安徽省2022—2023学年第二学期高三开学考

数学·答案

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.

1. **答案** C

命题意图 本题考查集合的交运算.

解析 由题意，$A=\{x|x\geqslant 0\}$，$B=\{x|x\neq 1\}$，所以$A\cap B=\{x|0\leqslant x<1$或$x>1\}$.

2. **答案** A

命题意图 本题考查复数的四则运算.

解析 $\bar{z}=\dfrac{11+2\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}=\dfrac{(11+2\mathrm{i})(1-2\mathrm{i})}{(1+2\mathrm{i})(1-2\mathrm{i})}=\dfrac{15-20\mathrm{i}}{5}=3-4\mathrm{i}$，则$z=3+4\mathrm{i}$.

3. **答案** D

命题意图 本题考查极值点的概念以及充分必要条件的判断.

解析 由极值点的定义，若x_0为$f(x)$的极值点，则有$f'(x_0)=0$，而由$f'(x_0)=0$不一定推得x_0为$f(x)$的极值点，例如$f(x)=x^3$，故"$f'(x_0)=0$"是"x_0是$f(x)$的极值点"的必要不充分条件.

4. **答案** C

命题意图 本题考查二项式定理.

解析 原式即$(1+xy^{-1})(x+2y)^6$，$\therefore\left(1+\dfrac{x}{y}\right)(x+2y)^6$的展开式中$x^2y^4$项为$C_6^5\cdot(xy^{-1})\cdot x\cdot(2y)^5+C_6^4x^2\cdot(2y)^4=432x^2y^4$，系数为432.

5. **答案** A

命题意图 本题考查三角恒等变换.

解析 由题意$\dfrac{1-(1-2\sin^2\theta)}{2\sin\theta\cos\theta}=1-\tan\theta$，即$\tan\theta=\dfrac{1}{2}$，$\tan\left(\dfrac{\pi}{4}+\theta\right)=\dfrac{\tan\dfrac{\pi}{4}+\tan\theta}{1-\tan\dfrac{\pi}{4}\tan\theta}=\dfrac{1+\dfrac{1}{2}}{1-\dfrac{1}{2}}=3$.

6. **答案** C

命题意图 本题考查回归分析和数值的估算.

解析 由题意，$y=e^{1+at}$两边取自然对数得$\ln y=1+at$，令$u=\ln y$，则$u=1+at$. $\bar{u}=(\ln y_1+\ln y_2+\ln y_3)\times\dfrac{1}{3}=2$，$\bar{t}=(t_1+t_2+t_3)\times\dfrac{1}{3}=2$，$\because$回归直线必过样本点的中心，$\therefore 2=2a+1$，得$a=\dfrac{1}{2}$，$\therefore u=1+\dfrac{t}{2}$，则$y=e^{1+\frac{t}{2}}$. 当$t=4$时，$y=e^3\approx 20.09<50$；当$t=5$时，$y=e^{3.5}=\sqrt{e^3\cdot e^4}<50$；当$t=6$时，$y=e^4\approx 54.60>50$，$\therefore$从第6个月开始，该物种的繁殖数量超过5 000只.

7. **答案** B

命题意图 本题考查双曲线的性质和离心率的求法.

解析 不妨设点P在直线$y=\dfrac{b}{a}x$上，由题可知$A(-a,0)$，$\therefore k_{AB}=\dfrac{b}{2a}$，$\therefore l_{AB}:y=\dfrac{b}{2a}x+\dfrac{b}{2}$，由$\begin{cases}y=\dfrac{b}{2a}x+\dfrac{b}{2},\\ y=\dfrac{b}{a}x,\end{cases}$得

$\begin{cases}x_P=a,\\y_P=b,\end{cases}\therefore P(a,b)$，同理 $Q\left(-\frac{a}{3},\frac{b}{3}\right)$，$\therefore PQ$ 的中点为 $\left(\frac{a}{3},\frac{2b}{3}\right)$，$PQ$ 的垂直平分线方程为 $y-\frac{2b}{3}=-\frac{2a}{b}\left(x-\frac{a}{3}\right)$，将 $\begin{cases}y=0,\\x=a\end{cases}$ 代入整理得 $\frac{b^2}{a^2}=2$，则 $e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{3}$.

