马鞍山市2023年高三第二次教学质量监测

数学试题

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的准考证号、姓名和座位号填在答题卡上。将条形码横贴在答题卡“条形码粘贴处”。

2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔在答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需要改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试卷上。

3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，监考员将试题卷和答题卡一并收回。

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A=\{x\mid \lg x\geq 0\}$，$B=\{-2,-1,0,1,2\}$，则 $B\cap \complement_{\mathbf{R}}A=$

A. $\varnothing$　　B. $\{-2,-1\}$　　C. $\{1,2\}$　　D. $\{-2,-1,0\}$

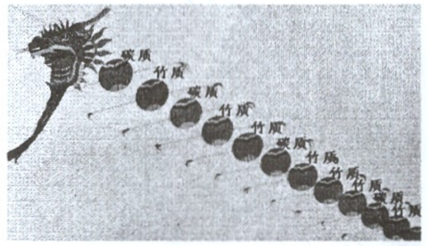
2. 若 $(1+\mathrm{i})^2=(1-\mathrm{i})z$，则 $\bar{z}$ 在复平面内对应的点所在象限为

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 在下列区间中，函数 $f(x)=2\sin(x+\dfrac{\pi}{3})$ 单调递减的区间是

A. $(0,\dfrac{\pi}{2})$　　B. $(\dfrac{\pi}{2},\pi)$　　C. $(\pi,\dfrac{3\pi}{2})$　　D. $(\dfrac{3\pi}{2},2\pi)$

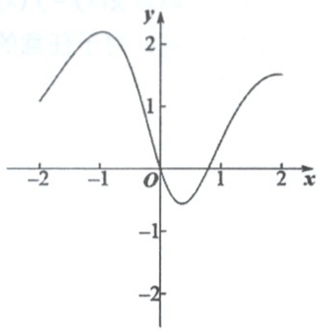
4. 风筝由中国古代劳动人民发明于东周春秋时期，距今已2000多年．龙被视为中华古老文明的象征，大型龙类风筝放飞场面壮观，气势磅礴，因而广受喜爱．某团队耗时4个多月做出一长达200米、重约25公斤，“龙身”共有180节“鳞片”的巨龙风筝．制作过程中，风筝骨架可采用竹子制作，但竹子易断，还有一种耐用的碳杆材质也可做骨架，但它比竹质的成本高．最终团队决定骨架材质按图中规律排列（即相邻两碳质骨架之间的竹质骨架个数成等差数列）．则该“龙身”中竹质骨架个数为



第4题图

A. 161　　B. 162　　C. 163　　D. 164

5. 如图是下列某个函数在区间 $[-2,2]$ 的大致图象，则该函数是



第5题图

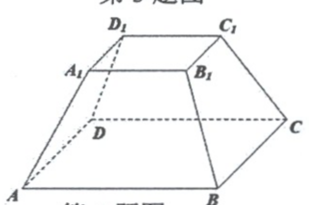
A. $f(x)=\dfrac{x^3+3x^2-3x}{x^2+1}\cos\dfrac{x}{2}$

B. $f(x)=\dfrac{x^3+3x^2-3x}{x^2+1}$

C. $f(x)=\dfrac{x^3-x^2+x}{x^2+1}\sin x$

D. $f(x)=\dfrac{x^2-5x}{x^2+1}\cos x$

6. 如图，在正四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=2AA_1=2A_1B_1=2\sqrt{3}$，且各顶点都在同一球面上，则该球体的表面积为



第6题图

A. 16π　　B. $\dfrac{97}{4}\pi$

C. $\dfrac{105}{4}\pi$　　D. 30π

7. 已知 $a=e^{0.4}-1$，$b=0.4-2\ln 1.2$，$c=0.2$，则 a，b，c 的大小关系为

A. $a>b>c$　　B. $a>c>b$　　C. $b>a>c$　　D. $c>b>a$

8. 若 a,b,c 均为正数，且满足 $a^2+3ab+3ac+9bc=18$，则 $2a+3b+3c$ 的最小值是

A. 6　　B. $4\sqrt{6}$　　C. $6\sqrt{2}$　　D. $6\sqrt{3}$

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。

9. 已知 A,B 为两个随机事件，且 $P(A)=0.4$，$P(B)=0.6$，则

A. $P(A+B)<1$　　B. 若 A,B 为互斥事件，则 $P(AB)=0$

C. 若 $P(AB)=0.24$，则 A,B 为相互独立事件　　D. 若 A,B 为相互独立事件，则 $P(\overline{A}\,\overline{B})=P(AB)$

10. 已知抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F，点 P 在准线上，过点 F 作 PF 的垂线且与抛物线交于 A,B 两点，则

A. $|PF|$ 最小值为2　　B. 若 $|PA|=|PB|$，则 $|AB|=2|PF|$

C. 若 $|AB|=8$，则 $|PF|=2\sqrt{2}$　　D. 若点 P 不在 x 轴上，则 $|FA|\cdot|FB|>|PF|^2$

11. 已知函数 $f(x)$ 及其导函数 $f'(x)$ 的定义域均为 $\mathbf{R}$，记 $g(x)=f'(x)$，若 $f(\dfrac{1}{2}-x)$，$g(1+x)$ 均为奇函数，则

A. $f(0)=0$　　B. $g(0)=0$　　C. $f(-1)=f(4)$　　D. $g(-1)=g(4)$

12. 在平面直角坐标系 Oxy 中，$\triangle OAB$ 为等腰三角形，顶角 $\angle OAB=\theta$，点 $D(3,0)$ 为 AB 的中点，记 $\triangle OAB$ 的面积 $S=f(\theta)$，则

A. $f(\theta)=\dfrac{18\sin\theta}{5-4\cos\theta}$　　B. S 的最大值为6

C. $|AB|$ 的最大值为6　　D. 点 B 的轨迹方程是 $x^2+y^2-4x=0(y\neq 0)$

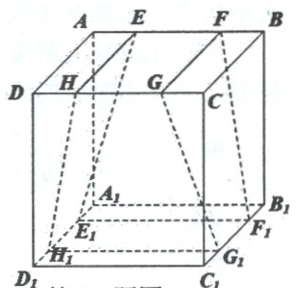
三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. $(\sqrt{x}+\dfrac{1}{2x})^9$ 展开式中的常数项为______.

