

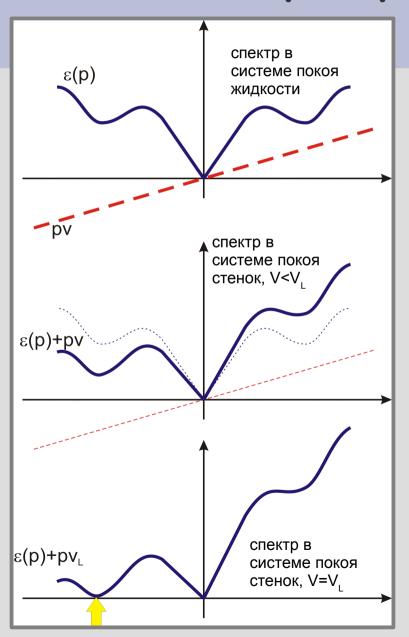
Квантовая макрофизика.

Лекция 9:

Электродинамика сверхпроводников. Основы микроскопики сверхпроводников. Сверхпроводники II рода.

Часть 1. Воспоминания о сверхтекучести

Критерий Ландау.

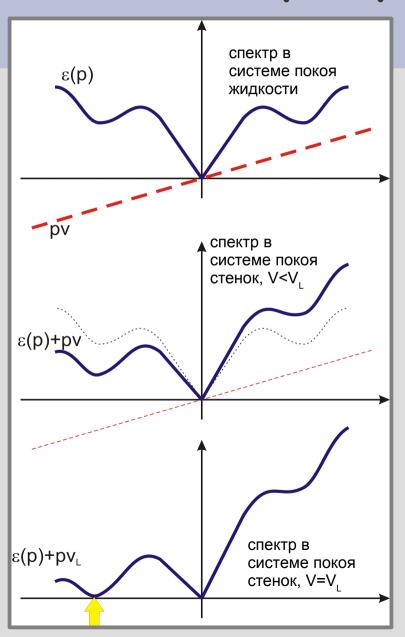


$$\varepsilon' = \varepsilon + \vec{p} \cdot \vec{V}$$

$$n(\varepsilon') = \frac{1}{e^{\varepsilon'/T} - 1}$$

В отсутствие квазичастиц сверхтекучая жидкость движется как целое. Квазичастица описывает отличие от основного состояния (покоя или движения как целое).

Критерий Ландау.



$$\varepsilon' = \varepsilon + \vec{p} \cdot \vec{V}$$

$$n(\varepsilon') = \frac{1}{e^{\varepsilon'/T} - 1}$$

В отсутствие квазичастиц сверхтекучая жидкость движется как целое. Квазичастица

ОПИС

Возникновение квазичастиц с р≈-р₀ означает увлечение части жидкости против направления движения, то есть появление вязкого трения.

Фаза волновой функции сверхтекучего «конденсата»

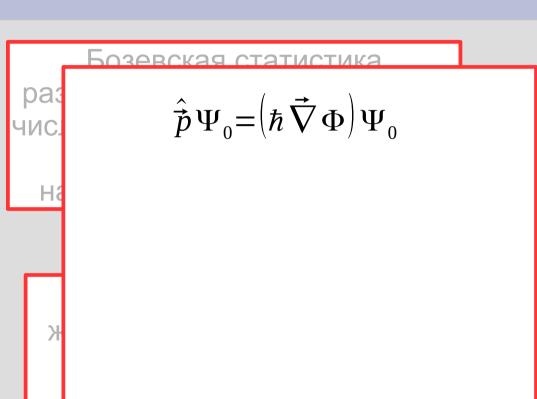
Бозевская статистика разрешает макроскопическому числу частиц собраться в одном квантовом состоянии с наименьшей (T=0) энергией.

Частицы квантовой жидкости делокализованы, плотность вероятности постоянна — поэтому от координаты зависит только фаза волновой функции основного состояния.

волновая функция частицы

$$\Psi_0 = \sqrt{N_0} e^{i\Phi}$$

Фаза волновой функции сверхтекучего «конденсата»

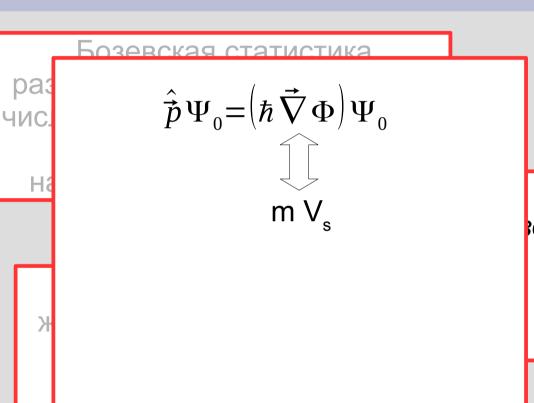


олновая функция частицы

$$\Psi_0 = \sqrt{N_0} e^{i\Phi}$$

основного состояния.

Фаза волновой функции сверхтекучего «конденсата»



олновая функция частицы

$$\Psi_0 = \sqrt{N_0} e^{i\Phi}$$

основного состояния.

Фаза волновой функции сверхтекучего «конденсата»

Бозевская статистика

$$\hat{\vec{p}} \Psi_0 = (\hbar \vec{\nabla} \Phi) \Psi_0$$

$$m V$$

$$\vec{V}_{s} = \frac{\hbar}{m} \vec{\nabla} \Phi$$

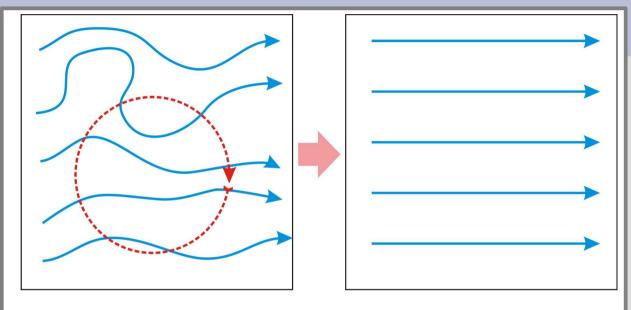
$$\vec{\nabla} \vec{V}_{s} d \vec{l} = \frac{\hbar}{m} \oint \vec{\nabla} \Phi d \vec{l} = \frac{\hbar}{m} 2 \pi n$$

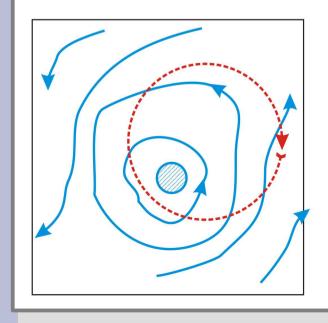
основного состояния.

олновая функция частицы

$$\Psi_0 = \sqrt{N_0} e^{i\Phi}$$

Вихрь в сверхтекучей жидкости как топологический дефект.