8. **答案** B

命题意图 本题考查构造函数求参数范围.

解析 由 $f(x)>0$ 得 $xe^x+x>a\ln x+x^{a+1}$，所以 $xe^x+x+\ln x>a\ln x+\ln x+x^{a+1}$，构造函数 $g(x)=x+e^x$，则不等式转化为 $g(x+\ln x)>g(a\ln x+\ln x)$，又易知 $g(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，故不等式等价于 $x+\ln x>a\ln x+\ln x$，即 $x-a\ln x>0$. 设 $h(x)=x-a\ln x$，若 $a<0$，则当 $x>0$ 且 $x\to0$ 时，$h(x)\to-\infty$，不符合题意；若 $a=0$，则当 $x>0$ 时，$h(x)>0$，符合题意；若 $a>0$，则 $h'(x)=1-\frac{a}{x}$，$h(x)$ 在 $(0,a)$ 上单调递减，在 $(a,+\infty)$ 上单调递增，所以 $h(x)_{\min}=h(a)$，要使 $h(x)>0$ 恒成立，只需 $h(a)=a(1-\ln a)>0$，所以 $0<a<e$. 综上可知 a 的取值范围是 $[0,e)$.

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 每小题全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. **答案** BCD

命题意图 本题考查平面向量的运算.

解析 由题意知 $|\overrightarrow{AD}|=2$，当 P 点与 D 重合时，向量 $\overrightarrow{BP}$ 在 $\overrightarrow{AD}$ 方向上的投影的数量最大，为 $\frac{3}{2}$，当 P 点与 A 重合时，向量 $\overrightarrow{BP}$ 在 $\overrightarrow{AD}$ 方向上的投影的数量最小，为 $-\frac{1}{2}$，所以 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BP}$ 的最大值为 $2\times\frac{3}{2}=3$，最小值为 $-\frac{1}{2}\times2=-1$. 可知 $-2\notin[-1,3]$，故 A 不满足，BCD 都满足.

10. **答案** CD

命题意图 本题考查基本不等式.

解析 A 项，原等式等价于 $a=\frac{12-b}{4+b}>0$，得 $0<b<12$，错误；B 项若成立，则 $4a+b=12-ab<8$，$ab>4$，又 $12=4a+b+ab\geqslant4\sqrt{ab}+ab$，解得 $0<ab\leqslant4$，矛盾，故错误；C 项，由 $ab\leqslant4$，可得 $\log_2a+\log_2b=\log_2ab\leqslant\log_24=2$，正确；D 项，由 B 得 $4a+b\geqslant8$，$\therefore 2\sqrt{2^{4a+b}}\geqslant2\sqrt{2^8}=2^5=32$，$\therefore 16^a+2^b=2^{4a}+2^b\geqslant2\sqrt{2^{4a+b}}\geqslant32$，正确.

11. **答案** BC

命题意图 本题考查抛物线的方程与性质、直线与抛物线的综合性问题.

