滁州市2023年高三第一次教学质量监测

数学试题

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的准考证号、姓名和座位号填在答题卡上。将条形码横贴在答题卡"条形码粘贴处"。

2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔在答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需要改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试卷上。

3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，监考员将试题卷和答题卡一并收回。

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设集合 $A=\{x\mid e^x>1\}$，$B=\{-1,0,1,2\}$，则 $A\cap B=$

A．$\{0,1,2\}$　　B．$\{1,2\}$　　C．$\{-1,0,1\}$　　D．$\{-1,0,1,2\}$

2．若复数 z 满足 $z\bar{z}-\mathrm{i}\bar{z}=3-\mathrm{i}$，则 z 的虚部为

A．-1　　B．2　　C．1或2　　D．-1或2

3．现有一组数据：$663,664,665,668,671,664,656,674,651,653,652,656$，则这组数据的第85百分位数是

A．652　　B．668　　C．671　　D．674

4．5G技术的数学原理之一便是著名的香农公式：$C=W\log_2(1+\frac{S}{N})$，它表示在受噪音干扰的信道中，最大信息传递速度 C 取决于信道带宽 W，信道内信号的平均功率 S，信道内部的高斯噪声功率 N 的大小，其中 $\frac{S}{N}$ 叫做信噪比．当信噪比 $\frac{S}{N}$ 比较大时，公式中真数里面的1可以忽略不计．按照香农公式，若不改变带宽 W，而将信噪比 $\frac{S}{N}$ 从1 000提升至12 000，则 C 大约增加了（参考数据：$\lg 2=0.3010,\lg 3=0.4771,\lg 5=0.6990$）

A．25%　　B．30%　　C．36%　　D．45%

5．已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(1,3)$，$\boldsymbol{b}=(-2,4)$，则 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量为

A．$(1,-2)$　　B．$(-1,2)$　　C．$(1,3)$　　D．$(-\frac{1}{10},\frac{1}{5})$

6．已知抛物线 $E_1:y^2=4x$ 的焦点为 F，过 F 且斜率大于零的直线 l 与 E_1 相交于 A,B 两点，若直线 l 与抛物线 $E_2:y^2=-4x$ 相切，则 $|AB|=$

A．4　　B．6　　C．8　　D．10

7. 已知函数 $f(x)=\tan(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的图象经过点 $(0,\sqrt{3})$，若函数 $f(x)$ 在区间 $[0,\pi]$ 内恰有两个零点，则实数 ω 的取值范围是

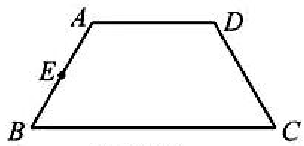
A. $[\frac{2}{3},\frac{5}{3}]$　　B. $[\frac{2}{3},\frac{5}{3})$　　C. $[\frac{5}{3},\frac{8}{3}]$　　D. $[\frac{5}{3},\frac{8}{3})$

8. 已知六棱锥的所有顶点都在半径为 2 的球的球面上，当六棱锥的体积最大时，其侧棱长为

A. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$　　B. $2\sqrt{6}$　　C. $\frac{8\sqrt{2}}{3}$　　D. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 已知圆台的轴截面如图所示，其上、下底面半径分别为 $r_{上}=1$，$r_{下}=2$，母线 AB 长为 2，点 E 为 AB 的中点，则



第 9 题图

A. 圆台的体积为 $\frac{7\sqrt{3}}{3}\pi$

B. 圆台的侧面积为 12π

C. 圆台母线 AB 与底面所成角为 $60°$

D. 在圆台的侧面上，从点 C 到点 E 的最短路径长为 4

10. 已知 D 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的一点（不包含顶点），且 $\overrightarrow{AD}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，则

A. $x+y=1$　　B. $x+2y=1$　　C. $\sqrt{x}+\sqrt{y}\geqslant\sqrt{2}$　　D. $\log_2 x+\log_2 y\leqslant -2$

11. 已知直线 $l:(1+a)x+y+2a=0(a\in\mathbf{R})$ 与圆 $C:x^2+(y-2)^2=4$，则

A. 直线 l 必过定点　　B. 当 $a=1$ 时，l 被圆 C 截得的弦长为 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

C. 直线 l 与圆 C 可能相切　　D. 直线 l 与圆 C 不可能相离

12. 已知函数 $f(x)=e^{tx}-\ln x+(t-1)x$，若 $f(x)\geqslant 0$ 恒成立，则实数 t 的可能的值为

A. $\frac{1}{e}$　　B. $\frac{1}{2e}$　　C. $\frac{1}{e^2}$　　D. $\frac{2}{e}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，若 $P(0\leqslant X\leqslant 1)=P(5\leqslant X\leqslant 6)$，则 $\mu=$________.

14. 若数列 $\{a_n\}$ 是公差为 2 的等差数列，$S_5<3a_4$，写出满足题意的一个通项公式 $a_n=$________.

