河北省“五个一”名校联盟

2023 届高三年级联考（2022.12）

数学试卷

命题单位：石家庄市第一中学

（满分：150 分，测试时间：120 分钟）

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.已知集合 $A=\left\{x\left|-1<2^x<2,x\in R\right.\right\}$，集合 $B=\left\{x\left|-1<\log_2 x<2,x\in R\right.\right\}$，则集合 $A\bigcap B=$（　　）

A. $\left\{x\left|0<x<1\right.\right\}$　B. $\left\{x\left|x<1\right.\right\}$　C. $\left\{x\left|\frac{1}{2}<x<1\right.\right\}$　D. $\left\{x\left|x<4\right.\right\}$

2.已知 $(3+i)z=4+i$，其中 i 为虚数单位，则 z 的虚部是（　　）

A. $\frac{13}{10}$　B. $-\frac{1}{10}$　C. $\frac{13}{10}i$　D. $-\frac{1}{10}i$

3.已知 $p:x\neq 3$ 或 $y\neq 7$，$q:xy\neq 21$，则 p 是 q 的（　　）

A.充分不必要条件　B.必要不充分条件　C.充要条件　D.既不充分也不必要条件

4.已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，左、右焦点分别为 F_1、F_2，O 为坐标原点，P 为右支上一点，且 $|OP|=\sqrt{a^2+b^2}$，O 到直线 PF_2 的距离为 b，则双曲线 C 的离心率为（　　）

A. 2　B. $\sqrt{5}$　C. $\sqrt{6}$　D. $2\sqrt{2}$

5.已知 $x>0,y>0$，且 $xy=1$，则 $\frac{x^3+2}{x}+\frac{4y^3+1}{y}$ 的最小值为（　　）

A. $2+2\sqrt{2}$　B. 4　C. $4+\sqrt{2}$　D. $4+2\sqrt{2}$

6.设异面直线 a,b 所成的角为 50°，经过空间一定点 O 有且只有四条直线与直线 a,b 所成的角均为 θ，则 θ 可以是下列选项中的（　　）

A. $\frac{\pi}{6}$　B. $\frac{\pi}{3}$　C. $\frac{5\pi}{12}$　D. $\frac{\pi}{2}$

7.设 $a=\frac{12}{13}$，$b=\ln\frac{7}{4}$，$c=\sin\frac{4}{3}$，那么以下正确的是（　　）

A. $a>b>c$　B. $c>a>b$　C. $a>c>b$　D. $c>b>a$

8. 已知点列P_n在△ABC内部，△ABP_n的面积与△ACP_n的面积比为$\frac{1}{3}$，在数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，若存在数列$\{\lambda_n\}$使得对$\forall n\in N^*$，$\overrightarrow{AP_n}=3\lambda_n a_n\overrightarrow{AB}+(4\lambda_n a_{n-1}+3\lambda_n)\overrightarrow{AC}$都成立，那么$a_4=$（　　）

A. 15　　B. 31　　C. 63　　D. 127

二、多项选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，有选错的得 0 分.》

9.下列说法错误的是（　　）

A. 甲乙丙丁四个人排队，事件A：甲不在排头，事件B：乙不在排尾，那么$P(B|A)=\frac{7}{9}$；

B. 若随机变量ξ服从二项分布$B(100,0.6)$，则$P(\xi=0)=0.6^{100}$；

C. 若随机变量ξ服从正态分布$N(100,64)$，则$E\xi=100,D\xi=8$；

D. $E(4X+1)=4E(X)+1$，$D(4X+1)=16D(X)+1$.

10. 已知函数$f(x)=2\sin(2x+\theta)+1(0<\theta<\pi)$，其一个对称中心为点$(\frac{\pi}{6},1)$，那么以下正确的是（　　）

A. 函数$f(x)$的图像向右平移$\frac{\pi}{12}$个单位后，关于y轴对称；

B. 函数$|f(x)|$的最小正周期为$\frac{\pi}{2}$；

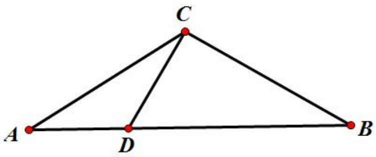
C. 不等式$f(x)\le 0$的解集是$\left\{x\middle|k\pi+\frac{\pi}{4}\le x\le k\pi+\frac{7\pi}{12},k\in Z\right\}$；

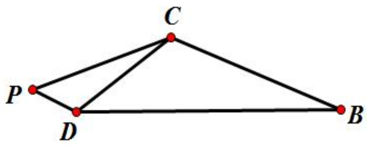
D. 当$x\in\left[-\frac{\pi}{12},0\right]$时，$f(x)+\frac{36}{\pi}x\ge 0$恒成立.

