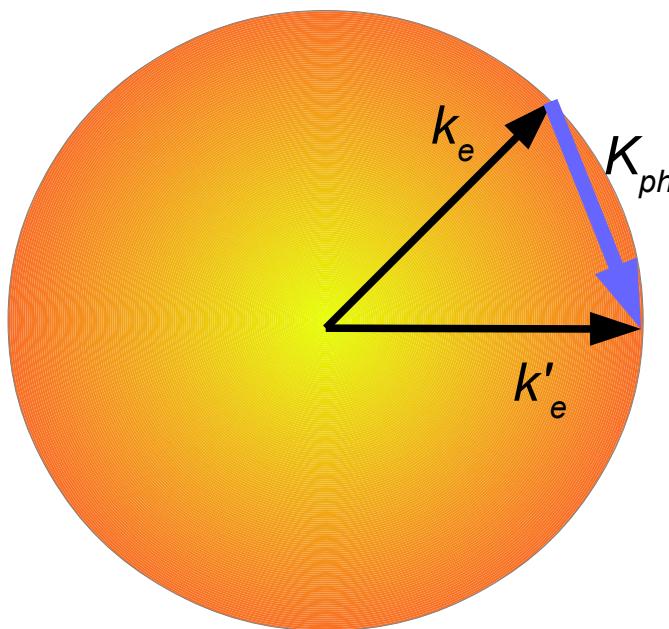
$$N_{\text{фон}} \propto T^3$$

$$L_{\text{эл-фон}} = V_F \tau_{\text{эл-фон}} \propto \frac{1}{T^3}$$

$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L_{\text{эл-фон}} V_F$$

$$\kappa \propto \frac{1}{T^2}$$

Эффективность рассеяния при $T \ll \Theta$

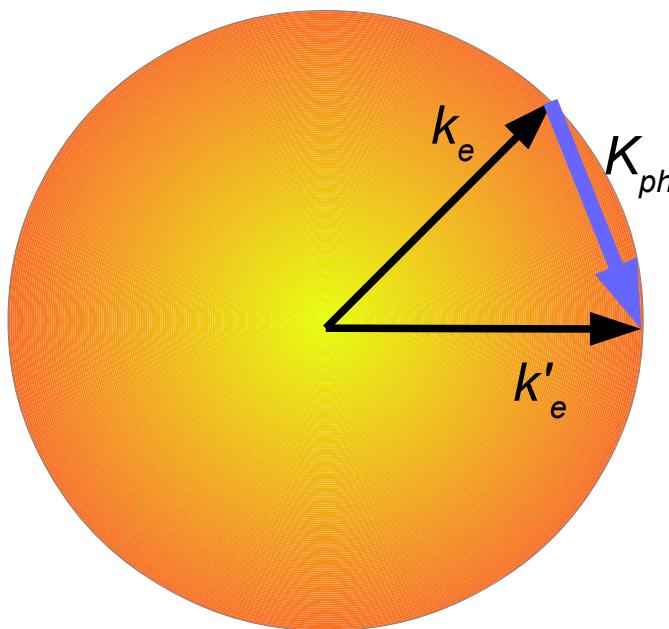


$$\vec{k}_e' = \vec{k}_e + \vec{K}_{ph}$$

$$k_e = k_F = \sqrt[3]{3\pi^2 n_e}$$

$$K_{ph} \simeq T / (\hbar s) \simeq k_D \frac{T}{\Theta_D} \ll k_{Bp}$$

Эффективность рассеяния при $T \ll \Theta$



$$\vec{k}_e' = \vec{k}_e + \vec{K}_{ph}$$

$$k_e = k_F = \sqrt[3]{3\pi^2 n_e}$$

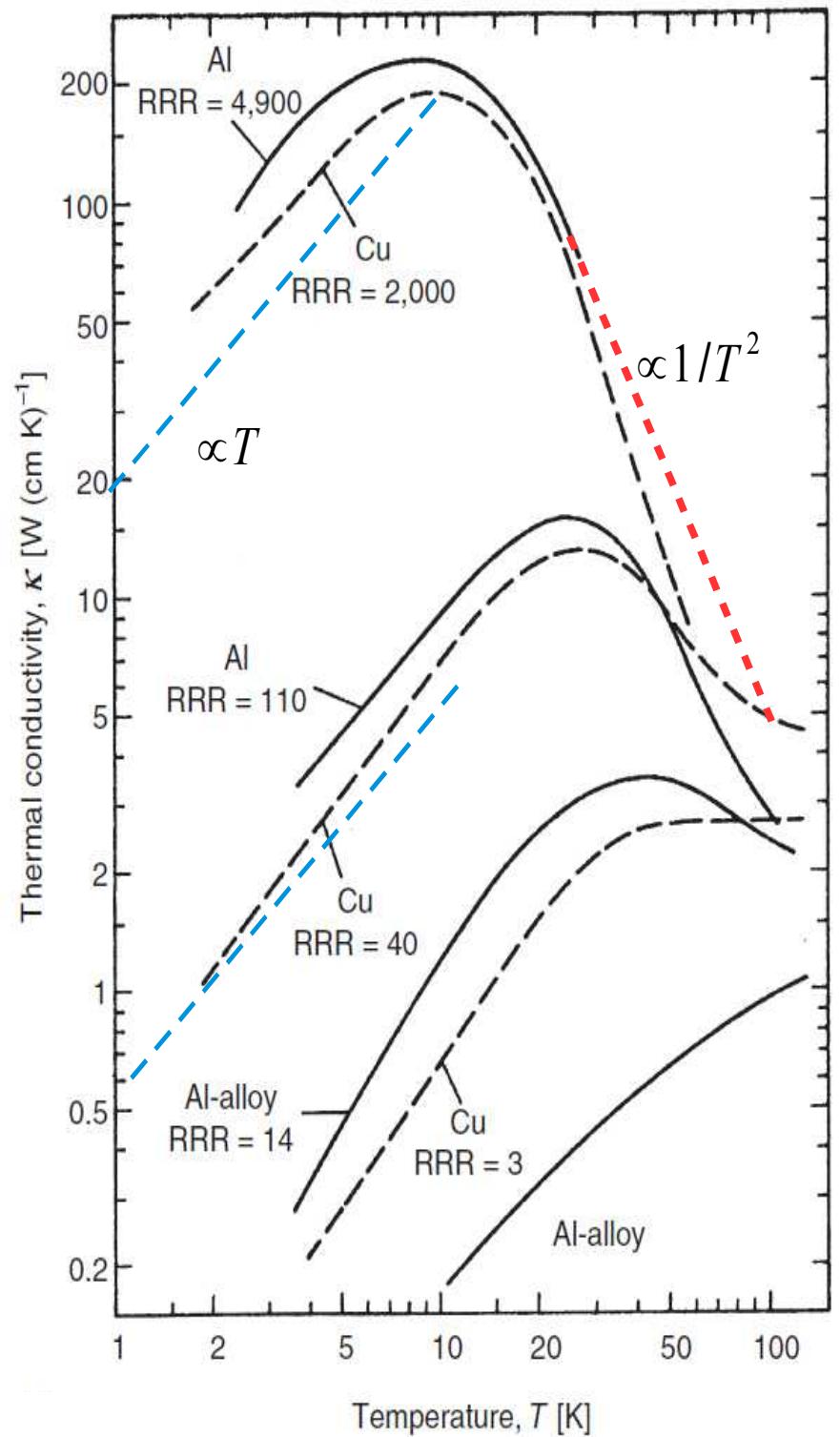
$$K_{ph} \simeq T / (\hbar s) \simeq k_D \frac{T}{\Theta_D} \ll k_{Br}$$

В одиночном рассеянии
отклонение на малый угол

$$\varphi \simeq \frac{K_{ph}}{k_F} \simeq \frac{T}{\Theta} \ll 1 \quad \text{НО} \quad \Delta E \simeq T$$

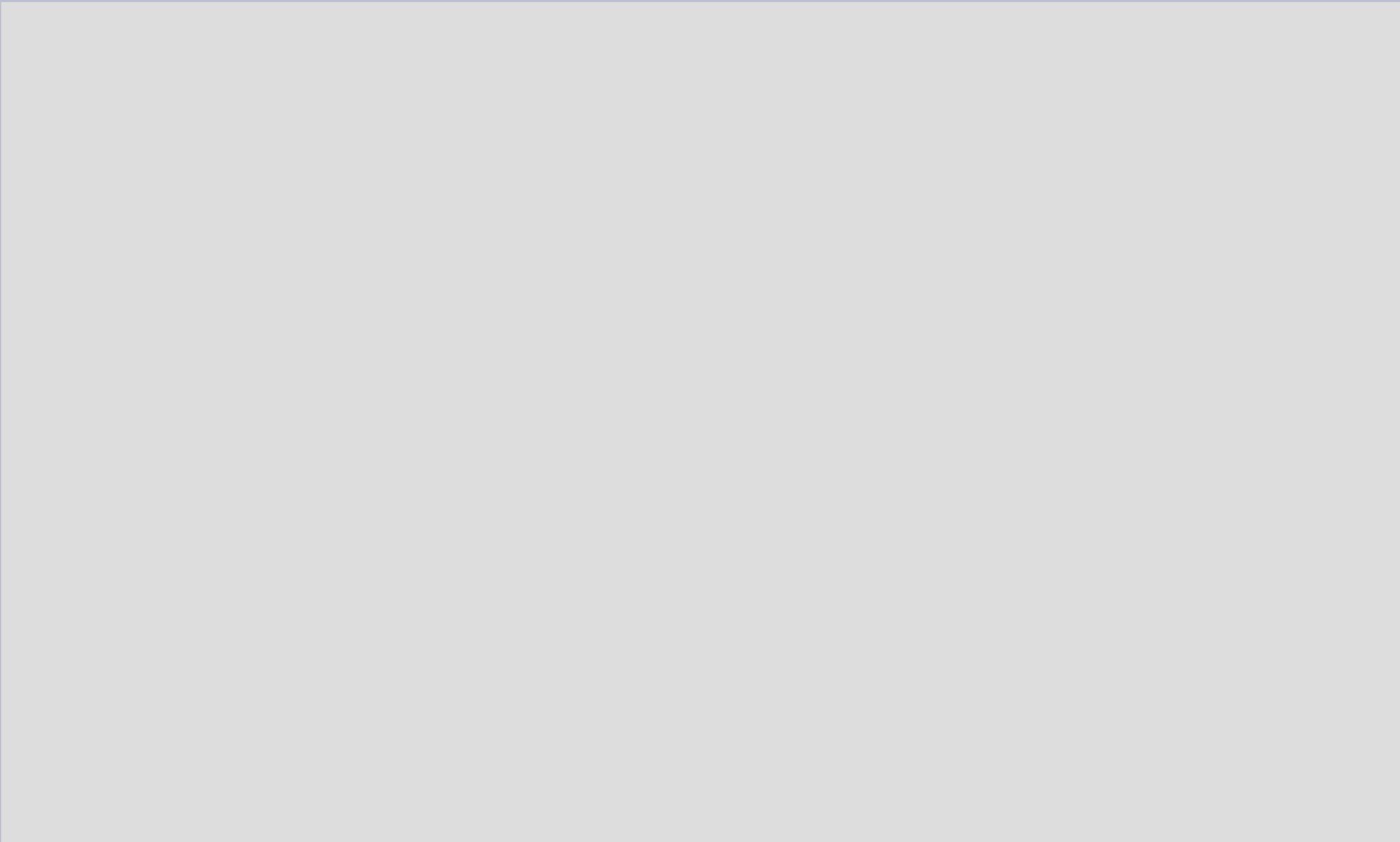
Экспериментальная з зависимость $\kappa(T)$

Frank Pobell, Matter and Methods at Low Temperatures, 2007



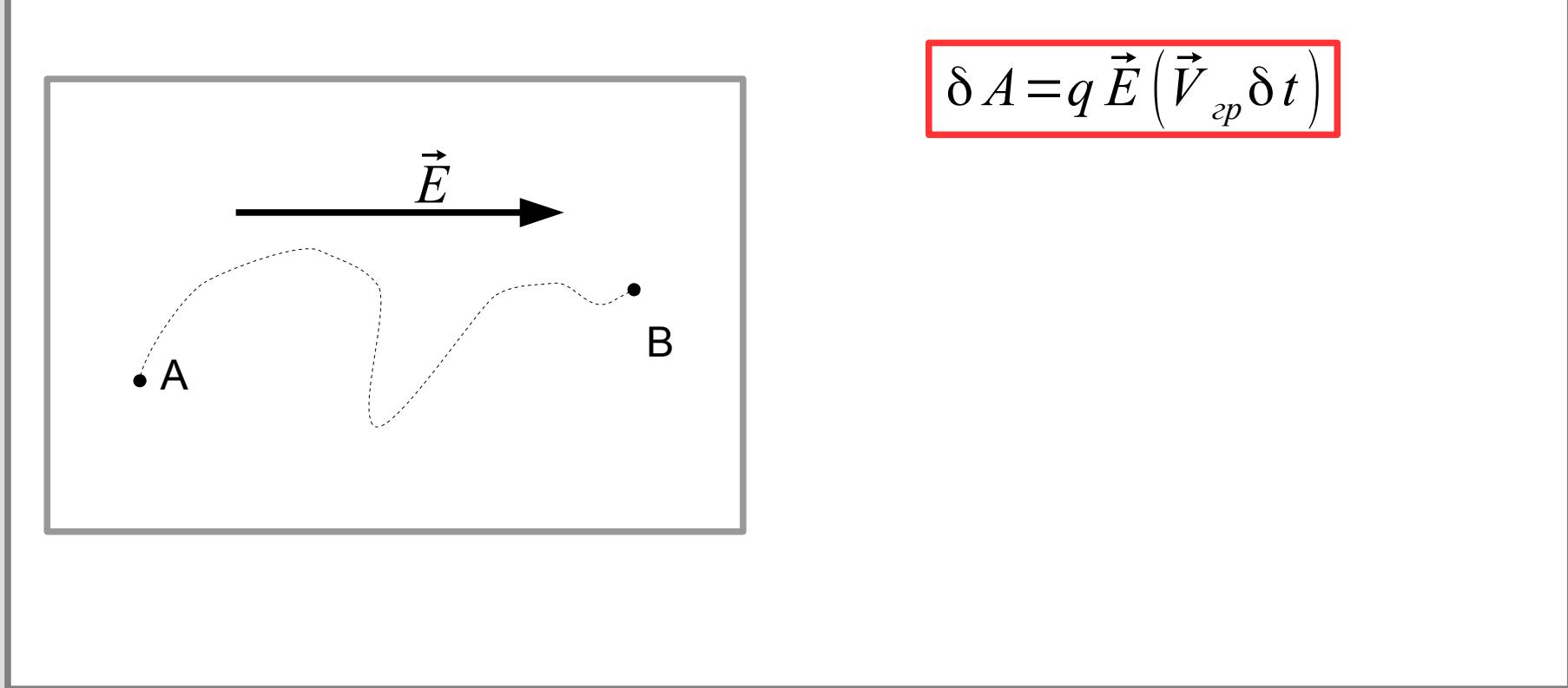
Зависимость теплопроводности от температуры для меди и алюминия различной чистоты.