14. 已知椭圆 $\dfrac{x^2}{b^2}+\dfrac{y^2}{4}=1(0<b<2)$ 与 x 轴正半轴交于点 A，与 y 轴正半轴交于点 B，点 F 是椭圆的一个焦点，若 $\triangle ABF$ 是等腰三角形，则 b^2 的值为______.

15. 已知平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=1$，$|2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=2$，则 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}$ 的最大值为______.

16. 如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为2，点 E,F 在棱 AB 上，点 H,G 在棱 CD 上，点 E_1,H_1 在棱 A_1D_1 上，点 F_1,G_1 在棱 B_1C_1 上，$AE=BF=DH=CG=A_1E_1=B_1F_1=D_1H_1=C_1G_1=\dfrac{1}{2}$，则六面体 $EFGH-E_1F_1G_1H_1$ 的体积为______.



第16题图

四、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（10分）

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $a_1=1$，且 a_1,a_2,S_3 成等比数列.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）设 $b_n=\dfrac{1}{4S_n-1}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

18.（12分）

在$\triangle ABC$中，角A,B,C所对的边分别为a,b,c，且$2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$.

（1）求$\frac{b}{c}$；

（2）已知$B=\frac{\pi}{4}$，$a=2$，求$\triangle ABC$的面积.

19.（12分）

大气污染物$PM_{2.5}$（大气中直径小于或等于$2.5\ \mu m$的颗粒物）的浓度超过一定的限度会影响人的身体健康．为了研究$PM_{2.5}$的浓度是否受到汽车流量等因素的影响，研究人员选择了24个社会经济发展水平相近的城市，在每个城市选择一个交通点建立监测点，统计每个监测点24 h内过往的汽车流量（单位：千辆），同时在低空相同的高度测定每个监测点空气中$PM_{2.5}$的平均浓度（单位：$\mu g/m^3$），得到的数据如下表：

城市编号	汽车流量	$PM_{2.5}$浓度	城市编号	汽车流量	$PM_{2.5}$浓度
1	1.30	66	11	1.82	135
2	1.44	76	12	1.43	99
3	0.78	21	13	0.92	35
4	1.65	170	14	1.44	58
5	1.75	156	15	1.10	29
6	1.75	120	16	1.84	140
7	1.20	72	17	1.11	43
8	1.51	120	18	1.65	69
9	1.20	100	19	1.53	87
10	1.47	129	20	0.91	45

（1）根据上表，若24 h内过往的汽车流量大于等于1500辆属于车流量大，$PM_{2.5}$大于等于$75\ \mu g/m^3$属于空气污染．请结合表中的数据，依据小概率值$\alpha=0.05$的独立性检验，能否认为车流量大小与空气污染有关联？

（2）设$PM_{2.5}$浓度为y，汽车流量为x．根据这些数据建立$PM_{2.5}$浓度关于汽车流量的线性回归模型，并求出对应的经验回归方程（系数精确到0.01）.

附：$\chi^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，

α	0.100	0.050	0.010
x_α	2.706	3.841	6.635

$\sum_{i=1}^{20}x_i=27.8$，$\sum_{i=1}^{20}y_i=1770$，

$\sum_{i=1}^{20}x_i^2=40.537$，$\sum_{i=1}^{20}y_i^2=193694$，$\sum_{i=1}^{20}x_iy_i=2680.48$.

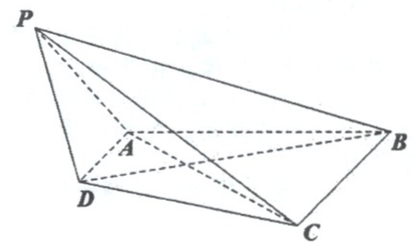
在经验回归方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$中，$\begin{cases}\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}\\ \hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}\end{cases}$.

20.（12分）

如图，在四棱锥$P-ABCD$中，平面$PAD\perp$平面$ABCD$，底面$ABCD$是直角梯形，$AD\parallel BC$，$\angle DAB=90°$，$AB=BC=4$，$PA=PC=5$.

（1）求证：$PB\perp AC$；

（2）若平面$PBD\perp$平面PBC，且$\triangle PAD$中，AD边上的高为3，求AD的长.



21.（12分）

已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$的焦距为$2\sqrt{3}$，离心率$e=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

（1）求双曲线C的方程；

（2）设P,Q为双曲线C上异于点$M(\sqrt{2}a,b)$的两动点，记直线MP,MQ的斜率分别为k_1，k_2，若$k_1+k_2=2k_1k_2$，求证：直线PQ过定点.

22.（12分）

已知函数$f(x)=\frac{1}{x}+2\ln x$.

（1）求函数$g(x)=f(x)-x$的零点；

（2）证明：对于任意的正实数k，存在$x_0>0$，当$x\in(x_0,+\infty)$时，恒有$k\sqrt{x}>f(x)$.