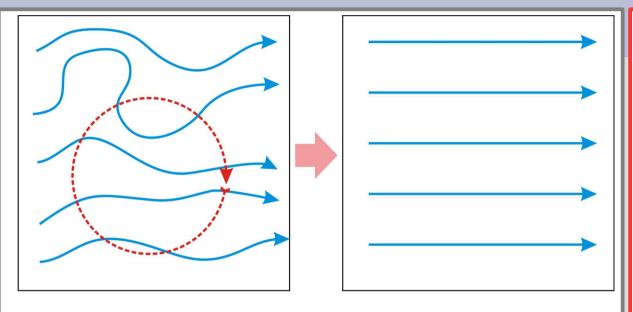


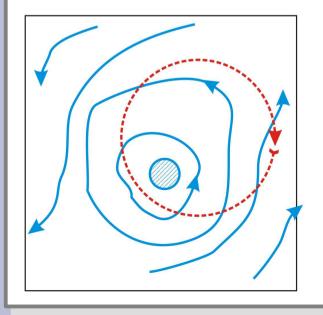
$$K = \int \frac{\rho_s V_s^2}{2} dV$$

$$\vec{V}_s = \frac{\hbar}{m} \vec{\nabla} \Phi$$

$$\oint \vec{V}_s d\vec{l} = \frac{\hbar}{m} 2\pi n$$

Вихрь в сверхтекучей жидкости как топологический дефект.





$$K = \int \frac{\rho_s V_s^2}{2} dV$$

$$\vec{V}_s = \frac{\hbar}{m} \vec{\nabla} \Phi$$

$$\oint \vec{V}_s d\vec{l} = \frac{\hbar}{m} 2\pi n$$

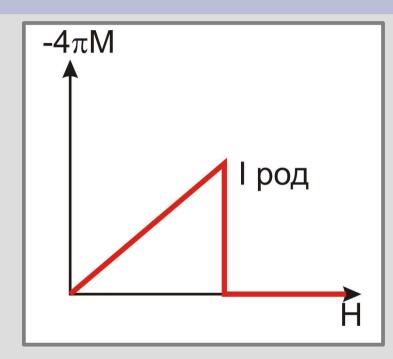
Хотя вихревое состояние и не выгодно по энергии оно защищено от произвольного «распада», есть топологический заряд и его «закон сохранения»



Часть 2. Уравнения Лондонов

Связь свободной энергии сверхпроводника с полем разрушения сверхпроводимости.

Сверхпроводник первого рода идеальный диамагнетик вплоть до поля разрушения сверхпроводимости.



$$F_s(H,T) = F_s(H=0,T) + \frac{1}{8\pi}H^2 = F_{s0}(T) + \frac{1}{8\pi}H^2$$

двухжидкостная модель+ модель свободных электронов:

$$n = n_n + n_s$$

двухжидкостная модель+ модель свободных электронов:

$$n = n_n + n_s$$

$$\vec{j}_s = -e \, n_s \vec{V}_s$$

$$m \frac{d \, \vec{V}_s}{d \, t} = -e \, \vec{E}$$

$$\frac{d \, \vec{j}_s}{d \, t} = \frac{n_s e^2}{m} \, \vec{E}$$

двухжидкостная модель+ модель свободных электронов:

$$n = n_n + n_s$$

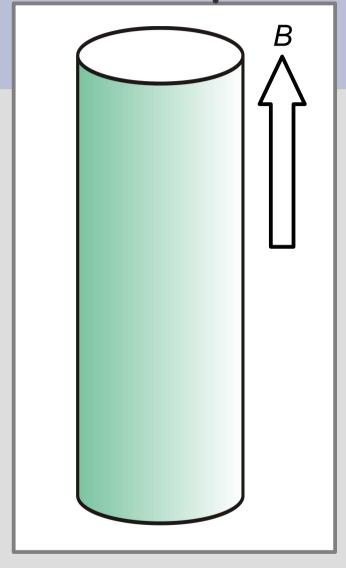
$$\vec{j}_s = -e \, n_s \vec{V}_s$$
 $m \frac{d \, \vec{V}_s}{d \, t} = -e \, \vec{E}$
 $\frac{d \, \vec{j}_s}{d \, t} = \frac{n_s e^2}{m} \vec{E}$
Первое
уравнение
Лондонов

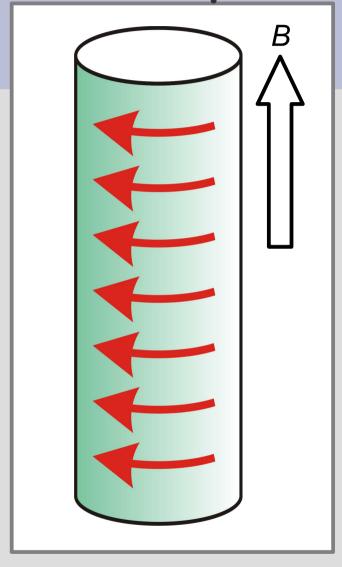
двухжидкостная модель+ модель свободных электронов:

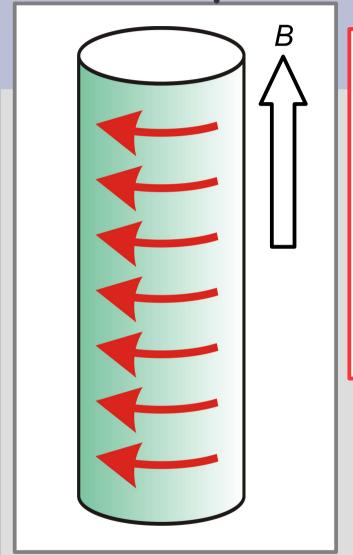
$$n = n_n + n_s$$

 \vec{j}_s В стационарных условиях напряжённость электрического поля внутри сверхпроводника равна нулю

$$\frac{d\vec{j}_s}{dt} = \frac{n_s e^2}{m} \vec{E}$$
 Первое уравнение Лондонов

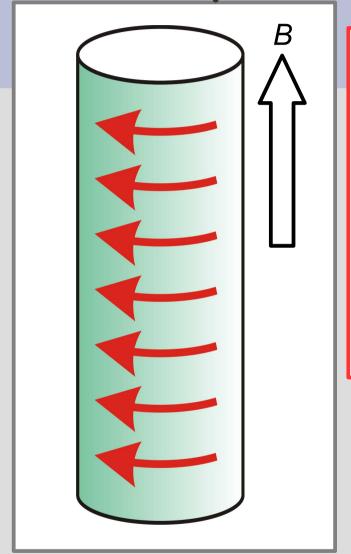






$$rot \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}_s$$

$$W_{\kappa u H} = n_s \frac{m V_s^2}{2} = \frac{m}{2e^2 n_s} j_s^2$$

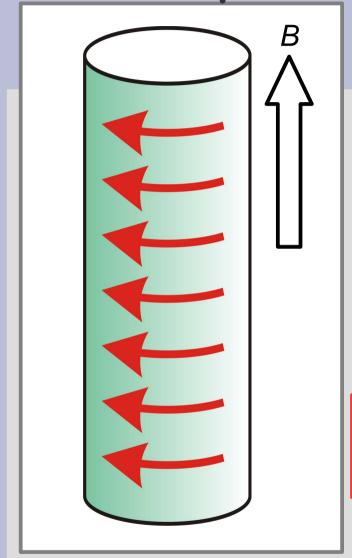


$$rot \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}_s$$

$$W_{\kappa u H} = n_s \frac{m V_s^2}{2} = \frac{m}{2 e^2 n_s} j_s^2$$

$$W_{\kappa u H} = \frac{\lambda^2}{8\pi} (rot \vec{H})^2$$

$$\lambda^2 = \frac{m c^2}{4\pi n_s e^2}$$



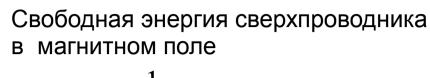
$$rot \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}_s$$

$$W_{\text{KUH}} = n_s \frac{m V_s^2}{2} = \frac{m}{2e^2 n_s} j_s^2$$

$$W_{\text{KUH}} = \frac{\lambda^2}{8\pi} (rot \vec{H})^2$$

$$\lambda^2 = \frac{mc^2}{4\pi n_s e^2}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{m c^2}{4 \pi n_s e^2}} \sim \sqrt{\frac{m c^2}{Ry}} \frac{1}{\sqrt{n_s a_0}} \sim 10^{-5} \text{ cm} = 100 \text{ HM}$$



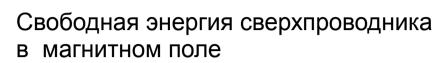
$$F_{s} = F_{s0} + \frac{1}{8\pi} \int \left(H^{2} + \lambda^{2} rot^{2} \vec{H}\right) dV$$

$$W_{\kappa u \mu} = \frac{\lambda^2}{8\pi} (rot \vec{H})^2$$
$$\lambda^2 = \frac{mc^2}{4\pi n_s e^2}$$

$$\lambda^2 = \frac{mc^2}{4\pi n_s e^2}$$



Эффект Мейснера



$$F_s = F_{s0} + \frac{1}{8\pi} \int \left(H^2 + \lambda^2 rot^2 \vec{H} \right) dV$$

