秘密★启用前

淮北市 2023 届高三第一次模拟考试

数学试题卷

注意事项:

1. 答卷前,考试务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上.

2. 回答选择题时,选出每个小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.

3. 考试结束后,将本答题卡交回.

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分. 在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $P=\{x\in\mathbf{N}\mid x^2-2x-3\le 0\}$ 和 $Q=\{x\mid x=2k-1,k\in\mathbf{Z}\}$, 则集合 $P\bigcap(\complement_U Q)$ 的元素个数为

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

2. 已知复数 z 在复平面内对应点的坐标是 $(2,-1)$, 则 $\dfrac{z+2}{z-1}=$

A. $\dfrac{1}{2}-\dfrac{5}{2}\mathrm{i}$　　B. $\dfrac{1}{2}+\dfrac{5}{2}\mathrm{i}$　　C. $\dfrac{5}{2}-\dfrac{3}{2}\mathrm{i}$　　D. $\dfrac{5}{2}+\dfrac{3}{2}\mathrm{i}$

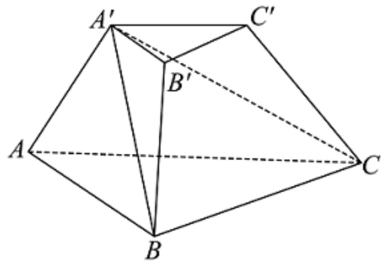
3. 如图所示, 在三棱台 $A'B'C'-ABC$ 中, 沿平面 $A'BC$ 截去三棱锥 $A'-ABC$, 则剩余的部分是

A. 三棱锥

B. 四棱锥

C. 三棱柱

D. 组合体



(第 3 题图)

4. 已知 $\dfrac{\cos 2\alpha}{\sin\alpha+\cos\alpha}=\dfrac{1}{3}$, 则 $\sin\left(\alpha+\dfrac{3\pi}{4}\right)=$

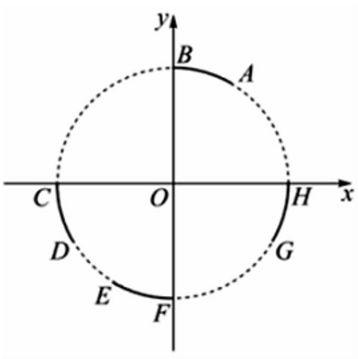
A. $-\dfrac{\sqrt{2}}{6}$　　B. $\dfrac{1}{3}$　　C. $\dfrac{\sqrt{2}}{6}$　　D. $-\dfrac{1}{3}$

5. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$ 在椭圆 C:$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ 上, 且直线 OA,OB 的斜率之积为 $-\dfrac{1}{2}$, 则 $x_1^2-y_1^2+x_2^2-y_2^2=$

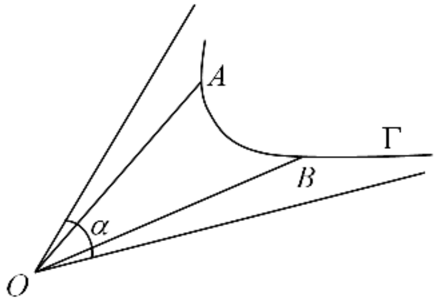
A. 1　　B. 3　　C. 2　　D. $\dfrac{5}{2}$

6. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $\overset{\frown}{AB},\overset{\frown}{CD},\overset{\frown}{EF},\overset{\frown}{GH}$ 分别是单位圆上的四段弧, 点 P 在其中一段弧上, 角 α 以 Ox 为始边, OP 为终边. 若 $\sin\alpha<\cos\alpha<\tan\alpha$, 则点 P 所在的圆弧是

A. $\overset{\frown}{AB}$　　B. $\overset{\frown}{CD}$　　C. $\overset{\frown}{EF}$　　D. $\overset{\frown}{GH}$



(第 6 题图)



(第 7 题图)

7. 如图, 对于曲线 Γ 所在平面内的点 O, 若存在以 O 为顶点的角 α, 使得对于曲线 Γ 上的任意两个不同的点 A,B 恒有 $\angle AOB\leqslant\alpha$ 成立, 则称角 α 为曲线 Γ 的相对于点 O 的“界角”, 并称其中最小的“界角”为曲线 Γ 的相对于点 O 的“确界角”. 已知曲线 $C:y=\begin{cases}x\mathrm{e}^{x-1}+1,x\geqslant 0,\\4x^2+x+1,x<0\end{cases}$ (其中 $\mathrm{e}=2.71828\cdots$ 是自然对数的底数), O 为坐标原点, 则曲线 C 的相对于点 O 的“确界角”为

