

Задание 3

Драчов Ярослав
Факультет общей и прикладной физики МФТИ

17 декабря 2020 г.

Задача 1

Рассмотрим единичную окружность S^1 на комплексной плоскости и отображение

$$f: S^1 \rightarrow S^1, \quad z \mapsto z^2.$$

Две точки x, y в S^1 будут иметь один и тот же образ под действием f тогда и только тогда, когда $x = \pm y$. Поэтому f индуцирует биективное и непрерывное отображение

$$f: S^1 / \pm 1 \rightarrow S^1,$$

то есть гомеоморфизм. Следовательно \mathbb{RP}^1 гомотопически эквивалентно S^1 , а значит фундаментальные группы у них совпадают. Тогда $\pi_1(\mathbb{RP}^1) = \mathbb{Z}$.