T8联考 东北育才学校 福州一中 广东实验中学 湖南师大附中 华师一附中 南京师大附中 石家庄二中 西南大学附中 **八校**

2022届高三第一次联考

数学试题

命题学校:湖南师大附中 命题人:高三数学备课组 审题人:朱海棠、谢美丽

试卷满分150分 考试用时120分钟

座位号________ 考生号________ 姓名________

注意事项:

1.答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。

2.回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1."$0<\theta<\frac{\pi}{3}$"是"$0<\sin\theta<\frac{\sqrt{3}}{2}$"的

A.充分不必要条件　B.必要不充分条件

C.充要条件　D.既不充分也不必要条件

2.已知$z=\frac{2i}{1-i}-1+2i$,则复数z在复平面内对应的点位于

A.第一象限　B.第二象限　C.第三象限　D.第四象限

3.设$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$为非零向量,$\lambda,\mu\in\mathbf{R}$,则下列命题为真命题的是

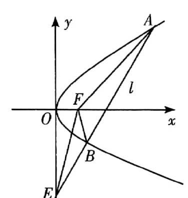
A.若$\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=0$,则$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$　B.若$\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$,则$|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$

C.若$\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b}=\mathbf{0}$,则$\lambda=\mu=0$　D.若$|\boldsymbol{a}|>|\boldsymbol{b}|$,则$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})>0$

4.已知函数$y=f(x)$的图象与函数$y=2^x$的图象关于直线$y=x$对称,$g(x)$为奇函数,且当$x>0$时,$g(x)=f(x)-x$,则$g(-8)=$

A.-5　B.-6　C.5　D.6

5.如图,抛物线$C:y^2=4x$的焦点为F,直线l与C相交于A,B两点,l与y轴相交于E点.已知$|AF|=7,|BF|=3$,记$\triangle AEF$的面积为S_1,$\triangle BEF$的面积为S_2,则



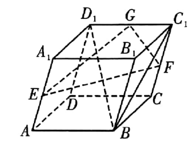
A.$S_1=2S_2$　B.$2S_1=3S_2$

C.$S_1=3S_2$　D.$3S_1=4S_2$

6.已知$\sqrt{3}\tan 20°+\lambda\cos 70°=3$,则$\lambda$的值为

A.$\sqrt{3}$　B.$2\sqrt{3}$　C.$3\sqrt{3}$　D.$4\sqrt{3}$

7.如图,已知四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的底面为平行四边形,E,F,G分别为棱AA_1,CC_1,C_1D_1的中点,则



A.直线BC_1与平面EFG平行,直线BD_1与平面EFG相交

B.直线BC_1与平面EFG相交,直线BD_1与平面EFG平行

C.直线BC_1、BD_1都与平面EFG平行

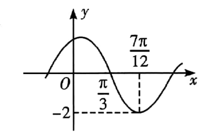
D.直线BC_1、BD_1都与平面EFG相交

8.设a,b都为正数,e为自然对数的底数,若$ae^{a+1}+b<b\ln b$,则

A.$ab>e$　B.$b>e^{a+1}$　C.$ab<e$　D.$b<e^{a+1}$

二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分.

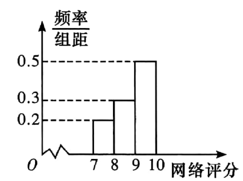
9.已知函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$的部分图象如图所示,则



A.$f(x)$的最小正周期为π　B.$f\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$为偶函数

C.$f(x)$在区间$\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$内的最小值为1　D.$f(x)$的图象关于直线$x=-\frac{2\pi}{3}$对称

10.某中学在学校艺术节举行"三独"比赛(独唱、独奏、独舞),由于疫情防控原因,比赛现场只有9名教师评委给每位参赛选手评分,全校4000名学生通过在线直播观看并网络评分,比赛评分采取10分制.某选手比赛后,现场9名教师原始评分中去掉一个最高分和一个最低分,得到7个有效评分如下表.对学生网络评分按[7,8),[8,9),[9,10]分成三组,其频率分布直方图如图所示.



教师评委	A	B	C	D	E	F	G
有效评分	9.6	9.1	9.4	8.9	9.2	9.3	9.5

则下列说法正确的是

A.现场教师评委7个有效评分与9个原始评分的中位数相同

B.估计全校有1200名学生的网络评分在区间[8,9)内

C.在去掉最高分和最低分之前,9名教师评委原始评分的极差一定大于0.7

D.从学生观众中随机抽取10人,用频率估计概率,X表示评分不小于9分的人数,则$E(X)=5$

11.设双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$,点$P$在$C$的右支上,且不与$C$的顶点重合,则下列命题中正确的是

A.若$a=3,b=2$,则C的两条渐近线的方程是$y=\pm\frac{3}{2}x$

B.若点P的坐标为$(2,4\sqrt{2})$,则C的离心率大于3

C.若$PF_1\perp PF_2$,则$\triangle F_1PF_2$的面积等于b^2

D.若C为等轴双曲线,且$|PF_1|=2|PF_2|$,则$\cos\angle F_1PF_2=\frac{3}{5}$

12. 在矩形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$AD=2\sqrt{3}$，沿对角线 AC 将矩形折成一个大小为 θ 的二面角 $B-AC-D$，若 $\cos\theta=\frac{1}{3}$，则

A. 四面体 $ABCD$ 外接球的表面积为 16π　　B. 点 B 与点 D 之间的距离为 $2\sqrt{3}$

C. 四面体 $ABCD$ 的体积为 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$　　D. 异面直线 AC 与 BD 所成的角为 $45°$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 设函数 $f(x)=e^{x-1}+x^3$ 的图象在点 $(1,f(1))$ 处的切线为 l，则直线 l 在 y 轴上的截距为________.