解析 因为 $y_1>0$，所以点 M 在第一象限. 显然直线 l 不与 x 轴垂直，设直线 l：$x=my+2(m\neq0)$，联立 $\begin{cases}y^2=8x,\\x=my+2,\end{cases}$ 可得 $y^2-8my-16=0$，则 $y_1+y_2=8m$，$y_1y_2=-16$. 而 $\frac{y_1}{-y_2}=\frac{1}{2}$，则 $y_1=2\sqrt{2}$，$y_2=-4\sqrt{2}$，则 $x_1x_2=\frac{y_1^2}{8}\cdot\frac{y_2^2}{8}=4$，故 B 正确；$y_1+y_2=8m=-2\sqrt{2}$，解得 $m=-\frac{\sqrt{2}}{4}$，则直线 l 的斜率为 $-2\sqrt{2}$，故 A 错误；$|MN|=x_1+x_2+p=-\frac{\sqrt{2}}{4}(y_1+y_2)+4+4=9$，故 C 正确；$S_{\triangle MON}=\frac{1}{2}|y_1-y_2|\cdot2=|2\sqrt{2}-(-4\sqrt{2})|=6\sqrt{2}$，故 D 错误.

12. **答案** AB

命题意图 本题考查空间向量在立体几何中的应用.

解析 以 D 为坐标原点，DA，DC，DD_1 所在直线分别为 x，y，z 轴建立空间直角坐标系，如图所示，设 $AD=1$，$DE=m$，$C_1F=n$，其中 $m,n\in[0,1]$，则 $A(1,0,0)$，$A_1(1,0,1)$，$B(1,1,0)$，$E(0,0,m)$，$F(n,1,1)$，$\overrightarrow{AA_1}=(0,0,1)$，

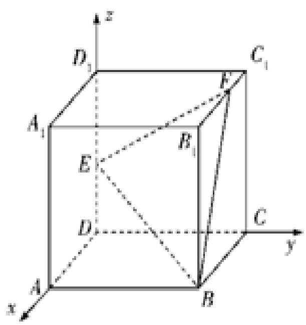
$\overrightarrow{BE}=(-1,-1,m)$，$\overrightarrow{BF}=(n-1,0,1)$. 设平面 EFB 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\overrightarrow{BE}\cdot\boldsymbol{n}=0,\\ \overrightarrow{BF}\cdot\boldsymbol{n}=0,\end{cases}$ 即

$\begin{cases}-x-y+mz=0,\\ (n-1)x+z=0,\end{cases}$ 取 $x=-1$，则 $\boldsymbol{n}=(-1,m(n-1)+1,n-1)$. 设直线 AA_1 与平面 EFB 所成的角为 θ，则

$\sin\theta=|\cos\langle\overrightarrow{AA_1},\boldsymbol{n}\rangle|=\dfrac{|n-1|}{\sqrt{1+[m(n-1)+1]^2+(n-1)^2}}$，当 $n=1$ 时，$\sin\theta=0$，当 $n\neq1$ 时，$\sin\theta=$

$\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{2}{(1-n)^2}-\dfrac{2m}{1-n}+m^2+1}}$，该式随着 m 的增大而增大，随着 n 的增大而减小，当 $n=0,m=1$ 时，$\sin\theta$ 取得最

大值 $\dfrac{\sqrt2}{2}$，所以 $\sin\theta\in\left(0,\dfrac{\sqrt2}{2}\right]$. 综上，$\sin\theta$ 的取值范围是 $\left[0,\dfrac{\sqrt2}{2}\right]$，$\theta$ 的可能取值为 $\dfrac{\pi}{6}$ 和 $\dfrac{\pi}{4}$.



三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. **答案** $\dfrac{1}{6}$

命题意图 本题考查正态分布.

解析 由题意可知 $P\left(X>\dfrac32\right)+P\left(X\leqslant\dfrac32\right)=3P\left(X>\dfrac32\right)=1$，所以 $P\left(X>\dfrac32\right)=\dfrac13$，所以 $P\left(1\leqslant X<\dfrac32\right)=\dfrac12-\dfrac13=\dfrac16$.

14. **答案** $-\sqrt3$

命题意图 本题考查三角函数的图象和性质.

