

Лекция №2

Драчев Ярослав
Факультет общей и прикладной физики МФТИ

13 февраля 2021 г.

Явные методы Рунге-Кутты

$$\mathcal{L}u = f(x, u).$$

$$Ly = F(x, y).$$

$$u_{n+1} = u_n + \underbrace{u'_n h + \frac{1}{2} u''_n h^2 + \dots}_{y_n}$$

$$u' = f(x, u) \rightarrow u'_n = f_n.$$

$$u''_n = \left. \frac{d}{dx}(u') \right|_{x=x_n} = \left. \frac{d}{dx}(f(x, u)) \right|_{x=x_n} = f'_x + f'_u u' = (f'_x + f'_u f)|_{x=x_n}.$$

$$u''_n = \frac{d}{d}(f'_x + f'_u f) = f''_{xx} + f''_{xu} f + f''_{xu} f + f''_{uu} f^2 + f'_u f'_x + (f'_u)^2 f.$$

ЯМРК с числом стадий, равным s и определяющими k -ми метода

$$c_2, a_{21}$$

$$c_3, a_{31}, a_{32}$$

$$\dots$$

$$c_s, a_{s1}, a_{s2}, \dots, a_{ss-1}$$

$$b_1, b_2, \dots, b_s$$

Называется метод вида:

$$k_1 = f(x_n, y_n)$$

$$\dots$$

$$u_{n+1} = u_n + f_n h + \frac{1}{2} (f'_x + f'_u f)_n h^2 + O(h^2).$$

Определение. ЯМРК имеет порядок аппроксимации p , если $\|u_{n+1} - y_{n+1}\| = O(h^{p+1})$, если $u_n = y_n$

До этого $\|r_h\| \leq Ch^p$

$$k_1 = f(x_n, y_n)$$

$$k_2 = f(x_n + c_2 h, y_n + h c_{21} f_n)$$

$$k_3 = f(x_n + c_3 h, y_n + h(a_{31} f_n + a_{32} f(x_n))).$$

ЯМРК с $s = 2$