s2022——2023学年度第一学期高三期末调研考试数学试题答案

一、1—8．DBACA，CDA

二、9—12．ABC， CD， CD， BCD

1. 13．4， 14．－，

15．3；0，(第一个空2分，第二个空3分） 16．5

四、17.

解：（1）在2*Sn*＝3*an*－3中令*n*＝1，得*a*1＝3，……1分

∵2*Sn*＝3*an*－3，∴当*n*＞1时，2*Sn*－1＝3*an*－1－3，

两式相减得2*an*＝3*an*－3*an*－1，∴*an*＝3*an*－1， ……3分

∴数列{*an*}是以1为首项，以3为公比为的等比数列，

∴*an*＝3*n*． ……4分

（2）∵*bn*＝3*n*，∴数列{*an*}中的项都在数列{*bn*}中．

数列{*an*}前5项：3，9，27，81，243在数列{*bn*}前105项中．这五项和为363……6分

{*bn*}前105项的为数列{*bn*}前105项为3，6，9，…，27，…81，…，243，…，315，它们的和为105×3＋105×52×3=16695……8分

所以数列{*cn*}的前100项和为数列{*bn*}前105项的和减去3、9、27、81、243的和，

得：105×3＋105×52×3－363＝16 332． ……10分

18．

解：（1）∵2*CD*·sin*A*＝*b*·sin∠*ACB*，由正弦定理 ……1分

得2*CD*·*a*＝*b*·*c*， ……2分

∴*CD*＝*c*；……4分

（2）∵＝，∴＝＋， ……6分

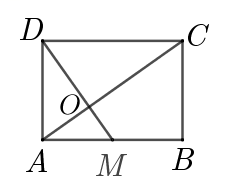
两边平方得，4()2＝()2＋()2＋2·，

即4*c*2＝*b*2＋*a*2＋2*ab*·， ……8分

化简得：5*c*2＝2*a*2＋2*b*2． ……10分

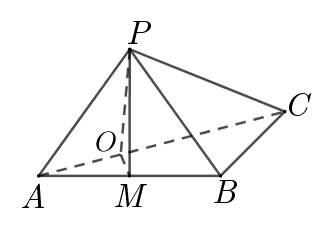
∵*b*＝2*a*，∴*c*2＝2*a*2． ……11分

∴cos∠*ACB*＝＝……12分

19．

解：（1）设*AC*与*DM*相交于点*O*，∵矩形*ABCD*中*AB*＝2，*AD*＝，*M*为*AB*中点，∴*AD*∶*DC*＝*MA*∶*AD*，∴△*ADC*∽△*MAD*，∴∠*DCA*＝∠*ADM*，∵∠*ACD*＋∠*DAC*＝90°．

∴∠*ADM*＋∠*DAC*＝90°，∴∠*DOA*＝90°，∴*DM*⊥*AC*．……2分

由折叠可知*PO*⊥*AC*，*OM*⊥*AC*，∵*PO*∩*OM*＝*O*，

∴*AC*⊥平面*POM*， ……3分

∵*PM*在平面*POM*内，∴*AC*⊥*PM*．

∴*PM*与*AC*所成的角为90°……4分

（2）由（1）知，*PO*⊥*AC*，*OM*⊥*AC*，

∴*P*—*AC*—*B*所成角为∠*POM*＝60°……5分

*PO*＝，*OM*＝，可知*PM*＝1，……6分

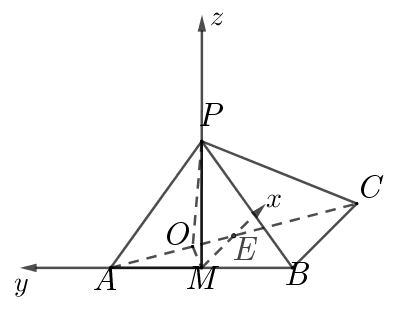
又∵*AM*＝1，*PA*＝，∴*PM*⊥*AB*，……7分

方法一：∵*M*为*AB*中点，∴*PB*＝*PA*＝，∴*PA*⊥*PB*，……8分

又∵*PA*⊥*PC*，∴*PA*⊥平面*PBC*，……10分

∴∠*ABP*即为*AB*与平面*PBC*所成的角，……11分

∵∠*ABP*＝45°，∴*AB*与平面*PBC*所成的角为45°．……12分

方法二：*PM*⊥*AB,*由（1）知*AC*⊥*PM*．*AC与AB交与A点*

∴*PM*⊥平面*ABC*，……8分

取*AC*中点*E*，连接*ME*，则*ME*∥*BC*，∴*ME*⊥*AB*，

以*M*为坐标原点，分别以*ME*，*MA*，*MP*所在直线为轴，

建立如图所示的空间直角坐标系*M*—*xyz*，……9分

∴*A*(1，0，0)，*B*(－1，0，0)，*C*(－1，，0)，*P*(0，0，1)，∴＝(0，2，0)，＝(，0，0)，＝(0，1，1)

∴平面*PBC*的法向量***m***＝(0，1，－1)，……10分

设*AB*与平面*PBC*所成的角为α，

则sinα＝＝，……11分

∴*AB*与平面*PBC*所成的角为45°． ……12分

20．

解：（1）∵3＋*x*＋21+35＋33＝100，∴*x*＝100－(3＋21＋35＋33)＝8，……1分

∵2＋6＋16＋*y*＋16＝100×＝60，∴*y*＝60－(2＋6＋16＋16)＝20，……2分

（2）由题意可知，*X*的取值可能为0，1，2，∵这100位学生学时在[30，60）的大四学生为8人，在[40，50）的大四学生为2人， ……3分

*P*(*X*＝0)＝＝＝，*P*(*X*＝1)＝＝＝，*P*(*X*＝2)＝＝＝，

* 随机变量*X*的概率分布列如表为：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X* | 0 | 1 | 2 |
| *P* |  |  |  |