解析 由图可知 $A=2$，$\dfrac{T}{2}=\dfrac{2\pi}{3}-\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}$，$\therefore T=\pi$，$\omega=\dfrac{2\pi}{\pi}=2$. 由 $2\times\dfrac{\pi}{6}+\varphi=2k\pi(k\in\mathbf{Z})$，及 $|\varphi|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$，得 $\varphi=-\dfrac{\pi}{3}$，$\therefore f(x)=2\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$，$\therefore g(x)=2\cos\left[2\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)-\dfrac{\pi}{3}\right]=2\cos\left(2x-\dfrac{5\pi}{6}\right)$，$\therefore g(0)=2\cos\dfrac{5\pi}{6}=-\sqrt3$.

15. **答案** $\dfrac{2}{3}$

命题意图 本题考查导数的应用.

解析 设圆锥的底面半径为 R，圆锥的轴截面为等腰三角形，底边长为 $2R$，设其底角为 α，则圆锥的高为 $R\tan\alpha$，圆锥的体积为 $\dfrac{\pi}{3}R^3\tan\alpha$. 设圆锥内接圆柱的底面半径为 r，高为 h，则 $\dfrac{r}{R}=\dfrac{R\tan\alpha-h}{R\tan\alpha}$，即 $h=(R-r)\tan\alpha$，则圆柱的体积为 $\pi r^2h=\pi r^2(R-r)\tan\alpha=\pi(Rr^2-r^3)\tan\alpha$，$r\in(0,R)$. 圆柱与圆锥体积之比为 $3\left(\dfrac{r^2}{R^2}-\dfrac{r^3}{R^3}\right)$，设

$t=\frac{r}{R}(0<t<1)$，$f(t)=t^2-t^3$，则 $f'(t)=2t-3t^2=t(2-3t)$. 由 $f'(t)=0$，得 $t=\frac{2}{3}$，当 $0<t<\frac{2}{3}$ 时，$f'(t)>0$，当 $\frac{2}{3}<t<1$ 时，$f'(t)<0$，所以当 $t=\frac{2}{3}$ 时，$f(t)$ 取得最大值，即圆柱与圆锥体积之比最大，此时 $\frac{r}{R}=\frac{2}{3}$.

16. **答案**　$[2\sqrt{2},+\infty)$

命题意图　本题考查新定义，以及函数的图象的应用.

解析　根据“等差函数列”的定义，$g(x)=\frac{f(x)+h(x)}{2}$，则 $h(x)=2g(x)-f(x)$，由 $h(x)\geqslant f(x)$，可得 $g(x)\geqslant f(x)$，则直线 $y=x+b$ 恒在半圆 $x^2+y^2=4(y\geqslant 0)$ 的上方，所以 $\frac{|b|}{\sqrt{2}}\geqslant 2$，作图可知 $b>0$，所以 $b\geqslant 2\sqrt{2}$.

四、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. **命题意图**　本题考查数列求通项和数列求和.

解析　（Ⅰ）$a_1=S_1=\frac{1-5}{2}=-2$，…………（1 分）

当 $n\geqslant 2$ 时，有 $S_n=\frac{n^2-5n}{2}$，$S_{n-1}=\frac{(n-1)^2-5(n-1)}{2}$，…………（2 分）

两式相减得 $a_n=\frac{1}{2}[n^2-5n-(n-1)^2+5(n-1)]=n-3(n\geqslant 2)$，…………（3 分）

当 $n=1$ 时，$a_1=-2$ 符合上式，

故 $a_n=n-3$. …………（5 分）

（Ⅱ）设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，

则 $T_{30}=(b_1+b_2+\cdots+b_{10})+(b_{11}+b_{12}+\cdots+b_{20})+(b_{21}+b_{22}+\cdots+b_{30})$.

由题意得 $b_1+b_2+\cdots+b_{10}=a_1+a_2+\cdots+a_{10}=S_{10}$，…………（7 分）

$b_{11}+b_{12}+\cdots+b_{20}=2(b_1+b_2+\cdots+b_{10})=2S_{10}$，…………（8 分）

$b_{21}+b_{22}+\cdots+b_{30}=2(b_{11}+b_{12}+\cdots+b_{20})=2\times 2S_{10}=4S_{10}$，…………（9 分）

$\therefore T_{30}=7S_{10}=\frac{7}{2}(10^2-50)=175$. …………（10 分）

18. **命题意图**　本题考查频率分布直方图和独立性检验.