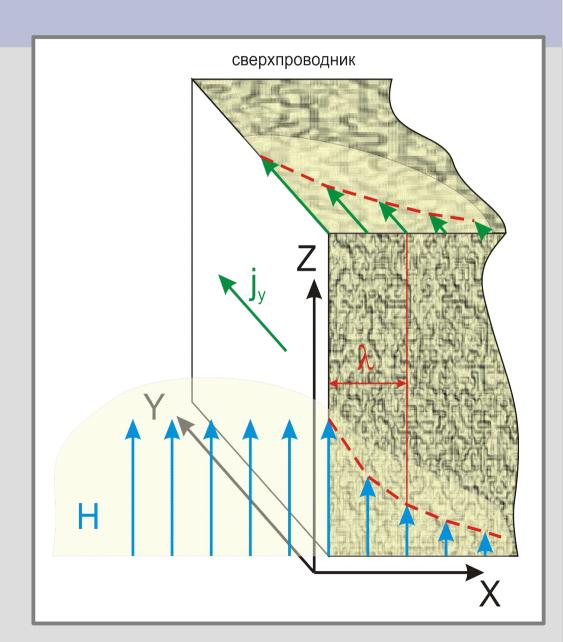
$$\vec{H} + \lambda^2 rot rot \vec{H} = 0$$

Второе уравнение Лондонов

Проникновение поля в сверхпроводник.

$$\vec{H} + \lambda^2 rot rot \vec{H} = 0$$
OZ: $H_z - \lambda^2 \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = 0$

$$H_z(x) = H_z(0) e^{-x/\lambda}$$

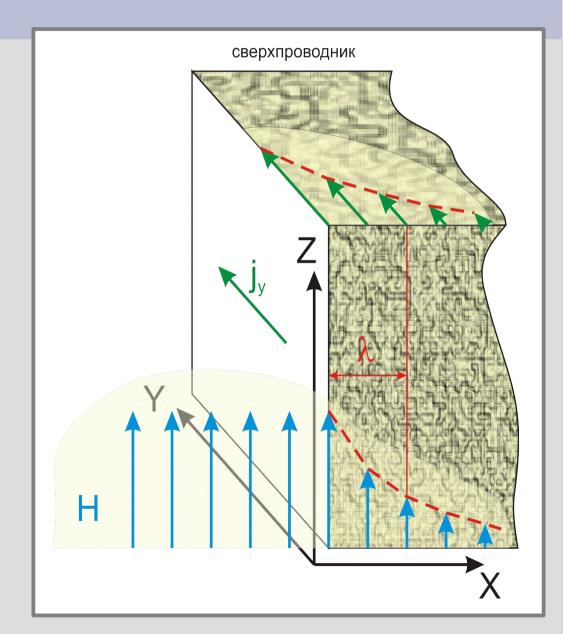


Проникновение поля в сверхпроводник.

$$\vec{H} + \lambda^2 rot rot \vec{H} = 0$$
OZ: $H_z - \lambda^2 \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = 0$

$$H_z(x) = H_z(0) e^{-x/\lambda}$$

$$j_{y}(x) = -\frac{c}{4\pi} \frac{\partial H_{z}}{\partial x} = j_{0} e^{-x/\lambda}$$





Часть 3. Квантовое обобщение уравнения Лондонов. Квантование потока.

Квантовое обобщение уравнения Лондонов.

... Пусть при T=0 по каким-то причинам макроскопически большое количество электронов оказывается в одном состоянии...

$$\Psi(r) = C \sqrt{n_s} e^{i \Theta(\vec{r})}$$

Квантовое обобщение уравнения Лондонов.

... Пусть при Т=0 по каким-то причинам макроскопически большое количество электронов оказывается в одном состоянии...

$$\Psi(r) = C\sqrt{n_s}e^{i\Theta(\vec{r})}$$

в магнитном поле

$$\vec{p} = \mu \vec{V}_s - \frac{q}{c} \vec{A}$$

$$\vec{p} = \mu \vec{V}_s - \frac{q}{c} \vec{A}$$

$$\hat{\vec{p}} \Psi = (\hbar \vec{\nabla} \Theta) \Psi$$

Квантовое обобщение уравнения Лондонов.

... Пусть при Т=0 по каким-то причинам макроскопически большое количество электронов оказывается в одном состоянии...

$$\Psi(r) = C \sqrt{n_s} e^{i \Theta(\vec{r})}$$

в магнитном поле

$$\vec{p} = \mu \vec{V}_s - \frac{q}{c} \vec{A}$$

$$\vec{p} = \mu \vec{V}_s - \frac{q}{c} \vec{A}$$

$$\hat{\vec{p}} \Psi = (\hbar \vec{\nabla} \Theta) \Psi$$

$$\overrightarrow{V}_{s} = \frac{\hbar}{\mu} \overrightarrow{\nabla} \Theta + \frac{q}{\mu} \overrightarrow{A}$$

Квантовое обобщение уравнения Лондонов.

... Пусть при Т=0 по каким-то причинам макроскопически большое количество электронов оказывается в одном состоянии...

$$\Psi(r) = C \sqrt{n_s} e^{i \Theta(\vec{r})}$$

в магнитном поле

$$\vec{p} = \mu \vec{V}_s - \frac{q}{c} \vec{A}$$

$$\hat{\vec{p}} \Psi = (\hbar \vec{\nabla} \Theta) \Psi$$

$$\vec{p} = \mu \vec{V}_s - \frac{q}{c} \vec{A}$$

$$\hat{p} \Psi = (\hbar \vec{\nabla} \Theta) \Psi$$

$$\vec{p} = (\hbar \vec{\nabla} \Theta) \Psi$$

$$\vec{p} = (\hbar \vec{\nabla} \Theta) \Psi$$

$$\vec{p} = (\hbar \vec{\nabla} \Theta) \Psi$$

$$\vec{j}_{s} = -nq \vec{V}_{s} = -\frac{c}{4\pi\lambda^{2}} \left(\vec{A} + \frac{\Phi_{0}}{2\pi} \vec{\nabla} \Theta \right), \quad \Phi_{0} = \frac{2\pi\hbar c}{q}$$

$$\frac{4\pi}{c} \vec{j}_{s} = rot \vec{H} = rot rot \vec{A}$$

Квантовое обобщение уравнения Лондонов.

... Пусть при T=0 по каким-то причинам макроскопически большое количество электронов оказывается в одном состоянии...

$$\Psi(r) = C \sqrt{n_s} e^{i \Theta(\vec{r})}$$

в магнитном поле

$$\vec{p} = \mu \vec{V}_s - \frac{q}{c} \vec{A}$$

$$\hat{\vec{p}}\Psi = t\vec{\nabla}\Theta\Psi$$

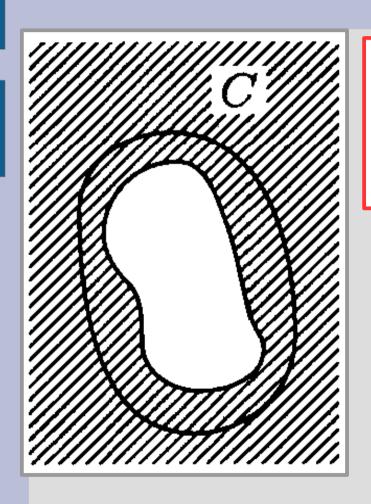
$$\overrightarrow{V}_{s} = \frac{\hbar}{\mu} \overrightarrow{\nabla} \Theta + \frac{q}{\mu} \overrightarrow{A}$$

$$\lambda^2 rot rot \vec{A} + \vec{A} = -\frac{\Phi_0}{2\pi} \vec{\nabla} \Theta$$

$$\vec{j}_{s} = -nq \vec{V}_{s} = -\frac{c}{4\pi\lambda^{2}} \left(\vec{A} + \frac{\Phi_{0}}{2\pi} \nabla \Theta \right), \quad \Phi_{0} = \frac{2\pi nc}{q}$$

$$\frac{4\pi}{c} \vec{j}_{s} = rot \vec{H} = rot rot \vec{A}$$

Квантование магнитного потока.