Число RRR (residual resistivity ratio) обозначает отношение электрического сопротивления образца при комнатной температуре к сопротивлению при низких температурах.

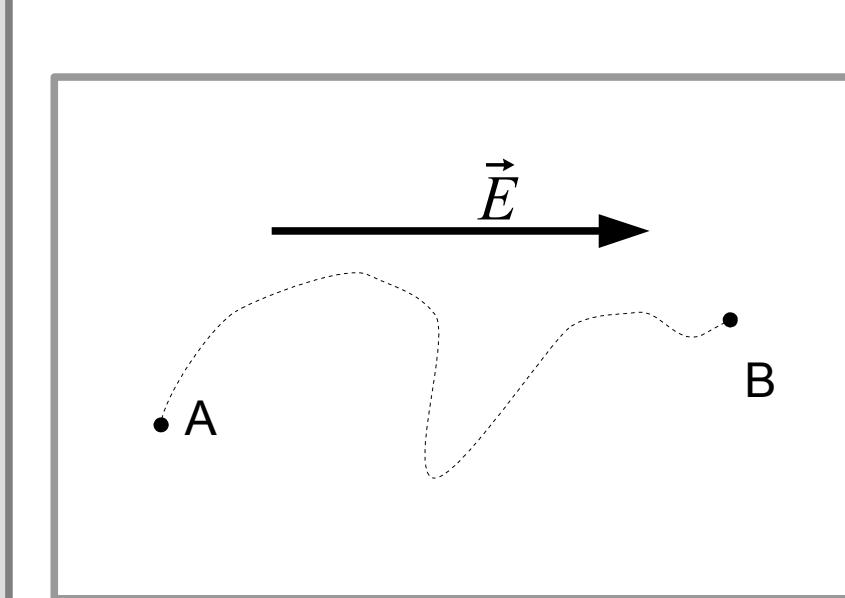


Часть 3. Электропроводность металлов

Электрон в кристалле во внешнем электрическом поле



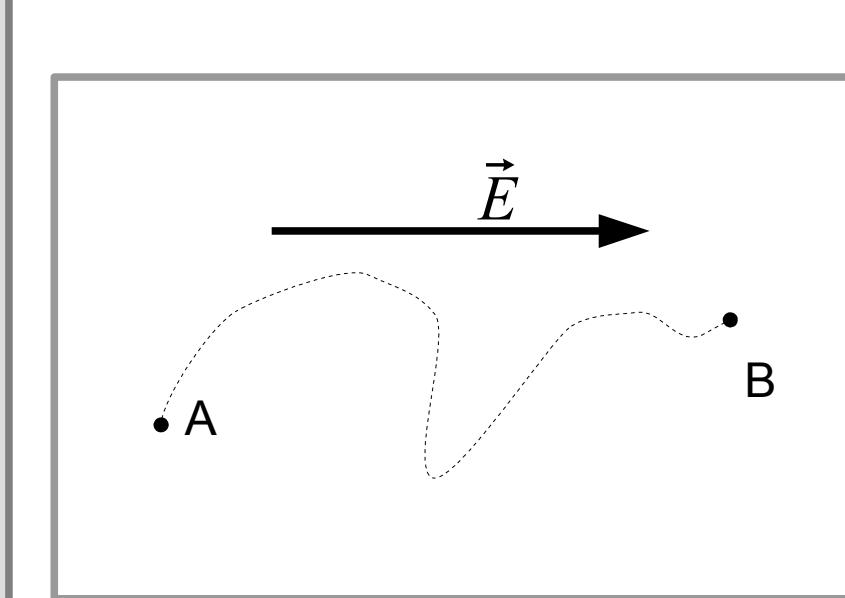
Электрон в кристалле во внешнем электрическом поле



$$\delta A = q \vec{E} (\vec{V}_{ep} \delta t)$$

$$\delta \varepsilon = \frac{d \varepsilon}{dt} \delta t = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{p}} \frac{d \vec{p}}{dt} \delta t$$

Электрон в кристалле во внешнем электрическом поле

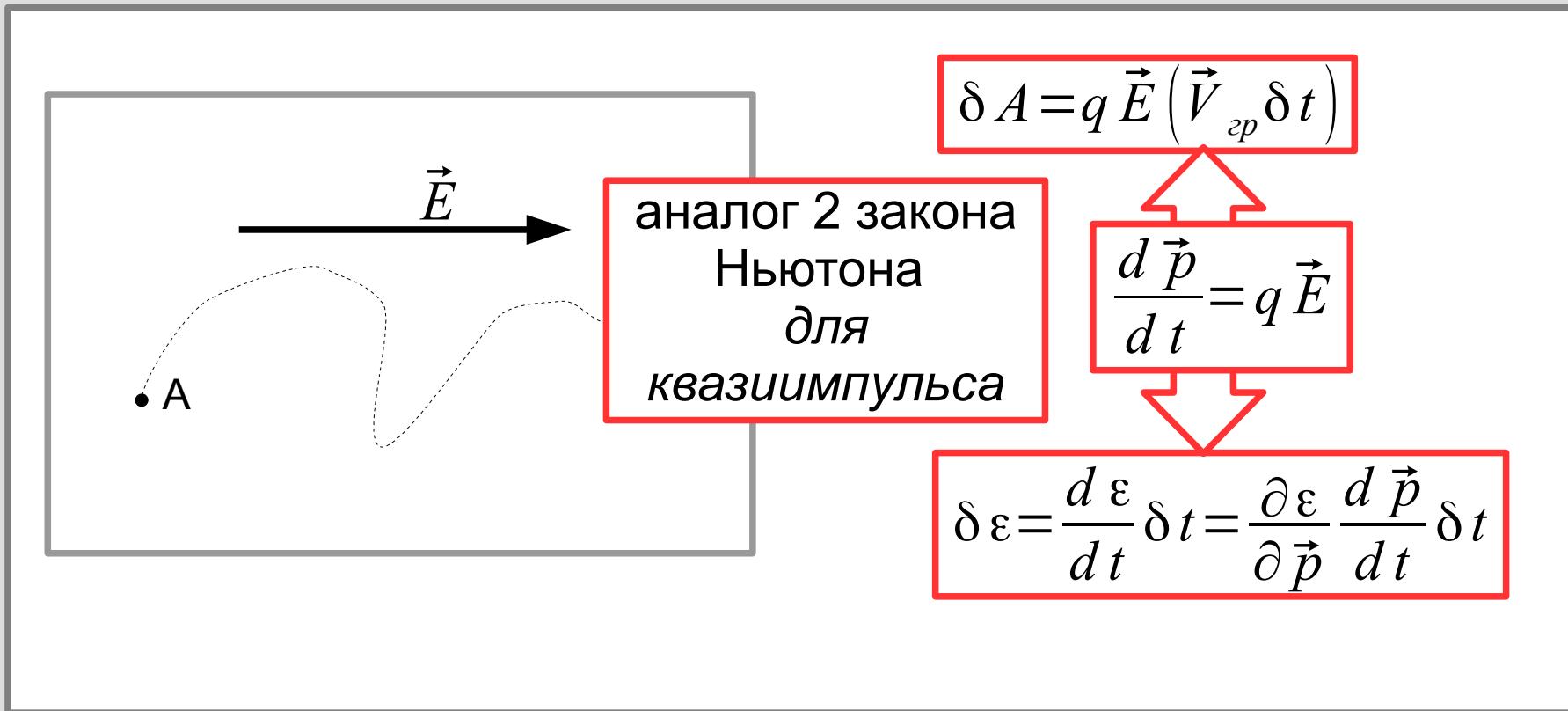


$$\delta A = q \vec{E} (\vec{V}_{ep} \delta t)$$

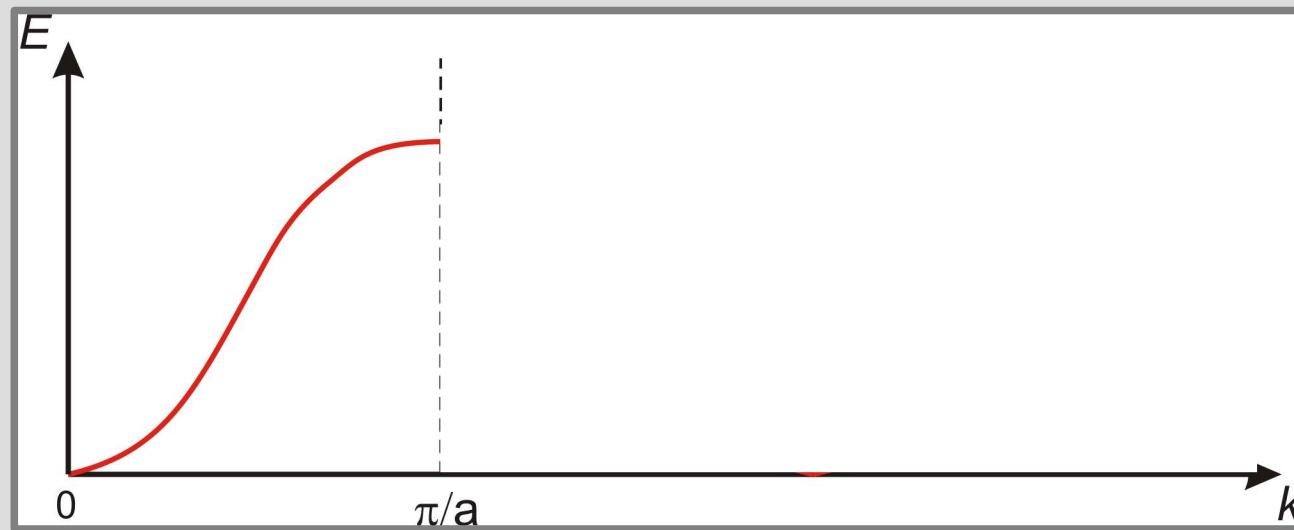
$$\frac{d \vec{p}}{d t} = q \vec{E}$$

$$\delta \varepsilon = \frac{d \varepsilon}{d t} \delta t = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{p}} \frac{d \vec{p}}{d t} \delta t$$

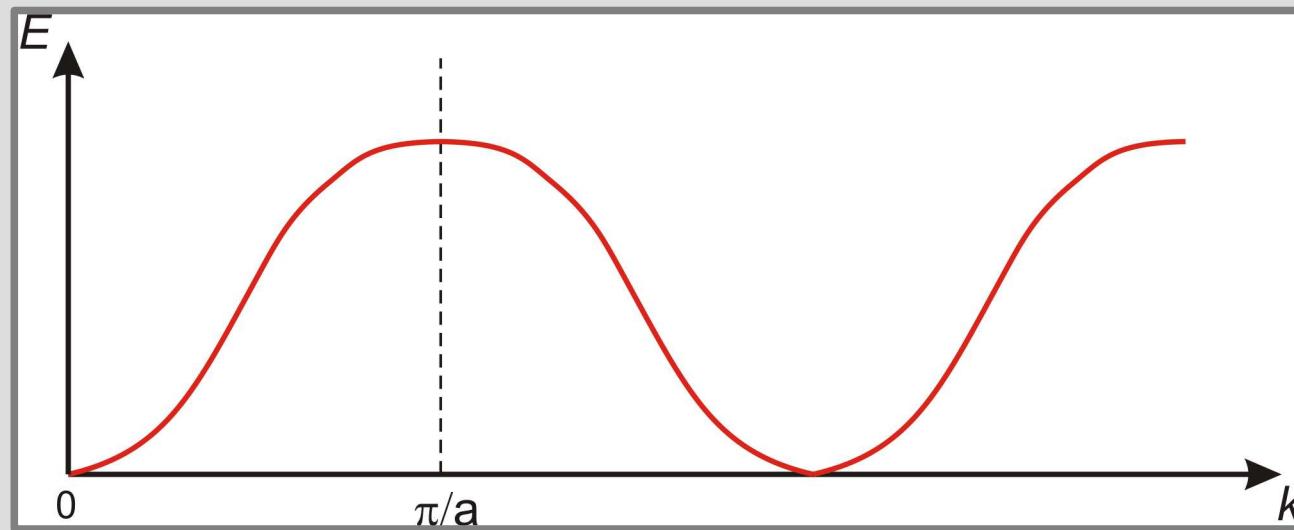
Электрон в кристалле во внешнем электрическом поле