* ……6分
* 随机变量*X*的数学期望为 0×＋1×＋2×＝ ……7分

（Ⅲ）设两个年级共有*m*人，*A*＝{大三大四中任选一学生一学年体育课程完成学时位于区间[70，80]}，*B*＝{大三大四中任选一学生体育课程选的乒乓球}，……8分

则由条件概率公式得*P*(*B*|*A*)＝ ……9分

＝ ……11分

＝0.515 625≈0.515 6

即该生选乒乓球的概率约为0.5156．……12分

21．解：（1）将*y*＝*kx*＋4代入＋＝1，得＋＝1，

整理得(2*k*2＋1)*x*2＋16*kx*＋16＝0……①．……1分

因为*M*是椭圆与直线*l*的唯一公共点，

所以(16*k*)2－4×16×(2*k*2＋1)＝0，得2*k*2＝1，……2分

∴*k*＝或*k*＝－．将*k*＝代入方程①解得*x*＝－2，代入*y*＝*kx*＋4得*y*＝2；

将*k*＝－代入方程①得*x*＝2，代入*y*＝*kx*＋4得*y*＝2．

∴点*M*为(－2，2)或(2，2)． ……4分

（2）（ⅰ）将*y*＝*kx*＋*m*代入＋＝1，得＋＝1，

整理得(2*k*2＋1)*x*2＋4*kmx*＋2(*m*2－8)＝0……②．

因为*M*是椭圆与直线*l*的唯一公共点，

所以(4*km*)2－4×2(2*k*2＋1)(*m*2－8)＝0，即*m*2＝16*k*2＋8……③．……5分

方程②的解为*x*＝－，将③式代入*x*＝－，得*x*＝－，

将*x*＝－ 代入*y*＝*kx*＋*m*，得*y*＝＝，

所以点*M*的坐标为(－，)，……7分

因为*k*≠0，所以过点*M*且与*l*垂直的直线为*y*－＝－(*x*＋)．

可得*A*(－，0)，*B*(0，－)，*P*(－，－)，即*x*＝－，*y*＝－．

由*x*＝－，*y*＝－，得*k*＝，*m*＝－，……8分

将*k*＝，*m*＝－，代入*m*2＝16*k*2＋8得(－)2＝16()2＋8，所以16*x*2＋8*y*2＝64，

整理得＋＝1（*xy*≠0）．轨迹是焦点在*y*轴，长轴长为4，短轴长为4的椭圆（去掉四个顶点）．……10分

（ⅱ）∴如果将此题推广到一般椭圆＋＝1（*a*＞*b*＞0），直线*y*＝*kx*＋*m*（*k*≠0），其他条件不变，可得点*P*(*x*，*y*)的轨迹方程是＋＝1（*xy*≠0），轨迹是焦点在*y*轴上，长轴长为，短轴长为的椭圆（去掉四个顶点）．……12分

22.解：（1）*f ′*(*x*)＝*xex*－*a*（*x*＞－1），……1分

∵*x*0是*y*＝*f*(*x*)的一个极值点且*f*(*x*0)＝－1

∴*f* ′(*x*0)＝0且*f*(*x*0)＝－1，即*x*0－*a*＝0……① ……2分

且(*x*0－1)－*ax*0＝－1……② ……3分

联立①②消去*a*得：(*x*02－*x*0＋1)＝1，令*F*(*x*)＝(*x*2－*x*＋1)*ex*，

则 *F* ′(*x*)＝(2*x*－1)*ex*+(*x*2－*x*＋1)*ex*＝*x*(*x*＋1)*ex*，令*F* ′(*x*)＝0得*x*＝0或*x*＝－1（舍）

当*x*∈(－1，0)时，*F* ′(*x*)＜0，*y*＝*F*(*x*)单调递减；当*x*∈(0，＋∞)时，*F* ′(*x*)＞0，*y*＝*F*(*x*)单调递增．∵*F*(0)＝1，∴(*x*02－*x*0＋1)＝1有唯一解，∴*x*0＝0，……5分

把*x*0＝0代入①得*a*＝0，

∴当*x*0＝0，*a*＝0时，*f*(*x*)＝(*x*－1)*ex*满足题意．……6分

（2）*h*(*x*)＝*ex*(*xex*－*a*＋*a*)＝*xe*2*x*

∵*g*(*x*1)＝*h*(*x*2)，∴ln*x*1＝*x*2， ……7分

设*t*1＝ln*x*1，则*t*1＝*x*2，∵*x*1＞1，∴*t*1＞0，令*F*(*x*)＝*xe*2*x*，

则*F* ′(*x*)＝(2*x*＋1)*e*2*x*，当*x*＞0时，*F* ′(*x*)＞0，*y*＝*F*(*x*)单调递增

∴*F*(*t*1)＝*F*(*x*2)，∴*x*2＝*t*1＝ln*x*1，……9分

设*H*(*x*1)＝*x*1－2*x*2＝*x*1－2ln*x*1（*x*1＞1）∴*H* ′(*x*1)＝1－，令*H* ′(*x*1)＝0得*x*1＝2

当*x*1∈(1，2)时，*H* ′(*x*1)＜0，∴*H*(*x*1)在(1，2)上单调递减；

当*x*1∈(2，＋∞)时，*H* ′(*x*1)＞0，∴*H*(*x*1)在(2，＋∞)上单调递增，……11分

∵*x*1＝2时，*H*(*x*1)＝2－2ln2，∴*x*1－2*x*2的最小值为2－2ln2．……12分