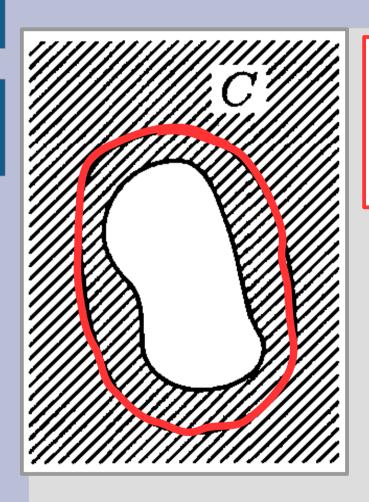
$$\vec{j}_s = -\frac{n_s q}{\mu} \left(\hbar \vec{\nabla} \Theta + \frac{q}{c} \vec{A} \right) = -\frac{c}{4\pi \lambda^2} \left(\vec{A} + \frac{\Phi_0}{2\pi} \vec{\nabla} \Theta \right)$$

Цилиндрическая полость в массивном сверхпроводнике и контур обхода этой полости вдали от границ. Из книги Шмидта

KBAHTOBAHI $j_s = 0$

$$j_s = 0$$

тного потока.



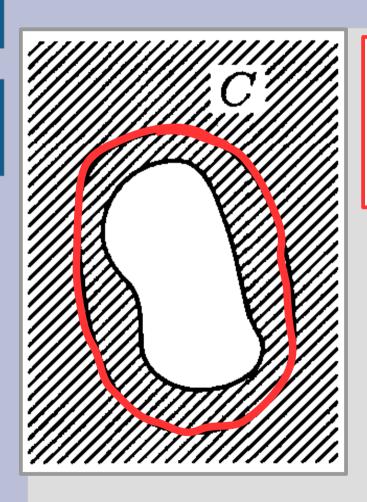
$$\vec{j}_s = -\frac{n_s q}{\mu} \left(\hbar \vec{\nabla} \Theta + \frac{q}{c} \vec{A} \right) = -\frac{c}{4\pi \lambda^2} \left(\vec{A} + \frac{\Phi_0}{2\pi} \vec{\nabla} \Theta \right)$$

Цилиндрическая полость в массивном сверхпроводнике и контур обхода этой полости вдали от границ. Из книги Шмидта

Квантовані $j_s = 0$

$$j_s = 0$$

тного потока.



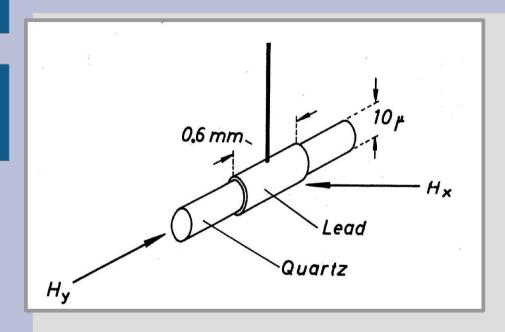
$$\vec{j}_s = -\frac{n_s q}{\mu} \left(\hbar \vec{\nabla} \Theta + \frac{q}{c} \vec{A} \right) = -\frac{c}{4\pi \lambda^2} \left(\vec{A} + \frac{\Phi_0}{2\pi} \vec{\nabla} \Theta \right)$$

$$n\Phi_0 = \oint \vec{A} d\vec{l} = \int rot \vec{A} d\vec{S} = \Phi$$

$$\Phi_0 = \frac{2\pi\hbar c}{q}$$

$$\frac{hc}{e} = 4.12 \cdot 10^{-7} \,\Gamma c \cdot cm^2$$

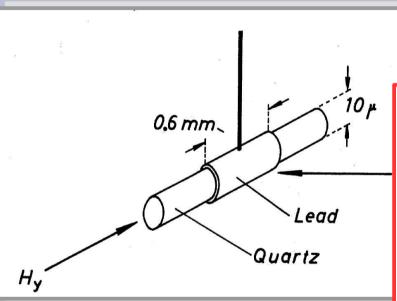
Цилиндрическая полость в массивном сверхпроводнике и контур обхода этой полости вдали от границ. Из книги Шмидта



$$\Phi_0 = \frac{2\pi\hbar c}{q}$$

Эксперимент Долла и Небауэра по измерению квантования потока в сверхпроводящем кольце. Слева: схема образца и прикладываемых полей. Справа: зависимость нормированного отклика на вынуждающее поле от поля, создающего исходный магнитный поток.

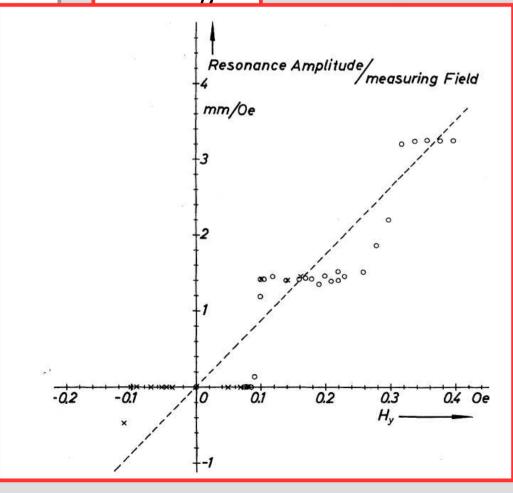
R.Doll and M.Naebauer, Experimental proof of magnetic flux quantization in a superconducting ring, Physical Review Letters, 7, 51 (1961)

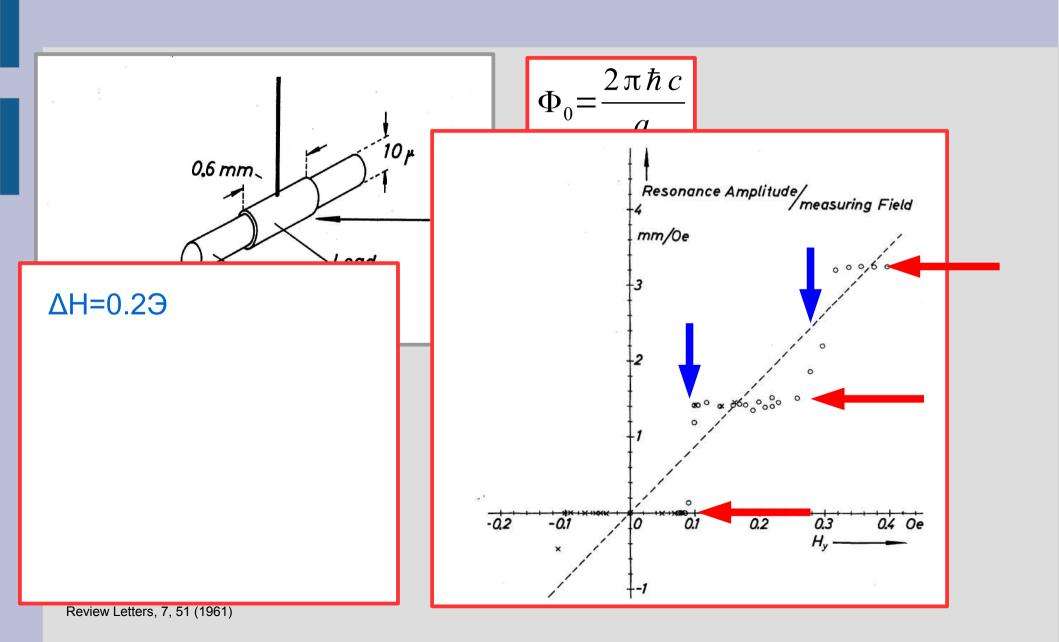


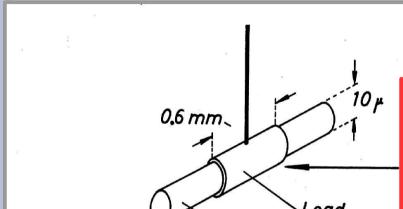
 $\Phi_0 = \frac{2\pi\hbar c}{a}$

Эксперимент Долла и Небауэра по измерению квантования потока в сверхпроводящем кольце. Слева: схема образца и прикладываемых полей. Справа: зависимость нормированного отклика на вынуждающее поле от поля, создающего исходный магнитный поток.

