2022—2023 学年度第一学期高三期末调研考试

数 学 试 题

注意事项：

1. 答卷前、考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x\mid |x-1|\geqslant 2\}$，$B=\{-1,0,1,2,3,4\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{-1,0,1\}$　　B. $\{2,3,4\}$　　C. $\{3,4\}$　　D. $\{-1,3,4\}$

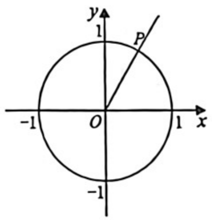
2. 若 $z=(2+i)(1-i)$，则 $z+\bar{z}$ 等于

A. 2　　B. 6　　C. -2　　D. -6

3. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=4$，$a_{n+1}=\dfrac{4}{a_n}+\dfrac{2}{n+1}$，则 $a_4=$

A. 2　　B. $\dfrac{8}{3}$　　C. -2　　D. $-\dfrac{8}{3}$

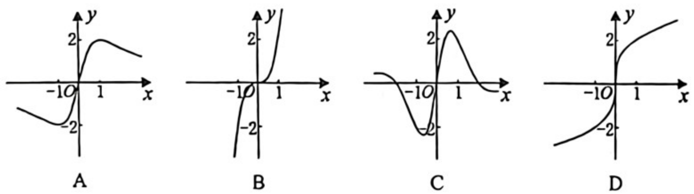
4. 如图，点 P 为射线 $y=\sqrt{3}x$ 与以原点 O 为圆心的单位圆的交点，一动点在圆 O 上以点 P 为起始点，沿逆时针方向运动，每 2 秒转一圈．则该动点横坐标 $f(t)$ 关于运动时间 t 的函数的解析式是



A. $f(t)=\sin(2t+\dfrac{\pi}{3})$　　B. $f(t)=\sin(\pi t-\dfrac{\pi}{3})$

C. $f(t)=\cos(\pi t+\dfrac{\pi}{3})$　　D. $f(t)=\cos(2t-\dfrac{\pi}{3})$

5. 函数 $f(x)=\dfrac{4x}{x^2+1}$ 的图象大致是



6. 已知函数 $f(x)=\sin^2\dfrac{\omega x}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin\omega x-\dfrac{1}{2}$（$\omega>0$），若 $f(x)$ 在（$\dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{3\pi}{2}$）上恰有两个零点，则 ω 的值可以是

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. 1　　C. 2　　D. 3

7. 已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$），$F_1$、$F_2$ 分别为椭圆的左、右焦点，P 为椭圆上一点，$\angle PF_1F_2=\dfrac{\pi}{3}$，过 F_2 做 $\angle F_1PF_2$ 外角平分线的垂线交 F_1P 的延长线于 N 点．若 $\sin\angle PNF_2=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$，则椭圆的离心率

A. $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　D. $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

8. 已知三棱锥 $D-ABC$ 的所有棱长均为 2，以 BD 为直径的球面与 $\triangle ABC$ 的交线为 L，则交线 L 的长度为

A. $\dfrac{2\sqrt{3}\pi}{9}$　　B. $\dfrac{4\sqrt{3}\pi}{9}$　　C. $\dfrac{2\sqrt{6}\pi}{9}$　　D. $\dfrac{4\sqrt{6}\pi}{9}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 某中学为了能充分调动学生对学术科技的积极性，鼓励更多的学生参与到学术科技之中，提升学生的创新意识，该学校决定邀请知名教授于 9 月 2 日和 9 月 9 日到学校做两场专题讲座．学校有东、西两个礼堂，第一次讲座地点的安排不影响下一次讲座的安排，假设选择东、西两个礼堂作为讲座地点是等可能的，则下列叙述正确的是

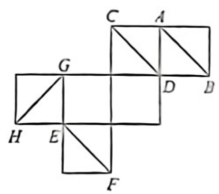
A. 两次讲座都在东礼堂的概率是 $\dfrac{1}{4}$

B. 两次讲座安排在东、西礼堂各一场的概率是 $\dfrac{1}{2}$

C. 两次讲座中至少有一次安排在东礼堂的概率是 $\dfrac{3}{4}$

D. 若第一次讲座安排在东礼堂，下一次讲座安排在西礼堂的概率是 $\dfrac{1}{3}$

10. 如图是正方体的平面展开图，则在这个正方体中



A. AB 与 CD 平行

B. CD 与 GH 是异面直线

C. EF 与 GH 成 60° 角

D. CD 与 EF 平行

11. 已知函数 $f(x)=\frac{e^{ax}}{x^2}$（$a\neq0$），则 $f(x)$

A. 在（$-\infty$，0）上单调递增　　B. 无极小值

C. 无最小值　　D. 有极小值，极小值为$\frac{a^2e^2}{4}$

12. 平面内有一定点 A 和一个定圆 O，P 是圆 O 上任意一点．线段 AP 的垂直平分线 l 和直线 OP 相交于点 Q，当点 P 在圆上运动时，点 Q 的轨迹可以是