11.已知x,y,z均为正数，$a=\sqrt{x^2+xy+y^2}$，$b=\sqrt{y^2+yz+z^2}$，$c=\sqrt{x^2+xz+z^2}$，则三元数组(a,b,c)可以是以下（　　）

A. $(1,2,3)$　　B. $(3,4,9)$　　C. $(5,6,10)$　　D. $(7,8,13)$

12. 已知等腰三角形ABC，$AC=BC=3$，$AB=3\sqrt{3}$，D为边AB上一点，且$AD=\sqrt{3}$，沿CD把△ADC向上折起，A到达点P位置，使得二面角$P-CD-B$的大小为$\frac{2\pi}{3}$，在几何体$PBCD$中，若其外接球半径为R，其外接球表面积为S，那么以下正确的是（　　）





A. $CD=\sqrt{3}$　　B. $PB=\dfrac{3\sqrt{10}}{2}$　　C. $R=3$　　D. $S=39\pi$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，其中 16 题第一空 2 分，第二空 3 分，共 20 分.

13.在$(x-\dfrac{1}{x^2})^9$的展开式中，常数项是第_______项.

14. 已知函数$f(x)=\lg(ax^2-6x+5)$的值域为R，那么a的取值范围是_______.

15.已知椭圆$\dfrac{x^2}{10}+\dfrac{y^2}{5}=1$上有不同的三点$A,B,C$，那么△$ABC$面积最大值是_______.

16. 对$\forall x\in(0,+\infty)$，都有$f(x)=x^3+(e-2m)x^2+x+e^x-e(\ln x+1)\geq 0$恒成立，那么$m$的取值范围是________.

四、解答题：本题共 6 小题，第 17 题 10 分，第 18～22 题每题 12 分，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.已知数列$\left\{a_n\right\}$，其前n项和$S_n=n^2-6n+1$，

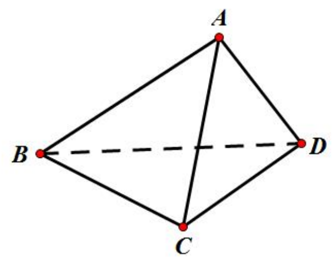
（1）求数列$\left\{a_n\right\}$的通项公式；

（2）若$b_n=2^n$，求数列$\left\{a_nb_n\right\}$的前n项和T_n.

18. 已知在如图所示的三棱锥$A-BCD$中，$BD=4,BA=2\sqrt{3},BC=2\sqrt{2}$，$\angle BAD=\angle BCD=\dfrac{\pi}{2}$，面$BAD\perp$面$BCD$，

（1）求棱AC的长度；

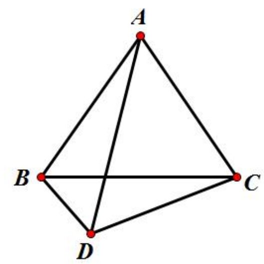
（2）求直线CD与平面ABC所成角的正弦值.



19.在三角形ABC中，若$\sin^2A+\sin^2B+\sin^2C=2\sqrt{3}\sin A\sin B\sin C$，

（1）求角A的大小；

（2）如图所示，若$DB=2$，$DC=4$，求DA长度的最大值.



20. 甲、乙两人进行一次乒乓球比赛，约定先胜 4 局者获得这次比赛的胜利，比赛结束，假设在一局比赛中，甲、乙获胜的概率均为 0.5，且各局比赛结果相互独立，已知前两局比赛均为甲获胜，

（1）求甲获得这次比赛胜利的概率；

（2）设 ξ 表示从第 3 局开始到比赛结束所进行的局数，求 ξ 的分布列及数学期望.

21.已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x$， $g(x)=-x^2$.

（1）若 $f(x)\geq ax+1$ 恒成立，求 a.

（2）若直线 l 与函数 $f(x)$ 的图像切于 $A(x_1,y_1)$，与函数 $g(x)$ 的图像切于 $B(x_2,y_2)$，求证：$x_1+x_2<\dfrac{1}{4}$.

22. 已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，左、右焦点分别为 $F_1(-1,0)$、$F_2(1,0)$，左、右顶点分别为 A、B，若 T 为椭圆上一点，$\angle F_1TF_2$ 的最大值为 $\dfrac{\pi}{3}$，点 P 在直线 $x=4$ 上，直线 PA 与椭圆 C 的另一个交点为 M，直线 PB 与椭圆 C 的另一个交点为 N，其中 M、N 不与左右顶点重合.

（1）求椭圆 C 的标准方程；

（2）从点 A 向直线 MN 做垂线，垂足为 Q，证明：存在点 D，使得 $|DQ|$ 为定值.