R.Doll and M.Naebauer, Experimental proof of magnetic flux quantization in a superconducting ring, Physical Review Letters, 7, 51 (1961)







ΔH=0.2Э

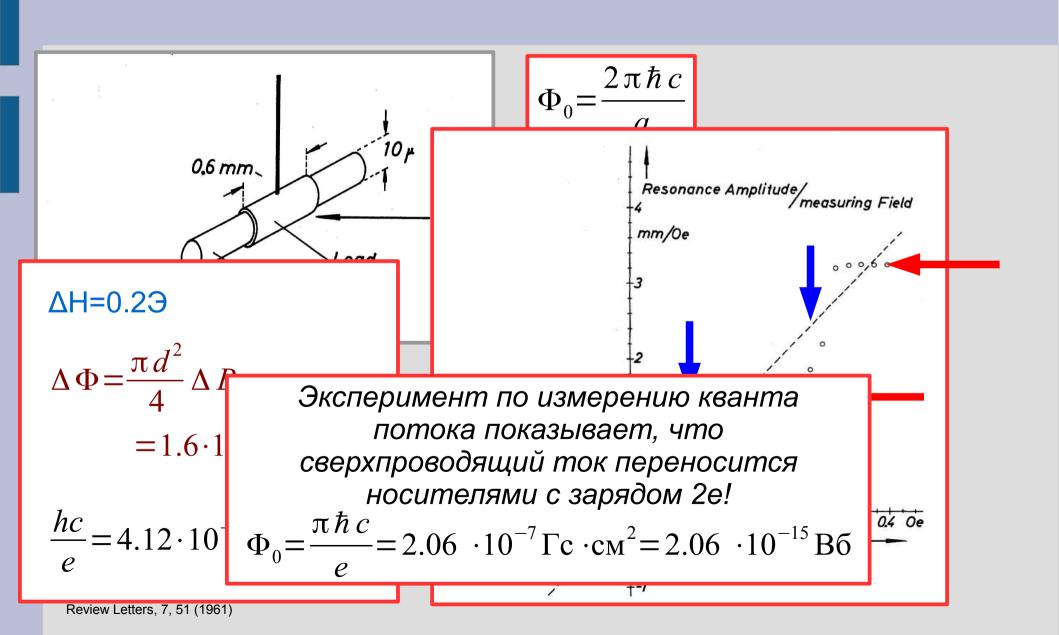
$$\Delta \Phi = \frac{\pi d^2}{4} \Delta B =$$

$$= 1.6 \cdot 10^{-7} \Gamma c \cdot cm^2$$

$$\frac{hc}{e} = 4.12 \cdot 10^{-7} \, \Gamma \text{c} \cdot \text{cm}^2$$

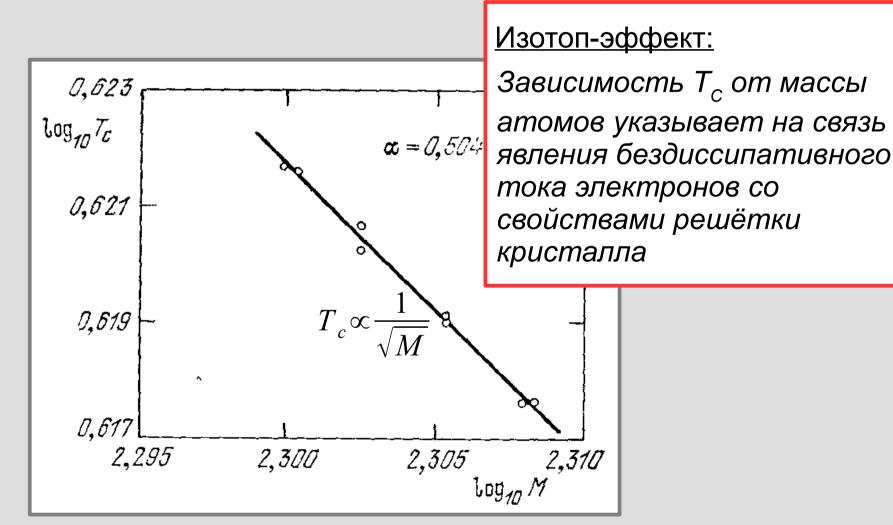
 $2\pi\hbar c$ Resonance Amplitude/ measuring Field mm/0e

Review Letters, 7, 51 (1961)

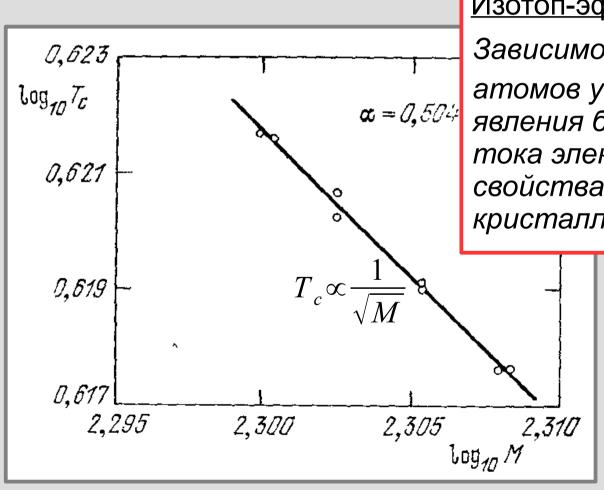




Часть 4. Элементарные возбуждения сверхпроводника и критический ток



Зависимость температуры сверхпроводящего перехода в ртути от усреднённого массового числа изотопов в образце. Из книги Киттеля



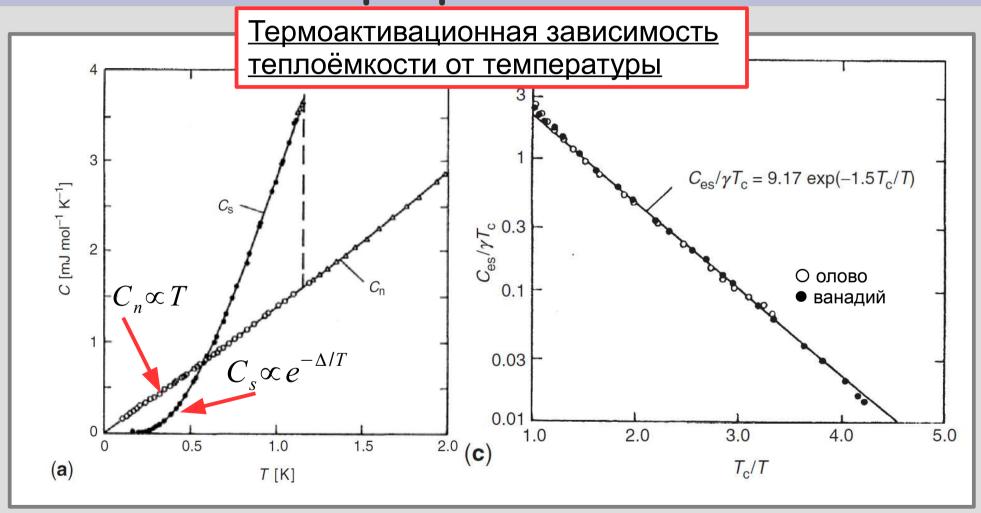
Изотоп-эффект:

Зависимость Т_с от массы атомов указывает на связь явления бездиссипативного тока электронов со свойствами решётки кристалла

$$\Theta = \frac{\hbar s}{k_B} (6\pi^2 n)^{1/3}$$

$$s \propto \sqrt{\frac{C}{M}}$$

Зависимость температуры сверхпроводящего перехода в ртути от усреднённого массового числа изотопов в образце. Из книги Киттеля



Слева: электронный вклад в теплоёмкость алюминия в нормальном (открытые символы) и сверхпроводящем (закрашенные) состоянии. Измерения в нормальном состоянии производились в поле выше критического. Справа: электронный вклад в теплоёмкость ванадия (закрашенные символы) и олова (открытые символы) как функция нормированной температуры.

