Неделя №12
Низкоразмерные электронные системы

Драчов Ярослав
Факультет общей и прикладной физики МФТИ

9 мая 2021 г.

4.48.

Решение. Расстояние между уровнями энергии в яме с бесконечными стенками с шириной, равной толщине плёнки $\Delta E = \frac{3\hbar^2\pi^2}{2md^2}$. Рассеяние для продольного движения приведёт к уширению уровней на величину порядка

$$\frac{\hbar}{\tau} = \hbar\frac{V_F}{l},$$

где τ — время пробега, а l — длина пробега (это соотношение неопределённости для энергии). Для оценки приравниваем эти выражения

$$\Delta E \simeq \hbar\frac{V_F}{l}\frac{\hbar}{l}\sqrt{\frac{2E_F}{m}}.$$

$$l \simeq \frac{2md^2}{3\hbar\pi^2}\sqrt{\frac{2E_F}{m}} = 5{,}8\cdot 10^{-6}\ \text{см}.$$

4.30.

Решение.

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}.$$

$$R_{sq} = \rho\frac{L}{Ld} = \frac{1}{\sigma d} = \frac{m}{dne^2\tau} = \frac{m}{n_s e^2\tau},$$

где n_s — поверхностная плотность.

$$R_{sq} = \frac{mV_F}{n_s e^2 l} = \frac{p_F}{n_s e^2 l} = \frac{\sqrt{2\pi n_s}\hbar}{n_s e^2 l}.$$

Если длина пробега равна межатомному расстоянию и 1 электрон на атом, то $l = a$ и $n_s = 1/a^2$ в результате параметр решётки сокращается и

$$R_{sq} = \frac{\hbar}{e^2}\sqrt{2\pi} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{h}{e^2} \approx 10{,}3\ \text{кОм}.$$

T12-3.

Решение. Переменное поле заставляет электроны колебаться, при этом переменная деформация поверхности излучает риплоны. Резонанс возникает, если риплоны излучённые разными центрами будут генерироваться в фазе. Это означает, что на характерном межэлектронном расстоянии должна укладываться длина волны риплона, для оценки деталями устройства решётки не интересуемся. Т. е. задача становится эквивалентна двумерной решётке излучателей.

Если a — характерное расстояние, то условие резонанса (оценочно)

$$n \simeq \frac{1}{a^2} \simeq \frac{k^2}{(2\pi)^2} = \frac{1}{(2\pi)^2}\left(\frac{\rho\omega^2}{\sigma}\right)^{\frac{2}{3}} \simeq 1{,}5 \cdot 10^9 1/\text{см}^2.$$

T12-4.

Решение. Для GaAs циклотронное расщепление 1,72 мэВ/Тл, зеемановское расщепление 0,44·0,06 мэВ/Тл, т. е. примерно 0,03 мэВ/Тл (в 57 раз меньше циклотроннго).

Вообще говоря, оба упомянутых расщепления уровней энергии (циклотроное $\hbar\omega_c$ и спиновое $g\mu_B B$) пропорциональны магнитному полю, поэтому не сравняются никогда. Однако, ситуация равных расщеплений (и соответствующей перестройки систематики уровней энергии) возможна в наклонных магнитных полях, т. к. зеемановское расщепление определяется полным полем, а циклотронное — лишь компонентой, перпендикулярной плоскости образца.

Таким образом, сравняются эти расщепления при наклоне поля по отношению к нормали к образцу на угол arccos(1/57), т. е. 89 градусов.

T12-5.

Решение. У уровней Ландау есть конечное вырождение. Оно может быть оценено из тех соображений, что магнитная длина $l = \sqrt{\frac{hc}{2\pi eB}}$ задаёт среднее расстояние между электронами в магнитном поле, т. е. на один электрон приходится площадь $\sim l^2$ (точное значение $2\pi l^2$).

Соответственно, вырождение уровня Ландау есть обратная величина $N_L = \frac{1}{2\pi l^2} = \frac{eB}{hc}$, в числах: $(2{,}418 \cdot 10^1 0B)$ 1/см^2 (поле B — в теслах).

Осталось определить фактор заполнения. Поскольку холловское сопротивление квантуется с квантом 25812 Ом, то значение 12,9 кОм соответствует фактору заполнения $n = 2$. Значит, если заполнено 2 уровня Ландау в поле 10 Тл, а число электронов на одном уровне на единицу площади есть $2{,}418 \cdot 10^{11}$ 1/см^2 то полная концентрация N_s электронов в образце есть $4{,}8 \cdot 10^{11}$ 1/см^2.

T12-6.

Решение. В обычном проводнике расстояние между уровнями Ландау задаётся циклотронной частотой $E = \hbar\omega_c(n + 1/2)$, где циклотронная частота $\omega_c = \frac{|e|B}{mc}$ зависит от эффективной массы. В графене спектр электронов релятивистский — эффективная масса равна нулю.

Характерный масштаб можно найти пользуясь соображениями размерности. Характерная частота должна зависеть от:

1. Параметров спектра, т. е. скорости Ферми c^*

2. Магнитного поля, которое во все уравнения входит как B/c

3. Заряда электрона $|e|$

4. Постоянной Планка $\hbar$

Стандартно подбирая степени получаем

$$\omega_c \sim \sqrt{\frac{eB}{\hbar c}} c^*.$$

Это задаёт масштаб энергии

$$\Delta E = \hbar\omega_c \sim \sqrt{\frac{\hbar eB}{c}} c^* \simeq 1000 \text{ K}.$$