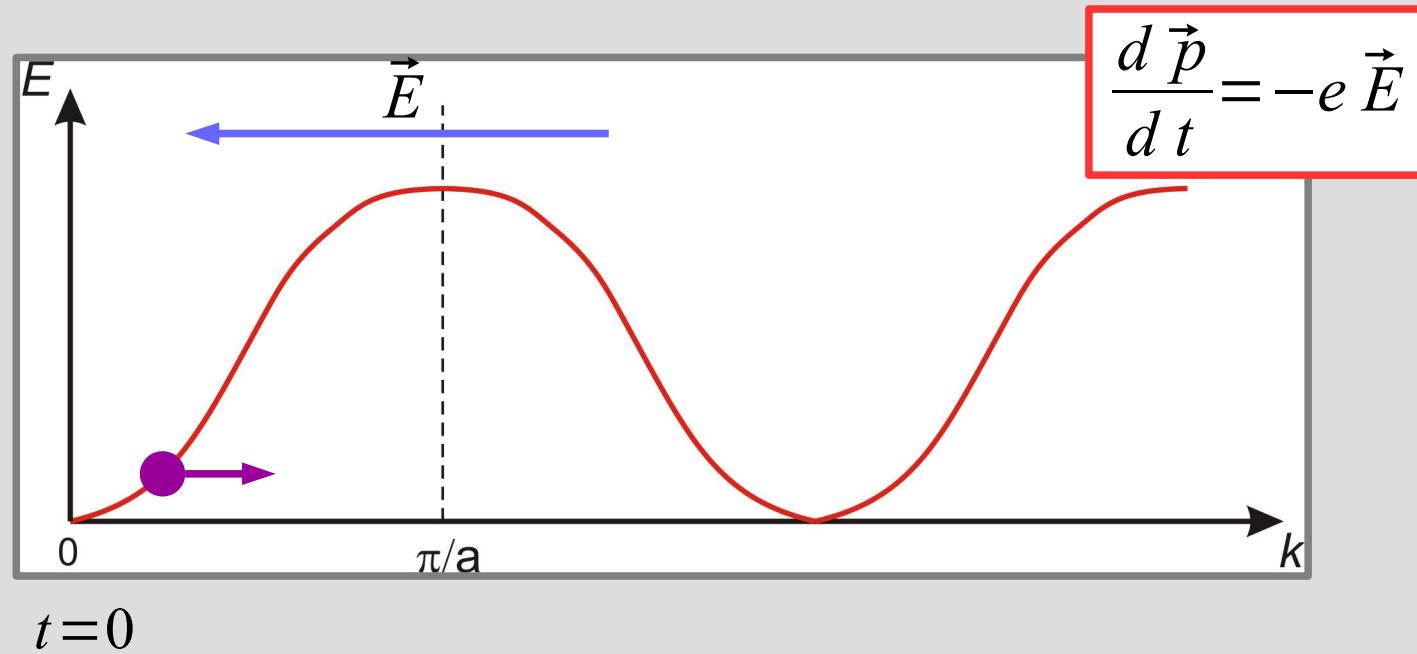
Блоховские осцилляции в отсутствие рассеяния



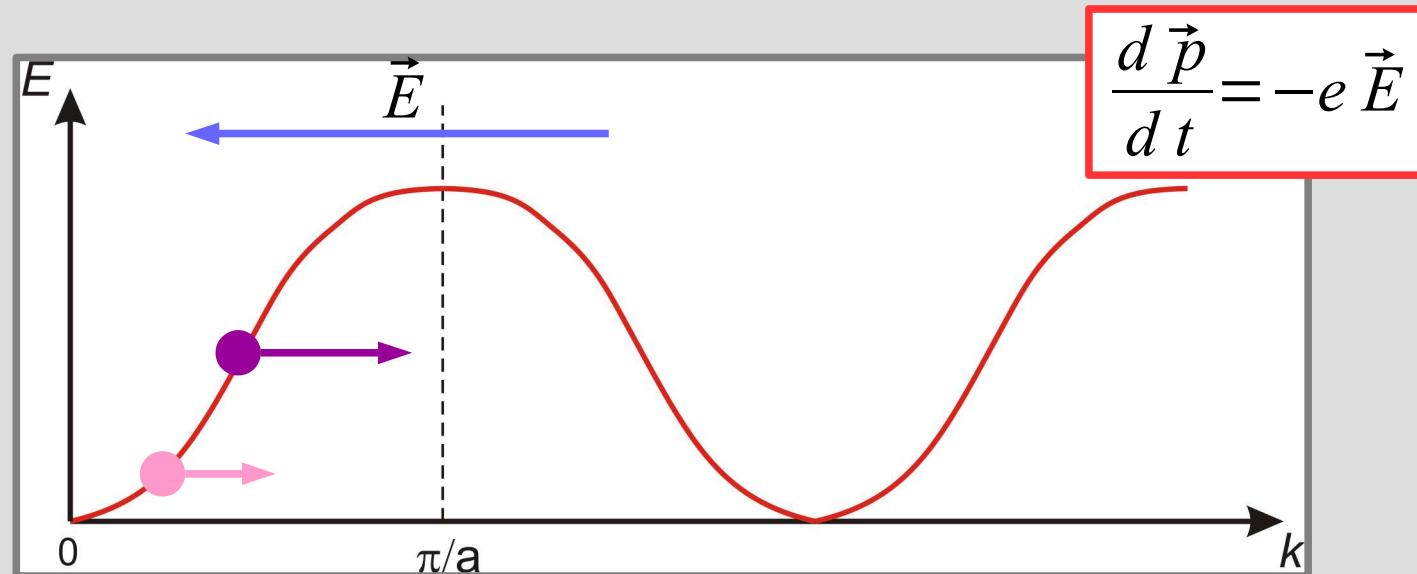
Блоховские осцилляции в отсутствие рассеяния