Frank Pobell, Matter and Methods at Low Temperatures, Springer, 2007



Слева: электронный вклад в теплоёмкость алюминия в нормальном (открытые символы) и сверхпроводящем (закрашенные) состоянии. Измерения в нормальном состоянии производились в поле выше критического. Справа: электронный вклад в теплоёмкость ванадия (закрашенные символы) и олова (открытые символы) как функция нормированной температуры.

Экспериментальные факты, лежащие в основе микроскопической модели

сверхпроводника.



Разности поверхностных сопротивлений сверхпроводящей и нормальной фаз в СВЧ диапазоне.

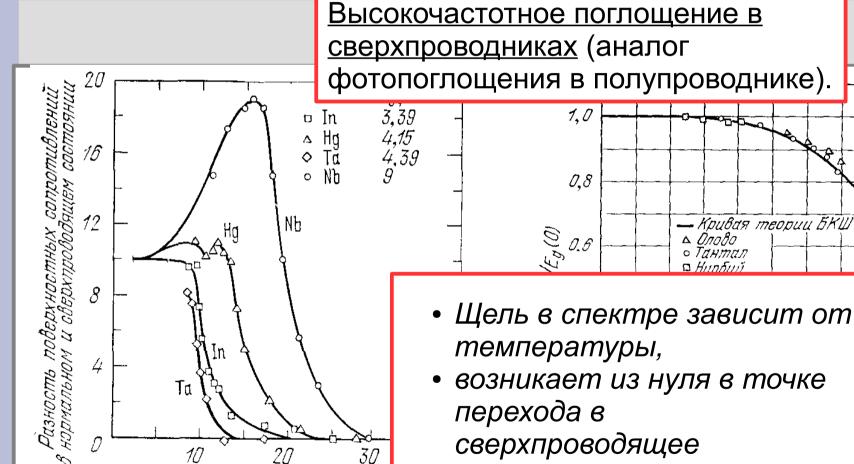
Экспериментальные факты, лежащие в основе микроскопической модели

сверхпроводника.

состояние,

зависит от температуры

универсальным образом



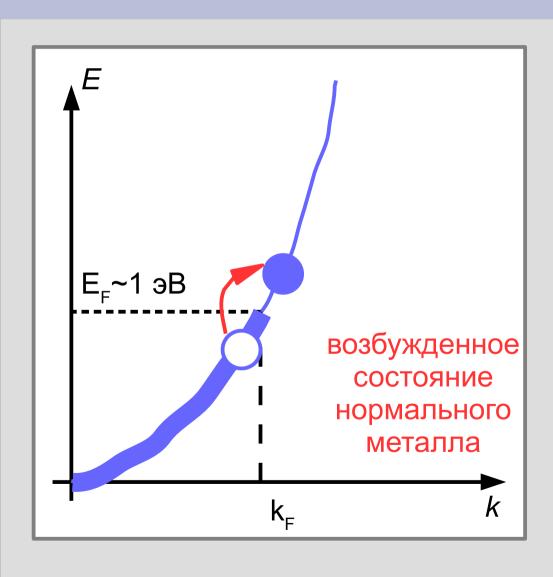
Разности поверхностных сопротивлений сверхпроводящей нормальной фаз в СВЧ диапазоне.

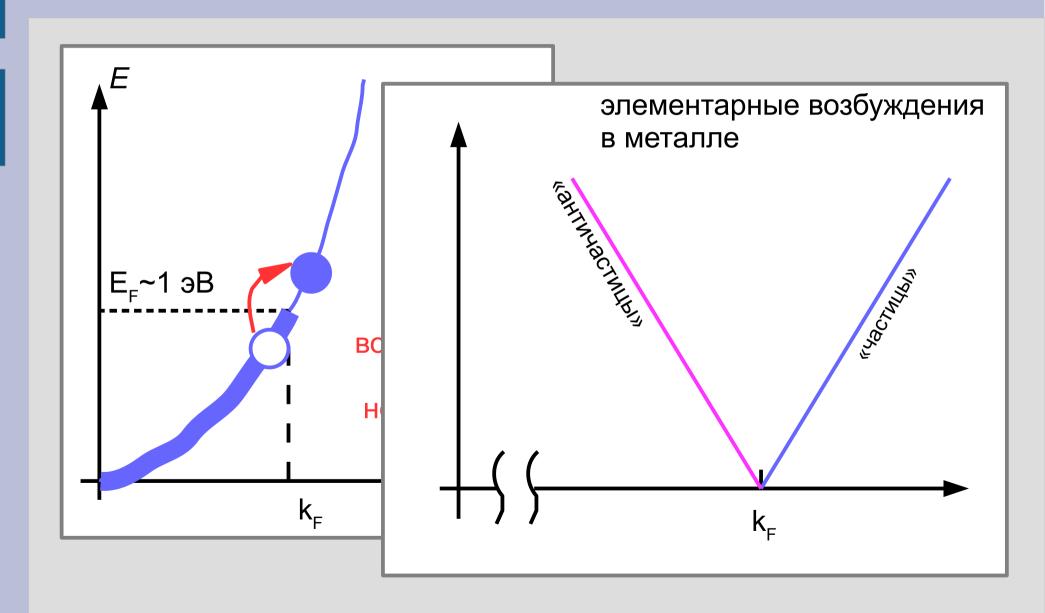
Частота, см ⁻¹

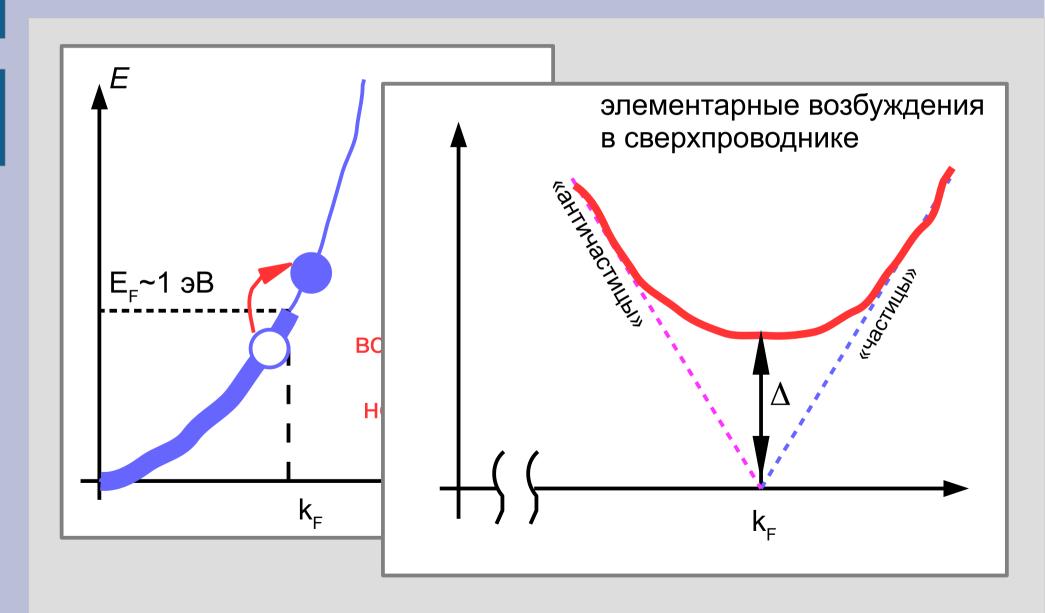
Ч.Киттель, Введение в физику твёрдого тела