14. 已知 $\left(\sqrt{x}-\frac{2}{x}\right)^n$ 的展开式中第 3 项为常数项，则这个展开式中各项系数的绝对值之和为________.（用数字作答）

15. 数列 $\{a_n\}$：1，1，2，3，5，8，13，21，34，…，称为斐波那契数列（Fibonacci sequence），该数列是由十三世纪意大利数学家莱昂纳多·斐波那契（Leonardo Fibonacci）以兔子繁殖为例子而引入，故又称为“兔子数列”. 在数学上，斐波那契数列可表述为 $a_1=a_2=1$，$a_n=a_{n-1}+a_{n-2}$ $(n\geqslant 3, n\in\mathbf{N}^*)$. 设该数列的前 n 项和为 S_n，记 $a_{2023}=m$，则 $S_{2021}=$________.（用 m 表示）

16. 在平面直角坐标系中，若正方形的四条边所在的直线分别经过点 $A(1,0)$，$B(2,0)$，$C(4,0)$，$D(8,0)$，则这个正方形的面积可能为________或________.（每条横线上只填写一个可能结果）

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 10 分）

已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}-\cos^2\frac{x}{2}+\frac{1}{2}$.

(1) 设 $g(x)=f(-x)$，求函数 $g(x)$ 的单调递减区间；

(2) 设△ABC 的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，D 为 BC 边的中点，若 $f(A)=\frac{1}{2}$，$a=\sqrt{3}$，求线段 AD 的长的取值范围.

18.（本小题满分 12 分）

设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，已知 $a_1=3$，$S_3=5a_1$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

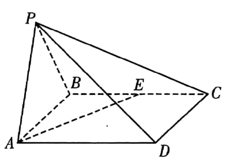
(2) 设 $b_n=1+\frac{2}{S_n}$，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n. 定义 $[x]$ 为不超过 x 的最大整数，例如 $[0.3]=0$，$[1.5]=1$. 当 $[T_1]+[T_2]+\cdots+[T_n]=63$ 时，求 n 的值.

19.（本小题满分 12 分）

如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是正方形，平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$，$PB=AB$，E 为 BC 的中点.

(1) 若 $\angle PBA=60°$，证明：$AE\perp PD$；

(2) 求直线 AE 与平面 PAD 所成角的余弦值的取值范围.



20.（本小题满分 12 分）

设椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，圆 C：$(x-2m)^2+(y-4m)^2=1(m\neq 0)$，点 F_1,F_2 分别为 E 的左、右焦点，点 C 为圆心，O 为原点，线段 OC 的垂直平分线为 l. 已知 E 的离心率为 $\frac{1}{2}$，点 F_1,F_2 关于直线 l 的对称点都在圆 C 上.

(1) 求椭圆 E 的方程；

(2) 设直线 l 与椭圆 E 相交于 A,B 两点，问：是否存在实数 m，使直线 AC 与 BC 的斜率之和为 $\frac{2}{3}$？若存在，求实数 m 的值；若不存在，说明理由.

21.（本小题满分 12 分）

元旦将至，学校文学社拟举办“品诗词雅韵，看俊采星驰”的古诗词挑战赛. 初赛阶段有个人晋级赛和团体对决赛. 个人晋级赛为“信息连线”题，每位参赛者只有一次挑战机会. 比赛规则为：电脑随机给出错乱排列的五句古诗词和五条相关的诗词背景（如诗词题名、诗词作者等），要求参赛者将它们一一配对，有三对或三对以上配对正确即可晋级. 团体对决赛为“诗词问答”题，为了比赛的广泛性，要求以班级为单位，各班级团队的参赛人数不少于 30 人，且参赛人数为偶数. 为了避免答题先后的干扰，当一个班级团队全体参赛者都答题完毕后，电脑会依次显示各人的答题是否正确，并按比赛规则裁定该班级团队是否挑战成功. 参赛方式有如下两种，各班可自主选择其中之一参赛.

方式一：将班级团队选派的 $2n$ 个人平均分成 n 组，每组 2 人. 电脑随机分配给同一组两个人一道相同试题，两人同时独立答题，若这两人中至少有一人回答正确，则该小组闯关成功. 若这 n 个小组都闯关成功，则该班级团队挑战成功.

方式二：将班级团队选派的 $2n$ 个人平均分成 2 组，每组 n 人. 电脑随机分配给同一组 n 个人一道相同试题，各人同时独立答题，若这 n 个人都回答正确，则该小组闯关成功. 若这 2 个小组至少有一个小组闯关成功，则该班级团队挑战成功.

(1) 甲同学参加个人晋级赛，他对电脑给出的五组信息有且只有一组能正确配对，其余四组都只能随机配对，求甲同学能晋级的概率；

(2) 在团体对决赛中，假设你班每位参赛同学对给出的试题回答正确的概率均为常数 $p(0<p<1)$，为使本班团队挑战成功的可能性更大，应选择哪种参赛方式？说明你的理由.

22.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=a\ln x-\sin x+x$，其中 a 为非零常数.

(1) 若函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，求 a 的取值范围；

(2) 设 $\theta\in\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$，且 $\cos\theta=1+\theta\sin\theta$，证明：当 $\theta^2\sin\theta<a<0$ 时，函数 $f(x)$ 在 $(0,2\pi)$ 上恰有两个极值点.