解析　（Ⅰ）依题意有 $(1.5+2.5+a+2.0+0.8+0.2)\times 0.1=1$，得 $a=3.0$. …………（2 分）

$\bar{x}=0.35\times 0.15+0.45\times 0.25+0.55\times 0.30+0.65\times 0.20+0.75\times 0.08+0.85\times 0.02=0.537$. …………（5 分）

（Ⅱ）依题意作 2×2 列联表：

	降价	非降价	总计
不低于 0.6 万元	18	12	30
低于 0.6 万元	12	58	70
总计	30	70	100

…………（8 分）

$K^2=\frac{100\times(18\times 58-12\times 12)^2}{30\times 70\times 70\times 30}\approx 18.367$. …………（10 分）

因为 $18.367>5.024$，所以有 97.5% 的把握认为该商品的日销售收入不低于 0.6 万元与该日是否降价有关.

…………（12 分）

19. **命题意图** 本题考查解三角形.

解析 (Ⅰ)由 $a=c-2a\cos B$ 及正弦定理得 $\sin A=\sin C-2\sin A\cos B$, ………………………… (1 分)

因为 $A+B+C=\pi$,所以 $\sin C=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$, ………………………… (2 分)

所以 $\sin A=\cos A\sin B-\sin A\cos B=\sin(B-A)$. ………………………… (4 分)

因为 $0<A<\pi, 0<B<\pi$,所以 $-\pi<B-A<\pi$,

所以 $B-A=A$,或 $B-A+A=\pi$,

即 $B=2A$ 或 $B=\pi$(舍去). ………………………… (6 分)

(Ⅱ)由 $4a=\sqrt{6}b$ 及正弦定理得 $4\sin A=\sqrt{6}\sin B$,

由 $B=2A$,得 $4\sin A=\sqrt{6}\sin 2A=2\sqrt{6}\sin A\cos A$,

所以 $\cos A=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$, $\sin A=\sqrt{1-\dfrac{2}{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. ………………………… (8 分)

由余弦定理得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$,得 $\dfrac{3}{8}b^2=b^2+25-10b\times\dfrac{\sqrt{6}}{3}$,

整理得 $3b^2-16\sqrt{6}b+120=0$,解得 $b=2\sqrt{6}$ 或 $b=\dfrac{10\sqrt{6}}{3}$. ………………………… (10 分)

当 $b=2\sqrt{6}$ 时, $S=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{6}\times5\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=5\sqrt{2}$,

当 $b=\dfrac{10\sqrt{6}}{3}$ 时,可得 $a=c=5$,此时不满足 $B=2A$,故舍去.

综上所述, $\triangle ABC$ 的面积为 $5\sqrt{2}$. ………………………… (12 分)

20. **命题意图** 本题考查线线垂直的证明,以及利用空间向量求空间角.

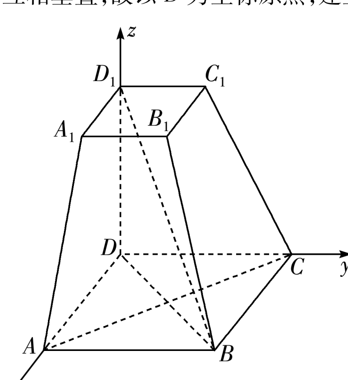
解析 (Ⅰ) $\because DD_1\perp$ 平面 $ABCD$, $AC\subset$ 平面 $ABCD$, $\therefore AC\perp DD_1$, ………………………… (1 分)

如图,连接 BD, $\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形, $\therefore AC\perp BD$, ………………………… (2 分)

又 $\because DD_1\cap BD=D$, $\therefore AC\perp$ 平面 D_1DB, ………………………… (4 分)

$\because BD_1\subset$ 平面 D_1DB, $\therefore AC\perp BD_1$. ………………………… (5 分)

(Ⅱ)由题意知直线 DA, DC, DD_1 两两互相垂直,故以 D 为坐标原点,建立如图所示的空间直角坐标系.