A. $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{4}$　　C. $\dfrac{\pi}{3}$　　D. $\dfrac{\pi}{2}$

8. 对于一个古典概型的样本空间 Ω 和事件 A,B,C,D, 其中 $n(\Omega)=60,n(A)=30,n(B)=10,n(C)=20$, $n(D)=30,n(A\bigcup B)=40,n(A\bigcap C)=10,n(A\bigcup D)=60$, 则

A. A 与 B 不互斥　　B. A 与 D 互斥但不对立

C. C 与 D 互斥　　D. A 与 C 相互独立

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 3 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知 D 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的一点 (不包含顶点), 且 $\overrightarrow{AD}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$, 其中 $x,y\in\mathbf{R}$, 则

A. $x+y=1$　　B. $x+2y=1$

C. $\sqrt{x}+\sqrt{y}\geqslant\sqrt{2}$　　D. $\log_2 x+\log_2 y\leqslant -2$

10. 已知函数 $f(x)=x\ln(1+x)$, 则

A. $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增

B. $f(x)$ 有两个零点

C. 曲线 $y=f(x)$ 在点 $\left(-\dfrac{1}{2},f\left(-\dfrac{1}{2}\right)\right)$ 处切线的斜率为 $-1-\ln 2$

D. $f(x)$ 是奇函数

11. 已知曲线 $\Gamma: y^2=16x$, 直线 l 过点 $F(4,0)$ 交 Γ 于 A,B 两点, 下列命题正确的有

A. 若 A 点横坐标为 8 , 则 $|AB|=24$

B. 若 $P(2,3)$, 则 $|AP|+|AF|$ 的最小值为 6

C. 原点 O 在 AB 上的投影的轨迹与直线 $x+\sqrt{3}y-6=0$ 有且只有一个公共点

D. 若 $\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{FB}$, 则以线段 AB 为直径的圆的面积是 81π

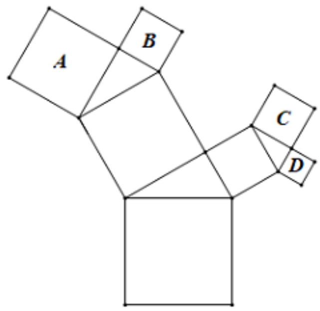
12. 如图, 以正方形的一边为斜边向外作直角三角形, 再以该直角三角形的两直角边分别向外作正方形, 重复上述操作, 保持所作的直角三角形都相似, 得四个正方形, 记为 A、B、C、D, 其面积记为 S_A,S_B,S_C,S_D, 则下列结论正确的有

A. $S_A+S_D=S_B+S_C$

B. $S_A\cdot S_D=S_B\cdot S_C$

C. $S_A+S_D\geqslant 2S_B$

D. $S_A+S_D<2S_C$



(第 12 题图)

三、**填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.**

13. $\left(x-\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6$ 的展开式中的常数项为____▲____(用数字作答)

14. 已知直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是菱形, $\angle ABC=120°$, 棱长均为 4,AB、CC_1 的中点分别为 P、Q, 则三棱锥 $P-A_1D_1Q$ 的体积为____▲____

15. 设 $f(x)=\begin{cases} e^{-x}, x<0, \\ e^{x}, 0\leq x\leq 1 \\ 3-x, x>1. \end{cases}$ 若互不相等的实数 x_1,x_2,x_3 满足 $f(x_1)=f(x_2)=f(x_3)$,

则 $x_1f(x_1)+x_2f(x_2)+x_3f(x_3)$ 的取值范围是____▲____

16. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{6}=\lambda$ 过点 $(\sqrt{5},\sqrt{3})$, 则其方程为 ____▲____; 设 F_1, F_2 分别为双曲线 C 的左右焦点, D 为右顶点, 过 F_2 的直线与双曲线 C 的右支交于 A,B 两点 (其中点 A 在第一象限), 设 M,N 分别为 $\triangle AF_1F_2,\triangle BF_1F_2$ 的内心, 则 $|MD|-|ND|$ 的取值范围是____▲____(第一个空 2 分,第二个空 3 分)

四、**解答题:本题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. (本题满分 10 分) 设 $\triangle ABC$ 内角 A、B、C 所对边分别为 a、b、c, 已知 $\frac{c\sin C}{a}-\sin C=\frac{b\sin B}{a}-\sin A$, $b=4$.