Блоховские осцилляции в отсутствие рассеяния

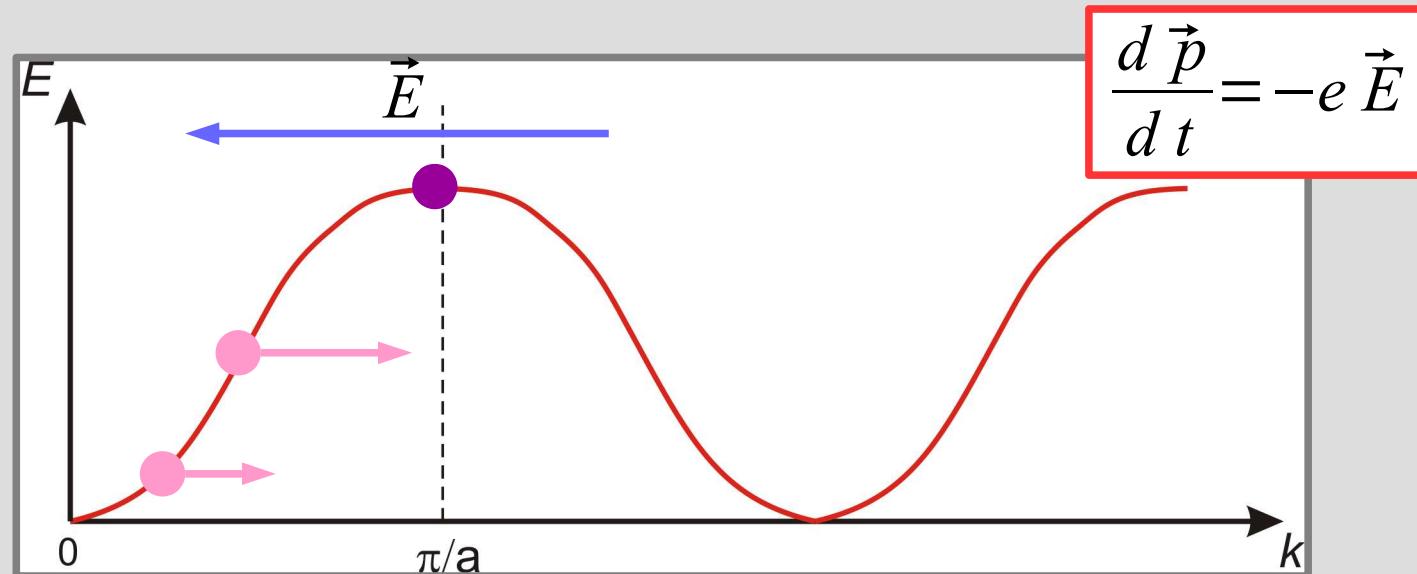


Блоховские осцилляции в отсутствие рассеяния



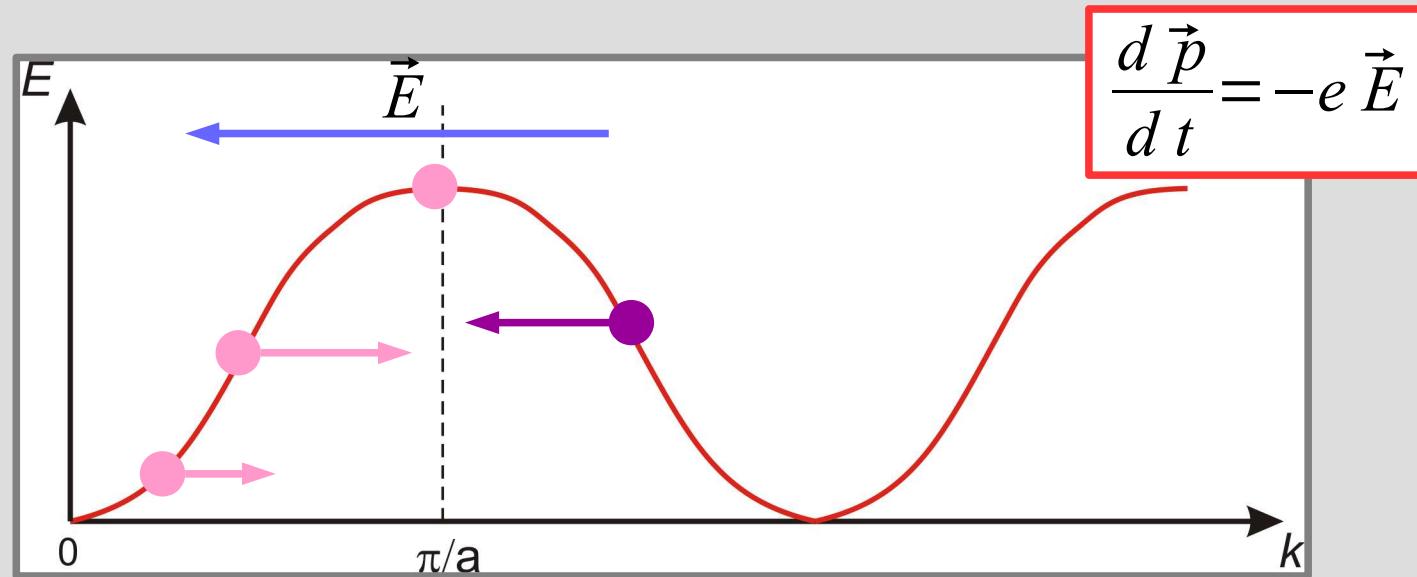
$$t = t_1 > 0$$

Блоховские осцилляции в отсутствие рассеяния



$$t = t_2 > t_1 > 0$$

Блоховские осцилляции в отсутствие рассеяния

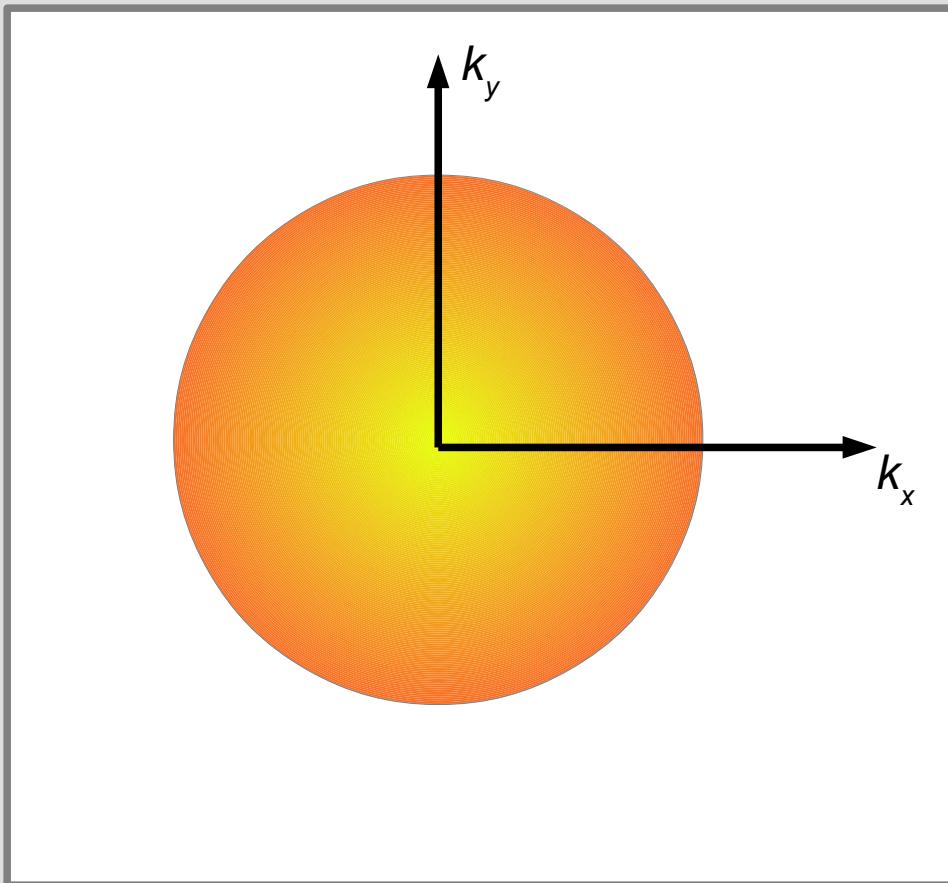


$$t = t_3 > t_2 > t_1 > 0$$

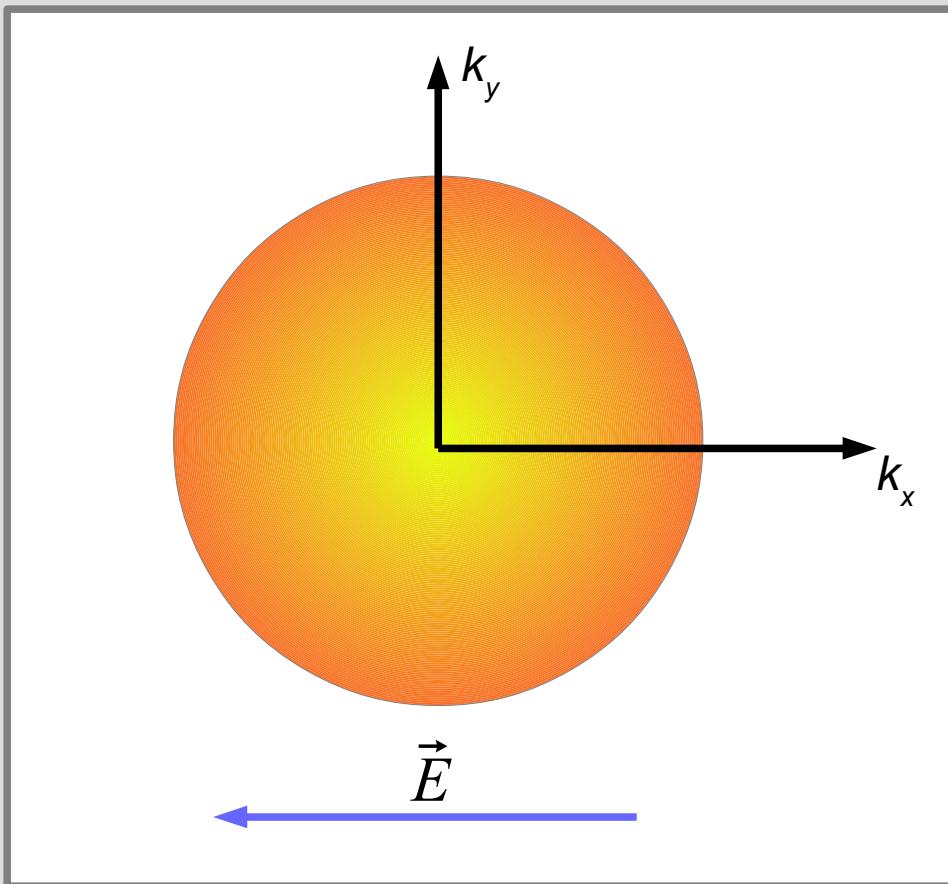
Блоховские осцилляции в отсутствие рассеяния



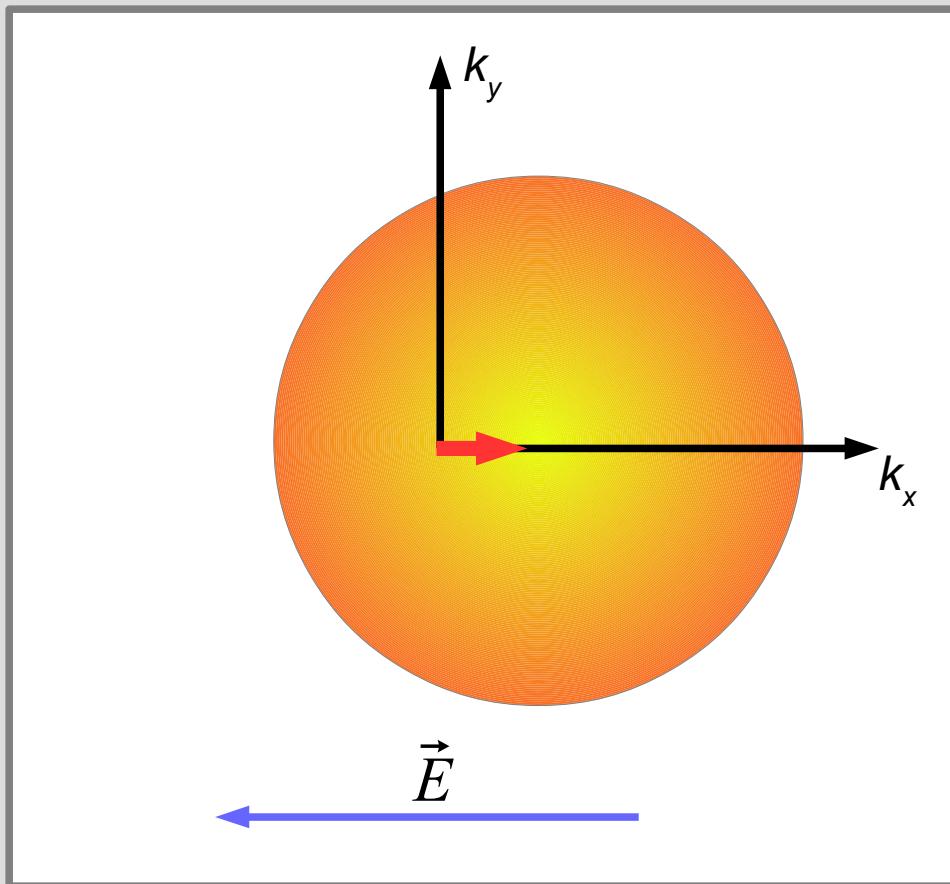
Продовимость электронного газа с рассеянием