由已知可得 $A(2,0,0)$, $B(2,2,0)$, $C(0,2,0)$, $B_1(1,1,2)$, ………………………… (6 分)

$\overrightarrow{B_1B}=(1,1,-2)$, $\overrightarrow{BC}=(-2,0,0)$, $\overrightarrow{BA}=(0,-2,0)$.

设平面 AB_1B 与平面 BB_1C 的法向量分别为 $\boldsymbol{n}_1=(x_1,y_1,z_1)$, $\boldsymbol{n}_2=(x_2,y_2,z_2)$.

则$\begin{cases}\boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{B_1B}=x_1+y_1-2z_1=0,\\ \boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{BA}=-2y_1=0,\end{cases}$令 $z_1=1$,则 $\boldsymbol{n}_1=(2,0,1)$, ……………………………………（8 分）

$\begin{cases}\boldsymbol{n}_2\cdot\overrightarrow{B_1B}=x_2+y_2-2z_2=0,\\ \boldsymbol{n}_2\cdot\overrightarrow{BC}=-2x_2=0,\end{cases}$令 $z_2=1$,则 $\boldsymbol{n}_2=(0,2,1)$, ……………………………………（9 分）

$\therefore\cos\langle\boldsymbol{n}_1,\boldsymbol{n}_2\rangle=\dfrac{\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2}{|\boldsymbol{n}_1||\boldsymbol{n}_2|}=\dfrac{1}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{1}{5}$, ……………………………………（11 分）

故二面角 $A-BB_1-C$ 的正弦值为$\sqrt{1-\dfrac{1}{5^2}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$. ……………………………………（12 分）

21. **命题意图** 本题考查利用导数证明不等式.

解析 （Ⅰ）令 $f(x)=0$,得 $x=1$,或 $x=k\pi+\dfrac{\pi}{2},k=0,1,2,\cdots$,

$\therefore x_0=1$. ……………………………………（2 分）

$f'(x)=\dfrac{\cos x}{x}-\sin x\cdot\ln x,\therefore f'(1)=\cos 1$, ……………………………………（3 分）

$\therefore$ 曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程为 $y=(x-1)\cos 1$. ……………………………………（5 分）

（Ⅱ）$\because\ln x$ 在 $(0,1)$ 上为负,在 $(1,\pi]$ 上为正,$\cos x$ 在$\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$上为正,在$\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right]$上为负,

又 $f(1)=0,f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0$,

$\therefore$ 当 $0<x<1$ 时,$f(x)<0$,当$\dfrac{\pi}{2}<x<\pi$ 时,$f(x)<0$,

故只需证 $x\in\left(1,\dfrac{\pi}{2}\right)$时,$f(x)<\dfrac{1}{\mathrm{e}}$. ……………………………………（6 分）

令 $h(x)=\dfrac{x}{\mathrm{e}}-\ln x$,则 $h'(x)=\dfrac{1}{\mathrm{e}}-\dfrac{1}{x}$,易知 $h'(x)$ 单调递增,

且 $h'(\mathrm{e})=0$,故当 $0<x<\mathrm{e}$ 时,$h'(x)<0$,$\therefore h(x)$ 在 $(0,\mathrm{e})$ 上单调递减,

$\therefore$ 当 $x\in\left(1,\dfrac{\pi}{2}\right)$时,$h(x)>h(\mathrm{e})=0$,即$\dfrac{x}{\mathrm{e}}>\ln x$. ……………………………………（7 分）