(I) 求角 B 的大小;

(II) 若 $c=\frac{4\sqrt{6}}{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (**本题满分 12 分**) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1,a_n=3a_{n-1}+2,(n\geq 2,n\in\mathbf{N})$.

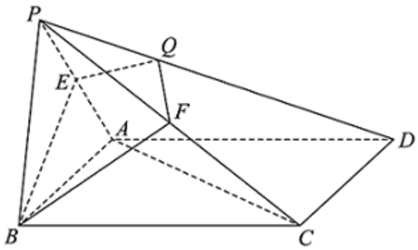
(I) 求证: 数列 $\{a_n+1\}$ 是等比数列;

(II) 若 $b_n=(2n+1)(a_{n+1}-a_n)$,S_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 求 S_n.

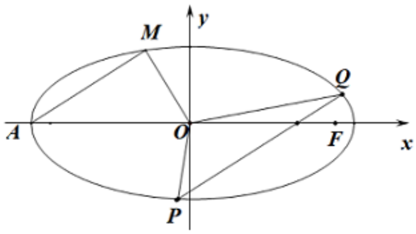
19.（本题满分 12 分）如图, 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是平行四边形, 侧面 PAB 是等边三角形,$BC=2AB$,$\angle ABC=60^\circ$,$PB\perp AC$.

(I) 求证: 面 $PAB\perp$ 面 $ABCD$;

(II) 设 Q 为侧棱 PD 上一点, 四边形 $BEQF$ 是过 B,Q 两点的截面, 且 $AC//$ 平面 $BEQF$, 是否存在点 Q, 使得平面 $BEQF\perp$ 平面 PAD ? 若存在, 确定点 Q 的位置; 若不存在, 说明理由.



(第 19 题图)



(第 21 题图)

20.（本题满分 12 分）为弘扬中华优秀传统文化, 荣造良好的文化氛围, 某高中校团委组织非毕业年级开展了"我们的元宵节"主题知识竞答活动, 该活动有个人赛和团体赛, 每人只能参加其中的一项, 根据各位学生答题情况, 获奖学生人数统计如下:

奖项组别	个人赛			团体赛获奖
	一等奖	二等奖	三等奖	
高一	20	20	60	50
高二	16	29	105	50

(I) 从获奖学生中随机抽取 1 人, 若已知抽到的学生获得一等奖, 求抽到的学生来自高一的概率;

(II) 从高一和高二获奖者中各随机抽取 1 人, 以 X 表示这 2 人中团体赛获奖的人数, 求 X 的分布列和数学期望;

(III) 从获奖学生中随机抽取 3 人, 设这 3 人中来自高一的人数为 ξ, 来自高二的人数为 η, 试判断 $D(\xi)$ 与 $D(\eta)$ 的大小关系. (结论不要求证明)

21.（本题满分 12 分）已知椭圆 Γ:$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$, A、F 分别为 Γ 的左顶点和右焦点, O 为坐标原点, 以 OA 为直径的圆与 Γ 交于 M 点(第二象限) , $|OM|=\dfrac{a}{2}$.

(I) 求椭圆 Γ 的离心率 e;

(II) 若 $b=2$, 直线 $l//AM$, l 交 Γ 于 P、Q 两点, 直线 OP,OQ 的斜率分别为 k_1,k_2.

(i) 若 l 过 F, 求 $k_1\cdot k_2$ 的值;

(ii) 若 l 不过原点, 求 $S_{\triangle OPQ}$ 的最大值.

22.（本题满分 12 分）已知函数 $f(x)=e^x-kx-k$, $k\in\mathbf{R}$.

(I) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(II) 当 $k=1$ 时,令 $g(x)=\dfrac{2f(x)}{x^2}$.

(i) 证明:当 $x>0$ 时,$g(x)>1$;

(ii) 若数列 $\{x_n\}$ 满足:$x_1=\dfrac{1}{3}$,$e^{x_{n+1}}=g(x_n)$,证明:$x_n<\ln(1+\dfrac{1}{2^n})$.