张家口市2022－2023学年度高三年级第一学期期末考试

数学参考答案及评分标准

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1.D

【解析】由*U*＝{*x*|1≤*x*≤10}，*A*＝{1，2，3}，*B*＝{1，2，3，4，5，6}，得(∁*UA*)∩*B*＝，故选D.

2.A

【解析】*z*＝＋2i＝＋2i＝1＋4i，故＝1－4i.故选A.

3.C

【解析】由题意，得8×75%＝6，所以*a*＝＝9.小于*a*的有6个数，所以随机取两个数都小于*a*的概率为*P*＝＝，故选C.

4.B

【解析】当*x*>0时，*f* ′ (*x*)<0，所以函数*f* (*x*)在区间上单调递减．又函数*f* (*x*)为偶函数，所以函数*f* (*x*)在区间上单调递增．

由*f* (*x*2－*x*)－*f* (*x*)>0，得*f* (*x*2－*x*)>*f* (*x*)，所以<，故<1，解得0<*x*<2，故选B.

5.B

【解析】设碾滚的高为*l*，其底面圆的半径为*r*.

由题意知，推动拉杆绕碾盘转动2周，碾滚恰好滚动了5圈，则2×2π*l*＝5×2π*r*，所以＝，故圆柱形碾滚的高与其底面圆的直径之比约为5∶4.故选B.

6.A

【解析】因为*a*9＝*a*1＋8*d*＝0，*a*1≠0，所以*d*＝－≠0.

*a*1＋*a*8＋*a*11＋*a*16＝＋＝*a*8＋*a*9＋*a*9＋*a*10＝4*a*9＝0，

而*a*7＋*a*8＋*a*14＝*a*8＋*a*7＋*a*14＝*a*8＋*a*10＋*a*11＝2*a*9＋*a*11＝*a*11＝*a*1＋10*d*＝－*a*1≠0，

所以＝0.故选A.

7.C

【解析】由12＋12－4×1＋2×1＝0，得点*P*在圆上．设切线的斜率为*k*.

因为圆的标准方程为＋＝5，所以圆心为*E*，半径为，

所以*kPE*＝＝－2.又*k*·*kPE*＝－1，所以*k*＝，故切线方程为*y*－1＝，化简得*x*－2*y*＋1＝0，故选C.

8.D

【解析】因为23>e2⇒2>e⇒ln 2>⇒>，所以*a*>*b*.

设*y*＝，则*y*′＝.当*x*∈时，*y*′>0，函数*y*＝单调递增；当*x*∈时，*y*′<0，函数*y*＝单调递减，又e<<4，所以>.

又*a*＝＝，*c*＝＝＝＝＝，所以*c*>*a*.

综上*b*<*a*<*c*，故选D.

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．

9.BC

【解析】一组数据的标准差越大，这组数据的离散程度越大，所以A错误；

由平均数对极端值比较敏感，所以平均数总在“拖尾巴”的一边，故B正确；

相关系数*r*只能反映成对样本数据之间的线性相关的程度的大小，决定系数*R*2是要来判定不同模型的拟合效果的，所以C正确；

分层随机抽样可以按各层大小比例抽样也可以不按各层大小比例抽样，所以D错误．

10.AC

【解析】由椭圆的定义，得＋＝2*a*＝8，又8＝＋≥2，当且仅当|*AF*1|＝|*AF*2|＝4时等号成立，所以·≤16，故A正确；因为△*AF*1*F*2的周长*l*＝＋＋＝2*a*＋2*c*＝12，又△*AF*1*F*2的面积*S*△*AF*1*F*2＝·＝，所以*S*△*AF*1*F*2＝×2*c*×＝2＝×*l*×*r*＝6*r*，所以*r*＝.又≤*b*＝2，所以*r*≤，所以B错误；

因为＋＝2*a*＝8，所以＝8－，所以＋＝8－.又－≤＝1，所以＋＝8－≥7，所以C正确；

设*A*，*B*，则＋＝1，＋＝1，＝2，＝1，

故＋＝0，所以×＋××＝0，故＝－，

所以直线*l*的方程为*y*－1＝－，化简得3*x*＋2*y*－8＝0.所以D错误．

11.BCD

【解析】如图，设*M*为*AA*1的中点，则*ME*∥*A*1*D*，由题意，得*BE*＝*BM*＝，*EM*＝，所以*EM*与*BE*不垂直，即*A*1*D*与*BE*不垂直，所以直线*A*1*D*与平面*BEF*不垂直，所以A错误；



因为*E*，*F*，*H*分别为*AD*，*DD*1，*BB*1的中点，所以*AD*1∥*EF*，*D*1*H*∥*FB*.