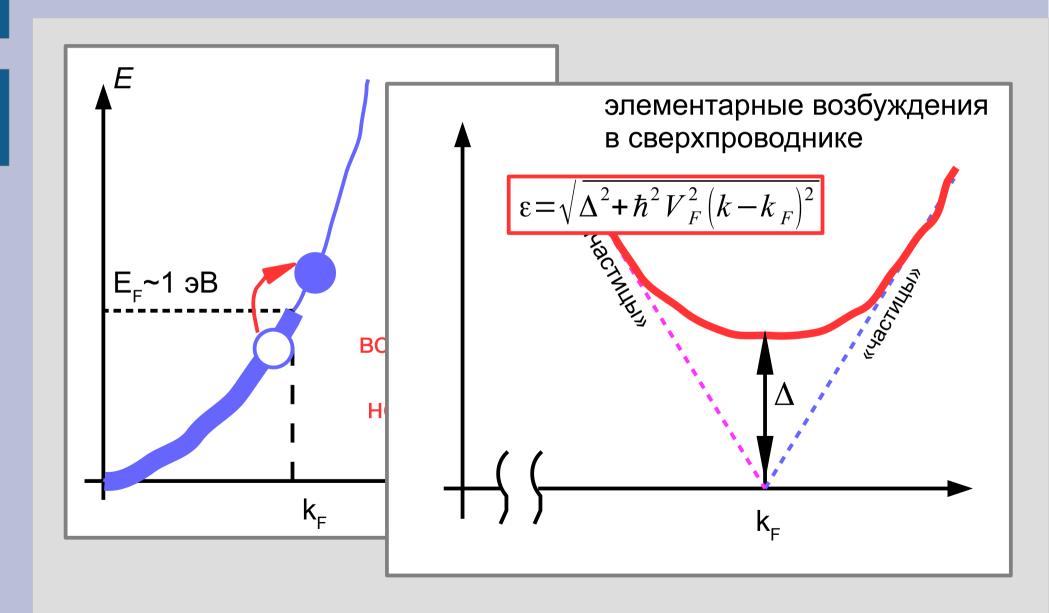


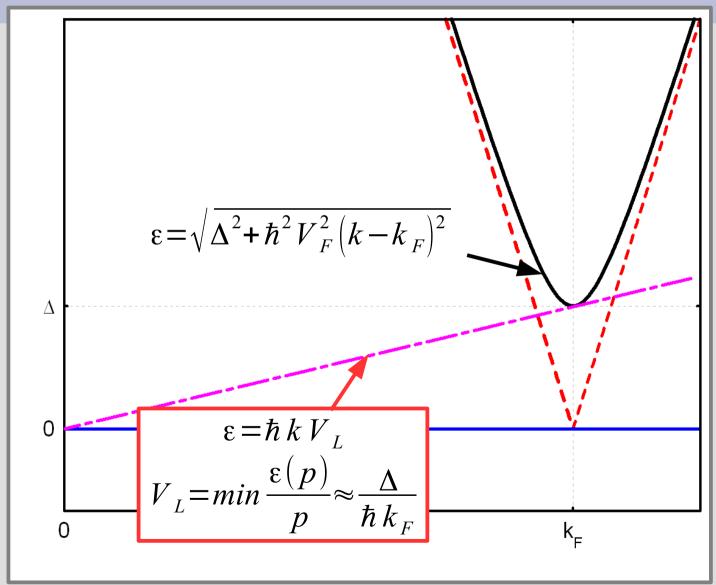


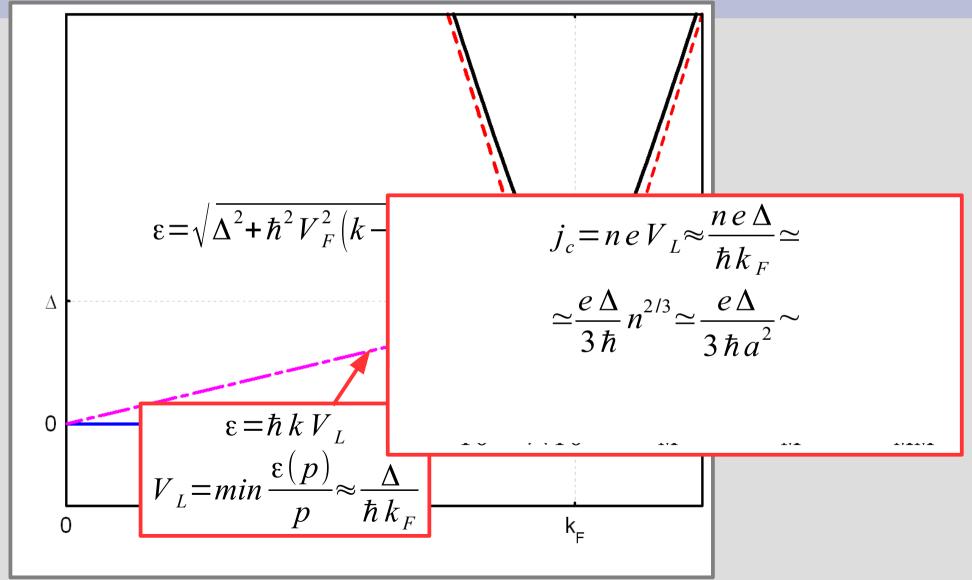


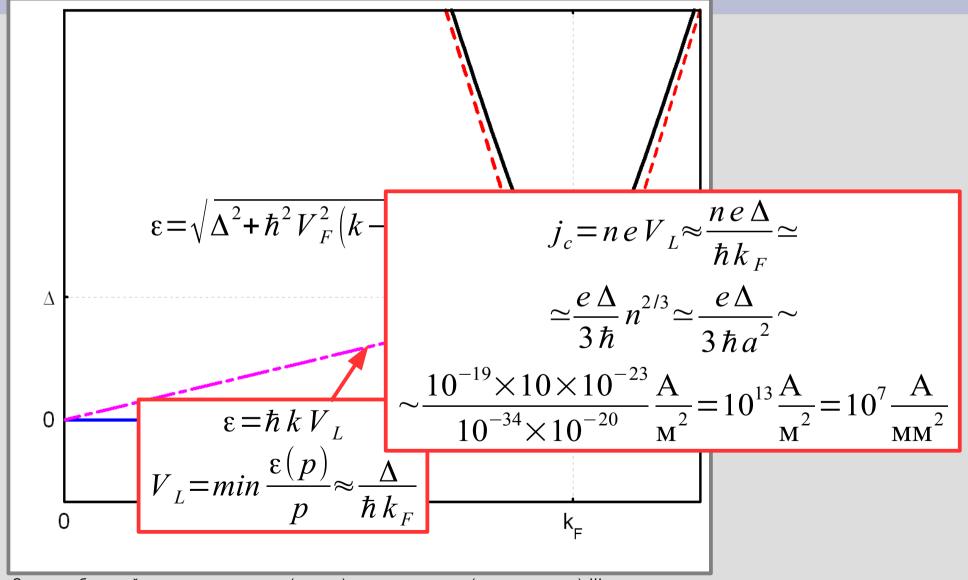


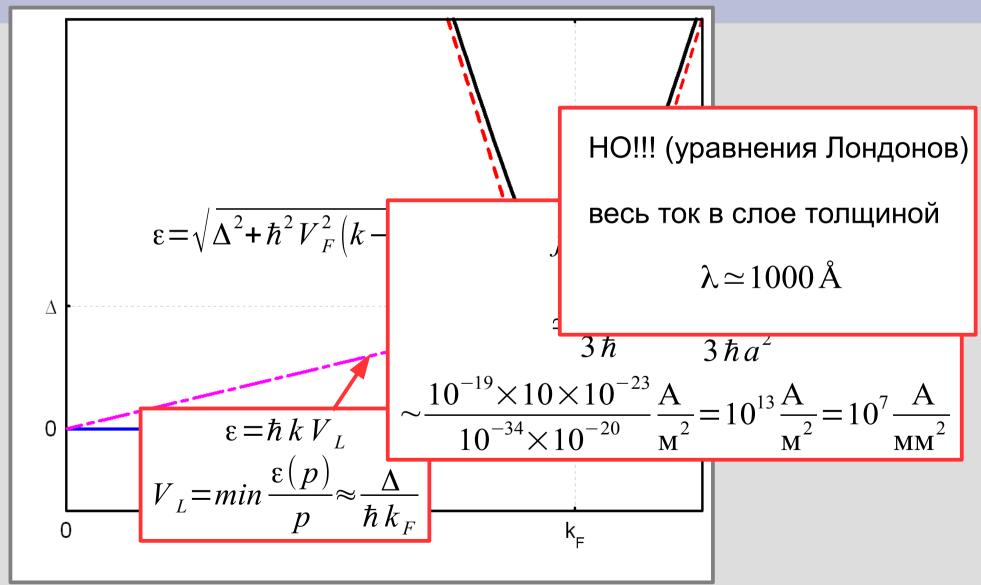








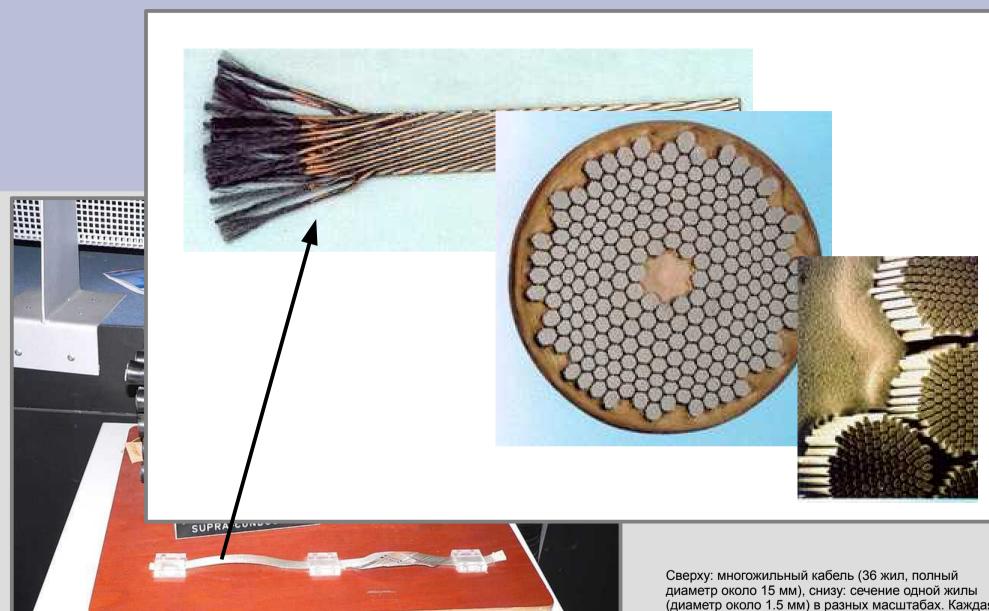




Сверхпроводящий кабель БАК



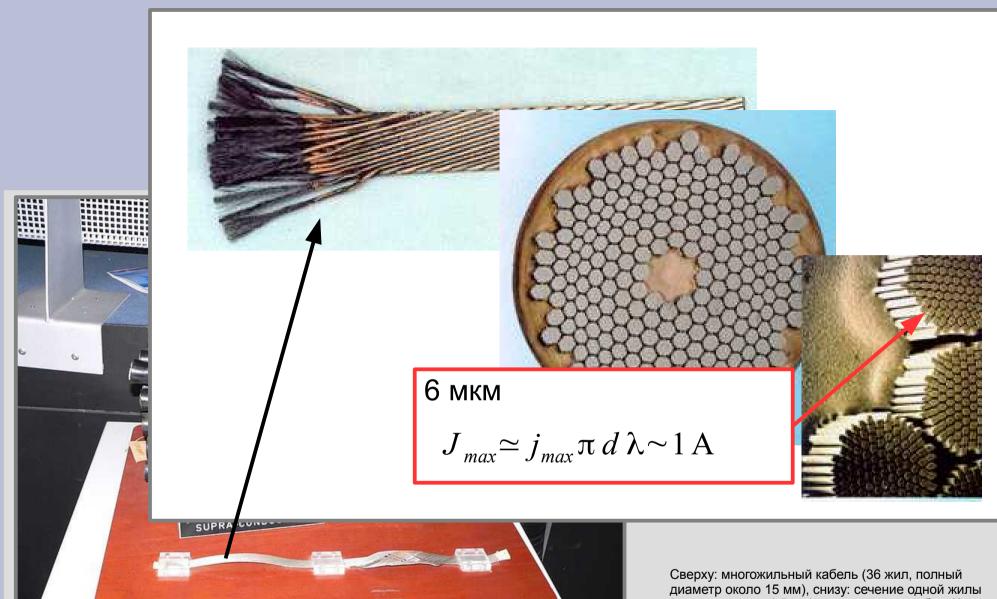
https://en.wikipedia.org/wiki/Superconductivity



https://en.wikipedia.org/wiki/Superconductivity

Сверху: многожильный кабель (36 жил, полный диаметр около 15 мм), снизу: сечение одной жилы (диаметр около 1.5 мм) в разных масштабах. Каждая жила содержит около 6300 «волосков» сверхпроводящего провода (NbTi) толщиной около 6 мкм в матрице из бескислородной меди.

CERN, LHC Machine Outreach: Super conducting cable, 2015, http://lhc-machine-outreach.web.cern.ch/lhc-machine-outreach/components/cable.htm



https://en.wikipedia.org/wiki/Superconductivity

