

Неделя №6

Объёмные полупроводники

Драчов Ярослав
Факультет общей и прикладной физики МФТИ

25 марта 2021 г.

4.7.

Решение. Договоримся отсчитывать химпотенциал от дна зоны проводимости. Раз полупроводник собственный — будет электронейтральность и число электронов будет равно числу дырок: $n_e = n_h$.

Когда $\Delta \gg T$, уровень химпотенциала лежит внутри щели и числа заполнения для электронов и дырок $\langle n \rangle \ll 1$, так что можно пренебречь 1 в знаменателе распределения Ферми. Это даёт:

$$n_h = 2 \left(\frac{m_h T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} e^{(\mu+\Delta)/T}.$$

$$n_e = 2 \left(\frac{m_e T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} e^{-\mu/T}.$$

Приравнивая две концентрации и сокращая, получаем:

$$\left(\frac{m_e}{m_h} \right)^{3/2} = e^{(2\mu+\Delta)/T}.$$

Это даёт ответ:

$$\mu = -\frac{\Delta}{2} + 0,75T \ln \frac{m_h}{m_e}.$$

Обсудим этот ответ. При низких температурах химпотенциал находится посередине щели. Это объясняется тем, что электронные и дырочные возбуждения могут родиться только парами и являются равновыгодными. При повышении температуры, если масса дырок больше, то химпотенциал едет в электронную сторону, если больше масса электронов — наоборот. Это связано с тем, что чем больше масса, тем больше плотность состояний, и чтобы удовлетворить равенству концентраций, необходимо, при прочих равных условиях, сдвинуть химпотенциал дальше от носителей с большей массой.

Надо заметить, что, при наличии сколь угодно малого количества легирующей примеси одного типа, ситуация при низких температурах изменится: химпотенциал при $T = 0$ окажется посередине между примесным уровнем и соответствующей зоной (зоной проводимости для донорной примеси и валентной зоной для акцепторной).

Т6-1.

Решение. Так как длина волны видимого света много больше межатомного расстояния, то импульс такого фотона много меньше бриллюэновского. Это означает, что при поглощении фотона видимого света электрон в кристалле переходит между разрешёнными состояниями «вертикально» — практически без изменения своего квазиимпульса.

Соответственно, в непрямозонном полупроводнике при поглощении фотона переход электрона с потолка валентной зоны на дно зоны проводимости возможен только с поглощением или излучением дополнительного фонона, такие процессы менее вероятны, чем прямые переходы из неэкстремального положения в валентной зоне в неэкстремальное положение в зоне проводимости. Процесс с поглощением фонона дополнительно запрещён низкими температурами (фононов мало).

Для поиска минимальной энергии фотона, с которой такие вертикальные переходы становятся разрешёнными, рассмотрим разность энергий электрона в валентной зоне и зоне проводимости вдоль прямой, соединяющей экстремумы в k -пространстве. Ноль отсчёта импульса поместим на потолок валентной зоны, если δ — расстояние в k -пространстве между экстремумами и ξ — координата точки, то

$$E(\xi) = \frac{\hbar^2 (\delta - \xi)^2}{2m} + \Delta + \frac{\hbar^2 \xi^2}{2m}.$$

Ищем минимум, он достигается при $\xi = \delta/2$ и равен

$$E_{\min} = \Delta + \frac{\hbar^2 \delta^2}{4m}.$$

Откуда

$$\delta^2 = \frac{4m}{\hbar^2} (E - \Delta).$$

4.50.

Решение. Вопрос этой задачи можно переформулировать так: при каких концентрациях примеси легирование нельзя считать слабым? При повышении концентрации примеси электроны начинают чувствовать не только потенциал своего донора, но и соседних. Это становится существенным, когда характерное расстояние между примесями становится меньше удвоенного боровского радиуса. При этом мы будем подразумевать, что длина экранирования будет большой по сравнению с межпримесным расстоянием, чтоб считать потенциал взаимодействия электрона и примеси кулоновским.

Поиску боровского радиуса в InSb была посвящена задача 4.2. Ответ там примерно 60 нм ($a_B^* = \frac{\epsilon \hbar^2}{m^* e^2} = a_B \epsilon m / m^*$). Приравнивая $n_{\text{donors}} = (2a_B)^{-3}$ находим искомую концентрацию $n = 5,8 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$.

По полупроводниковым меркам это очень маленькая концентрация: концентрация атомов в твёрдом теле $\sim 10^{23} \text{ см}^{-3}$, то есть речь идёт об относительной концентрации примесей на уровне 10^{-8} . В кремнии, например, из-за большей эффективной массы эта величина будет на 4 порядка больше. Данный ответ показывает насколько сложно работать с узкозонными полупроводниками (в которых малая эффективная масса): даже маленькое количество примеси может привести к образованию примесной зоны.

4.12.

Решение. Из-за электронейтральности концентрации (а значит и p_F) электронов (n_e) и дырок (n_h) равны между собой. Будем для простоты считать температуру нулевой. Тогда перекрытие зон равно сумме энергии Ферми электронов (отсчитанной от дна зоны проводимости) и дырок (отсчитанной от потолка валентной зоны).

Пользуясь тем, что $p_F = \hbar(3\pi^2 n)^{1/3}$, запишем

$$\frac{1}{2}\hbar^2 (3\pi^2 n)^{2/3} \left(\frac{1}{m_e} + \frac{1}{m_h} \right) = \Delta E.$$

Отсюда напрямую получаем

$$n = \left(2\Delta E \frac{m_e m_h}{m_e + m_h} \right)^{3/2} \frac{1}{3\pi^2 \hbar^2} = 9,3 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}.$$

Энергии Ферми делят перекрытие зон обратно пропорционально массам, соответственно $E_{F,e} = 0,015 \text{ эВ}$, $E_{F,h} = 0,025 \text{ эВ}$.