又*AD*1∩*D*1*H*＝*D*1，*EF*∩*FB*＝*F*，所以平面*AHD*1∥平面*EFB*.

又*AH*⊂平面*AHD*1，所以直线*AH*∥平面*BEF*，所以B正确；

因为*F*，*H*分别为*DD*1，*BB*1的中点，所以*BH*⊥*FH*.

又*BH*＝1，*FH*＝2，所以*S*△*BHF*＝×1×2＝.

易得点*E*到平面*BFH*的距离为，所以三棱锥*H*－*EFB*的体积*VH*－*EFB*＝××＝，所以C正确；

因为*BC*⊥平面*CDD*1*C*1，*FC*⊂平面*CDD*1*C*1，所以*BC*⊥*FC*，又*BH*⊥*FH*，故*FB*为三棱锥

*H*－*CFB*的外接球的直径．又＝3，所以三棱锥*H*－*CFB*的外接球的表面积*S*＝4π×＝9π，所以D正确．

12.ABD

【解析】由*x*－2*x*＝0，得＝2*x*.由*x*－log2*x*＝0，得＝log2*x*.

设*y*＝，则*x*＝，

所以函数*y*＝的图象关于直线*y*＝*x*对称，所以*a*，*b*是函数*y*＝2*x*和*y*＝log2*x*的图象与函数*y*＝的图象的交点的横坐标，故*a*＝log2*b*，*b*＝2*a*，所以A正确；

由*b*＝2*a*＝，得*a*＋*b*＝*ab*，所以＋＝1，故B正确；

*a*＋*b*＝*a*＋＝*a*－1＋＋2>4，故C错误；

因为*b*－*a*＝2*a*－*a*，设*f* ＝2*m*－*m*，则*f* ′ ＝2*m*ln 2－1，当*m*>1时，*f* ′ >0，

所以当*m*>1时，函数*f* ＝2*m*－*m*单调递增，故*f* ＝2*m*－*m*>*f* ＝1，即*b*－*a*＞1，

所以D正确．

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．

13.－4

【解析】因为***a***∥***b***，所以2*λ*－4＝3*λ*，所以*λ*＝－4.

14.－＝1

【解析】由题意，得2＝，所以*c*＝.又＝2，*a*2＋*b*2＝*c*2，解得*a*2＝3，*b*2＝12，

所以双曲线*C*的方程为－＝1.

15.－

【解析】根据题意，得*l*与函数*f* 的切点为(1，*a*)，设*l*与函数*g*＝e*x*的切点为(*x*2，e*x*2)，

又*f* ′ ＝2*ax*，*g*′＝e*x*，

所以*k*＝2*a*＝e*x*2，

所以切线*l*的方程为*y*－*a*＝2*a*(*x*－1)，即*y*＝2*ax*－*a*.

同时切线*l*的方程也为*y*－e*x*2＝e*x*2(*x*－*x*2)，即*y*＝e*x*2*x*＋e*x*2－*x*2e*x*2，

所以－*a*＝e*x*2－*x*2e*x*2＝*b*，

解得*x*2＝，所以*b*＝－.

16.3；(，2)

【解析】以*BC*所在直线为*x*轴，*BC*的中点为原点建立直角坐标系，则*B*(－2，0)，*C*(2，0)．

设*A*，由*c*＝3*b*，得＝3，

所以＝3，化简得*x*2＋*y*2－5*x*＋4＝0，*y*≠0，

所以点*A*到*BC*的最大距离为圆*x*2＋*y*2－5*x*＋4＝0的半径，

故△*ABC*面积的最大值为*S*＝××＝3.

由正弦定理，得2*R*＝⇒*R*＝.因为*r*(4＋*b*＋3*b*)＝*S*△*ABC*＝*bc*sin *A*＝sin *A*⇒

*r*＝，故*rR*＝·.由得1<*b*<2.