Продовимость электронного газа с рассеянием

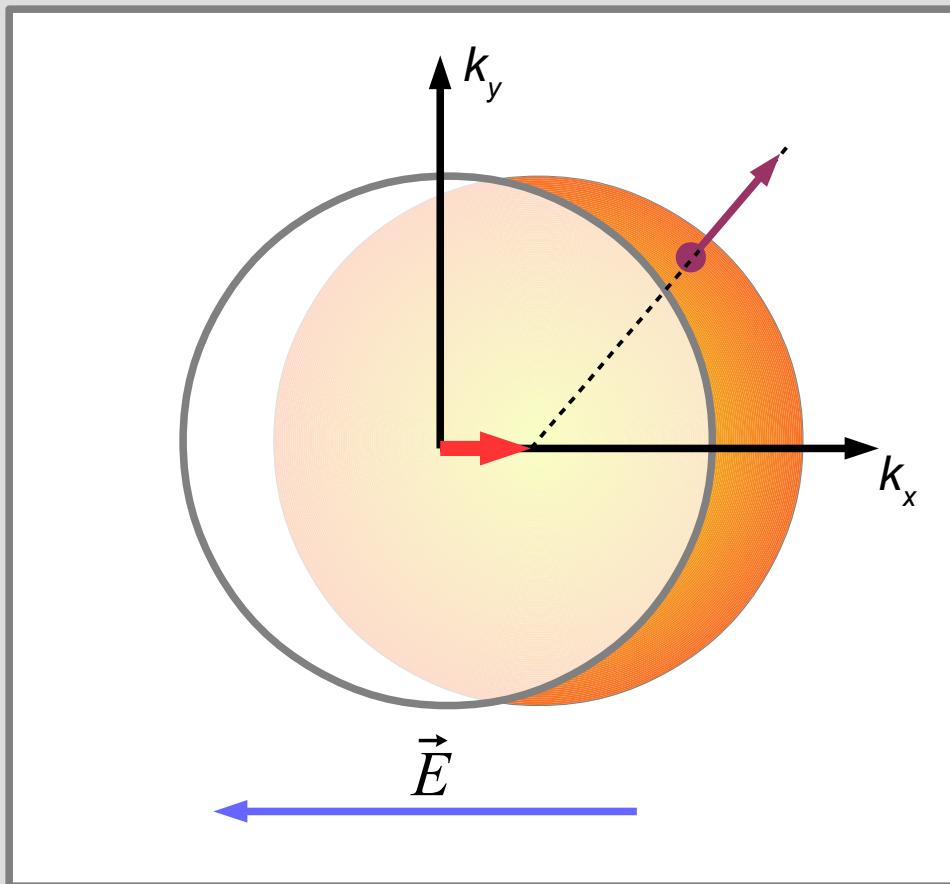


Продовимость электронного газа с рассеянием



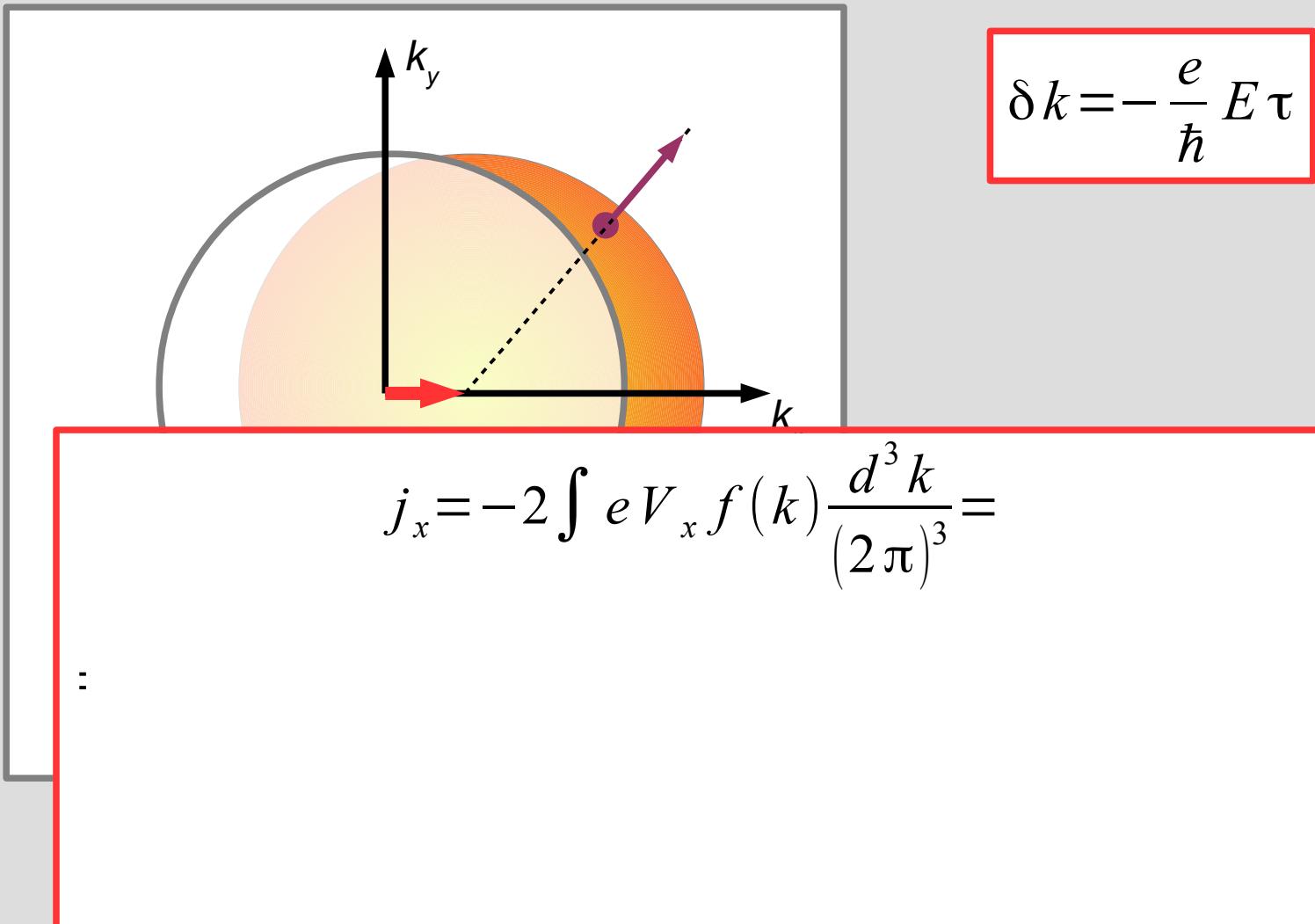
$$\delta k = -\frac{e}{\hbar} E \tau$$

Продовимость электронного газа с рассеянием

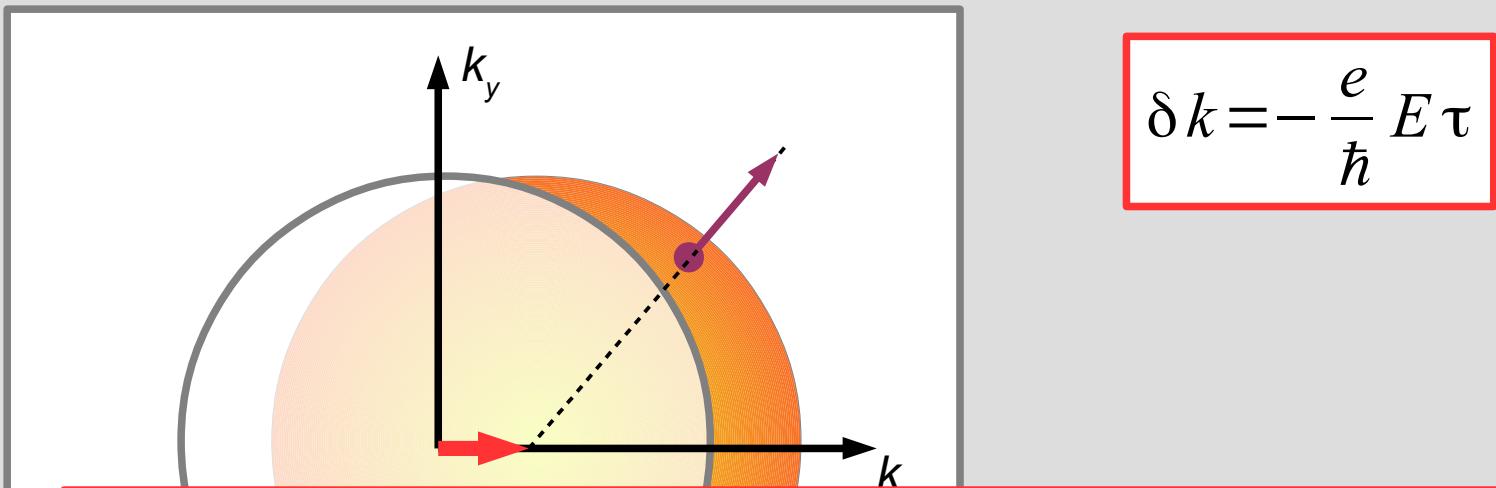


$$\delta k = -\frac{e}{\hbar} E \tau$$

Продовимость электронного газа с рассеянием



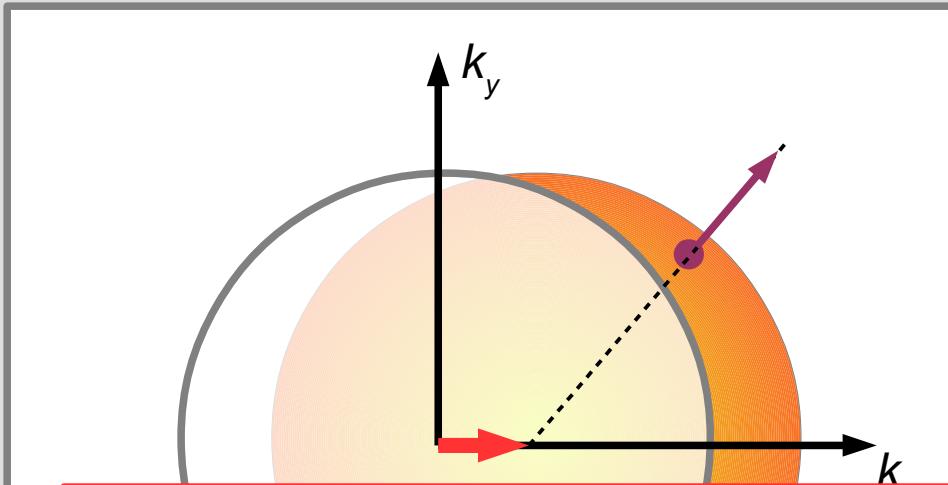
Продовимость электронного газа с рассеянием



$$\delta k = -\frac{e}{\hbar} E \tau$$

$$j_x = -2 \int e V_x f(k) \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} =$$
$$= -2 \times 2 \int_0^{\pi/2} \int_{k_F}^{k_F + \cos \Theta \delta k} e V_F \cos \Theta \frac{(2\pi k \sin \Theta)(k d\Theta) d k}{(2\pi)^3} =$$

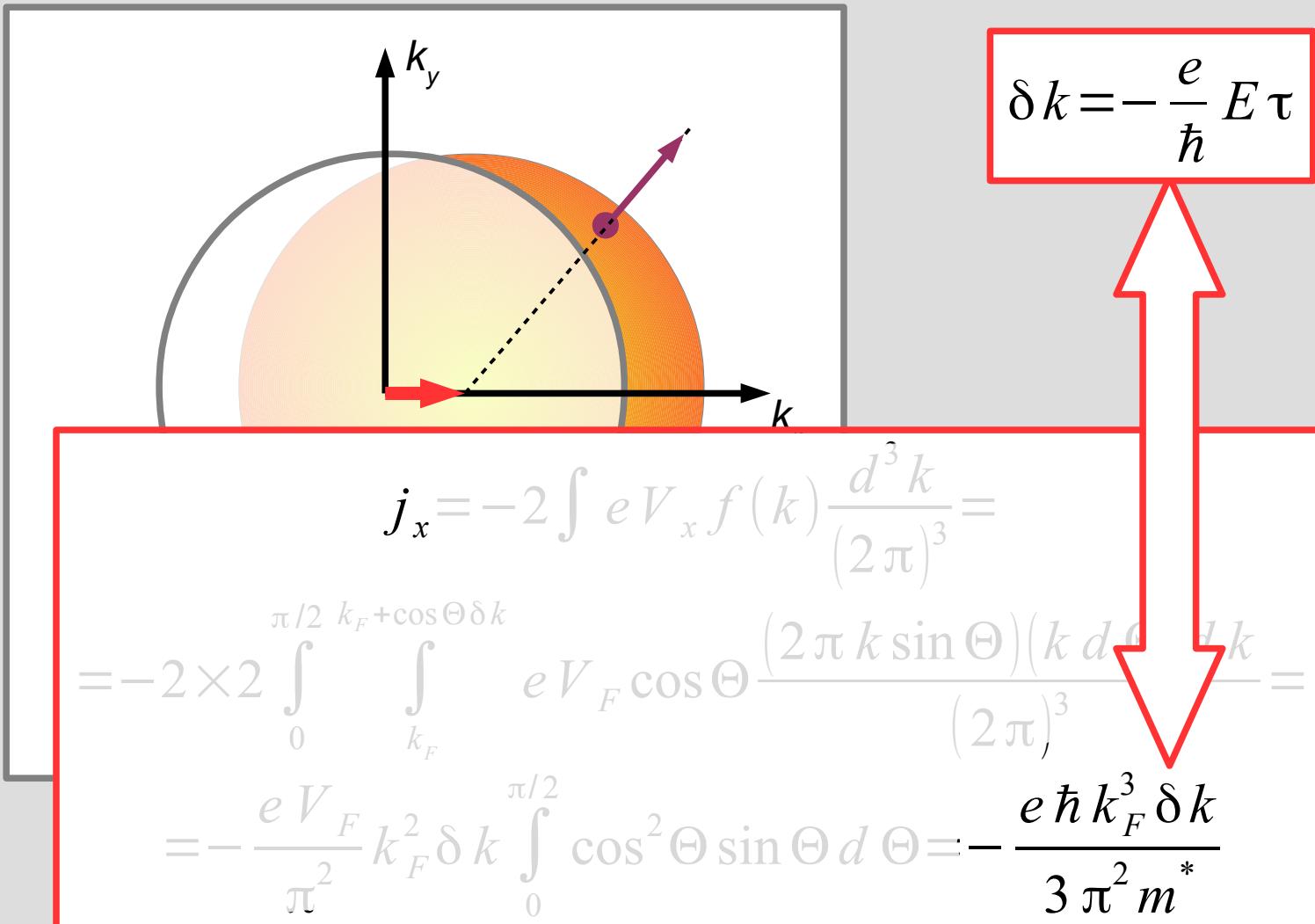
Продовимость электронного газа с рассеянием



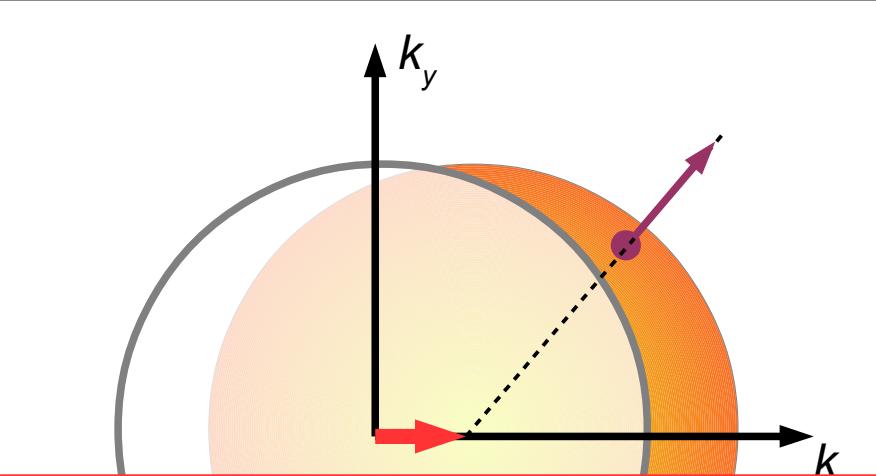
$$\delta k = -\frac{e}{\hbar} E \tau$$

$$j_x = -2 \int e V_x f(k) \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} =$$
$$= -2 \times 2 \int_0^{\pi/2} \int_{k_F}^{k_F + \cos \Theta \delta k} e V_F \cos \Theta \frac{(2\pi k \sin \Theta)(k d\Theta) d k}{(2\pi)^3} =$$
$$= -\frac{e V_F}{\pi^2} k_F^2 \delta k \int_0^{\pi/2} \cos^2 \Theta \sin \Theta d\Theta = -\frac{e \hbar k_F^3 \delta k}{3 \pi^2 m^*}$$

Продовимость электронного газа с рассеянием



Продовимость электронного газа с рассеянием



The diagram shows a Fermi surface in the k_x - k_y plane. A point on the surface is highlighted with a purple dot and a dashed arrow indicating a scattering event. The horizontal axis is labeled k_x and the vertical axis is labeled k_y .

$$\delta k = -\frac{e}{\hbar} E \tau$$
$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m^*} = \frac{n e^2 L}{V_F m^*}$$
$$j_x = -2 \int e V_x f(k) \frac{d^3 k}{(2\pi)^3}$$
$$= -2 \times 2 \int_0^{\pi/2} \int_{k_F}^{k_F + \cos \Theta \delta k} e V_F \cos \Theta \frac{(2\pi k \sin \Theta)(k d\Omega)}{(2\pi)^3} =$$
$$= -\frac{e V_F}{\pi^2} k_F^2 \delta k \int_0^{\pi/2} \cos^2 \Theta \sin \Theta d\Theta = -\frac{e \hbar k_F^3 \delta k}{3 \pi^2 m^*}$$

Влияние процессов рассеяния на электропроводность

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m^*}$$

Процессы рассеяния
электронов:

- на дефектах
- на колебаниях решётки
- на электронах

правило Матиссена:
суммируются вероятности
процессов рассеяния

$$\rho = \rho_{\text{прим}} + \rho_{e-e} + \rho_{e-ph}$$

Рассеяние на примесях

$$\sigma = \frac{ne^2 \tau}{m^*} = \frac{ne^2 L}{m^* V_F}$$

Рассеяние на примесях

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m^*} = \frac{n e^2 L}{m^* V_F}$$

- Кулоновский потенциал дефекта экранируется на расстоянии $\sim a$
- При самых низких температурах длина пробега от температуры не зависит

$$\bullet \quad L \simeq \frac{1}{n_{\text{деф}} a^2}$$

Рассеяние на примесях

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m^*} = \frac{n e^2 L}{m^* V_F}$$

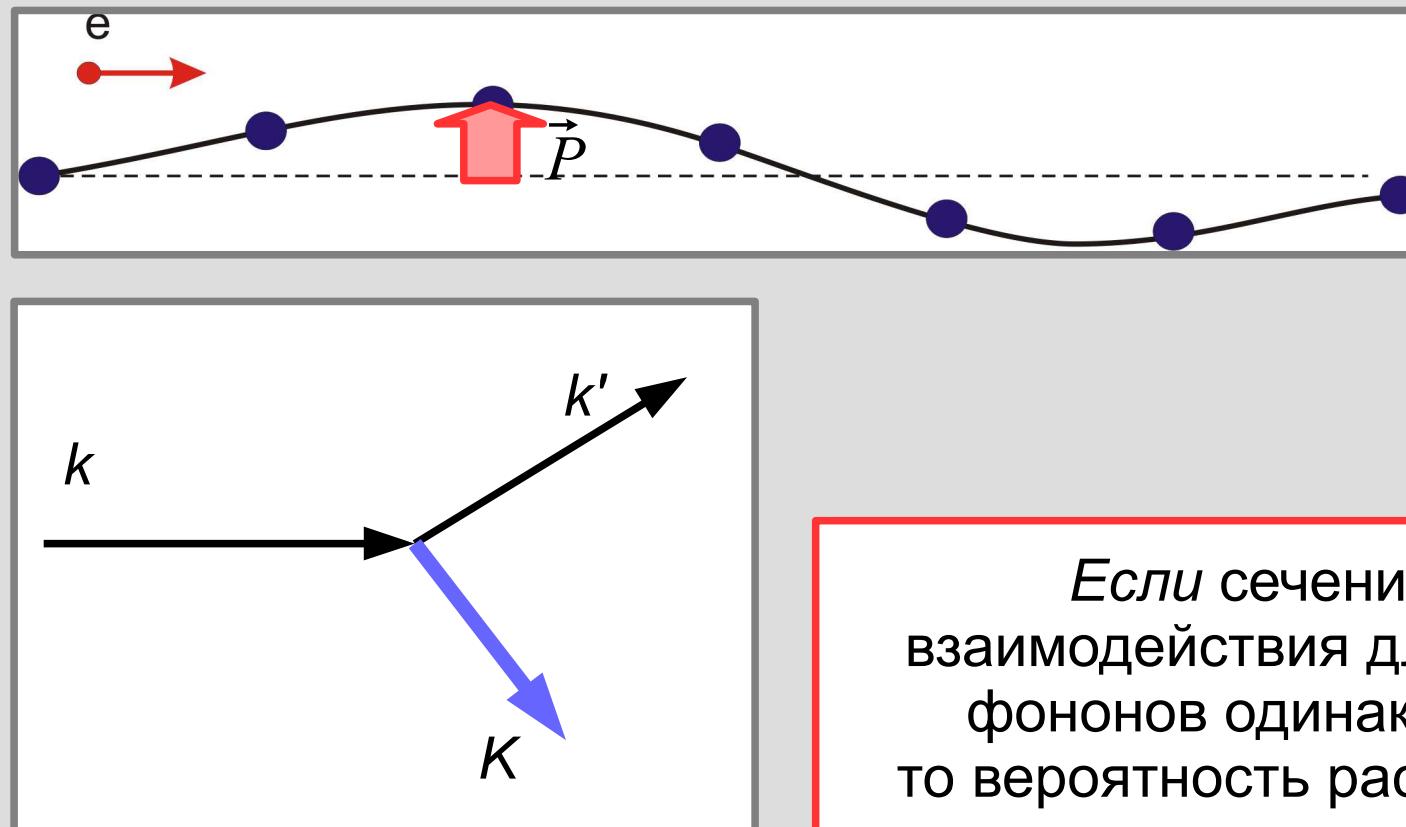
- Кулоновский потенциал дефекта экранируется на расстоянии $\sim a$
- При самых низких температурах длина пробега от температуры не зависит

