安庆示范高中2023届高三联考

数学试题

2023.4

注意事项:

1. 本试卷满分150分,考试时间120分钟。
2. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
3. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
4. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题:本大题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x||x-1|<2\}$,$B=\{y|y=2\sin x-1\}$,则 $A\cap B=$

A. $(-1,3)$　　B. $[-3,3)$　　C. $(-1,1)$　　D. $(-1,1]$

2. 复数 z 满足 $(2+i)\cdot z=5+5i$,则 $\bar{z}$ 的虚部为

A. 1　　B. -1　　C. $-i$　　D. 3

3. 立德中学高一(2)班物理课外兴趣小组在最近一次课外探究学习活动中,测量某种物体的质量 X 服从正态分布 $N(10,0.04)$,则下列判断错误的是

A. $P(X>10)=0.5$　　B. $P(X>10.2)=P(X<9.8)$

C. $P(X>9.6)<P(X<10.2)$　　D. $P(9.4<X<10.2)=P(9.8<X<10.6)$

4. 已知 $\cos\frac{\theta}{2}+\sin\frac{\theta}{2}=\sqrt{2}\sin\theta$,则 $\sin\theta=$

A. 1　　B. 1或$-\frac{1}{2}$　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$或-1

5. 已知函数 $f(x)=\log_2(ax+b)\ (a>0,b>0)$ 恒过定点 $(2,0)$,则 $\frac{b}{a}+\frac{1}{b}$ 的最小值为

A. $2\sqrt{2}+1$　　B. $2\sqrt{2}$　　C. 3　　D. $\sqrt{2}+2$

6. 对于数据组 $(x_i,y_i)\ (i=1,2,\cdots,n)$,如果由经验回归方程得到的对应自变量 x_i 的估计值是 $\hat{y}_i$,那么将 $y_i-\hat{y}_i$ 称为对应点 (x_i,y_i) 的残差.某商场为了给一种新商品进行合理定价,将该商品按事先拟定的价格进行试销,得到如下所示数据:

单价 x/元	8.2	8.4	8.6	8.8
销量 y/件	84	83	78	m

根据表中的数据,得到销量 y(单位:件)与单价 x(单位:元)之间的经验回归方程为 $\hat{y}=-20x+a$,据计算,样本点 $(8.4,83)$ 处的残差为1,则 $m=$

A. 76　　B. 75　　C. 74　　D. 73

7. 已知点 $A(-4,1)$ 在直线 $l:(2m+1)x-(m-1)y-m-5=0\ (m\in\mathbf{R})$ 上的射影为点 B,则点 B 到点 $P(3,-1)$ 距离的最大值为

A. $5-\sqrt{10}$　　B. 5　　C. $5+\sqrt{10}$　　D. $5+2\sqrt{10}$

8. 已知 $a=\sin\frac{\pi}{15}$, $b=3^{\log_3 2-2}$, $c=2\ln 3-\ln 7$, 则 a,b,c 的大小关系是

A. $a<c<b$　　B. $b<a<c$　　C. $b<c<a$　　D. $a<b<c$

二、多项选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知 $(m+x)x^5=a_0+a_1(x-1)+a_2(x-1)^2+\cdots+a_6(x-1)^6$，其中 $m\in\mathbf{R}$，且 $a_1+a_3+a_5=64$，则下列判断正确的是

A. $m=2$　　B. $a_0+a_2+a_4+a_6=32$

C. $a_4=25$　　D. $a_3>a_4$

10. 已知满足 $\log_{\sqrt{2}}a=\log_2 b=\log_{2\sqrt{2}}(8a+2b)$ 中的 a,b 分别是等比数列 $\{a_n\}$ 的第 2 项与第 4 项，则下列判断正确的是

A. $b=2a$　　B. $\frac{\ln b}{\ln a}=2$

C. $a_3=8$　　D. $a_2+a_4+a_6+\cdots+a_{2n}=\frac{1}{3}(4^{n+1}-4)(n\in\mathbf{N}^*)$

11. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 P 是双曲线 $C:\frac{x^2}{4}-y^2=1$ 上位于第一象限内的动点，过点 P 分别作两渐近线的平行线与另一支渐近线交于 A,B 两点，则下列判断正确的是

A. 双曲线的离心率大小为$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　B. $\cos\angle AOB=-\frac{3}{5}$

C. $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\frac{3}{4}$　　D. 四边形 $OAPB$ 的面积是 1

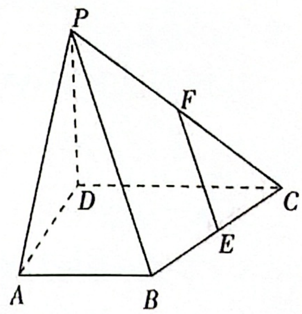
12. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PD\perp$ 平面 $ABCD$，$AB/\!/CD$，$\angle ADC=\frac{\pi}{2}$，$PD=CD=2AB=2$，$AD=\sqrt{3}$，点 E 为边 BC 的中点，点 F 为棱 PC 上一动点（异于 P、C 两点），则下列判断中正确的是

A. 直线 EF 与直线 AP 互为异面直线

B. 存在点 F，使 $EF/\!/$平面 PAD

C. 存在点 F，使得 EF 与平面 $ABCD$ 所成角的大小为$\frac{\pi}{3}$

D. 直线 EF 与直线 AD 所成角的余弦值的最大值为$\frac{\sqrt{42}}{7}$



（第 12 题图）

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知平面向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $\vec{a}=(1,0)$，$|\vec{b}|=4$，且 $\vec{a},\vec{b}$ 的夹角大小为$\frac{\pi}{3}$，则 $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 方向上的投影向量的坐标为__________.

