石家庄市2023届高中毕业年级教学质量检测(二)

数　学

(时间120分钟，满分150分)

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2.回答选择题时，选出每小题的答案后，用2B铅笔把答题卡上的对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。

3.在答题卡上与题号相对应的答题区域内答题，写在试卷、草稿纸上或答题卡非题号对应的答题区域的答案一律无效。不得用规定以外的笔和纸答题，不得在答题卡上做任何标记。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设全集$U=\{2,4,6,8\}$，若集合M满足$\complement_U M=\{2,8\}$，则（　）

A. $4\subseteq M$　　B. $6\subseteq M$　　C. $4\in M$　　D. $6\notin M$

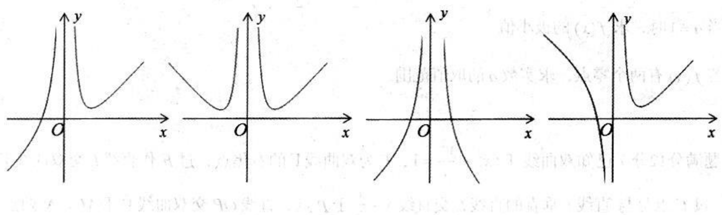
2. 已知复数$z=1-i$，则$|z^2+z|=$（　）

A. $\sqrt{5}$　　B. $\sqrt{10}$　　C. $2\sqrt{5}$　　D. $2\sqrt{10}$

3. 为实现乡村生态振兴，走乡村绿色发展之路，乡政府采用按比例分层抽样的方式从甲村和乙村抽取部分村民参与环保调研，已知甲村和乙村人数之比是3：1，被抽到的参与环保调研的村民中，甲村的人数比乙村多8人，则参加调研的总人数是（　）

A. 16　　B. 24　　C. 32　　D. 40

4. 函数$f(x)=x+\dfrac{\cos x}{x^2}$的大致图象为（　）



A.　　B.　　C.　　D.

5. 已知非零向量$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$满足$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$，则$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$在$\boldsymbol{b}$方向上的投影向量为（　）

A. $-\boldsymbol{a}$　　B. $-\boldsymbol{b}$　　C. $\boldsymbol{a}$　　D. $\boldsymbol{b}$

6. 中国古代许多著名数学家对推导高阶等差数列的求和公式很感兴趣，创造并发展了名为“垛积术”的算法，展现了聪明才智.南宋数学家杨辉在《详解九章算法》和《算法通变本末》中，所讨论的二阶等差数列与一般等差数列不同，前后两项之差并不相等，但是后项减前项之差组成的新数列是等差数列.现有一个“堆垛”，共50层，第一层2个小球，第二层5个小球，第三层10个小球，第四层17个小球，...，按此规律，则第50层小球的个数为（　）

A. 2400　　B. 2401　　C.2500　　D. 2501

7. 已知圆台的上、下底面圆的半径之比为$\dfrac{1}{2}$，侧面积为9π，在圆台的内部有一球O，该球与圆台的上、下底面及母线均相切，则球O的表面积为（　）

A. 3π　　B. 5π　　C. 8π　　D. 9π

8. 已知$x^{\frac{1}{x^2}}-a=0$在$x\in(0,+\infty)$上有两个不相等的实数根，则实数a的取值范围是（　）

A. $\left(0,\dfrac{1}{2e}\right]$　　B. $\left(0,\dfrac{1}{2e}\right)$　　C. $\left(1,e^{\frac{1}{2e}}\right]$　　D. $\left(1,e^{\frac{1}{2e}}\right)$

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.

9. 在平面直角坐标系中，角α的顶点与坐标原点重合，始边与x轴的非负半轴重合，终边经过点$P\left(\dfrac{\sqrt{5}}{2},x\right)$，且$\sin\alpha=\dfrac{2}{3}x$，则$x$的值可以是（　）

A. $\pm\sqrt{2}$　　B. ±1　　C. 0　　D. ±2

10.先后两次掷一枚质地均匀的骰子，事件$A=$“两次掷出的点数之和是6”，事件$B=$“第一次掷出的点数是奇数”，事件$C=$“两次掷出的点数相同”，则（　）

A. A与B互斥　　B. B与C相互独立

C. $P(A)=\dfrac{1}{6}$　　D. $P(AC)=\dfrac{1}{36}$

11.已知抛物线$C:y^2=4x$的焦点为F，过点$M(0,m)(m\neq0)$分别向抛物线C与圆$F:(x-1)^2+y^2=1$作切线，切点为分别为P，Q（P，Q不同于坐标原点），则下列判断正确的是（　）

A. $MP//OQ$　　B. $MP\perp MF$

C. P,Q,F三点共线　　D. $|MF|=|OQ|$

12．定义：对于定义在区间 I 上的函数 $f(x)$ 和正数 $\alpha(0<\alpha\le 1)$，若存在正数 M，使得不等式 $\left|f(x_1)-f(x_2)\right|\le M\left|x_1-x_2\right|^{\alpha}$ 对任意 $x_1,x_2\in I$ 恒成立，则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上满足 α 阶李普希兹条件，则下列说法正确的有（　　）

A．函数 $f(x)=\sqrt{x}$ 在 $[1,+\infty)$ 上满足 $\frac{1}{2}$ 阶李普希兹条件.

B．若函数 $f(x)=x\ln x$ 在 $[1,\mathrm{e}]$ 上满足一阶李普希兹条件，则 M 的最小值为2.