$$\bullet \quad L \simeq \frac{1}{n_{\text{деф}} a^2}$$

$$\sigma_{\text{деф}} \propto \frac{1}{n_{\text{деф}}}$$

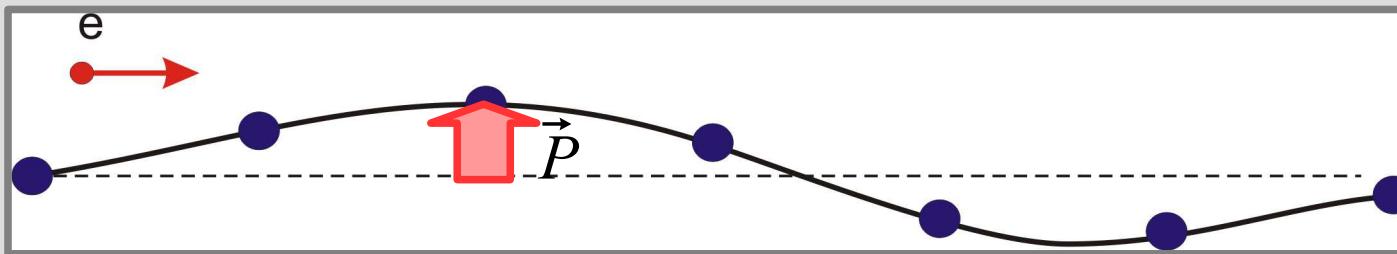
$$\rho_{\text{деф}} \propto n_{\text{деф}}$$
$$\rho_{\text{деф}}(T) = \text{const}$$

Рассеяние на колебаниях решётки



Если сечение взаимодействия для всех фононов одинаково, то вероятность рассеяния пропорциональна числу фононов

Случай высоких температур



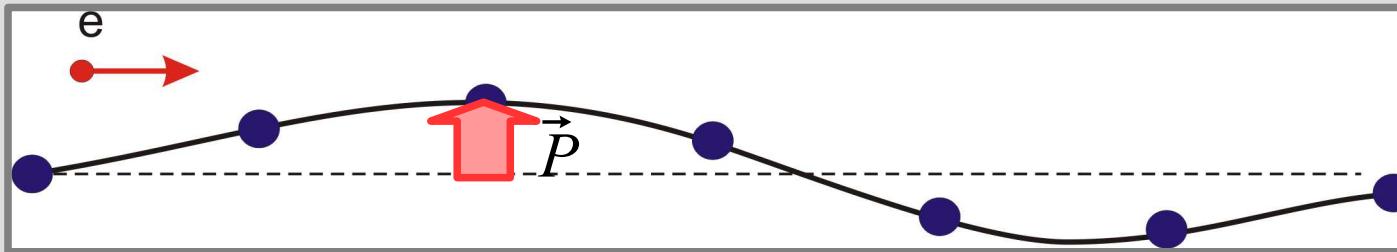
$$T \gg \Theta_D$$

$$E_{\text{фон}} \propto T$$

$$N_{\text{фон}} \propto T$$

$$L_{\text{эл-фон}} = V_F \tau_{\text{эл-фон}} \propto \frac{1}{T}$$

Случай высоких температур



$$T \gg \Theta_D$$

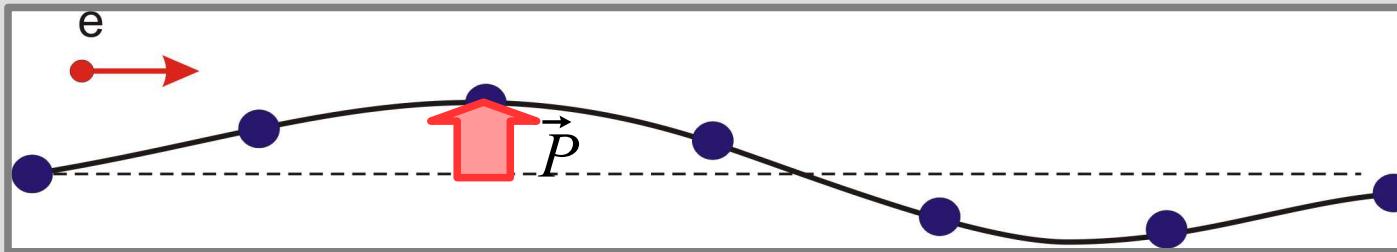
$$E_{\text{фон}} \propto T$$

$$N_{\text{фон}} \propto T$$

$$L_{\text{эл-фон}} = V_F \tau_{\text{эл-фон}} \propto \frac{1}{T}$$

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau_*}{m}$$

Случай высоких температур



$$T \gg \Theta_D$$

$$E_{\text{фон}} \propto T$$

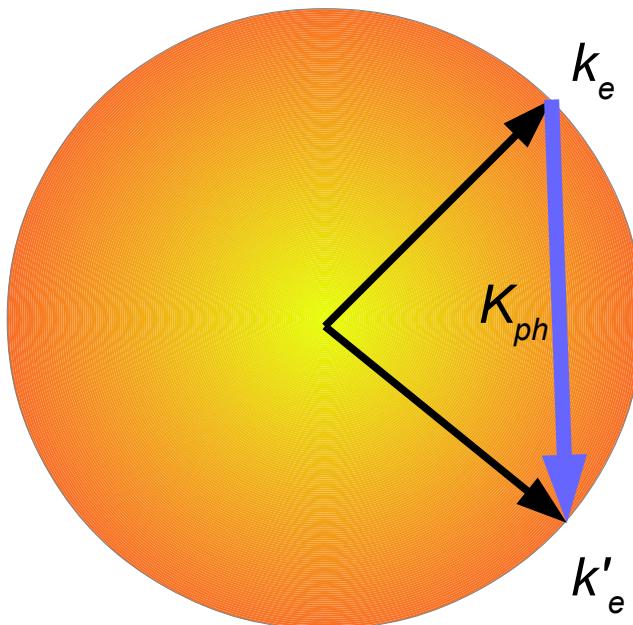
$$N_{\text{фон}} \propto T$$

$$L_{\text{эл-фон}} = V_F \tau_{\text{эл-фон}} \propto \frac{1}{T}$$

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau_*}{m}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{эл-фон}, T \gg \Theta} &\propto \frac{1}{T} \\ \rho_{\text{эл-фон}, T \gg \Theta} &\propto T\end{aligned}$$

Эффективность рассеяния при $T \gg \Theta$

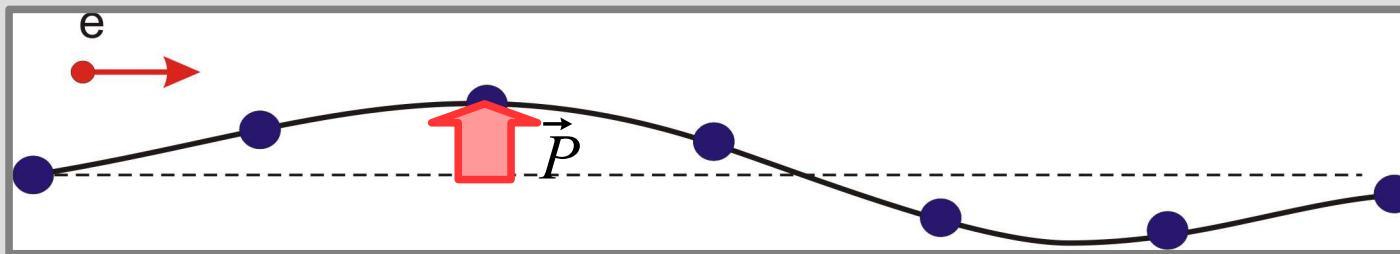


$$\vec{k}_e' = \vec{k}_e + \vec{K}_{ph}$$

$$k_e = k_F = \sqrt[3]{3\pi^2 n_e}$$
$$k_D = \sqrt[3]{6\pi^2 n_{яч}}$$
$$k_{Бр} \simeq \frac{\pi}{a} \simeq \pi \sqrt[3]{n_{яч}}$$

Волновые вектора электрона и фонона близкой длины, каждое рассеяние эффективно отклоняет электрон

Случай низких температур



$$T \ll \Theta_D$$

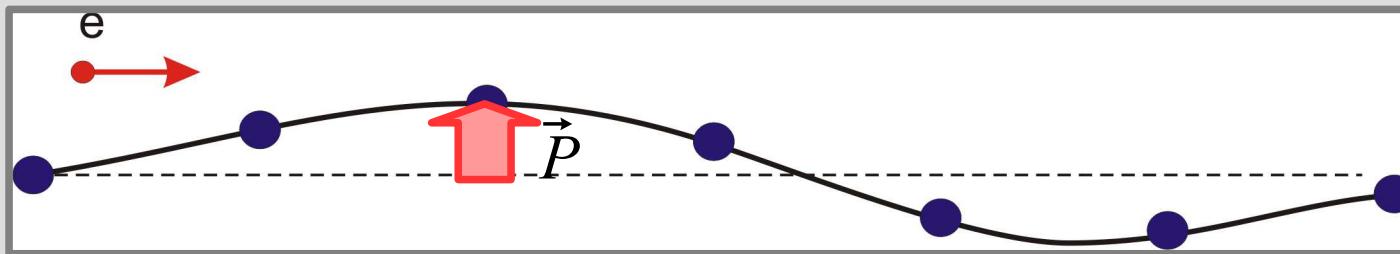
$$C \propto T^3$$

$$E_{\text{фон}} \propto T^4$$

$$N_{\text{фон}} \propto T^3$$

$$L_{\text{эл-фон}} = V_F \tau_{\text{эл-фон}} \propto \frac{1}{T^3}$$

Случай низких температур



$$T \ll \Theta_D$$

$$C \propto T^3$$

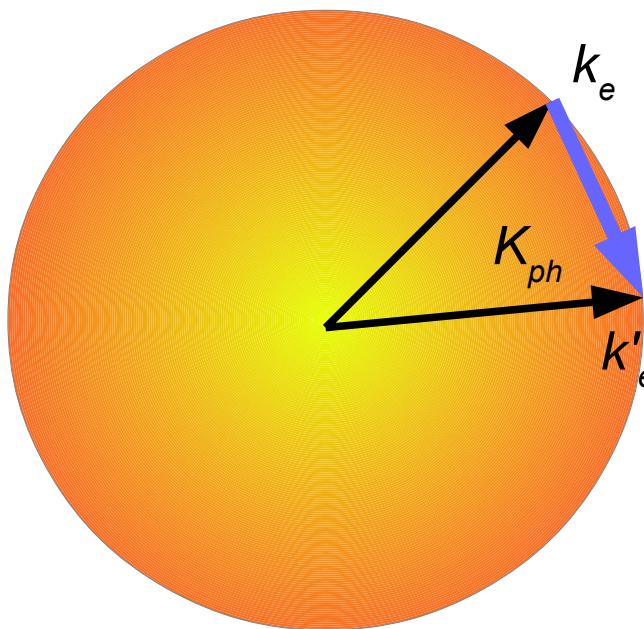
$$E_{\text{фон}} \propto T^4$$

$$N_{\text{фон}} \propto T^3$$

$$L_{\text{эл-фон}} = V_F \tau_{\text{эл-фон}} \propto \frac{1}{T^3}$$

Это пробег до встречи с фононами, но низкоэнергетические фононы неэффективно отклоняют электрон при рассеянии!!!