14. 已知焦点坐标为 $F(1,0)$ 的抛物线 $C:y^2=2px$ 上有两点 A,B 满足$\overrightarrow{AF}=\lambda\overrightarrow{FB}(\lambda\in\mathbf{R})$，以线段 AF 为直径的圆与 y 轴切于点 $G(0,2)$，则 $\lambda=$__________.

15. 三棱锥 $P-ABC$ 中，$PA=PB=PC=2\sqrt{3}$，$AB=2AC=6$，$\angle BAC=\frac{\pi}{3}$，则该三棱锥外接球的表面积为__________.

16. 已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega\neq 0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$的图象经过点$(0,\sqrt{3})$，若函数 $f(x)$ 在区间$\left(0,\frac{\pi}{3}\right]$上既有最大值，又有最小值，而且取得最大值、最小值时的自变量 x 值分别只有一个，则实数 ω 的取值范围是__________.

四、解答题：本大题共6小题，满分70分. 解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤.

17.（本题满分10分）

已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=3$，$a_{n+1}=2a_n-2n+1(n\in\mathbf{N}^*)$；

(1)请判断数列$\{a_n-2n-1\}$是否为等比数列并求出数列$\{a_n\}$通项公式a_n；

(2)已知$b_n=\dfrac{a_n}{2^n}$，记数列$\{b_n\}$的前n项和为T_n，求证：$T_n<5$.

18.（本题满分12分）

在$\triangle ABC$中，角A,B,C所对的边分别为a,b,c，且$2a\sin A=b(2\sin B+\sqrt{3}\sin C)+c(2\sin C+\sqrt{3}\sin B)$.

(1)求角A的大小；

(2)若$b=2\sqrt{3}$，$c=2$，点D为边BC上一点，且$\angle ADC=\dfrac{2\pi}{3}$，求$\Delta ABD$的面积大小.

19.（本题满分12分）

体育课上，体育老师安排了篮球测试，规定：每位同学有3次投篮机会，若投中2次或3次，则测试通过，若没有通过测试，则必须进行投篮训练，每人投篮20次. 已知甲同学每次投中的概率为$\dfrac{1}{2}$且每次是否投中相互独立.

(1)求甲同学通过测试的概率；

(2)若乙同学每次投中的概率为$\dfrac{2}{3}$且每次是否投中相互独立. 设经过测试后，甲、乙两位同学需要进行投篮训练的投篮次数之和为X，求X的分布列与均值；

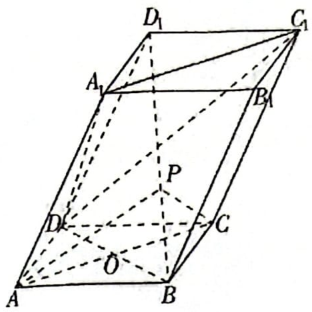
(3)为提高甲同学通过测试的概率，体育老师要求甲同学可以找一个"最佳搭档"，该搭档有2次投篮机会，规定甲同学与其搭档投中次数不少于3次，则甲同学通过测试. 若甲同学所找的搭档每次投中的概率为$p(0<p<1)$且每次是否投中相互独立，问：当p满足什么条件时可以提高甲同学通过测试的概率?

20.（本题满分 12 分）

如图，平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 P 在对角线 BD_1 上，$AC\cap BD=O$，平面 ACP//平面 A_1C_1D.

(1)求证：O,P,B_1 三点共线；

(2)若四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形，$\angle BAD=\angle BAA_1=\angle DAA_1=\dfrac{\pi}{3}$，$AA_1=3$，求二面角 $P-AB-C$ 大小的余弦值.



（第 20 题图）

21.（本题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\ln x-\dfrac{a}{x}$，$a\in\mathbf{R}$.

(1)讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

(2)当 $-\dfrac{1}{4}<a<0$ 时，函数 $f(x)$ 有两个不同的零点 $x_1,x_2(x_1<x_2)$，求证：$\sqrt{1+4a}<x_2-x_1<1+a$.

22.（本题满分 12 分）

已知离心率为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 的椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左焦点为 F，左、右顶点分别为 A_1、A_2，上顶点为 B，且 $\triangle A_1BF$ 的外接圆半径大小为 $\sqrt{3}$.

(1)求椭圆 C 的方程；

(2)设斜率存在的直线 l 交椭圆 C 于 P、Q 两点（P、Q 位于 x 轴的两侧），记直线 A_1P、A_2P、A_2Q、A_1Q 的斜率分别为 k_1、k_2、k_3、k_4，若 $k_1+k_4=\dfrac{5}{3}(k_2+k_3)$，求 $\triangle A_2PQ$ 面积的取值范围.