A. 直线　　B. 圆　　C. 椭圆　　D. 双曲线

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. $(1+2x)^3(1-x)^2$ 的展开式中 x 项的系数是________．

14. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,1)$，$\boldsymbol{b}=(1,0)$，$\boldsymbol{c}=\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\langle\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\rangle$，则 $\lambda=$________．

15. 定义在 R 上的两个函数 $f(x)$ 和 $g(x)$，已知 $f(x)+g(1-x)=3$，$g(x)+f(x-3)=3$．若 $y=g(x)$ 图象关于点（1，0）对称，则 $f(0)=$________，$g(1)+g(2)+g(3)+\cdots+g(1000)=$________．

16. 已知双曲线 C_1：$x^2-y^2=1$，圆 C_2：$(x-4)^2+y^2=2$，在 C_1 的第四象限部分取点 P，过 P 做斜率为 1 的直线 l，若 l 与 C_2 交于不同的两点 M，N，则 $|PM|\cdot|PN|$ 的最小值为________．

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（10分）

数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n 满足 $2S_n=3a_n-3$．

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 已知数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=3n$，在数列 $\{b_n\}$ 中剔除掉属于数列 $\{a_n\}$ 的项，并且把剩余的项从小到大排列，构成新数列 $\{c_n\}$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 100 项和 T_{100}．

18.（12分）

已知△ABC 的内角 A、B、C 的对应边分别为 a、b、c，$b=2a$，点 D 在边 AB 上，且 $2CD\cdot\sin A=b\cdot\sin\angle ACB$．

(1) 求 CD 与 c 的关系；

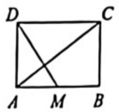
(2) 若$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DB}$，求 $\cos\angle ACB$．

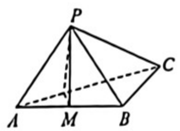
19.（12分）

已知矩形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$AD=\sqrt{2}$，M 为 AB 中点，沿 AC 将△ACD 折起，得到三棱锥 P—ABC．

(1) 求异面直线 PM 与 AC 所成的角；

(2) 当二面角 P—AC—B 的大小为 60° 时，求 AB 与平面 PBC 所成角．





20.（12分）

根据《全国普通高等学校体育课程教学指导纲要》第六条：普通高等学校要对三年级及以上学生开设体育选修课．某学院大三、大四年级的学生可以选择羽毛球、健美操、乒乓球、排球等体育选修课程，规定每位学生每学年只能从中选修一项课程，大三选过的大四不能重复选，每项课程一学年完成共计 80 学时．现在在该学院进行乒乓球课程完成学时的调查，已知该学院本学年选修乒乓球课程大三与大四学生的人数之比为 3∶2，现用分层随机抽样的方法从这两个年级选修乒乓球课的数据中随机抽取 100 位同学的乒乓球课程完成学时，得到如下频率分布表：

成绩（单位：学时）	[30，40)	[40，50)	[50，60)	[60，70)	[70，80]
频数（不分年级）	3	x	21	35	33
频数（大三年级）	2	6	16	y	16

(1) 求 x，y 的值；

(2) 在这 100 份样本数据中，从完成学时位于区间 [30，60) 的大四学生中随机抽取 2 份，记抽取的这 2 份学时位于区间 [40，50) 的份数为 X，求 X 的分布列与数学期望；

(3) 已知该学院大三、大四学生选修乒乓球的概率为 25%，本学年这两个年级体育选修课程学时位于 [70，80] 的学生占两个年级总体的 16%．现从该学院这两个年级中任选一位学生，若此学生本学年选修的体育课程学时位于 [70，80]，求他选修的是乒乓球的概率（以样本数据中完成学时位于各区间的频率作为学生完成学时位于该区间的概率，精确到 0.0001）．

21.（12分）

已知椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{8}=1$ 与直线 l：$y=kx+m$（$k\neq0$）有唯一的公共点 M.

(1) 当 $m=4$ 时，求点 M 的坐标；

(2) 过点 M 且与 l 垂直的直线分别交 x 轴、y 轴于 $A(x,0)$，$B(0,y)$ 两点．当点 M 运动时，

(ⅰ) 求点 $P(x,y)$ 的轨迹方程，并说明轨迹是什么曲线；

(ⅱ) 如果推广到一般椭圆，能得到什么相应的结论？(直接写出结论即可)

22.（12分）

已知函数 $f(x)=(x-1)e^x-ax$.

(1) 当 $x>-1$ 时，x_0 是 $y=f(x)$ 的一个极值点且 $f(x_0)=-1$，求 x_0 及 a 的值；

(2) 已知 $g(x)=x^2\ln x$，设 $h(x)=e^x[f'(x)+a]$，若 $x_1>1$，$x_2>0$，且 $g(x_1)=h(x_2)$，求 x_1-2x_2 的最小值．