$\therefore\ln x\cdot\cos x<\dfrac{x}{\mathrm{e}}\cos x$,要证 $f(x)<\dfrac{1}{\mathrm{e}}\left(1<x<\dfrac{\pi}{2}\right)$,只需证 $x\cos x<1\left(1<x<\dfrac{\pi}{2}\right)$. ……………………（8 分）

令 $g(x)=x\cos x$,则 $g'(x)=\cos x-x\sin x$,易知 $g'(x)$ 在$\left(1,\dfrac{\pi}{2}\right)$上单调递减, ……………………（9 分）

$\therefore g'(x)<g'(1)=\cos 1-\sin 1<0$,$\therefore g(x)$ 在$\left(1,\dfrac{\pi}{2}\right)$上单调递减, ……………………（10 分）

$\therefore g(x)<g(1)=\cos 1<1$,故 $x\cos x<1$ 在$\left(1,\dfrac{\pi}{2}\right)$上恒成立. ……………………（11 分）

综上可得原命题成立. ……………………………………（12 分）

22. **命题意图** 本题考查椭圆方程和定直线的证明.

解析 （Ⅰ）设椭圆 C 的焦距为 $2c(c>0)$,

由题意得$\begin{cases}\dfrac{c}{a}=\dfrac{2}{3},\\ \dfrac{7}{a^2}+\dfrac{10}{9b^2}=1,\\ a^2=b^2+c^2,\end{cases}$解得$\begin{cases}a^2=9,\\ b^2=5,\end{cases}$ ……………………………………（4 分）

$\therefore C$ 的标准方程为$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$. ………………………………………………………………………… (5 分)

(Ⅱ)由题可知 $A(-3,0)$,$B(3,0)$,设 $M(x_1,y_1)$,$N(x_2,y_2)$,则 $M'(-x_1,-y_1)$,设 $l_{MN}:x=my+n$.

联立$\begin{cases} x=my+n, \\ \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1, \end{cases}$ 消去 x 得$(5m^2+9)y^2+10mny+5(n^2-9)=0$,

$\therefore y_1+y_2=\frac{-10mn}{5m^2+9}$,$y_1y_2=\frac{5(n^2-9)}{5m^2+9}$, ………………………………………………………… (6 分)

$\begin{cases} k_{AM'}=\frac{y_1}{x_1-3}, \\ k_{BN}=\frac{y_2}{x_2-3}, \end{cases}$ $\therefore l_{AM'}:y=\frac{y_1}{x_1-3}(x+3)$,$l_{BN}:y=\frac{y_2}{x_2-3}(x-3)$, ………………………………… (7 分)

又$\because$ 点 P 为直线 AM'和 BN 的交点,$\therefore \begin{cases} \frac{x_1-3}{y_1}\cdot y_P=x_P+3, \\ \frac{x_2-3}{y_2}\cdot y_P=x_P-3, \end{cases}$ ……………………………………… (8 分)

故可得 $2x_P=\left(\frac{x_1-3}{y_1}+\frac{x_2-3}{y_2}\right)y_P$

$=\left(\frac{my_1+n-3}{y_1}+\frac{my_2+n-3}{y_2}\right)y_P$

$=\left[2m+(n-3)\frac{y_1+y_2}{y_1y_2}\right]y_P$

$=\left[2m+(n-3)\cdot\frac{-10mn}{5(n^2-9)}\right]y_P$,

$\therefore x_P=\frac{3m}{n+3}y_P$,故 $l_{OP}:x=\frac{3m}{n+3}y$. ……………………………………………………………… (10 分)

联立$\begin{cases} l_{OP}:x=\frac{3m}{n+3}y, \\ l_{MN}:x=my+n, \end{cases}$ 消去 y 得 $x_Q=-3$, ………………………………………………… (11 分)

因此,点 Q 位于定直线 $x=-3$ 上. ……………………………………………………………………… (12 分)