

Домашнее задание по интегрируемым иерархиям

Драчов Ярослав
Факультет общей и прикладной физики МФТИ

17 февраля 2021 г.

Упражнение 1.2.

Решение.

$$\begin{aligned} H_3 &= \frac{1}{3} \sum_{i,j,k} L_{ij} L_{jk} L_{ki} = \\ &= \frac{1}{3} \sum_{i=1}^N \sum_{j,k} L_{ij} L_{jk} L_{ki} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^N L_{ij} L_{jj} L_{ji} + \sum_{j \neq k} L_{ij} L_{jk} L_{ki} \right) = \\ &= \frac{1}{3} \sum_{i,j} L_{jj} L_{ij} L_{ji} + \frac{1}{3} \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq k} L_{ij} L_{jk} L_{ki} = \\ &= \sum_{i=1}^N L_{ii}^3 + \frac{1}{3} \sum_{i \neq j}^N L_{jj} L_{ij} L_{ji} + \frac{1}{3} \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j < k} L_{ij} L_{jk} L_{ki} + \sum_{j > k} L_{ij} L_{jk} L_{ki} \right) = \\ &= \sum_{i=1}^N L_{ii}^3 + \frac{1}{3} \sum_{i < j}^N L_{jj} L_{ij} L_{ji} + \frac{1}{3} \sum_{i > j}^N L_{jj} L_{ij} L_{ji} + \\ &\quad + \frac{1}{3} \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j < k} L_{ij} L_{jk} L_{ki} + \sum_{j > k} L_{ij} L_{jk} L_{ki} \right) = \\ &= \sum_{i=1}^N L_{ii}^3 + \frac{1}{3} \sum_{i < j}^N L_{jj} L_{ij} L_{ji} + \frac{1}{3} \sum_{i > j}^N L_{ii} L_{ji} L_{ij} + \\ &\quad + \frac{1}{3} \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j < k} L_{ij} L_{jk} L_{ki} + \sum_{j > k} L_{ij} L_{jk} L_{ki} \right) = . \end{aligned}$$