Эффективность рассеяния при $T \ll \Theta$



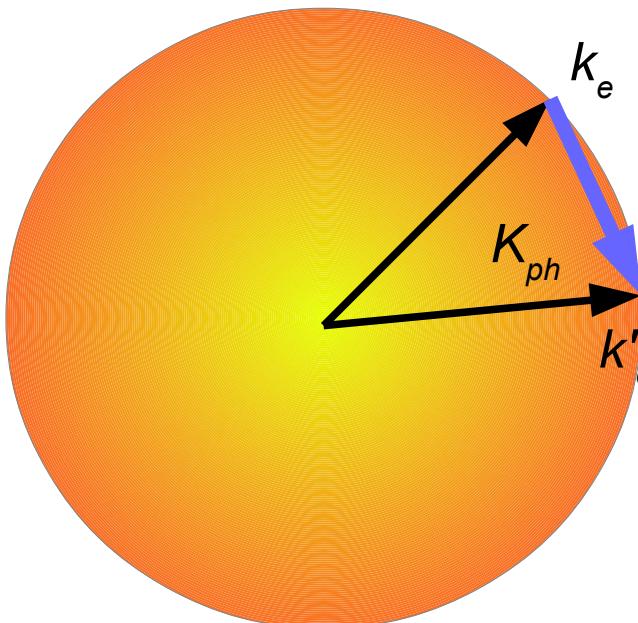
$$\vec{k}_e' = \vec{k}_e + \vec{K}_{ph}$$

$$k_e = k_F = \sqrt[3]{3 \pi^2 n_e}$$
$$k_{ph} \approx T / (\hbar s) \approx k_D \frac{T}{\Theta_D} \ll k_B p$$

В одиночном рассеянии
отклонение на малый угол

$$\varphi \approx \frac{k_{ph}}{k_F} \approx \frac{T}{\Theta}$$

Эффективность рассеяния при $T \ll \Theta$



$$\vec{k}_e' = \vec{k}_e + \vec{K}_{ph}$$

$$k_e = k_F = \sqrt[3]{3\pi^2 n}$$

$$k_{ph} \simeq T /$$

В оди-

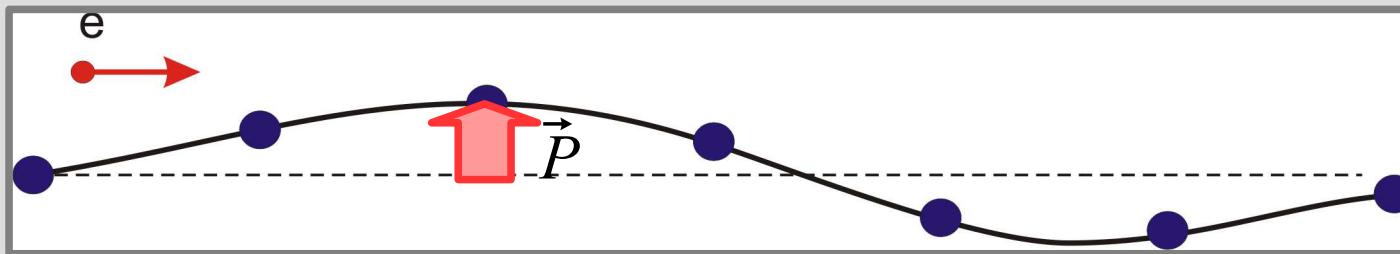
отклонение на малый угол

$$N \simeq \frac{1}{\varphi^2} \propto \frac{1}{T^2}$$

$$\varphi \simeq \frac{k_{ph}}{k_F} \simeq \frac{T}{\Theta}$$

Число столкновений
для отклонения на
большой угол

Случай низких температур



$$T \ll \Theta_D$$

$$C \propto T^3$$

$$E_{\text{фоn}} \propto T^4$$

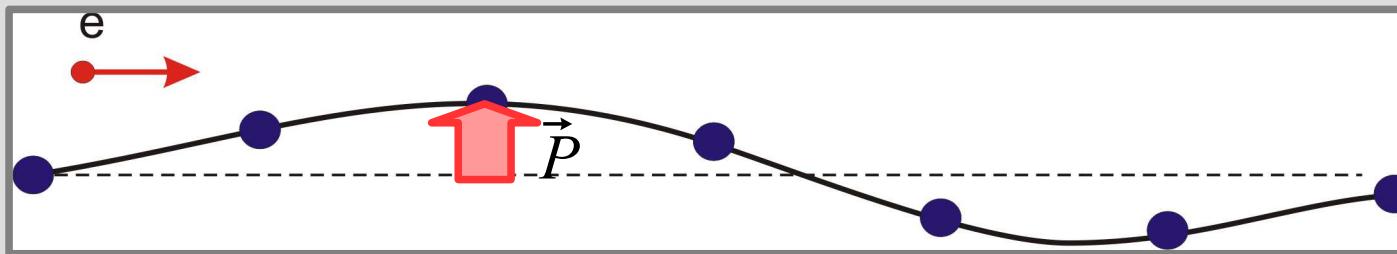
$$N_{\text{фоn}} \propto T^3$$

$$L_{\text{эл-фоn}} = V_F \tau_{\text{эл-фоn}} \propto \frac{1}{T^3}$$

$$N \simeq \frac{1}{\varphi^2} \propto \frac{1}{T^2}$$

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau^*}{m}$$

Случай низких температур



$$T \ll \Theta_D$$

$$C \propto T^3$$

$$E_{\text{фон}} \propto T^4$$

$$N_{\text{фон}} \propto T^3$$

$$L_{\text{эл-фон}} = V_F \tau_{\text{эл-фон}} \propto \frac{1}{T^3}$$

$$N \simeq \frac{1}{\varphi^2} \propto \frac{1}{T^2}$$

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau^*}{m}$$

$$\sigma_{\text{эл-фон}, T \ll \Theta} \propto \frac{1}{T^5}$$

$$\rho_{\text{эл-фон}, T \ll \Theta} \propto T^5$$

Закон Блоха-Грюнайзена

$$\sigma_{\text{эл-фон}, T \ll \Theta} \propto \frac{1}{T^5}$$
$$\rho_{\text{эл-фон}, T \ll \Theta} \propto T^5$$

$$\sigma_{deph} \propto \frac{1}{n_{deph}}$$

$$\rho_{deph} \propto n_{deph}$$
$$\rho_{deph}(T) = const$$

Закон Блоха-Грюнайзена

$$\sigma_{\text{эл-фон}, T \ll \Theta} \propto \frac{1}{T^5}$$

$$\rho_{\text{эл-фон}, T \ll \Theta} \propto T^5$$

$$\sigma_{\text{деф}} \propto \frac{1}{n_{\text{деф}}}$$

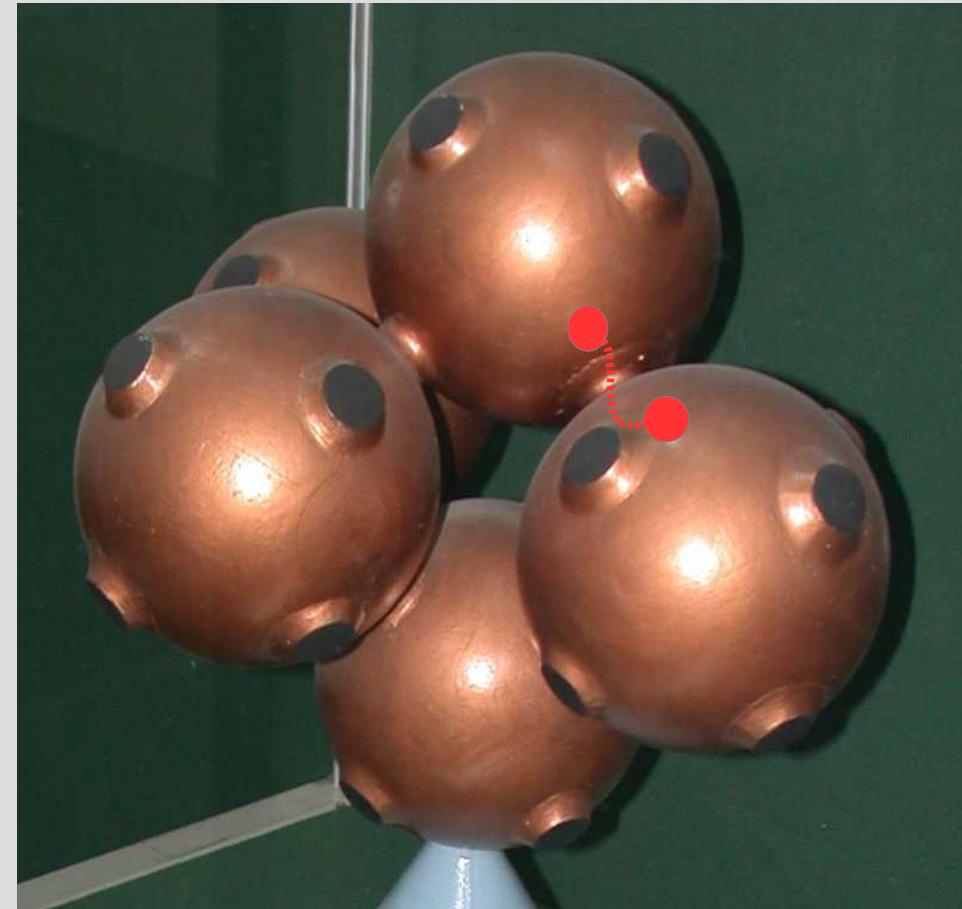
$$\rho_{\text{деф}} \propto n_{\text{деф}}$$

$$\rho_{\text{деф}}(T) = \text{const}$$

При низких температурах
(обычно $\sim 10\text{K}$ и ниже, в
чистых металлах)