15. 已知函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的定义域均为 $\mathbf{R}$，$f(x+1)$ 为偶函数，$g(x)$ 的图象关于点 $(1,0)$ 中心对称，若 $f(x)+g(x)=x^2-1$，则 $f(2)g(2)$ 的值为________.

16. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的焦距为 2，过椭圆 C 的右焦点 F 且不与两坐标轴平行的直线交椭圆 C 于 A,B 两点，若 x 轴上的点 P 满足 $|PA|=|PB|$ 且 $|PF|>\frac{2}{3}$ 恒成立，则椭圆 C 离心率 e 的取值范围为________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（10分）

已知数列$\{a_n\}$，$a_1=3$，$a_2=5$，数列$\{b_n\}$为等比数列，满足$b_{n+1}=a_{n+1}b_n-a_nb_n$，且$b_2$，$2a_4$，$b_5$成等差数列.

（1）求数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

（2）记数列$\{c_n\}$满足：$c_n=\begin{cases}a_n,(n\text{为奇数})\\ b_n,(n\text{为偶数})\end{cases}$，求数列$\{c_n\}$的前$2n$项和$T_{2n}$.

18.（12分）

已知条件：① $\dfrac{\tan B+\tan C}{\tan B}=\dfrac{2a}{b}$；② $\dfrac{1+\sin 2C-\cos 2C}{1+\sin 2C+\cos 2C}=\sqrt{3}$；③ $\sqrt{3}a=2c\sin(B+\dfrac{\pi}{3})$. 在这三个条件中任选一个，补充在下面的问题中，并解答.

问题：在$\triangle ABC$中，角A,B,C所对的边分别是a,b,c，满足：________.

（1）求角C的大小；

（2）若$\triangle ABC$为锐角三角形，$c=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，求a^2+b^2的取值范围.

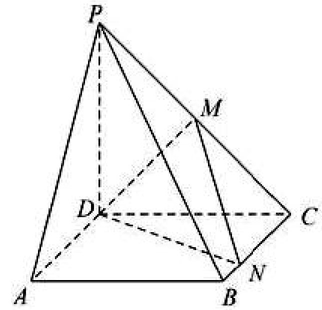
注：如果选择多个条件分别作答，按第一个解答计分.

19.（12分）

如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$为正方形，$PD\perp$底面$ABCD$，$PD=DC=4$，M为线段PC的中点，N在线段BC上，且$BN=\dfrac{1}{4}BC$.

（1）求证：平面$DMN\perp$平面PBC；

（2）求直线AB与平面DMN所成角的正弦值.



第19题图

20．（12 分）

为了了解养殖场的甲、乙两个品种成年水牛的养殖情况，现分别随机调查 5 头水牛的体高（单位：cm）如下表，请进行数据分析．

甲品种	137	128	130	133	122
乙品种	111	110	109	106	114

（1）已知甲品种中体高大于等于 130cm 的成年水牛以及乙品种中体高大于等于 111cm 的成年水牛视为“培育优良”，现从甲品种的 5 头水牛与乙品种的 5 头水牛中各随机抽取 2 头．设随机变量 X 为抽得水牛中“培育优良”的总数，求随机变量 X 的分布列与期望．

（2）当需要比较两组数据离散程度大小的时候，如果两组数据的测量尺度相差大，或者数据的量纲不同，直接使用标准差来进行比较是不合适的，此时就应当消除测量尺度和量纲的影响．而变异系数（C．V）可以做到这一点，它是原始数据标准差与原始数据平均数的比，即变异系数的计算公式为：变异系数$=\dfrac{\text{标准差}}{\text{平均数}}\times 100\%$．变异系数没有量纲，这样就可以进行客观比较了．从表格中的数据明显可以看出甲品种的体高水平高于乙品种，试比较甲、乙两个品种的成年水牛的变异系数的大小．（参考数据：$\sqrt{25.2}\approx 5.02$，$\sqrt{6.8}\approx 2.61$）

21．（12 分）

平面直角坐标系 Oxy 中，$P(x_0,y_0)(|x_0|>a)$ 是双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 上一点，A,B 分别是双曲线 C 的左,右顶点，直线 PA,PB 的斜率之积为 3．

（1）求双曲线 C 的渐近线方程；

（2）设点 P 关于 x 轴的对称点为 Q，直线 PB 与直线 QA 交于点 M，过点 M 作 x 轴的垂线，垂足为 N，求证：直线 PN 与双曲线 C 只有一个公共点．

22．（12 分）

设函数 $f(x)=\ln(x-1)-\dfrac{k(x-2)}{x}$．

（1）若 $f(x)\geqslant 0$ 对 $\forall x\in[2,+\infty)$ 恒成立，求实数 k 的取值范围；

（2）已知方程 $\dfrac{\ln(x-1)}{x-1}=\dfrac{1}{3\mathrm{e}}$ 有两个不同的根 x_1,x_2，求证：$x_1+x_2>6\mathrm{e}+2$，其中 $\mathrm{e}=2.71828\cdots$ 为自然对数的底数．