令*f* (*x*)＝(1<*x*<2)，则*f* ′ (*x*)＝＝>0，所以*f* (*x*)在(1，2)上单调递增，故*f* (*x*)的值域为(，)，所以*rR*的取值范围是(，2)．

四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17.(本小题满分10分)

解：(1)由直方图，得平均数的估计值为

4×(2×0.0125＋6×0.0375＋10×0.05＋14×0.075＋18×0.0375＋22×0.025＋26×0.0125)＝13.4(分)，…………………………………………………………………………………………3分

因为4×(0.0125＋0.025＋0.0375)＝0.3，所以有30%的居民排队时长超过16分钟，

综上，估计该社区居民核酸采集排队时间的平均时长为13.4分钟，在一次核酸采集中该社区有30%的居民排队时长超过16分钟.…………………………………………………………5分

(2)由(1)可知样本中有30%×100＝30(人)排队时长超过16分钟.……………………………6分

又两小区的居住人数之比为9∶11，故在A小区抽取了45人，在B小区抽取了55人，

……………………………………………………………………………………………………7分

故填表如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 排队时间超过16分钟 | 排队时间不超过16分钟 | 合计 |
| A小区 | 20 | 25 | 45 |
| B小区 | 10 | 45 | 55 |
| 合计 | 30 | 70 | 100 |

……………………………………………………………………………………………………8分

零假设为*H*0：排队时间是否超过16分钟与所属小区相互独立，即排队时间是否超过16分钟与所属小区无关，

*χ*2＝≈8.13>6.635＝*x*0.01.…………………………………………9分

根据小概率值*α*＝0.01的独立性检验，我们推断*H*0不成立，即排队时间是否超过16分钟与所属小区有关联，此推断犯错误的概率不大于0.01.…………………………………………10分

18.(本小题满分12分)

(1)证明：由题意，得*a*1＝*S*1＝2*a*1－4×1＋2，所以*a*1＝2，*a*1＋4＝6.………………………1分

由*Sn*＝2*an*－4*n*＋2，得*Sn*－1＝2*an*－1－4＋2，*n*≥2，

所以*an*＝*Sn*－*Sn*－1＝－＝2*an*－2*an*－1－4，*n*≥2，………3分

所以*an*＝2*an*－1＋4，*n*≥2，故＝2，*n*≥2，……………………………………………4分

所以数列是以6为首项，2为公比的等比数列.………………………………………5分

(2)解：由(1)得*an*＋4＝6×2*n*－1＝3×2*n*，故*an*＝3×2*n*－4，…………………………………6分

则*nan*＝3*n*·2*n*－4*n*.……………………………………………………………………………7分

设*bn*＝*n*·2*n*，其前*n*项和为*Pn*，

则*Pn*＝1×2＋2×22＋…＋*n*×2*n*，

2*Pn*＝1×22＋2×23＋…＋*n*×2*n*＋1，

所以－*Pn*＝2＋22＋23＋…＋2*n*－*n*×2*n*＋1＝－2＋2*n*＋1－*n*×2*n*＋1，

所以*Pn*＝2*n*＋1＋2，………………………………………………………………………10分

所以*Tn*＝3*Pn*－4＝32*n*＋1＋6－4×＝2*n*＋1－2*n*2－2*n*＋6.

…………………………………………………………………………………………………12分

19.(本小题满分12分)

解：(1)由正弦定理，得(*a*＋*b*)(*a*－*b*)＝(*c*＋*b*)*c*，即*a*2－*b*2＝*c*2＋*bc*，………………………2分

故＝－，

由余弦定理，得cos *A*＝＝－，所以*A*＝120°.…………………………………4分

(2)由平面四边形内角和为360°，可知∠*ABC*＋∠*BEC*＝90°.………………………………5分

在△*ABC*中，由正弦定理，得＝，即＝.…………………6分

在△*BEC*中，由正弦定理，得＝，即＝，………7分

所以sin∠*ABC*·sin＝.………………………………………………………8分

又sin∠*ABC*·sin＝sin∠*ABC*·cos∠*ABC*＝sin，所以sin＝，

故2∠*ABC*＝30°，即∠*ABC*＝15°，所以∠*ACB*＝45°.…………………………………10分

sin 15°＝sin＝×＝.

由正弦定理，得＝＝，所以*c*＝，*b*＝，……11分

所以*S*△*ABC*＝*cb*sin *A*＝×××sin 120°＝×＝1－.……12分

20.(本小题满分12分)

(1)证明：由*AB*＝*BC*＝*CD*＝*DA*＝2，得*AD*∥*BC*，…………………………………………1分

设*F*，*H*分别为棱*BC*和棱*PD*的中点，连接*PF*，*DF*，*HF*，*EH*，如图，



所以*EH*綊*AD*，故*EH*綊*BF*，故*BE*綊*FH*.………………………………………………2分

因为*EB*⊥*BC*，所以*FH*⊥*BC*.…………………………………………………………………3分

因为*PC*＝*PB*，所以*PF*⊥*BC*.