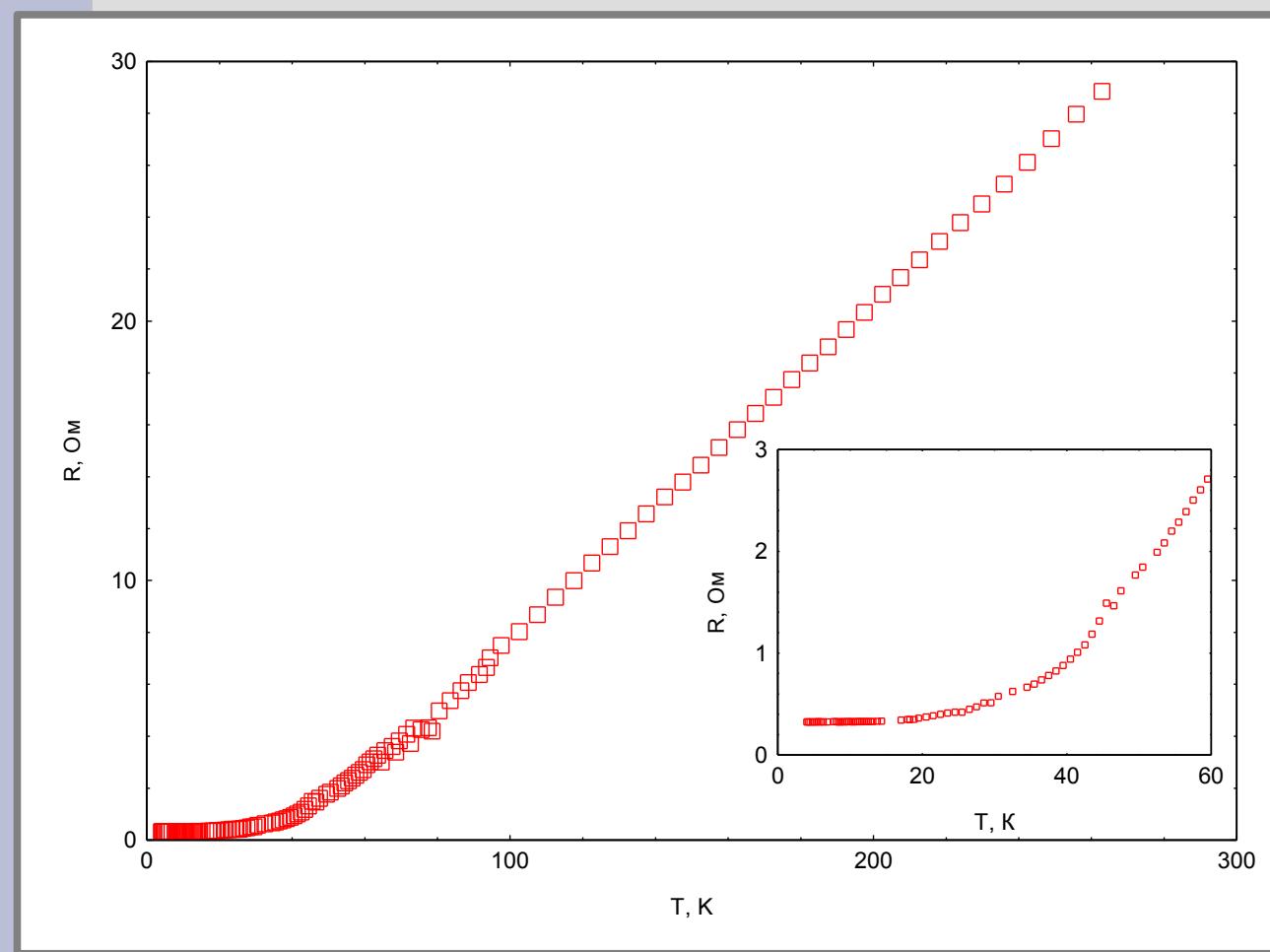
$$\rho(T) = A + B T^5$$

Закон Т⁵: Роль открытых ферми-поверхностей

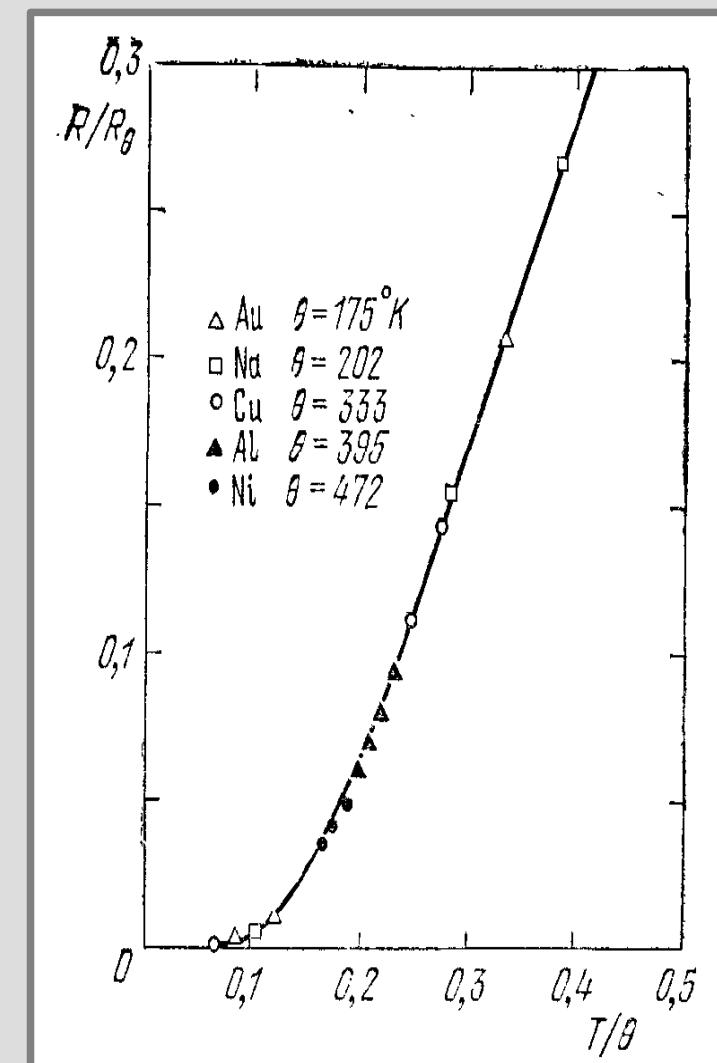


модель ферми-поверхности меди

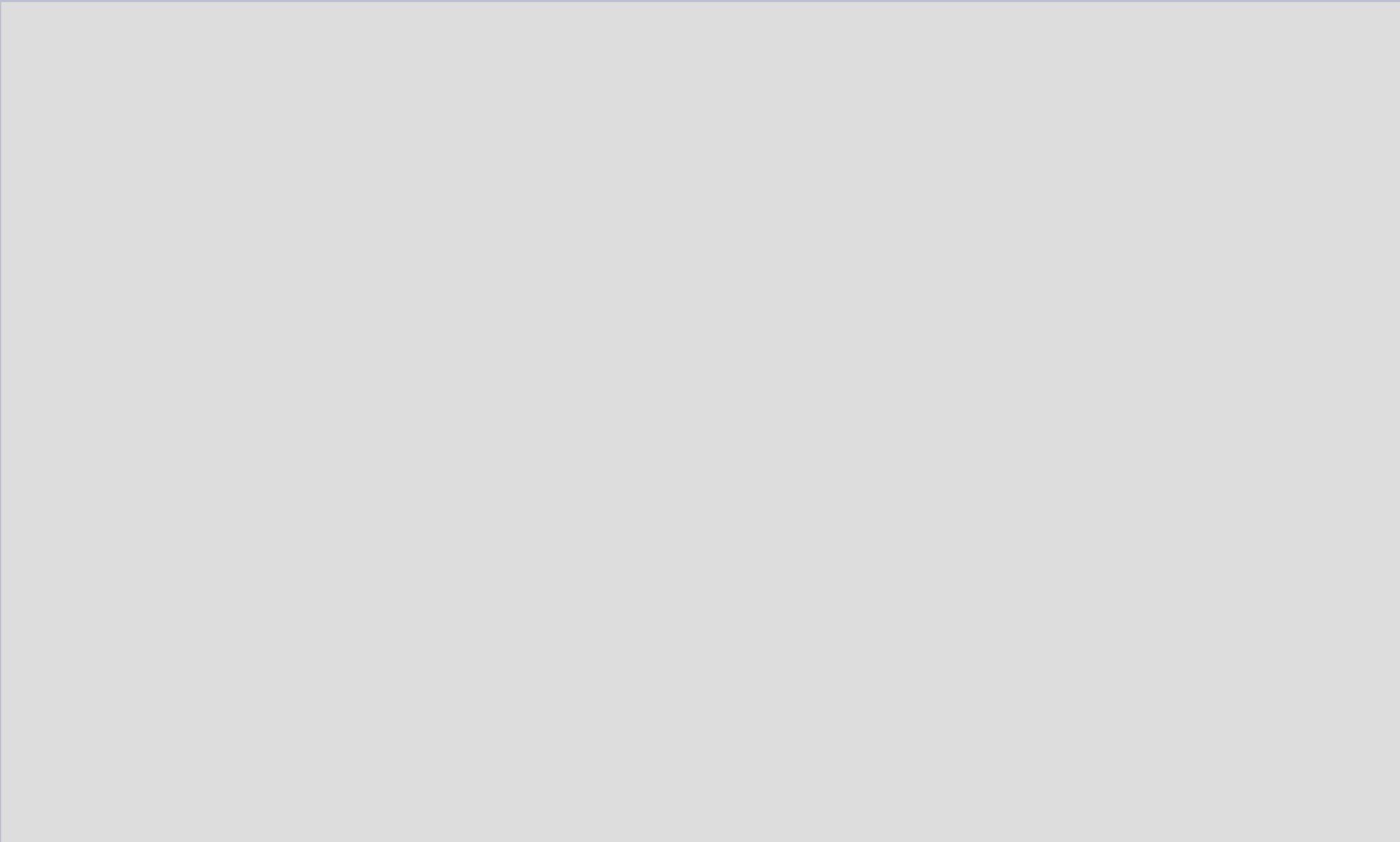
Зависимость сопротивления от температуры. Эксперимент.



Пример зависимости сопротивления образца технической меди (проволока 0.15 мм) от температуры.
Данные автора.



Ч.Киттель, Введение в физику твёрдого тела.



Часть 4. Закон Видемана-Франца

Закон Видемана-Франца

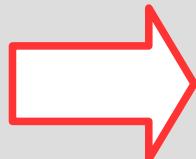
$$\kappa = \frac{1}{3} C^{(V)} \tau \langle V^2 \rangle \simeq$$
$$\simeq \frac{\pi^2}{6} n \frac{T}{E_F} V_F^2 \tau =$$
$$= \frac{\pi^2}{3} \frac{n T \tau}{m}$$

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m}$$

Закон Видемана-Франца

$$\kappa = \frac{1}{3} C^{(V)} \tau \langle V^2 \rangle \simeq$$
$$\simeq \frac{\pi^2}{6} n \frac{T}{E_F} V_F^2 \tau =$$
$$= \frac{\pi^2}{3} \frac{n T \tau}{m}$$

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m}$$



$$\frac{\kappa}{\sigma} = \frac{\pi^2}{3} \frac{(k_B T)}{e^2} =$$
$$= T \times \left(2.45 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт} \cdot \text{Ом}}{\text{К}^2} \right)$$

Закон Видемана-Франца

$$\frac{\kappa}{\sigma T} = L = 2.45 \cdot 10^{-8} \frac{Bt \cdot Om}{K^2}$$

постоянная
Лоренца

Металл	$L \times 10^8$, $\frac{Bm \cdot Om}{K^2}$		Металл	$L \times 10^8$, $\frac{Bm \cdot Om}{K^2}$	
	0 °C	100 °C		0 °C	100 °C
Ag	2.31	2.37	Pb	2.47	2.56
Au	2.35	2.40	Pt	2.51	2.60
Cd	2.42	2.43	Sn	2.52	2.49
Cu	2.23	2.33	W	3.04	3.20
Ir	2.49	2.49	Zn	2.31	2.33
Mo	2.61	2.79			

Применимость закона Видемана-Франца

$$\kappa = \frac{\pi^2}{3} \frac{n T \tau}{m}$$

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m}$$

Применимость закона Видемана-Франца

$$\kappa = \frac{\pi^2}{3} \frac{n T \tau}{m}$$

Однаковые ли
времена?

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m}$$

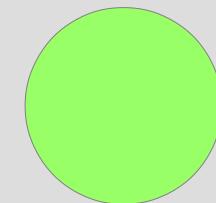
Применимость закона Видемана-Франца

$$\kappa = \frac{\pi^2}{3} \frac{n T \tau}{m}$$

Однаковые ли
времена?

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m}$$

$T \rightarrow 0$ рассеяние на
примесях



Применимость закона Видемана-Франца

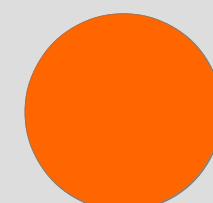
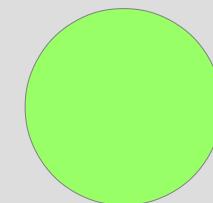
$$\kappa = \frac{\pi^2}{3} \frac{n T \tau}{m}$$

Однаковые ли времена?

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m}$$

$T \rightarrow 0$ рассеяние на примесях

$T \ll \Theta$ рассеяние на фононах



Применимость закона Видемана-Франца

$$\kappa = \frac{\pi^2}{3} \frac{n T \tau}{m}$$

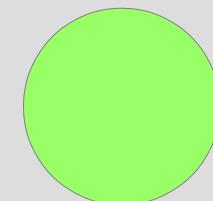
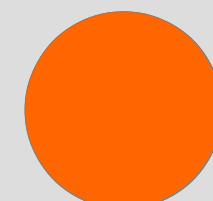
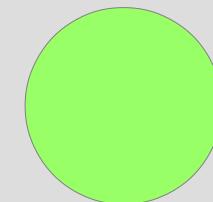
Однаковые ли времена?

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m}$$

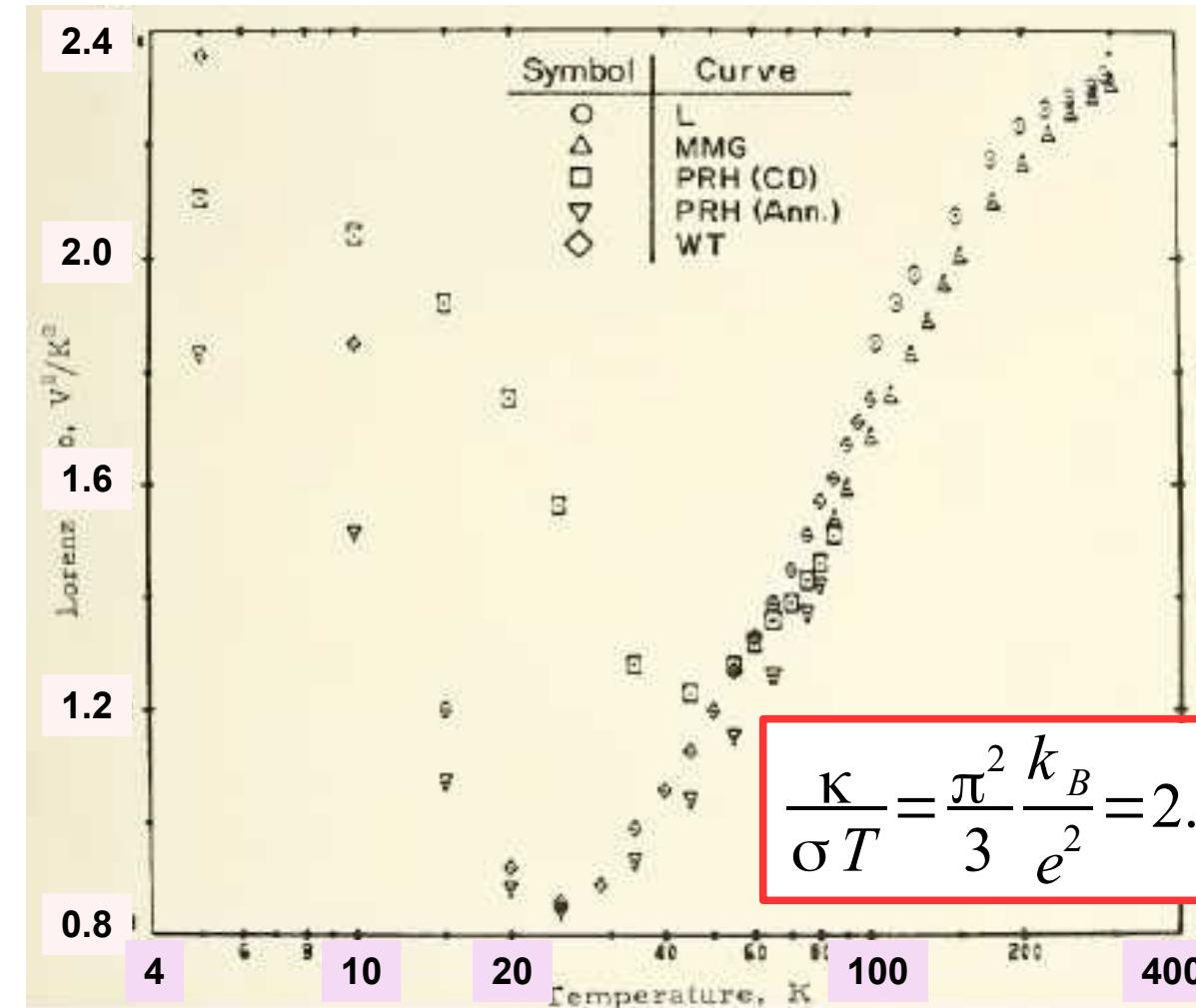
$T \rightarrow 0$ рассеяние на примесях

$T \ll \Theta$ рассеяние на фононах

$T \gg \Theta$ рассеяние на фононах



Закон Видемана-Франца.



$$\frac{\kappa}{\sigma T} = \frac{\pi^2}{3} \frac{k_B}{e^2} = 2.45 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}\cdot\text{Ом}}{\text{К}^2}$$

Основное на лекции



Процессы переноса в твёрдых телах последовательно описываются «на языке квазичастиц»: фононов и электронов