C．若函数 $f(x)$ 在 $[a，b]$ 上满足 $M=k(0<k<1)$ 的一阶李普希兹条件，且方程 $f(x)=x$ 在区间 $[a，b]$ 上有解 x_0，则 x_0 是方程 $f(x)=x$ 在区间 $[a，b]$ 上的唯一解.

D．若函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上满足 $M=1$ 的一阶李普希兹条件，且 $f(0)=f(1)$，则存在满足条件的函数 $f(x)$，存在 $x_1,x_2\in[0,1]$，使得 $\left|f(x_1)-f(x_2)\right|=\frac{2}{3}$.

三、填空题:本题共4小题，每小题5分，共20分.

13.某工厂生产的一批电子元件质量指标 X 服从正态分布 $N(4，\sigma^2)$，且 $P(2\le X\le 4)=0.4$，若从这批电子原件中随机选取一件产品，则其质量指标小于2的概率为________.

14.已知 $\alpha\in(0，\frac{\pi}{2})$，$\sin(\alpha-\frac{\pi}{4})=\frac{1}{3}$，则 $\cos 2\alpha=$________.

15.已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，过 F_1 的直线与 C 交于 P，Q 两点，若 $PF_1\perp PF_2$，且 $\frac{|PF_2|}{|PQ|}=\frac{5}{12}$，则椭圆 C 的离心率为________.

16. 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=BC=1,AA_1=2$，平面 AB_1C 与直线 D_1C_1 的交点为 M，现将 ΔMCB_1 绕 CB_1 旋转一周，在旋转过程中，动直线 CM 与底面 $A_1B_1C_1D_1$ 内任一直线所成最小角记为 α，则 $\sin\alpha$ 的最大值是__________

四、解答题：本题共6小题，共70分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分10分）已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前n项和为 $S_n,(n\in\mathbf{N}^*)$，$a_5-a_1=30$，$S_4=30$.

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）设数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=\log_2 a_{2n+1}$，求数列 $\left\{\frac{1}{b_nb_{n+1}}\right\}$ 的前n项和 T_n.

18.（本小题满分12分）已知 $\triangle ABC$ 内角 A,B,C 所对的边长分别为 a,b,c，$2\sqrt{2}a^2\cos B+b^2=2ab\cos C+a^2+c^2$.

（Ⅰ）求 B；

（Ⅱ）若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形，且 $a=4$,求 $\triangle ABC$ 面积的取值范围.

19.（本小题满分12分）为丰富学生的课外活动，学校羽毛球社团举行羽毛球团体赛，赛制采取5局3胜制，每局都是单打模式，每队有5名队员，比赛中每个队员至多上场一次且上场顺序是随机的，每局比赛结果互不影响，经过小组赛后，最终甲乙两队进入最后的决赛，根据前期比赛的数据统计，甲队明星队员 M 对乙队的每名队员的胜率均为 $\frac{3}{4}$，甲队其余4名队员对乙队每名队员的胜率均为 $\frac{1}{2}$.（注：比赛结果没有平局）

（Ⅰ）求甲队明星队员 M 在前四局比赛中不出场的前提下，甲乙两队比赛4局，甲队最终获胜的概率；

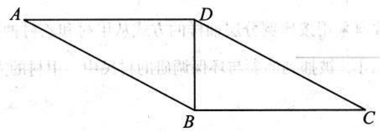
（Ⅱ）求甲乙两队比赛3局，甲队获得最终胜利的概率；

（Ⅲ）若已知甲乙两队比赛3局，甲队获得最终胜利，求甲队明星队员 M 上场的概率.

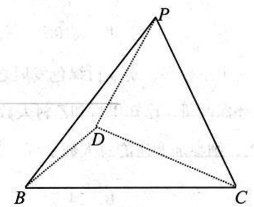
20.（本小题满分12分）如图（1），在▱$ABCD$中，$AD=2BD=4,AD\perp BD$，将 $\triangle ABD$ 沿 BD 折起，使得点 A 到达点 P 处，如图（2）.

（Ⅰ）若 $PC=6$，求证：$PD\perp BC$；

（Ⅱ）若 $PC=2\sqrt{5}$，求平面 PDC 与平面 PBC 夹角的余弦值.



（1）



（2）

21.（本小题满分12分）已知函数 $f(x)=a\cdot\mathrm{e}^{2x+1}-2\mathrm{e}^{x+1}+\frac{a}{2}\cdot\mathrm{e}^x-\frac{x}{2}$.

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，求 $f(x)$ 的极小值.

（Ⅱ）若 $f(x)$ 有两个零点，求实数 a 的取值范围.

22.（本小题满分12分）已知双曲线 $\Gamma:x^2-\frac{y^2}{3}=1$，$F$ 为双曲线 Γ 的右焦点，过 F 作直线 l_1 交双曲线 Γ 于 A，B 两点，过 F 点且与直线 l_1 垂直的直线 l_2 交直线 $x=\frac{1}{2}$ 于 P 点，直线 OP 交双曲线 Γ 于 M，N 两点.

（Ⅰ）若直线 OP 的斜率为 $\frac{3}{2}$，求 $|AB|$ 的值；

（Ⅱ）设直线 AB，AP，AM，AN 的斜率分别为 k_1，k_2，k_3，k_4，且 $k_1k_2k_3k_4\ne 0$，$k_1+k_2\ne 0$，记 $k_1+k_2=u$，$k_1k_2=v$，$k_3+k_4=w$，试探究 v 与 u，w 满足的方程关系，并将 v 用 w，u 表示出来.