又*PF*⊂平面*PDF*，*HF*⊂平面*PDF*，*PF*∩*HF*＝*F*，所以*BC*⊥平面*PDF*，

又*PD*⊂平面*PDF*，所以*BC*⊥*PD*.……………………………………………………………4分

(2)解：由(1)知*BC*⊥平面*PDF*，所以*BC*⊥*DF*.又*DC*＝2，*CF*＝1，故*DF*＝.

因为*BE*＝，且*BE*綊*FH*，所以*FH*＝.因为*PB*＝*PC*＝*BC*＝2，*F*为*BC*的中点，所以*PF*＝，故*PD*＝，△*PDF*为等边三角形．

由*BC*⊥平面*PDF*，*BC*⊂平面*ABCD*，得平面*PDF*⊥平面*ABCD*.

以*F*为坐标原点，分别以直线*FD*，*FB*为*x*，*y*轴，以过点*F*且垂直于平面*ABCD*的直线为*z*轴，建立如图所示的空间直角坐标系*F*－*xyz*.………………………………………………6分



所以*F*，*D*，*C*，*P*.…………………………7分

设***m***＝(*x*1，*y*1，*z*1)为平面*PBC*的法向量，则有

即可取***m***＝(，0，－1)，………………………………………………8分

设***n***＝(*x*2，*y*2，*z*2)为平面*PDC*的法向量，则有

即可取***n***＝(，－3，1)，……………………………………………10分

所以|cos〈***m***，***n***〉|＝＝，

所以平面*PDC*与平面*PBC*夹角的余弦值为.……………………………………………12分

21.(本小题满分12分)

(1)解：*f*(*x*)的定义域为**R**，*f* ′ (*x*)＝－e*ax*，……………………………………………1分

当*a*＝0时，*f* ′ (*x*)<0，所以函数*f*(*x*)在**R**上单调递减；……………………………………2分

当*a*>0时，在区间上，*f* ′ (*x*)>0，在区间上，*f* ′ (*x*)<0，

所以函数*f* (*x*)在区间上单调递增，在区间上单调递减；………3分

当*a*<0时，在区间上，*f* ′ (*x*)<0，在区间上，*f* ′ (*x*)>0，

所以函数*f* (*x*)在区间上单调递减，在区间上单调递增.…………4分

(2)证明：*f*(*x*)＝－*x*e*ax*＝－e*ax*＋ln *x*，………………………………………………………………5分

要证ln *x*＋*ax*－1≥，即证ln *x*＋*ax*－1≥.……………………………………6分

设*g*＝*x*－1＋e－*x*，则*g*′＝1－e－*x*，………………………………………………………7分

在区间上，*g*′ (*x*)<0，在区间上，*g*′ (*x*)>0，

所以函数*g*(*x*)在区间上单调递减，在区间上单调递增，……………9分

所以*g*≥*g*＝0，…………………………………………………………………………10分

故－1＋≥0，当ln *x*＋*ax*＝0时等号成立，

所以ln *x*＋*ax*－1≥成立，

故ln *x*＋*ax*－1≥.………………………………………………………………………12分

22.(本小题满分12分)

解：(1)设*E*，则*EA*＝*r*，所以*EA*2＝*x*2＋，………………………………………2分

即＋*y*2＝*x*2＋36，化简得*y*2＝12*x*.………………………………………………………3分

(2)设*P*，直线*PM*为*y*－*y*0＝*k*1，直线*PN*为*y*－*y*0＝*k*2，

则*y*＝12*x*0，*M*，*N*，………………………………………………4分

故＝*x*0＝*x*0.………………………………………………………5分

又直线*PM*和直线*PN*与圆(*x*－1)2＋*y*2＝1相切，所以＝＝1，

故*k*1，*k*2是方程＝1的两个根，…………………………………………………6分

即*k*1，*k*2是方程*k*2＋2*y*0*k*＋*y*－1＝0的两个根，

所以*k*1＋*k*2＝，*k*1*k*2＝.……………………………………………………8分

则△*PMN*的面积*S*△*PMN*＝*x*0＝＝

＝*x*0＝*x*0＝*x*0＝.

……………………………………………………………………………………………………9分

设*f*＝，*x*>2，

则*f* ′ (*x*)＝.…………………………………………10分

所以当*x*∈(2，5)时，*f* ′ (*x*)<0，函数*f*单调递减；

当*x*∈时，*f* ′ (*x*)>0，函数*f*单调递增.…………………………………………11分

所以当*x*0＝5时，*S*△*PMN*取得最小值，最小值为.……………………………………12分