Сверху: многожильный кабель (36 жил, полный диаметр около 15 мм), снизу: сечение одной жилы (диаметр около 1.5 мм) в разных масштабах. Каждая жила содержит около 6300 «волосков» сверхпроводящего провода (NbTi) толщиной около 6 мкм в матрице из бескислородной меди.

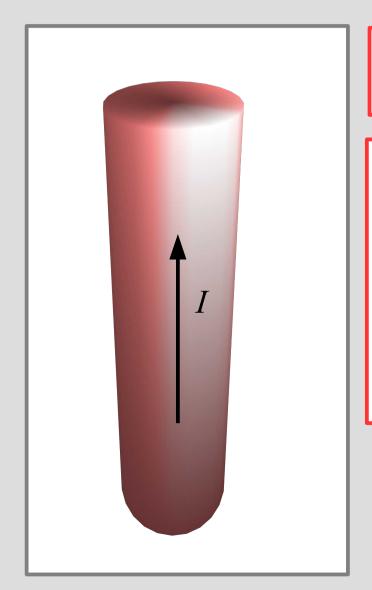
CERN, LHC Machine Outreach: Super conducting cable, 2015, http://lhc-machine-outreach.web.cern.ch/lhc-machine-outreach/components/cable.htm

Критическое поле сверхпроводника



$$H_c = \frac{2I_c}{cr} = \frac{4\pi r \lambda j_c}{cr} = \frac{4\pi}{c} \lambda j_c$$

Критическое поле сверхпроводника



$$H_c = \frac{2I_c}{cr} = \frac{4\pi r \lambda j_c}{cr} = \frac{4\pi}{c} \lambda j_c$$

1)
$$H_c \propto \Delta \propto T_c$$

2)
$$[CH]H_c = \frac{I_c}{2\pi r} = \lambda j_c \sim$$

 $\sim 10^6 \text{ A/M} \rightarrow B_c \sim 1 \text{ Tm}$

